

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Нгуен Тай Нанг Лыонг

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО  
ДИНАМИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО  
СОСТОЯНИЯ СИСТЕМ «ОСНОВАНИЕ – ПЛОТИНА –  
ВОДОХРАНИЛИЩЕ» ПРИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

Специальность: 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, профессор  
член-корреспондент РААСН  
Белостоцкий Александр Михайлович

Москва – 2017

**СОДЕРЖАНИЕ**

	стр.
<b>Введение.....</b>	<b>4</b>
<b>Глава 1. Обзорно-аналитическое исследование постановок, методов и комплексов программ для математического моделирования поведения плотин при сейсмических воздействиях. ....</b>	<b>11</b>
<b>1.1. О развитии постановок и методов расчета гидротехнических конструкций и сооружений. ....</b>	<b>11</b>
<b>1.2. Основы статических и динамического расчета пространственных комбинированных систем в рамках метода конечных элементов. ....</b>	<b>17</b>
<b>1.3. Общие принципы моделирования взаимодействия сооружения и жидкости. ....</b>	<b>19</b>
<b>1.4. Обзор современных методов моделирования контактного взаимодействия сооружения и жидкости. ....</b>	<b>25</b>
<b>1.5. Основные результаты и выводы по Главе 1. ....</b>	<b>35</b>
<b>Глава 2. Методика численного моделирования поведения трехмерной системы «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях. ....</b>	<b>36</b>
<b>2.1. Уравнения, определяющие поведение жидкости в рамках акустического приближения. ....</b>	<b>36</b>
<b>2.2. Конечноэлементное моделирование поведения жидкости в рамках акустического приближения. ....</b>	<b>37</b>
<b>2.3. Переход к связанной задаче «сооружение – жидкость». ....</b>	<b>40</b>
<b>2.4. Некоторые общие принципы моделирования. ....</b>	<b>43</b>
<b>2.5. Базовое программное обеспечение для реализации разработанной методики. ....</b>	<b>45</b>
<b>2.6. Собственные программные разработки. ....</b>	<b>51</b>
<b>2.7. Основные результаты и выводы по Главе 2. ....</b>	<b>51</b>

<b>Глава 3. Верификация разработанной методики численного моделирования поведения трехмерной системы «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях. ....</b>	<b>53</b>
<b>3.1.</b> Обоснование выбора верификационных задач. ....	53
<b>3.2.</b> Комплекс верификационных задач расчета арочной плотины на сейсмические воздействия .....	54
<b>3.3.</b> Основные результаты и выводы по Главе 3. ....	79
<b>Глава 4. Апробация разработанной методики численного моделирования поведения трехмерной системы «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях. ....</b>	<b>80</b>
<b>4.1.</b> Постановка задач исследований. ....	80
<b>4.2.</b> Описание расчетным моделям ГЭС Нам Чиен. ....	87
<b>4.3.</b> Собственные частоты и формы колебания системы «основание – арочная плотина – водохранилище».	91
<b>4.4.</b> Статический и динамический расчет напряженно-деформированного состояния системы «основание – арочная плотина – водохранилище».	91
<b>4.5.</b> Основные результаты и выводы по Главе 4. ....	129
<b>Заключение. ....</b>	<b>132</b>
<b>Литература. ....</b>	<b>136</b>

## Введение

---

**Актуальность темы исследования.** В настоящее время задача высокоточного определения трехмерного статического и динамического напряженно-деформированного состояния (НДС) систем «основание – плотина – водохранилище» в общем случае может быть решена исключительно на основе использования численных методов и реализующего программного обеспечения. Определяющими факторами обеспечения корректности соответствующего моделирования являются выбор механической модели (т.е. расчетной схемы) и численной модели (т.е. численного метода решения соответствующей математической задачи и способа программно-алгоритмической реализации), уровень мощности используемых ЭВМ является здесь несколько менее значимым.

Гидротехнические конструкции и сооружения, относящиеся к объектам повышенной опасности, характеризующимся сложным многофакторным статическим и динамическим НДС, достаточно давно и вполне заслуженно фокусировали на себе внимание как механиков, так и вычислителей. Так, например, весьма показательным, что одним из первых и наиболее продуктивных «отраслевых приложений» метода конечных элементов (МКЭ), метода конечных разностей (МКР) и метода граничных элементов (МГЭ) были вначале двумерные, а затем и трехмерные расчеты разного рода плотин. Вместе с тем, с сожалением приходится констатировать, что проектирование, строительство и эксплуатация высоконапорных плотин (арочных, гравитационных) в сейсмически активных районах по-прежнему проводятся в условиях недостаточной разработанности методик адекватного численного моделирования НДС трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях, заданных трехкомпонентными акселерограммами землетрясений. Очевидно, что разработка такой методики

представляет собой актуальную и сложную научно-практическую задачу, сопряженную с использованием, развитием и верификацией современных математических моделей и численных методов, их реализацией в доступном программном комплексе. Кроме того, представляется также весьма актуальным выявить с помощью разработанной методики и проанализировать сложный характер распределения статических и динамических (сейсмических) напряжений и деформаций в реальной системе «основание – плотина – водохранилище», ранее исследованной по упрощенной модели. Верифицированная и апробированная методика численного моделирования и параметризованные расчетные модели вышеуказанной системы могли бы послужить интеллектуальным ядром систем нормативно регламентированного мониторинга состояния уникальных гидротехнических сооружений.

**Степень разработанности темы исследования.** Актуальность проблемы адекватного определения статического и динамического НДС комбинированной пространственной гидротехнической системы «основание – плотина – водохранилище» при комплексе основных и особых (включая сейсмические) нагрузок и воздействий отмечалась многими российскими и зарубежными исследователями прошлого и нынешнего столетий. Традиционными подходами, широко используемыми в практике проектирования и мониторинга, являются соответствующие нормативные разработки, основывавшиеся на классическом аналитическом решении Вестергарда о гидродинамическом давлении жидкости на вертикальную стенку. Заметим, что для плотин общего вида (в особенности, арочных, переменной толщины в сложном каньоне) это решение не является адекватным. В этой связи настоящее диссертационное исследование необходимо рассматривать с позиций развития современных методик определения НДС связанных гидроупругих систем с надлежащей верификацией и апробацией.

**Цели и задачи исследований.** Целью работы является разработка, исследование, апробация и верификация методики численного моделирования поведения

трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях.

Задачи, которые необходимо решить для достижения поставленной цели:

1. Выполнить обзорно-аналитическое исследование современных постановок, численных методов и комплексов программ для расчетов высоконапорных бетонных арочных плотин при статических и сейсмических воздействиях.

2. Разработать универсальную методику численного моделирования поведения трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при статических и динамических воздействиях.

3. Реализовать разработанную методику в доступном программном комплексе численного моделирования задач механики сплошной среды.

4. Верифицировать и «настроить» параметры разработанной методики на представительном наборе модельных и тестовых задач, имеющих альтернативное численное или численно-аналитическое подтверждение.

5. Апробировать разработанную методику численного моделирования поведения трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при статических и динамических воздействиях на реальном объекте.

6. На основе анализа результатов многовариантных расчетов разработать рекомендации по мониторингу для реальной системы «основание – арочная плотина – водохранилище».

**Объект исследования.** Пространственные гидротехнические системы «основание – плотина – водохранилище» в условиях действия статических нагрузок и сейсмических воздействий.

**Предмет исследования.** Высокоточное определение трехмерного статического и динамического НДС систем «основание – плотина – водохранилище» (без введения каких-либо вынужденных и/или необоснованных упрощений).

**Методология и методы исследования.** При подготовке диссертации были использованы современные достижения прикладной математики и строительной

механики в области численных методов определения НДС пространственных комбинированных систем при статических и динамических (в том числе сейсмических) нагрузках и воздействиях. В частности, в качестве расчетной модели объекта рассматривается наиболее адекватная трехмерная динамическая конечноэлементная модель комбинированной системы «основание – плотина – водохранилище», для нахождения всей сейсмически значимой части спектра собственных частот и форм колебаний указанной системы применяется блочный метод Ланцоша, а определение зависимостей от времени основных параметров НДС (перемещения, деформации, напряжения) в основании и плотине осуществляется с использованием неявных методов интегрирования уравнений движения конечноэлементной системы (метод Ньюмарка) при сейсмических воздействиях, заданных трехкомпонентными акселерограммами. Реализация авторской методики и алгоритмов проводилась на языке программирования APDL. При выполнении верификационных исследований и апробации использовался «тяжелый» программный комплекс ANSYS Mechanical, реализующий МКЭ и численные методы решения динамических задач.

**Научная новизна** полученных в диссертационной работе результатов заключается в следующем:

1. Разработана, реализована на программно-алгоритмическом уровне и верифицирована методика численного моделирования поведения трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях, позволяющая выявить основные особенности объемного статического и динамического НДС, не прибегая к вынужденным и/или необоснованным упрощениям.
2. Результаты серии сравнительных верификационных расчетов показали эффективность предложенной методики при использовании «акустических» конечных элементов жидкости и незначительное влияние размеров конечных элементов в обоснованном диапазоне их варьирования.

3. По разработанной методике выполнены расчетные исследования и проанализировано статическое и динамическое объемное НДС реально связанной системы «основание – плотина – водохранилище» действующий ГЭС (в Социалистической Республике Вьетнам), рассматривавшейся на стадии проектирования в упрощенных постановках.

**Теоретическая значимость работы.** Разработана, исследована, верифицирована и апробирована методика численного моделирования трехмерного статического и динамического НДС систем «основание – плотина – водохранилище» при комплексе основных и особых (включая сейсмическое) сочетаний нагрузок и воздействий.

**Практическая ценность работы** состоит в:

- разработанной методике численного моделирования поведения трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях
- создании реализующего авторского программно-алгоритмического обеспечения, которое может стать важной составной частью при использовании комплексов программ промышленного типа для конечноэлементного анализа состояния сложных систем;
- решении модельных тестовых и практически важных задач расчета конструкций и сооружений.

В целом, практическая значимость результатов работы определяется, прежде всего, ориентированностью последних на использование в практике профильных проектных и научно-исследовательских организаций, занимающихся моделированием значимых стадий жизненного цикла сооружения (проектирование, строительство, эксплуатация на различных режимах и др.).

**Внедрение результатов исследования.** Разработанная методика численного моделирования поведения трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях, реализующее

алгоритмическое обеспечение и комплексы программ используются в ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО».

**Достоверность и обоснованность научных положений** основана на строгости используемого математического аппарата; корректности постановок задач в рамках теоретических предпосылок строительной механики, механики деформируемого твердого тела и механики жидкости; обоснованности алгоритмов расчета с применением апробированных численных методов механики сплошной среды, реализованных в верифицированных программных комплексах; сопоставлении полученных результатов с результатами контрольных расчетов с привлечением верифицированных в системе Российской академии архитектуры и строительных наук (РААСН) комплексов программ промышленного типа, прочими альтернативными численными и экспериментальными данными.

**На защиту выносятся:**

1. Результаты обзорно-аналитического исследования современных постановок, численных методов и программных комплексов для расчетов высоконапорных бетонных плотин при сейсмических воздействиях.
2. Разработанная методика численного моделирования поведения трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях, заданных трехкомпонентными акселерограммами.
3. Результаты численного решения представительного набора верификационных задач, показавшие возможности и ограничения предложенной методики и ее программно-алгоритмических составляющих, обоснованные рекомендации по выбору основных параметров методики.
4. Результаты расчета по разработанной и верифицированной методике трехмерного НДС реальной системы «основание – плотина – водохранилище» действующей гидроэлектростанции (ГЭС) при статических нагрузках и сейсмическом воздействии, заданном акселерограммой.

**Личный вклад автора диссертации.** Личный вклад автора диссертации заключается в обоснованной конкретизации задач исследования, обобщении, систематизации и развитии теоретических составляющих исследуемых вопросов, а также разработке и апробации методики численного моделирования. Автором диссертации самостоятельно получены, интерпретированы и апробированы основные результаты исследования.

**Апробация работы.** Материалы диссертации докладывались и обсуждались на следующих научных мероприятиях: XIX Международная межвузовская научно-практическая конференция студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых «Строительство – формирование среды жизнедеятельности» (Россия, г. Москва, 2016 г.); VI Международный симпозиум «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» (Россия, г. Владивосток, 2016 г.); объединенные научные семинары кафедры информатики и прикладной математики НИУ МГСУ и Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов НИУ МГСУ под руководством чл.-корр. РААСН, д.т.н. П.А. Акимова и чл.-корр. РААСН, д.т.н. А.М. Белостоцкого (Россия, г. Москва, 2014-2015 гг.); научные семинары ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО» под руководством чл.-корр. РААСН, д.т.н. А.М. Белостоцкого (Россия, г. Москва, 2014-2016 гг.); научные семинары кафедры прикладной математики НИУ МГСУ (2016-2017 гг.).

**Публикации.** Основные положения диссертационной работы опубликованы в 4 работах в журналах, входящих в Перечень ВАК РФ ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, включающего 348 наименований; 170 страницы текста диссертации включают 77 рисунков и 15 таблиц.

## Глава 1

---

### ОБЗОРНО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСТАНОВОК, МЕТОДОВ И КОМПЛЕКСОВ ПРОГРАММ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ПЛОТИН ПРИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

#### 1.1. О развитии постановок и методов расчета гидротехнических конструкций и сооружений

Гидротехнические сооружения относятся к объектам повышенной опасности со сложным многофакторным НДС. Они традиционно служат объектом исследования российскими и зарубежными специалистами в области механики сплошной среды, математического моделирования, численных методов и комплексов программ. Повреждения, преждевременный выход из строя и аварии таких объектов, в том числе их отдельных массивных элементов, могут вызвать и катастрофические последствия, сопровождающиеся значительным материальным ущербом и многочисленными человеческими жертвами. Все это предопределило актуальность принятия Федерального закона «О безопасности гидротехнических сооружений» от 21 июля 1997 г. №117-ФЗ, требующего обеспечить безаварийную эксплуатацию соответствующих объектов.

Постановки и методы расчета гидротехнических сооружений и конструкций разрабатывались группами ученых при различных методологических подходах. В числе внесших значительный вклад: Э.Л. Аксельрад [6], И.М. Бабаков [11], А.М. Белостоцкий [19-61], В.В. Болотин [66,67], А.С. Вольмир [76,77], Л.А. Галин [79], Р.В. Гольдштейн [86], А.Б. Золотов [103-112], Б.Д. Кауфман [119], Л.Д. Ландау [131], С.Е. Лисичкин [133], А.И. Лурье [138], Е.М. Морозов [144], Ю.Н. Новичков [67], Я.Г. Пановко [156], Ю.Н. Работнов [163], А.Р. Ржаницын [167], С.П. Тимошенко [198], В.И. Травуш [201], К. Васидзу [72], Вестергард [339], А. Гриффитс [283], Р. Гудман [91], Р. Клаф [121], Ж.-Л. Лионс [132], Н. Ньюмарк [151], Ж.П. Обен [152] и др. Фундаментальные исследования гидротехнических сооружений выдающихся ученых-

механиков, академика АН СССР Б.Г. Галеркина и С.Г. Гутмана, получили дальнейшее развитие в трудах Б.М. Нуллера, Я.Г. Скоморовского, Л.П. Трапезникова [202], А.А. Храпкива [219], С.Г. Шульмана [228-230].

Следует особо отметить результаты пионерных исследований Вестергарда (Westergaard Н.М.), нашедшие свое отражение в публикациях 1931 года [339], посвященных плоской задаче расчета системы «плотина – водохранилище» на сейсмические воздействия (заметим, что здесь прикладывалась горизонтальная сейсмическая нагрузка). Следует уточнить, что плотина в данном случае полагалась жесткой а водохранилище полубесконечным, имеющим постоянную глубину. Корректное применение аналитических методов позволило Вестергарду получить распределение давлений в жидкости, а также на границах контакта плотины с водохранилищем. Отметим, что им был установлен тот факт, что силы взаимодействия пропорциональны сейсмическим ускорениям и, следовательно, могут с определенным приближением моделироваться с применением массовой плотности, распределенной по высоте плотины согласно параболическому закону. Этот подход, который стал именоваться в дальнейшем «метод присоединенной массы», позволяет осуществлять надлежащий расчет связанной системы «сооружение – жидкость». Результаты таких расчетов хорошо согласуются данными, получаемыми по альтернативным, современным, порой существенно более совершенным подходам. Наличие присоединенной массы обуславливает тот факт, что значимые собственные частоты связанной системы «плотина – водохранилище», подверженной сейсмическим воздействиям, значительно ниже собственных частот плотины. Тем не менее, данный подход не позволяет надлежащим образом учесть процессы затухания, обусловленные излучением, и диссипацию энергии, вызванную демпфированием непосредственно самой конструкции плотины. Впрочем, заметим, что именно метод присоединенной массы, характеризующийся относительной простотой и в достаточной мере наглядностью, по-прежнему, остается одним из наиболее популярных при моделировании поведения соответствующих связанных систем [65,274].

Проведенный обзор публикаций позволил заключить, что расчетное обоснование конструкций и сооружений, взаимодействующих с жидкостью, представляет собой весьма сложную проблему математического моделирования. Это связано, в частности, с возможными колебаниями свободной поверхности жидкости, которые способны инициировать появление дополнительных и опасных гидродинамических воздействий. Постепенный процесс уточнения и усложнения расчетных аналитических моделей для учета разного рода значимых факторов (наличие поверхностных гравитационных волн, анализ влияния донных наносов, фактор податливости и геометрических форм объекта, пострезонансная реакция и др.) достаточно подробно описан, в частности, в признанных специалистами монографиях С.Г. Шульмана [228-230]. Полученные сложные, но красивые (с математической точки зрения) и практически значимые решения легли в основу соответствующих нормативных методик учета влияния водохранилища на динамические параметры (характеристики) и сейсмическую реакцию гидротехнических объектов.

В настоящее время для оценки динамического состояния гидротехнических сооружений разработаны различные подходы и методы. По мере роста потребности в получении решений более сложных связанных задач, инженерные (аналитические) методы уступили первенство современным численным методам динамического расчета. Но здесь реализуются разные подходы к учету влияния жидкости на сооружение и, как следствие, актуальна задача их сопоставления и сравнительного анализа.

Математическое моделирование бетонных плотин выполнялось и выполняется в Национальном исследовательском Московском государственном строительном университете (НИУ МГСУ, ранее – Московский инженерно-строительный институт (МИСИ) им. В.В. Куйбышева), ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого (СПбПУ, ранее – Ленинградский политехнический институт им. М.И. Калинина), проектно-изыскательском и научно-исследовательском институте «Гидропроект» им. С.Я. Жука, Ленгидропроекте, Научно-исследовательском институте энергетических сооружений (НИИЭС),

Российском университет дружбы народов (РУДН), Московском государственном университете путей сообщения Императора Николая II (МИИТ, ранее – Московский институт инженеров железнодорожного транспорта), Научно-исследовательском институте железнодорожного транспорта (НИИЖТ, ранее – Всесоюзный научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта) и в других организациях.

Общие теоретические и прикладные аспекты современных численных (МКР, МКЭ, МГЭ) и численно-аналитических методов отражены в работах Н.П. Абовского [1], П.А. Акимова [3-5,104-111], С.М. Алейникова [7], Н.С. Бахвалова [17], М.В. Белого [62], А.М. Белостоцкого [19-61], В.Е. Булгакова [69], П.П. Гайджура [78], С.К. Годунова [81], А.С. Городецкого [87,88], А.Б. Золотова [103-112], В.А. Ильичева [113-116,140], Г.Г. Кашеваровой [120], Л.С. Ляховича [139], А.В. Перельмутера [157], Б.Е. Победри [159], В.А. Постнова [161,162], Л.А. Розина [168-170], А.А. Самарского [176-181], В.А. Семенова, В.Н. Сидорова [188-190], В.И. Сливкера [193], Р.П. Федоренко [209], В.В. Шайдурова [223], К. Бате [16,243-247], К. Бреббиа [68,124], Е. Вилсона [16,340], Р. Галлагера [80], О. Зенкевича [100], Дж. Конноа [124], Д. Норри [150], Дж. Одена [153], М. Секуловича [187], Г. Стренга [196], Дж. Фикса [196], Ж. де Фриза [150] и др.

Динамическое взаимодействие сооружения и основания – одна из центральных проблем современной теории сейсмостойкости, которой посвящены многочисленные публикации отечественных и зарубежных ученых: Я.М. Айзенберг [2], Т.А.Белаш (Сандович) [18], А.М. Белостоцкий [19-61], В.С. Беляев, Н.М. Бородачев, В.А.Ильичев [113-116,140], В.Н. Ломбардо [136, 137], В.М. Лятхер, Ю.Б. Мгалобелов [141], А.Г. Назаров [98], Ш.Г. Напетваридзе [146,147], Н.П. Павлюк, О.А. Савинов [174,175], В.М. Сеймов [185,186], А.П. Сеницын [191], А.Г. Тяпин [203,204], А.М. Уздин [205-207], Л.М. Флитман, О.Я. Шехтер [226], С.Г. Шульман, Н. Амбрасейс, Р. Арнольд, Ж. Байкрофт, И.Вольф, К. Данс, Ж. Лайсмер, М. Новак, Р. Скавуццо, Л. Фагел, Чи-Вен-Лин, А. Чопра и др.

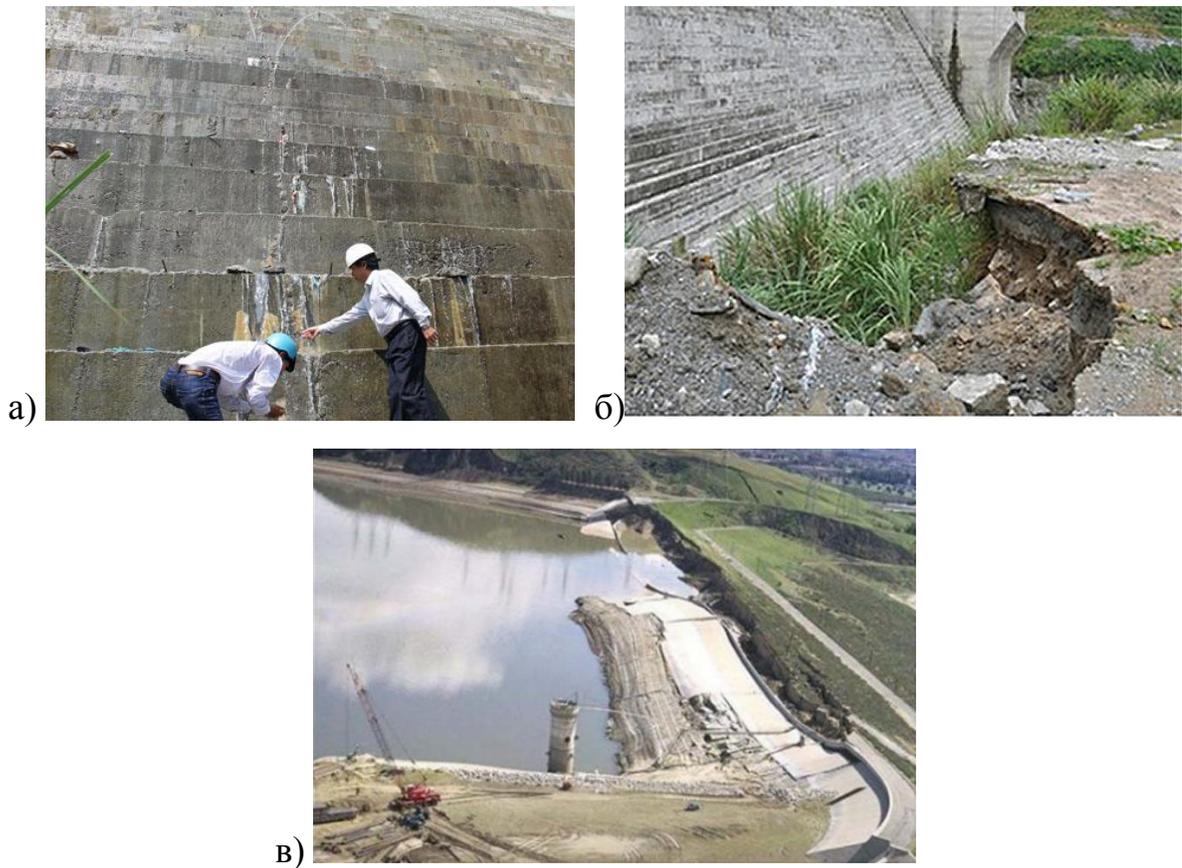


Рис. 1.1.1. Разрушение конструкций плотин после сейсмических воздействий: а), б) – плотина Шонг Чань 2 (Вьетнам) после землетрясения 04 апреля 2014 года; в) Плотина Сан-Фернандо (США) после землетрясения 09 февраля 1971 года.

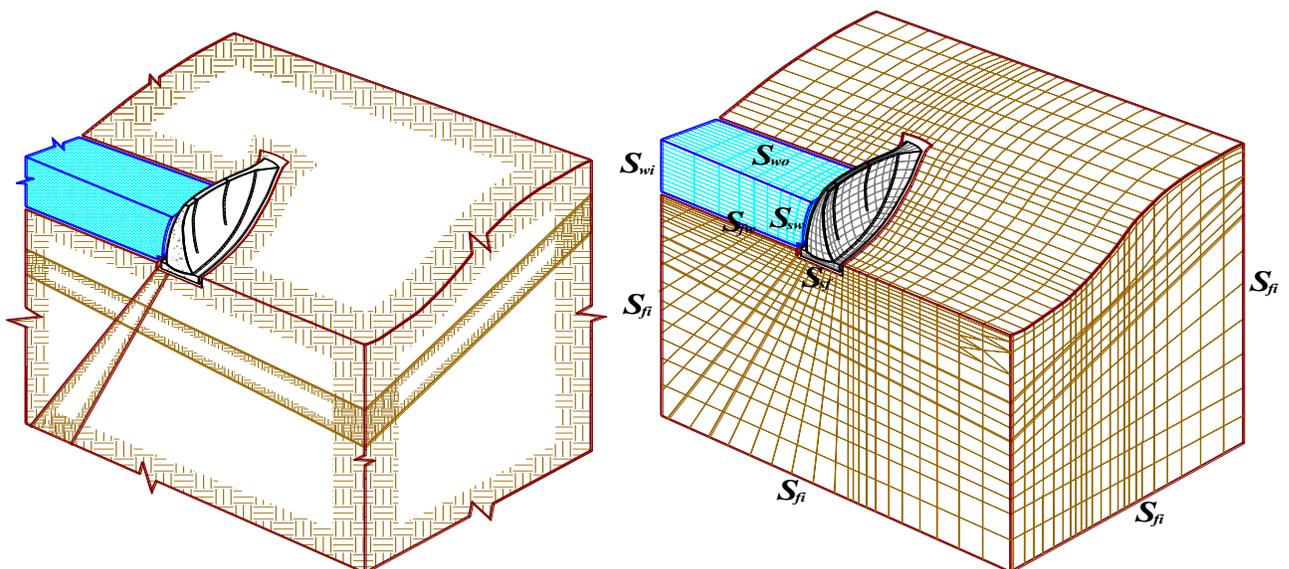


Рис. 1.1.2. Система «основание – плотина – водохранилище» [20].

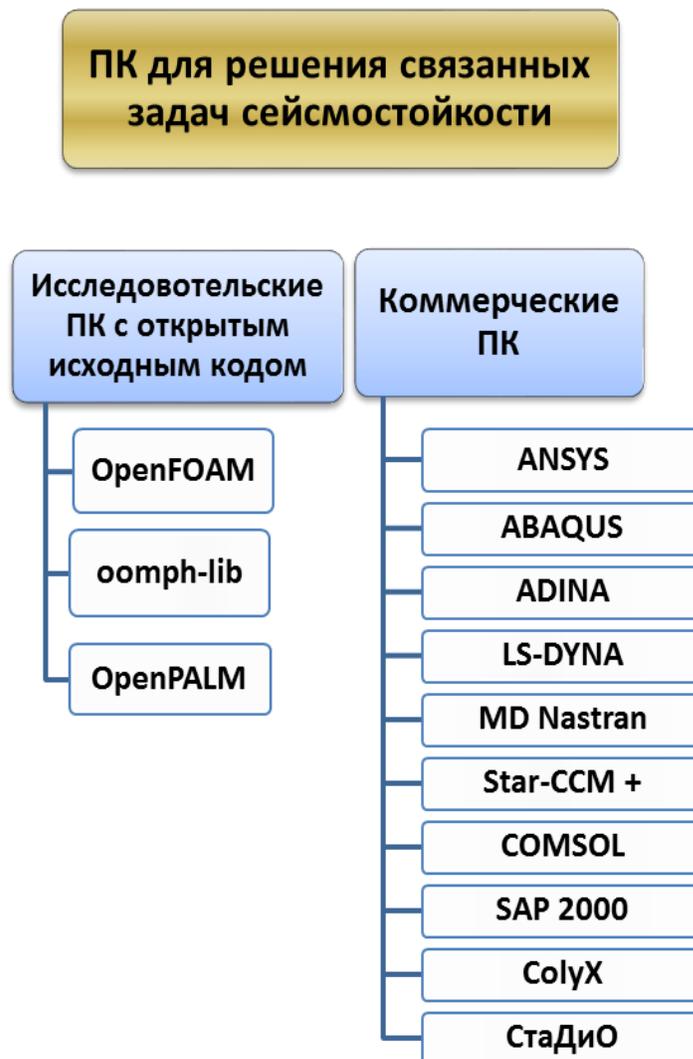


Рис. 1.1.3. Некоторые распространенные ПК для решения задач сейсмостойкости в связанных постановках.

Значительные вклад в анализ НДС, разработку программно-алгоритмического обеспечения для обеспечения безопасности гидротехнических сооружений (рис. 1.1.1, 1.1.2) внесли А.М. Белостоцкий, М.В. Белый [62], Г.Ю. Бердичевский [63], В.Е. Булгаков [69], В.И. Бронштейн [63], А.В. Вовкушевский [73,74], СМ. Гинзбург, Л.Б. Гримзе, М.Е. Грошев, Л.А. Гордон, А.А. Готлиф, К.И. Дзюба [95], И.М. Евдокимова [96], Ю.К. Зарецкий, М.Г. Зерцалов [101, Г.М. Каганов [117], Н.Г. Кузьмин [126], В.Н. Ломбардо, Ю.П. Ляпичев, В.В. Малаханов, Ю.Б. Мгалобелов, М.Л.

Мозгалева [5], А.В. Нефедов, В.Б. Николаев, В.Д. Новоженин, В.Г. Орехов [155], А.П. Пак, В.И. Пашенко, Д.Б. Радкевич, Л.Н. Рассказов [165], Н.П. Розанов, Л.А. Розин, О.Д. Рубин [172], А.И. Савич, Л.Б. Сапожников, В.В. Толстикова [200], А.П. Троицкий, Б.В. Фрадкин [213,214], В.Я. Шайтанов, Л.И. Шатова, Б.А. Шойхет, С.Г. Шильман и др. Соответственно также нашли широкое применение такие известные зарубежные и российские программные комплексы (ПК) как ADINA, ANSYS, MARC, NASTRAN, NONSAP, SIMULIA Abaqus, СТАДИО и др. [3,4,12-15,71,118,142,164,173,220,222] (рис. 1.1.3).

## **1.2. Основы статического и динамического расчета пространственных комбинированных систем в рамках метода конечных элементов**

Базовое уравнение движения исследуемой системы (в предположении геометрической линейности – малые перемещения и деформации) в форме МКЭ учитывает кинематические граничные условия и доопределяется начальными условиями (из решения статической задачи при  $t = t_0$ , где  $t$  – время). Оно имеет следующий вид:

$$M \ddot{\bar{u}}(t) + C \dot{\bar{u}}(t) + (K + K_G) \bar{u}(t) = \bar{F}(t) + \bar{R}(\bar{u}, \dot{\bar{u}}), \quad (1.2.1)$$

где  $M, C, K, K_G$  – матрицы конечноэлементной модели (КЭМ) системы: масс, демпфирования, начальной и геометрической жесткости; соответствующая «точка» обозначает дифференцирование по времени [217,218];  $\bar{F}(t)$  – вектор заданных статических и динамических нагрузок;  $\bar{R}(\bar{u}, \dot{\bar{u}})$  – вектор псевдонагрузок, моделирующий физически нелинейные эффекты;  $\bar{u}(t)$  – искомый вектор обобщенных динамических перемещений КЭМ.

Путем обнуления незначимых (для указанных задач) матриц уравнения постановка (1.2.1) сводится к важным частным задачам – статической, на собственные значения (собственные частоты и формы колебаний и критические числа и

формы потери начальной устойчивости) и спектральным формулировкам динамических задач.

Обобщенная частная проблема собственных значений [93] имеет вид:

$$K \cdot \Phi = D \cdot M \cdot \Phi; \quad \Phi = [\bar{\varphi}_1 \quad \dots \quad \bar{\varphi}_n]; \quad D = \text{diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_n^2), \quad (1.2.2)$$

причем, как правило, задается количество  $p \leq n$  подлежащих определению минимальных собственных частот  $\omega_i$  и форм  $\bar{\varphi}_i$ , либо определенный диапазон, внутри которого следует определить все частоты.

Базовым методом определения заданного количества собственных частот и форм выбран блочный метод Ланцоша [20,83]. Этот метод имеет доказанные теорией и практикой преимущества в скорости счета по сравнению с известными альтернативными подходами, также реализованными в универсальных и специализированных программных комплексах.

Сейсмическое воздействие [84,85,194,208] создается акселерограммой  $\bar{u}_0(t)$ . В предположении «платформенной схемы» возбуждения (равенства перемещений и ускорений всех узлов КЭМ, контактирующих с источником кинематического возбуждения) вектор сейсмических нагрузок определяется как  $-M\bar{u}_0^T(t)$ , где

$$\bar{u}_0^T(t) = [\bar{u}_{0,1}^T \quad \dots \quad \bar{u}_{0,N}^T]. \quad (1.2.3)$$

Температурное и силовое возбуждения задаются как распределенными нагрузками, задаваемыми в долях от нескольких вариантов статической нагрузки  $\bar{F}_1, \dots, \bar{F}_{NV}$ :

$$\bar{F}^L = \sum_{n=1}^{NV} d_n(t) \bar{F}_n, \quad (1.2.4)$$

так и сосредоточенными в узлах нагрузками  $\bar{F}^L(t)$ .

С учетом изложенного определим полную нагрузку как:

$$\bar{F}(t) = \bar{F}^L(t) + \sum_{n=1}^{NV} d_n(t) \bar{F}_n - M \bar{u}_0(t) + \bar{F}_0, \quad (1.2.5)$$

где  $\bar{F}_0$  – статический «фон» нагрузки.

Интегрирование ведется с использованием неявного метода Ньюмарка. Для линейных систем соответствующие параметры  $\beta, \gamma$  выбираются для обеспечения безусловной устойчивости,  $\beta > 0.25 \cdot (0.5 + \gamma)$ ;  $\gamma = 0.5 + \delta$ ;  $0 < \delta < 0.1$ .

### **1.3. Общие принципы моделирования взаимодействия сооружения и жидкости**

#### **1.3.1. Предварительные замечания.**

Проблема взаимодействия конструкций/сооружений с жидкостью (Fluid – Structure Interaction, FSI) весьма актуальна в расчетной практике. Основная сложность моделирования заключается здесь в необходимости получения совместного решения уравнений динамики конструкции и движения жидкости [8-10,64,70,75,82,89,92,94,97,99,125,127,129,130,135,145,154,158,166,171,195, 221,233]. За минувшие годы были созданы аналитические и полуэмпирические методы [50,286,336]. Эти методы имеют, в основном, достаточно узкую область применения и используются для решения задач с простейшей геометрией и целым рядом ограничений на постановку задач. Однако в практических приложениях подобные упрощения неуместны, и возникает потребность в применении средств математического и компьютерного моделирования [50].

Сейчас и фундаментальную, и прикладную науку невозможно представить вне мощнейшего аппарата прикладной (вычислительной) математики. Непрерывающийся рост мощности (производительности) и доступности (для широкого круга исследователей) компьютерной техники предопределяет некоторое доминирование вычислительного эксперимента в научных исследованиях по сравнению с экспериментальными (натурными или лабораторными) изысканиями. Вычислительный эксперимент, разумеется, не претендует при этом на исключительную роль в научных исследованиях, однако он, без сомнения, дает возможность существенно уменьшить

потребность в экспериментальных работах, что само по себе обуславливает уменьшение разного рода (в том числе и финансовых) затрат [50]. Повышение производительности и мощности компьютерной техники обеспечивает более экстенсивное использование вычислительных технологий, связанное с уменьшением шагов расчетных сеток, использованием более подробной аппроксимации, увеличением количества неизвестных, ускорением расчетов вследствие использования вычислительных мощностей ядер и/или процессоров (параллельные и распределенные вычисления) и др.), повышение их качественных характеристик (разрабатываются новые численные методы, развиваются и совершенствуются уже известные и широко используемые подходы, расширяется сфера их применения и т.д.). Использование современных методов моделирования позволяет адекватно решать сложные задачи механики сплошной среды [225], включая и рассматриваемые связанные задачи «сооружение – жидкость».

Поведение связанных систем «сооружение – жидкость» достаточно давно изучаются как учеными-исследователями, так и инженерами-проектировщиками в разнообразных приложениях. В этой области следует отметить публикации А.М. Белостоцкого, А.Г. Горшкова [90], Э.И. Григолюка [90], Т.В. Зиновьевой [102], Ю.Н. Кондракова [123], А.А. Коробкина [293], Ю.А. Лаврова [128], Г.В. Логвиновича [134], М.В. Норкина [149], А.А. Поповой [160], В.В. Пухначева [293], Л.И. Седова [182-184], А.Г. Терентьева, О.П. Ткаченко [199], Г.В. Филиппенко [210], Н.А. Фоменко [212], Г.С. Хакимзянова [216], Г.Г. Шахверди [224], А.С. Шишаевой [227], В.Д. Щипицына [231], В.И. Юдовича [232], М. Greenhow [282], W.M. Lin [282], S. Shao [326], и др. [335], [343], [344]. [227].

### **1.3.2. Краткий обзор подходов к описанию движения среды.**

Для моделирования поведения систем «сооружение – жидкость» применяются в основном следующие постановки: постановка или подход Лагранжа [235,258,264,

285,309,317], постановка или подход Эйлера [269,301] и произвольная постановка Лагранжа-Эйлера (Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation (постановка ALE) [256,266, 267,296,307,321]).

*Постановка Эйлера.* Постановка Эйлера предполагает анализ характеристик движения сплошной среды в каждой фиксированной точке пространства в разные моменты времени. Внимание при этом фокусируется не непосредственно на частицах среды, а на точках пространства, через которые эти частицы проходят. Таким образом, в методах, основанных на подходе Эйлера, применяются стационарные, чаще всего регулярные сетки, через которые перемещаются частицы сплошной среды, все физические параметры определяются в узлах этой аппроксимирующей сетки. Иными словами, последние не связаны с конкретными материальными частицами, а, напротив, в каждый определенный момент времени выступают параметрами разных частиц, располагающихся в заданный момент в заданной точке пространства. Такого класса методы могут использоваться для решения задач с большими деформациями, весьма широко применяются для решения актуальных задач гидродинамики. Получаемые при этом результаты характеризуются достаточно высокой степенью точности, всесторонне исследованы и отличаются детально проработанным теоретическим обоснованием. Основные трудности использования подобных методов для решения задач со свободными границами связаны с неизвестным заранее положением свободной границы и следующими отсюда проблемами, обусловленные заданием граничных условий. Заметим, что численные реализации, основанные на постановках Эйлера, представлены в статьях T. Dunne [269], C. Liu [301], R. Rannacher [269], N.J. Walkington [301] и др. Итак, применение постановки Эйлера позволяет описывать состояние жидкости в теоретически естественных узловых переменных (давление или потенциал скоростей), а сооружения и основания – через узловые перемещения. Эта постановка может использоваться при решении задач, где основной интерес представляют прочность и надежность достаточно жестких сооружений, контактирующих с жидкостью (в числе которых и гидротехнические сооружения).

*Постановка Лагранжа.* В рамках постановки Лагранжа каждая частица среды условно «маркируется» посредством задания ей определенных координат, после чего прослеживается индивидуальное перемещение каждой частицы – посредством анализа траектории, т.е. вычисления координат относительно начальных значений (координаты (переменные) Лагранжа). Методы, основанные на подходе Лагранжа, используют, как правило, подвижную сетку, аппроксимирующую рассматриваемую среду. Узлы этой сетки жестко связаны ребрами, образуя таким образом ячейки или, что эквивалентно, элементы. Сетка перемещается и деформируется совместно со сплошной средой, причем соответствующие связи узлов сохраняются. Физические параметры, определяемые в узлах сетки, являются параметрами соответствующих частиц материальной среды. Отметим, что по сравнению с подходом Эйлера эта постановка позволяет более просто отслеживать свободные границы и соответствующие границы разделов, но также не лишена недостатков (так, например, с ее помощью невозможно решать задачи со значительными деформациями расчетной области, поскольку влекут за собой значительные деформации расчетной сетки, приводящие даже к пересечению границ (ребер) ячеек, что, очевидно, инициирует аварийное окончание соответствующего алгоритма (программно-алгоритмического комплекса). В рамках подхода Лагранжа состояние жидкости и сооружения (с основанием) описывается уравнениями в перемещениях. Основное преимущество в данном случае – это возможность моделирования связанной гидроупругой системы в однородных неизвестных (перемещениях), при условии понижения порядка численного интегрирования матрицы акустической жесткости и реализации специальных приемов, устраняющих негативное вычислительное свойство такого рода моделей жидкости к деформированию без изменения объема, предложенных в исследованиях А.М. Белостоцкого (введение в матрицу обобщенных деформаций вращательных компонент, а в матрицу упругих постоянных – численно обоснованных сопротивлений угловым деформациям) [20].

*Смешанная постановка Лагранжа-Эйлера.* Согласно изложенному ранее, при

моделировании поведения конструкций и сооружений традиционно применяется постановка Лагранжа, тогда как для жидкости – постановка Эйлера. Впрочем, относительно широкое распространение для моделирования жидкости, преимущественно в зарубежной литературе уже получают и так называемые смешанные постановки Лагранжа-Эйлера (постановка ALE), сочетающие в себе оба подхода (отметим, что постановки типа ALE ориентированы на изучение сложных течений, где лагранжевы и эйлеровы постановки не могут быть применены). В рамках подхода ALE применяется сетка, способная к произвольному движению. Недостатком при этом является использование техники интерполяции, способствующей сглаживанию результатов. Для контроля свободных поверхностей и соответствующих границ раздела типа «жидкость – жидкость» и «жидкость – тело» сетка в подходе ALE вблизи них должна быть подобна обычной лагранжевой сетке, а это приводит к общему недостатку сеточных лагранжевых методов, уже отмеченному ранее – возможному перехлесту границ элементов. Такой подход зачастую применяется для моделирования взаимодействия жидкости с погруженными телами.

### **1.3.3. Условия выделения расчетной области.**

Для моделирования поведения бесконечного массива воды в водохранилище традиционно выделяется область массива относительно небольших размеров, примыкающая к плотине (так называемая «ближняя» область) и удаленная от нее (так называемая «дальняя область»), охватывающая территорию от границы ближней области и до бесконечности. Конечно возможно заданием и иных физических условий, встречающихся в практике расчетов. Если при моделировании рассмотрение «дальней» области сознательно игнорируется (например, для удобства численной реализации), то вводится фиктивная граница по направлению течения, на которой задаются условия выделения расчетной области (расчетная область при таком подходе очевидным образом существенно сокращается по сравнению с реальной). На практике находят применение разные приемы задания таких граничных условий,

подробно рассмотренные в [270,294,295, 305,327].

#### **1.3.4. Учет деформируемого дна водохранилища.**

При проведении практических расчетов на границе контакта водохранилища с дном (т.е. основанием) обычно задаются условия осадки. В результате исследований [238] выяснено, что наличие деформируемого грунтового основания, например, осадочных отложений, на дне водохранилища оказывает значительное влияние на поведение гравитационной плотины при сейсмических воздействиях. Слои слабого грунта (в отличие от скального) ведут себя не как полностью отражающие границы и возникает взаимодействие между водохранилищем и грунтовым основанием.

В [50] указаны граничные условия, задаваемые на дне водохранилища, корректность которых обоснована в [294,295,299]. В публикации [261] установлено влияние осадочных отложений на дне водохранилища: при их относительно небольшом объеме и слабом насыщении пор водой имеет место значительное изменение гидродинамических параметров.

#### **1.3.5. Колебания поверхности жидкости.**

Колебания поверхности жидкости вызваны гравитационными поверхностными волнами с отличным от акустических волн поведением. Заметим, что гравитационные волны неконсервативны, их скорость зависит от длины волны. В [331] показано, что для большей части железобетонных плотин условиями колебаний поверхности жидкости на практике можно пренебречь. Вместе с тем, при продолжительном возбуждающем воздействии на эту систему следует принимать во внимание фактор поверхностных волн за счет задания соответствующих граничных условий на свободной поверхности водохранилища.

Не так давно исследователи пренебрегали наличием поверхностных волн. Соответствующие подходы излагались в работах P. Bettess [324], M. Ghaemian [276,277], A. Ghobarah [276-278], S. Küçükarslan [294,295], G.C. Lee [334], D. Maity

[303-305], S.S. Saini [324], C.S. Tsai [334], O.C. Zienkiewicz [345-348]. В таких случаях давление на всей свободной поверхности вполне естественно полагалось нулевым. Вместе с тем, в последние годы стали появляться разработки, в которых учитывались колебания свободной поверхности. Это осуществлялось путем задания специальных граничных условий [280,303].

### **1.3.6. Об использовании прямых и итерационных алгоритмов (солверов) при решении связанных задач «сооружение – жидкость».**

Для решения связанных задач «сооружение – жидкость» могут использоваться различные алгоритмы, причем выбор наиболее эффективного из них определяется характером каждой конкретной задачи. Если поведение жидкости описывается уравнениями Навье-Стокса [197] или Эйлера [211], можно выделить два основных случая. Первый случай имеет место при слабом взаимодействии между сооружением и жидкостью (области, которые занимают сооружение и жидкость деформируются слабо) – здесь принято использовать итерационные алгоритмы, когда уравнения, описывающие поведение жидкости и сооружения, решаются отдельно, после чего параметры решения последовательно согласуются, пока соответствующий процесс не сойдется. Вторым случаем, напротив, возникает при сильном взаимодействии жидкости с сооружением, в результате чего могут возникать значительные деформации – здесь применяются прямые алгоритмы, когда уравнения, описывающие поведение жидкости и сооружения, решаются совместно.

## **1.4. Обзор современных методов моделирования контактного взаимодействия сооружения и жидкости**

### **1.4.1. Предварительные замечания.**

Прежде всего, следует отметить, что современные методы расчетного обоснования плотин (с учетом наличия водохранилища) достаточно разнообразны.

Здесь, по существу, имеются в виду как простейший псевдостатический метод, разработанный Вестергардом, так и куда более мощные численные (в частности, МКЭ, МГЭ, разного рода гибридные сочетания этих методов) и численно-аналитические (полуаналитические) подходы. Кроме того, имеется целый класс методов, занимающих в подобной своеобразной иерархии, по сути, промежуточное положение. В качестве примеров при этом можно указать на метод, представленный в публикации G.L. Fenves и A.K. Chopra [275] и являющийся определенным развитием вышеупомянутого псевдостатического метода (этот метода также называют методом горизонтальной нагрузки), а также на методику, рекомендуемую организацией US Corps of Engineers (год разработки – 2007).

Как известно, в методе Вестергарда вводится допущение о том, что гидродинамическое воздействие на жесткую плотину равносильно заданию инерционных сил, вызванных распределением присоединенной к плотине массы. Далее в усовершенствованном псевдостатическом учитывается влияние взаимодействия с основанием (при том, что последнее рассматривается как нежесткое). Согласно с рекомендациям, приведенным в методике организации US Corps of Engineers, при развитии растягивающих напряжений в основании плотины, необходимо выполнить численное (конечноэлементное) моделирование, призванное оценить влияние трещинообразования в этой зоне на период собственных колебаний. Во всех ситуациях, если описанные выше допущения не выполняются, необходимо использовать передовые методы численного моделирования связанной системы «сооружение – основание – водохранилище».

Еще раз повторим, что, строго говоря, метод присоединенной массы является основополагающим при расчетах бетонных плотин на сейсмические воздействия. Видимая простота не мешает часто использовать данный метод на практике. Это тем более целесообразно в ситуациях, когда применение методов численного моделирования связанной системы «плотина – водохранилище» сопряжено со значительным

объемом вычислительной работы. Отметим, что такие случаи широко распространены в соответствующих приложениях, особенно если принимается во внимание нелинейный характер соответствующего контактного взаимодействия [236]. Важными характерными примерами здесь являются достаточно сложные с точки зрения численной аппроксимации процессы (явления) проскальзывания и подъема основания. Для описание гидродинамических воздействий, вызванных жидкостью может быть применены присоединенные массы. Некоторая особая модель, основанная на использовании аппарата теории пластичности, была представлена в публикации J. Lee и G.L. Fenves [297]. Заметим, что аппроксимация области, которую занимает жидкость, сопряжена с исключительно большими вычислительными затратами, в связи с чем здесь также был использован классический метод присоединенной массы. В публикации [278] рассмотрено взаимодействие секций бетонирования плотины на общую динамическую реакцию бетонной гравитационной плотины (соответствующие секции моделировались балочными элементами, соединенными связями, работающими на срез). Соответствующие гидродинамические воздействия задавались по методу присоединенной массы. Итак, Таким образом, очень трудно переоценить значение метода присоединенной массы, прежде всего, в частности, применительно к его приложениям, связанным с для расчета плотин различной сложной формы, плотин, возведенных из отдельных забетонированных секций. Отметим, что данный метод очень удобен в случае его использования для решения задач, в которых контактное взаимодействие плотины с основанием связано со значительными нелинейностями. Соответственно в любом случае, удастся достичь значительного снижения объема вычислительной работы и реализовать редукцию соответствующих задач.

В публикации В.Ф. Chen [259] при моделировании поведения плотины Пайн-Флэт (Pine Flat Dam) для вычисления нелинейного гидродинамического давления на поверхность плотины и соответствующей динамической реакции сооружения применялось определенное сочетание МКР и МКЭ (были использованы изопараметрические четырехузловые четырехугольные конечные элементы). Выполнялись

различные варианты расчетов в постановках, учитывающих и не учитывающих наличие поверхностных волн, конвективных ускорений и т.д. Четыре характерных записи землетрясений использовались в качестве соответствующих расчетных исходных данных. Заметим, что определенные при этом результаты включают горизонтальные перемещения плотины как жесткого целого, горизонтальные перемещения нежесткого сооружения, а также перемещения нежесткого сооружения в условиях одновременного действия горизонтальных и вертикальных движений поверхности земли. Для вычисления коэффициента гидродинамического воздействия на жесткую поверхность плотины можно использовать формулу

$$C_F = 0.525 \cdot a_h + a_v, \quad (1.4.1)$$

где  $a_h$  и  $a_v$  – отношения соответственно горизонтальной и вертикальной составляющих ускорения земли к ускорению, обусловленному силой тяжести.

Заметим, что также были исследованы зависимости между коэффициентом гидродинамического воздействия, подъемом поверхности воды и временем движения земли. В частности, были установлены следующие факты:

- гибкость плотины может способствовать существенному увеличению коэффициента гидродинамического воздействия, особенно в условиях, когда горизонтальная и вертикальная составляющие ускорения земли возбуждаются одновременно;
- вибрация поверхности плотины и вертикальная составляющая ускорения земли не оказывают сколь-либо значимого влияния на величину и на форму профиля подъема поверхности воды у соответствующей поверхности плотины;
- поверхностные волны, а также нелинейные конвективные ускорения жидкости допускается не учитывать при решении задач динамического расчета применительно к бетонной гравитационной плотине;
- важнейшей и весьма актуальной задачей является разработка корректных методов адекватного определения уровня подъема поверхности воды.

В публикации [284] был представлен так называемый гибридный численный метод решения задач расчетного обоснования плотин из грунтовых материалов, располагающихся на многослойном основании. Авторы применили здесь относительно и оригинальную технику вычисления присоединенных масс и соответствующих нагрузок, вызванных влиянием водохранилища на наклонную (т.е. ориентированную навстречу потоку) поверхность плотины. Для моделирования поведения связанной «сооружение – водохранилище» с использованием метода взвешенных невязок Галеркина были определены функция Грина и матрица функций Грина. Следует отметить, что такая техника не связана с какой-либо аппроксимацией жидкости, размещающейся перед соответствующей поверхностью плотины. В процессе моделирования контактного взаимодействия сооружения и основания сопротивление многослойного основания было оценено с привлечением специальных матриц послойного перехода, область, занимаемая плотиной дискретизировалась при этом в рамках МКЭ. Была введена специальная функция контактного взаимодействия, определенная с применением интерполяционных полиномов и обеспечивающая как надлежащее выполнение условий равновесия во всех внутренних узлах, так и совместность перемещений на контактных поверхностях. В указанной публикации, кроме того, были показаны представляющие несомненный интерес результаты численного моделирования поведения связанных систем типа «сооружение – водохранилище» и «сооружение – основание» (причем непосредственно для плотины La Villita, размещающейся в Мексике, в условиях использования акселерограммы землетрясения S90W El Centro от 18 мая 1940 года). В ходе выполнения расчетов коэффициенты затухания для жидкости и твердого тела брались равными 5%.

В публикации [333] было исследовано несколько (четыре) отличающихся друг от друга конечноэлементных моделей (и соответствующих постановок задач исследований) связанной системы типа «плотина – водохранилище» (стандартная жесткая плотина и несжимаемая жидкость; нежесткая плотина и сжимаемая жидкость; жесткая плотина и сжимаемая жидкость; нежесткая плотина и сжимаемая

жидкость), пригодных для проведения прямого интегрирования по времени на этапе оценки сейсмостойкости бетонной гравитационной плотины при учете динамического контактного взаимодействия. Заметим, что дискретная система уравнений МКЭ, следующая из вариационной постановки метода Галеркина (в давлениях и перемещениях) строится для каждой из указанных моделей. Затем определяются распределения коэффициента динамического давления на поверхность (т.е. ориентированную навстречу потоку) бетонной гравитационной плотины и вычисляются величины гидродинамических давлений в зоне основания плотины для различных моментов времени. Полагается, что плотина сделана из линейно упругого материала, аналогичное допущение принято для жидкости. Проводилось исследование двумерного движения системы «плотина – водохранилище» с небольшими амплитудами. Вязкостью жидкости при этом пренебрегали, соответствующие габаритные размеры водохранилища принимались бесконечными (считая от поверхности плотины). Следует отметить, что при этом принимались во внимание разного рода эффекты, связанные с учетом определенных конструктивных особенностей рассматриваемых плотин, наличием поверхностных волн, сжимаемостью жидкости, нежесткостью плотины, затуханием соответствующего излучения на поверхности водохранилища и прочие. Основными узловыми неизвестными для жидкости (т.е. для водохранилища) являлись давления, а для твердого тела (т.е. для плотины) – перемещения. Области, занимаемые водохранилищем и плотиной, в этом отношении аппроксимировались и моделировались отдельно, а на их контактной поверхности возникали условия связи, связанные с гидродинамическим давлением жидкости на поверхность плотины и ускорениями сооружения, влияющими на жидкость.

В публикации [288] моделировалось поведение высокой арочной плотины при сейсмических воздействиях в условиях учета динамического характера взаимодействия плотины и основания. В частности, анализировалось распространение волн в неоднородной и локально нелинейной среде с применением явной схемы МКЭ при наличии пропускающих границ. Изучаемая здесь плотина *Xiawan* размещена в

верховье реки Lanchuang провинции Yunnan (имеем параболическую плотину двойной кривизны, высота 292 метра). Проектом плотины предусмотрена сейсмичность в 9 баллов при максимально допустимом горизонтальным ускорением  $0.308 \cdot g$  (где  $g$  – коэффициент свободного падения) и максимально допустимым вертикальным ускорением в размере  $2/3$  от максимально допустимого горизонтального. Самая критичная зона сооружения размещена на расстоянии 76 метров от пяты плотины, для анализа состояния данной области использовалась модель Друкера-Прагера (нелинейная). Соответствующая сетка из 1364 трехмерных восьмиузловых конечных элементов была сформирована программным обеспечением автоматически. Для упрощения взаимодействие плотины с водохранилище моделировалось на основе метода присоединенной массы, сжимаемость жидкости в водохранилище не учитывалась. В ходе расчетного обоснования в качестве исходных данных (учитывались поперечные и продольные сейсмические волны) была принята акселерограмма землетрясения и авершока в китайском городе Таншане (Tangshan) провинции Хэбэй от июля 1976 года, причем соответствующая амплитуда была масштабирована до значения равного половине от проектной величины для данного объекта. Для осуществления сопоставительных исследований было рассмотрено три разных способа задания исходных данных: задана одна компонента по направлению потока, задана одна компонента перпендикулярная потоку, заданы все три компоненты. Для надлежащего анализа и учета влияния вышеупомянутой опасной области плотины проводились исследования в условиях трех расчетных случаев: модель без опасной зоны; модель с опасной зоной и определенными линейными свойствами; модель с опасной зоной и нелинейными свойствами.

В публикации [310] был предложен алгоритм вычисления собственных частот и форм колебаний, а также вынужденных колебаний в вакууме гравитационной арочной плотины при частично заполненном водохранилище. Учет гидродинамического давления был выполнен на основе достаточно эффективного алгоритма. Вер-

фикация данного подхода проводилась посредством условной замены плотины относительно простой конструкцией с известными в вакууме свойствами. Затем в качестве опорной стены плотины была принята тонкая прямоугольная пластина, шарнирно опертая по трем сторонам и одним свободным краем. Моделирование последним проводилось в рамках метода подконструкций, при аппроксимации водохранилища использовалась трехмерная линейная постановка, вязкостью жидкости пренебрегали. Расчетный резонанс для рассмотренных примеров сопоставлялся с данными экспериментов. Исследовался и эффект поглощения волны на дне и по берегам водохранилища. Гидродинамическое давление водохранилища вычислялось в рамках МГЭ. Проведено сопоставление решения обратной задачи и соответствующих точных аналитических реакций пластины.

В публикации [235] рассмотрены контактные взаимодействия при оценке сейсмостойкости систем типа «плотина – водный массив», «плотина – скальное основание», «плотина – водный массив – скальное основание» в рамках линейной постановки и нелинейной постановки. При вычислении реакции плотины в условиях приложения гидродинамических воздействий, инициированных водохранилищем водный массив моделировался ансамблем специализированных восьмиузловых конечных элементов в рамках подхода Лагранжа. Отметим, что использовались специальные конечные элементы, учитывающие сжимаемость и колебания поверхности жидкости, в последствие интегрированные в реализующее программное обеспечение NONSAP. Для решения уравнений движения был применен численный метод шагового (step-by-step) интегрирования. В качестве исходных данных была принята акселерограмма землетрясения в Эль-Центро (El-Centro; США, N – S, 1940 год). Реакция плотины характеризовалась амплитудными значениями перемещений и огибающими максимальных растягивающих напряжений. По результатам исследований были сделаны следующие выводы:

– гидродинамические воздействия оказывают значительное влияние на реакции плотины (линейную и нелинейную) при сейсмическом движении основания;

– численный метод шагового интегрирования обладает достаточной эффективностью при линейных и нелинейных расчетах в рамках оценки сейсмостойкости гравитационной арочной плотины, для аппроксимации водного массива могут быть использованы трехмерные восьмиузловые конечные элементы в рамках подхода Лагранжа;

– учет гидродинамических воздействий, наряду с гибкостью основания значительно увеличивает линейную и нелинейную реакции плотины в ходе проведения сейсмических расчетов;

– контактное взаимодействие плотины и водного массива в рамках линейной и нелинейной постановок имеет практически одинаковый характер для жесткого и нежесткого оснований;

– гидродинамические воздействия оказывают влияние на распределение максимальных растягивающих напряжений на соответствующих гранях плотины (это верно и одинаково для жесткого и нежесткого оснований);

– контактное взаимодействие водного массива и плотины оказывает более существенное воздействие на реакцию плотины с нежестким основанием, чем на реакцию плотины с жестким основанием (данная ситуация справедлива для линейной и нелинейной постановок);

– для значительной части соответствующих граней плотины наблюдаются чрезмерные растягивающие напряжения, связанные с гидродинамическими воздействиями, инициированными водным массивом (это справедливо для линейной и нелинейной постановок).

В публикации [239] описаны численные модели аппроксимации колебания поверхности жидкости в резервуаре при сейсмическом воздействии. Верификация (валидация) этих моделей была выполнена путем сопоставления полученных результатов с экспериментальными данными. Заметим, что стандартный способ создания численных моделей заключается в изучении экспериментальных результатов. В условиях отсутствия этих результатов нужно выполнить несколько тестов,

что и было сделано авторами с целью оценить влияние наполненного резервуара и основания. По результатам исследований было установлено, что для моделирования сооружения следует использовать МКЭ, а для водного массива – метод сглаженных частиц. Тем не менее, при моделировании связанной системы «сооружение – жидкость» можно использовать постановку Эйлера и постановку Лагранжа – Эйлера (наиболее целесообразно, если учет воздуха (при его наличии) связан с существенным изменением результатов).

Следует отметить, что в статье [255] описаны некоторые результаты, связанные с динамическим поведением бетонных плотин, взаимодействующих с водохранилищем, покрытым льдом.

В публикациях [303-305] описан алгоритм расчета связанной системы «плотина – водохранилище» (плотина здесь полагается упругой). Вязкостью и сжимаемостью воды пренебрегают, использовалась постановка задачи в давлениях. При проведении расчетных обоснований было учтено конструктивное демпфирование материала плотины и радиационное демпфирование воды. Решение применительно к связанной системе было определено путем отдельного решения вышеперечисленных двух подсистем с итерационным процессом, аппроксимирующем их контактное взаимодействие.

В публикации [248] исследовалось влияние характеристик скального основания на стохастические динамические характеристики системы «плотина – водохранилище – основание» под действием сейсмических нагрузок в рамках подхода Лагранжа. В публикации [291] был представлен новый метод сейсмического расчета резервуаров в трехмерной постановке. В статье [300] представлен обзор упрощенных подходов к анализу поведения водонапорных резервуаров при сейсмических воздействиях и подходов к применению программных комплексов общего назначения для расчетного обоснования соответствующих связанных систем «сооружение – жидкость – основание». В публикации [234] было изучено влияние уровня воды в водохранилище на нелинейное динамическое поведение арочных плотин. В публикации

[298] была представлена трехмерная дискретная модель для динамического расчета плотины Кабрил (Cabril) с учетом наличия температурно-усадочных швов. В статье [320] были исследованы различные подходы к модальному анализу бетонной плотины на некотором временном интервале. В публикации [37], отмеченной в [50], описан численно-аналитический подход к расчету связанной системы «плотина – водохранилище», основанный на так называемых основных формах колебаний. В статье Н. Shariatmadar и Mirhaj Adel, указанной в [50], рассмотрены гидродинамические давления, возникающие вследствие действия сейсмических нагрузок и решение связанной задачи «сооружение – жидкость».

### **1.5. Основные результаты и выводы по Главе 1**

1. Проведено обзорно-аналитическое исследование современных постановок, численных методов и программных комплексов для расчетов высоконапорных бетонных плотин при сейсмических воздействиях, в том числе рассмотрены
  - традиционные (классические) и современные постановки и методы расчета гидротехнических конструкций и сооружений;
  - основы статического и динамического расчета пространственных комбинированных систем в рамках метода конечных элементов;
  - некоторые общие принципы моделирования взаимодействия сооружения и жидкости;
  - современные методы моделирования контактного взаимодействия сооружения и жидкости.
2. По результатам выполненного обзорно-аналитического исследования существующих российских и зарубежных подходов к расчету высоконапорных бетонных арочных плотин при статических и сейсмических воздействиях обоснована необходимость развития методик адекватного численного моделирования трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище».

## Глава 2

### МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ СИСТЕМЫ «ОСНОВАНИЕ – ПЛОТИНА – ВОДОХРАНИЛИЩЕ» ПРИ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ И СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

#### 2.1. Уравнения, определяющие поведение жидкости в рамках акустического приближения

При изучении проблем взаимодействия жидких и твердых тел в рамках акустического приближения уравнение движения для твердого тела следует рассматривать совместно с уравнениями Навье-Стокса (уравнение неразрывности и уравнение движения).

Уравнение неразрывности имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0, \quad (2.1.1)$$

где  $\rho$  – плотность;  $v_x, v_y, v_z$  – компоненты вектора скорости в направлениях осей  $x, y, z$  (здесь и далее будем полагать, что используется декартова система координат);  $t$  – время.

Уравнения движения имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v_x}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y v_x)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z v_x)}{\partial z} = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + R_x + \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_e \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + T_x; \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v_y}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x v_y)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z v_y)}{\partial z} = \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + R_y + \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_e \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + T_y; \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v_z}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x v_z)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y v_z)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z v_z)}{\partial z} = \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial x} + R_z + \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_e \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + T_z, \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

где  $g_x, g_y, g_z$  – проекции ускорения в глобальной системе координат,  $\mu_e$  – эффективная вязкость;  $R_x, R_y, R_z$  – распределенные сопротивления;  $T_x, T_y, T_z$  – члены, обусловленные потерями на внутреннее трение.

Выполняя на основании (2.1.1)-(2.1.4) известные преобразования в предположениях о сжимаемости жидкости и отсутствии среднего потока, можем получить волновое уравнение:

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_0} \nabla p \right) - \frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left[ \frac{4\mu}{3\rho_0} \nabla \left( \frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \right) \right] = - \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{Q}{\rho_0} \right) + \nabla \cdot \left[ \frac{4\mu}{3\rho_0} \nabla \left( \frac{Q}{\rho_0} \right) \right], \quad (2.1.5)$$

где  $c = \sqrt{K/\rho_0}$  – скорость звука в жидкости;  $\rho_0$  – средняя плотность жидкости;  $K$  – объемный модуль упругости;  $\mu$  – динамическая вязкость;  $p$  – акустическое давление;  $Q$  – массовый член (см. уравнение (2.1));  $\nabla \cdot$  – оператор дивергенции;  $\nabla$  – оператор градиента.

## 2.2. Конечноэлементное моделирование поведения жидкости в рамках акустического приближения

Конечноэлементная постановка может быть получена из (2.1.5) посредством использования процедур метода Галеркина:

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega_F} \frac{1}{\rho_0 c^2} w \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} dv + \iiint_{\Omega_F} \nabla w \cdot \left( \frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} \nabla \frac{\partial p}{\partial t} \right) dv + \iiint_{\Omega_F} \nabla w \cdot \left( \frac{1}{\rho_0} \nabla p \right) dv - \\ - \iint_{\Gamma_F} w \left( \frac{1}{\rho_0} + \frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \hat{n} \nabla p ds + \iint_{\Gamma_F} w \frac{4\mu}{3\rho_0^2} \hat{n} \nabla Q ds = \iiint_{\Omega_F} w \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial Q}{\partial t} dv + \iiint_{\Omega_F} \nabla w \cdot \left( \frac{4\mu}{3\rho_0^2} \nabla Q \right) dv, \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

где  $dv$  – дифференциальный элемент акустического объема  $\Omega_F$ ;  $ds$  – дифференциал на поверхности  $\Gamma_F$ ;  $\hat{n}$  – вектор внешней нормали,

Из уравнения (2.1.2)-(2.1.4) следует, что нормальная скорость на границе акустической области определяется формулой:

$$\frac{\partial v_{n,F}}{\partial t} = \hat{n} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = - \left( \frac{1}{\rho_0} + \frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \hat{n} \nabla p + \frac{4\mu}{3\rho_0^2} \hat{n} \nabla Q. \quad (2.2.2)$$

Подставив (2.2.2) в (2.2.1), получим «слабую» формулировку (2.5):

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega_F} \frac{1}{\rho_0 c^2} w \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} dv + \iiint_{\Omega_F} \nabla w \cdot \left( \frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} \nabla \frac{\partial p}{\partial t} \right) dv + \iiint_{\Omega_F} \nabla w \cdot \left( \frac{1}{\rho_0} \nabla p \right) dv + \\ + \iint_{\Gamma_F} w \frac{\partial^2 v_{n,F}}{\partial t^2} ds = \iiint_{\Omega_F} w \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial Q}{\partial t} dv + \iiint_{\Omega_F} \nabla w \cdot \left( \frac{4\mu}{3\rho_0^2} \nabla Q \right) dv. \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Пусть  $\bar{u}_F$  – вектор скорости частицы жидкости. Имеем:

$$\frac{\partial v_{n,F}}{\partial t} = \hat{n} \frac{\partial^2 \bar{u}_F}{\partial t^2}. \quad (2.2.4)$$

С учетом (2.2.4) можем переписать (2.2.3) в виде:

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega_F} \frac{1}{\rho_0 c^2} w \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} dv + \iiint_{\Omega_F} \nabla w \cdot \left( \frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} \nabla \frac{\partial p}{\partial t} \right) dv + \iiint_{\Omega_F} \nabla w \cdot \left( \frac{1}{\rho_0} \nabla p \right) dv + \\ + \iint_{\Gamma_F} w \hat{n} \frac{\partial^2 \bar{u}_F}{\partial t^2} ds = \iiint_{\Omega_F} w \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial Q}{\partial t} dv + \iiint_{\Omega_F} \nabla w \cdot \left( \frac{4\mu}{3\rho_0^2} \nabla Q \right) dv. \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

Как видно, основными неизвестными в уравнении (2.2.5) являются давление жидкости  $p$  и компоненты скорости соответствующего твердого тела  $v_{x,F}, v_{y,F}, v_{z,F}$ . Соответствующие выражения для аппроксимации узловых неизвестных в пределах конечного элемента через функции формы имеют вид:

$$\bar{p} = N_p^T \bar{p}_e; \quad (2.2.6)$$

$$\bar{u} = N_u^T \bar{u}_e, \quad (2.2.7)$$

где  $N_p$  – функция формы конечного элемента для давлений;  $N_u$  – функция формы

конечного элемента для перемещений;  $\bar{P}_e$  – вектор узловых значений давлений (элементный);  $\bar{u}_e$  – вектор узловых значений перемещений (элементный) с компонентами  $u_{xe}, u_{ye}, u_{ze}$ .

На основании (2.2.6) имеем соответствующие выражения для вторых производных по времени и виртуального приращения давления:

$$\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial t^2} = N_p^T \ddot{\bar{p}}_e; \quad (2.2.8)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = N_u^T \ddot{\bar{u}}_e; \quad (2.2.9)$$

$$\delta \bar{p} = N_p^T \delta \bar{p}_e. \quad (2.2.10)$$

Подставив (2.2.6), (2.2.7) в (2.2.5) можем переписать (2.1.5) в виде:

$$\begin{aligned} & \left( \iiint_{\Omega_F} \frac{1}{\rho_0 c^2} N_p N_p^T dv \right) \ddot{\bar{p}}_e + \left( \iiint_{\Omega_F} \frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} (\nabla N_p)^T (\nabla N_p) dv \right) \ddot{\bar{p}}_e + \left( \iiint_{\Omega_F} \frac{1}{\rho_0} (\nabla N_p)^T (\nabla N_p) dv \right) \ddot{\bar{p}}_e + \\ & + \left( \iint_{\Gamma_F} N_p \bar{n}^T N_u^T ds \right) \ddot{\bar{u}}_{e,F} = \left( \iiint_{\Omega_F} \frac{1}{\rho_0} N_p N_p^T dv \right) \ddot{\bar{q}} + \left( \iiint_{\Omega_F} \frac{4\mu}{3\rho_0^2} (\nabla N_p)^T (\nabla N_p) dv \right) \ddot{\bar{q}}, \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

где  $\bar{n}$  – вектор внешней нормали на границе жидкости;  $\bar{q}$  и  $\ddot{\bar{q}}$  – вектор узловых массовых членов и соответствующая первая производная по времени.

Матричное представление уравнения (2.2.11) следующее:

$$M_F \ddot{\bar{p}}_e + C_F \ddot{\bar{p}}_e + K_F \bar{p}_e + \bar{\rho}_0 R^T \ddot{\bar{u}}_{e,F} = \ddot{f}_F, \quad (2.2.12)$$

где

$$M_F = \bar{\rho}_0 \iiint_{\Omega_F} \frac{1}{\rho_0 c^2} N_p N_p^T dv; \quad (2.2.13)$$

$$C_F = \bar{\rho}_0 \iiint_{\Omega_F} \frac{4\mu}{3\rho_0^2 c^2} (\nabla N_p)^T (\nabla N_p) dv; \quad (2.2.14)$$

$$K_F = \bar{\rho}_0 \iiint_{\Omega_F} \frac{1}{\rho_0} (\nabla N_p)^T (\nabla N_p) dv; \quad (2.2.15)$$

$$R^T = \iint_{\Gamma_F} N_p \bar{n}^T N_u^T ds; \quad (2.2.16)$$

$$\bar{f}_F = \bar{\rho}_0 \left( \iiint_{\Omega_F} \frac{1}{\rho_0} N_p N_p^T dv \right) \bar{q} + \bar{\rho}_0 \left( \iiint_{\Omega_F} \frac{4\mu}{3\rho_0^2} (\nabla N_p)^T (\nabla N_p) dv \right) \bar{q}; \quad (2.2.17)$$

$M_F$  – матрица масс для акустической жидкости;  $C_F$  – матрица демпфирования для акустической жидкости;  $K_F$  – матрица жесткости для акустической жидкости;  $R^T$  – граничных условий для акустической жидкости (связующая матрица);  $\bar{f}_F$  – вектор нагрузок для акустической жидкости.

### 2.3. Переход к связанной задаче «сооружение – жидкость»

На границе между жидкостью и твердым телом задаются условия:

$$\bar{\bar{\sigma}}(\bar{u}_s) \bar{n} + p \bar{n} = 0; \quad (2.3.1)$$

$$\bar{n} \cdot \bar{u}_s - \bar{n} \cdot \bar{u}_F = 0, \quad (2.3.2)$$

где  $\bar{\bar{\sigma}}(\bar{u}_s)$  – вектор напряжений для твердого тела (сооружение, основание);  $p$  – акустическое давление;  $\bar{u}_s$  – перемещения в твердом теле;  $\bar{u}_F$  – перемещения в акустической жидкости;  $\bar{n}$  – вектор внешней нормали для области, занимаемой жидкостью (нормаль к поверхности контакта); второе условие фактически отражает отсутствие трения между средами.

Для адекватного описания взаимодействия жидкости с твердым телом в правую часть уравнения движения твердого тела добавляется давление жидкости, действующее на границе.

Соответствующее определяющее уравнение имеет вид:

$$(M_F + S_F) \bar{\ddot{p}} + C_F \bar{\dot{p}} + K_F \bar{p} + \bar{\rho}_0 R^T \bar{u} = \bar{f}_F. \quad (2.3.3)$$

Элементный вектор давлений жидкости  $\bar{f}_e^{pr}$  на контактной поверхности  $S$  может быть получен посредством интегрирования давлений по соответствующей

поверхности:

$$\bar{f}_e^{pr} = \iint_{\Gamma_i} N' p \bar{n} ds, \quad (2.3.4)$$

где  $N'$  – матрица функций формы, используемая для аппроксимации поля перемещений в пределах конечного элемента твердого тела.

Принимая во внимание (2.2.6), можем переписать (2.3.4) в виде

$$\bar{f}_e^{pr} = \iint_{\Gamma_i} N' N^T \bar{n} ds \bar{p}_e. \quad (2.3.5)$$

Рассмотрев совместно (2.3.5) и (2.2.16), можем заключить, что

$$\bar{f}_e^{pr} = R \bar{p}_e. \quad (2.3.6)$$

Подставив (2.3.6) в (2.2.12), получим определяющее уравнение движения для конечного элемента твердого тела:

$$M_S \bar{\ddot{u}}_e + C_S \bar{\dot{u}}_e + K_S \bar{u}_e - R \bar{p}_e = \bar{f}_S. \quad (2.3.7)$$

где  $M_S$ ,  $C_S$ ,  $K_S$  – соответственно матрицы масс демпфирования и жесткости для твердого тела;  $\bar{f}_F$  – вектор нагрузок для твердого тела.

Итак, уравнения (2.2.12) и (2.3.7) определяют конечноэлементную формулировку связанной задачи «твердое тело – жидкость»:

$$\begin{bmatrix} M_S & 0 \\ \bar{\rho}_0 R^T & M_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\ddot{u}}_e \\ \bar{\ddot{p}}_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_S & 0 \\ 0 & C_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\dot{u}}_e \\ \bar{\dot{p}}_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_S & -R \\ 0 & K_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_e \\ \bar{p}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{f}_S \\ \bar{f}_F \end{bmatrix}. \quad (2.3.8)$$

В результате решения (2.3.8) определяются значения перемещений в конструкции и давления в акустической жидкости. Для гармонического и модального анализа могут использоваться процедуры симметризации уравнения (2.3.8).

Поясним, что нижний индекс « $F$ » в обозначениях соответствующих матриц отражает их использование применительно к акустическому элементу жидкости (в рамках связанной постановки для системы «твердое тело – жидкость»), нижний индекс « $S$ » соответственно отражает использование матриц применительно к твердому телу.

Для построения матрицы  $R$ , «перевязывающей» уравнения движения твердого тела (сооружения, основания) и уравнения колебаний жидкости в акустическом приближении акустических колебаний жидкости на поверхностях их контакта, целесообразно использовать специальные изопараметрические контактные элементы сирендипова семейства. Узлы контактного элемента геометрически попарно совпадают и образуют два слоя. Узлы первого слоя имеют по три степени свободы, соответствующие поступательным перемещениям по направлениям осей глобальной декартовой системы координат, а узлы второго – по одной степени свободы, соответствующей давлению в жидкости. Для построения конечноэлементной модели связанной задачи контактный элемент стыкуется узлами первого слоя с конечными элементами сооружения (основания), а узлами второго слоя – с конечными элементами, моделирующими жидкость.

В ряде приложений полагается, что фактический уровень поверхности жидкости приподнят по отношению к среднему уровню относительно оси  $z$  на величину  $\eta$ . Соответствующее давление, связанное с колебаниями (свободной) поверхности определяется по формуле

$$p = \rho_F g \eta. \quad (2.3.9)$$

Руководствуясь определением скорости, уравнением переноса количества движения, в дополнение к (2.3.7) можем получить следующее выражение для давления:

$$\frac{1}{\rho_F} \frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{1}{\rho_F g} \ddot{p}. \quad (2.3.10)$$

Выполнив интегрирование по соответствующей колеблющейся поверхности жидкости, получим:

$$\iint_{\Gamma_{SL}} \frac{1}{\rho_F} w \bar{\hat{n}} \cdot \nabla p ds = - \iint_{\Gamma_{SL}} \frac{1}{\rho_F g} w \ddot{p} ds, \quad (2.3.11)$$

где  $\bar{\hat{n}}$  – единичный вектор внешней нормали к поверхности (граничной).

Матричное уравнение, описывающее поведение жидкости в рамках акустической постановки с учетом поверхностных колебаний имеет вид (2.3.2), где

$$S_F = \frac{\tilde{\rho}_0}{g} \iint_{\Gamma_{SL}} \frac{1}{\rho_F} NN^T ds \quad (2.3.12)$$

– матрица, учитывающая поверхностные колебания жидкости.

С учетом (2.3.3) и (2.3.12) уравнение (2.3.8) может быть переписано в виде

$$\begin{bmatrix} M_S & 0 \\ \bar{\rho}_0 R^T & M_F + S_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\bar{u}}_e \\ \ddot{\bar{p}}_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_S & 0 \\ 0 & C_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\bar{u}}_e \\ \dot{\bar{p}}_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_S & -R \\ 0 & K_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_e \\ \bar{p}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{f}_S \\ \bar{f}_F \end{bmatrix}. \quad (2.3.13)$$

## 2.4. Некоторые общие принципы моделирования

### 2.4.1. Об исходных постановках задач.

В общем случае рассматриваемая связанная система состоит из связанных пространственных массивных, одно- и многослойных оболочечных и пластинчатых, мембранных и стержневых фрагментов (подсистем), содержит «абсолютно» жесткие инерционные тела и фрагменты (полости) с жидкостью произвольной формы, может быть полностью или частично погружена в жидкость. Могут учитываться последовательность возведения и влияние предварительного напряжения на жесткость сооружения. Материалы изотропного или ортотропного деформируемого твердого тела (бетон, железобетон, металлы, скальные породы и другие) произвольно распределены по системе. Податливое основание конструкции или сооружения либо включается в рассматриваемую систему, либо моделируется заданными (предварительно определенными) жесткостными, инерционными и диссипативными связями, в частности, по гипотезе Винклера. Учитываются распределенные и сосредоточенные массы и моменты инерции, упругие, инерционные и диссипативные связи точек системы.

Нагрузки и воздействия на систему включают квазистатические (вес, нерав-

номерные произвольно ориентированные поля объемных, поверхностных и линейных нагрузок, сосредоточенные силы и моменты) и динамические (кинематические и силовые) составляющие. Гидродинамические нагрузки может определяться из решения несвязанных стационарных и динамических задач теории поля. Кинематические воздействия сейсмического типа задаются акселерограммами, одинаковыми для всех точек возбуждения системы (платформенная схема).

#### **2.4.2. Об объединении несвязанных конечноэлементных сеток на контактных поверхностях твердого тела и жидкости.**

В практических приложениях, как правило, удобно дискретизировать сооружение и жидкость, используя совершенно разные, не согласованные аппроксимирующие сетки конечных элементов. Вместе с тем, очевидно, что вне зависимости от характера конечноэлементных сеток, применяемых на этапе дискретизации жидкости и сооружения, должны выполняться граничные условия (2.3.1) и (2.3.2) на поверхности их контакта. Таким образом, при решении связанных задач «сооружение – жидкость» достаточно часто возникает необходимость объединения фрагментов несвязанных конечноэлементных сеток, имеющих общую границу [61,290]. Это объединение проводится за счет создания связей между степенями свободы одного узла с одной или несколькими степенями свободы других узлов. Пусть, например, перемещение  $u_x$  узла  $n$  (обозначение  $u_{x,n}$ ) составляет 30% от перемещения  $u_x$  узла  $k$  (обозначение  $u_{x,k}$ ). Соответствующая математическая запись имеет вид:

$$u_{x,k} = 0.3u_{x,n}.$$

Это уравнение, очевидно, может быть переписано в стандартную форму уравнения ограничения:

$$0 = u_{x,k} - 0.3u_{x,n}.$$

Число, лежащее слева от знака равенства, называется постоянным числом уравнения, числа, используемые для умножения на значения степени свободы, име-

нуются коэффициентами. Замена значения коэффициента  $-0.3$  в первом из представленных в настоящем параграфе уравнений на  $-1$ , позволяет непосредственно связать перемещения  $u_x$  узла  $k$  с перемещениями  $u_x$  узла  $n$ . Подобный тип простого уравнения ограничений имеет название «связь» и является специальным случаем уравнений ограничения, в котором коэффициенты всегда имеют значения  $1$  и  $-1$ . Так создается решение, в котором поведение одного узла непосредственно связано с поведением других узлов.

## **2.5. Базовое программное обеспечение для реализации разработанной методики**

Основные верификационные и апробационные исследования в рамках подготовки настоящей диссертации проводились на базе Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) НИУ МГСУ с использованием базового лицензионного универсального программного комплекса (ПК) ANSYS (ANSYS Mechanical). В выбранном базовом ПК на программном уровне реализована численная методика решения динамических задач сейсмостойкости в связанной постановке (рис. 2.5.1). С применением внутреннего языка программирования APDL проведена оптимизация и параметризация многовариантных расчетных исследований.

Вообще, ANSYS – это универсальный многоцелевой конечноэлементный программный комплекс (ПК) мирового уровня (так называемый «тяжелый» конечноэлементный программный комплекс), реализующий развитые схемы метода конечных элементов и метода суперэлементов для статических и динамических расчетов пространственных комбинированных систем. Разработчиком данного ПК является фирма ANSYS, Inc. (США, г. Канонсберг; официальный интернет-сайт компании: <http://www.ansys.com>). Заметим, что под общим названием ПК ANSYS нередко понимают целое семейство программных продуктов компании ANSYS, Inc.

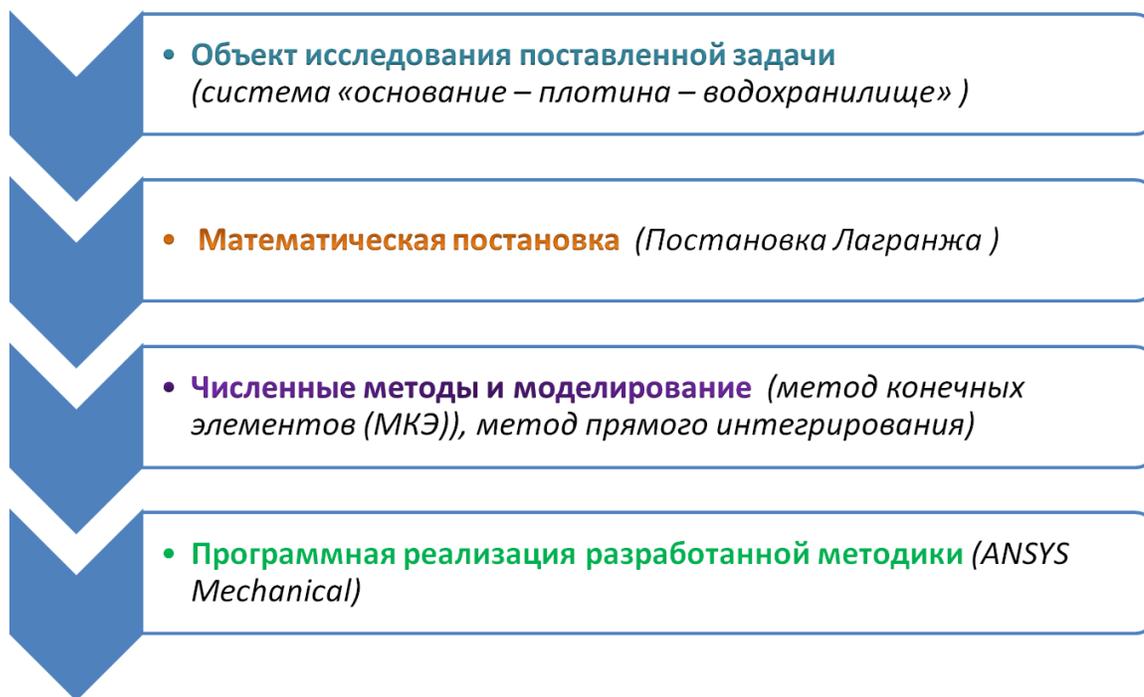


Рис. 2.5.1. Общая структурная схема разработанной методики численного моделирования трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях.

Каждая версия ПК ANSYS включает новые и расширяет прежние возможности программного комплекса, делая последний более быстродействующим, более гибким и удобным в использовании. Несмотря на то, что ПК ANSYS располагает богатыми и сложными возможностями, организационная структура комплекса и «дружеский» графический интерфейс пользователя (рис. 4.10.1) делают изучение и применение данного ПК очень удобным. ПК ANSYS распространен в Российской Федерации и в мире, имеет более полумиллиона легальных пользователей.

Функционально ANSYS Mechanical состоит из следующих трех модулей:

– препроцессор ANSYS-Pre (создание геометрической и конечноэлементной моделей, задание физических параметров материалов, определение граничных и начальных условий и др.);

– решатель (солвер) ANSYS-Solver (задание типа расчета и определение физического времени счета и шага по времени, задание параметров расчета, выбор

численных схем, определение количества итераций на шаге по времени и проведение расчета др.);

– постпроцессора ANSYS-Post (визуализация результатов в виде изображений, видео, графиков и таблиц).

Для проведения многовариантных расчетных исследований конечноэлементных моделей следует создавать специализированные файлы с использованием программ (макросов), написанные на внутреннем языке программирования APDL.

Для решения связанных задач сеймики в ПК ANSYS реализован так называемый Прямой метод (Direct Method), основанный на КЭ-анализе связанных полей с использованием специализированных конечных элементов в постановке Лагранжа. Например, для моделирования связанной системы «основание – плотина – водохранилище» можно использовать конечные элементы SOLID185 (трехмерный восьмиузловой конечный элемент, используемый для моделирования поведения твердого тела, постановка Лагранжа; рис. 2.5.2) или SOLID186 (трехмерный двадцатиузловой однородный конечный элемент, используемый для моделирования поведения твердого тела, постановка Лагранжа; рис. 2.5.3) и FLUID30 (трехмерный восьмиузловой конечный элемент, используемый для моделирования поведения жидкости в рамках акустического приближения; рис. 2.5.4) или FLUID220 (трехмерный двадцатиузловой конечный элемент, используемый для моделирования поведения жидкости в рамках акустического приближения; рис. 2.5.5), соответственно.

Следует пояснить, что используемые конечные элементы FLUID220 характеризуются нулевой сдвиговой жесткостью и имеют по три степени свободы в каждом узле (перемещения  $U_X$ ,  $U_Y$ ,  $U_Z$ ). Элемент SOLID186, реализующий квадратичную аппроксимацию перемещений, адаптирован для применения в составе нерегулярных аппроксимирующих сеток. Свободная поверхность моделируется за счет введения специального «пружинного» эффекта с обязательным заданием гравитационных сил. Следует отметить, что при создании элемента, необходимо стремиться к прямоугольной (кубической) форме, для достижения наилучшей точности.

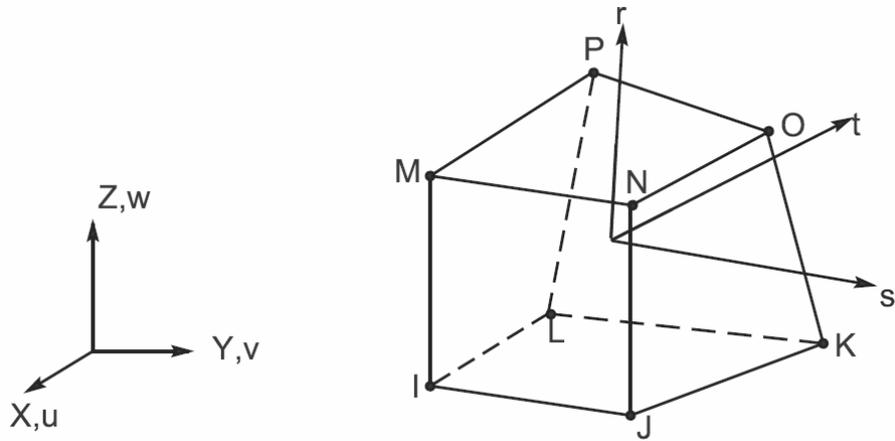


Рис. 2.5.2. Конечный элемент SOLID185 в программном комплексе ANSYS Mechanical [12-15,71,118,220].

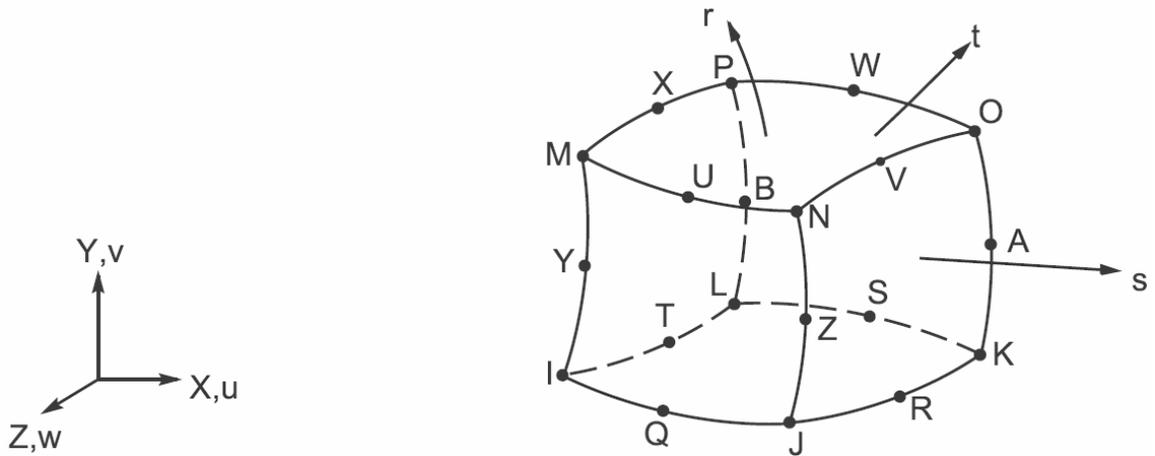


Рис. 2.5.3. Конечный элемент SOLID186 в программном комплексе ANSYS Mechanical [12-15,71,118,220].

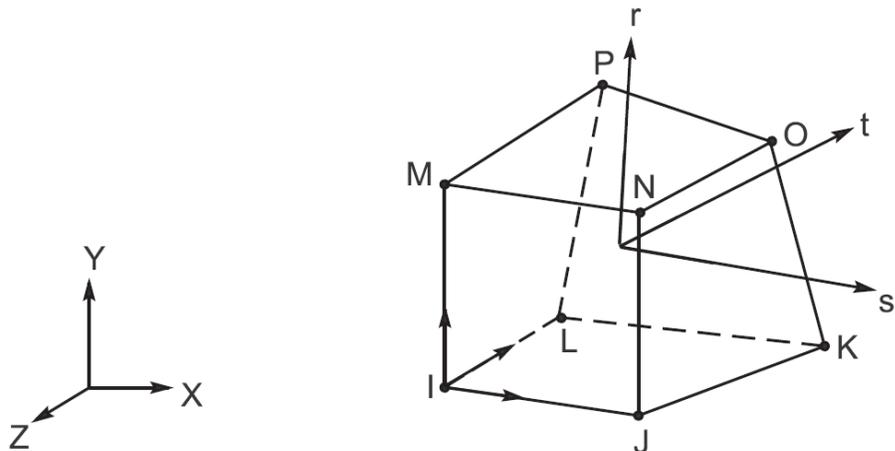


Рис. 2.5.4. Конечный элемент FLUID30 в программном комплексе ANSYS Mechanical [12-15,71,118,220].

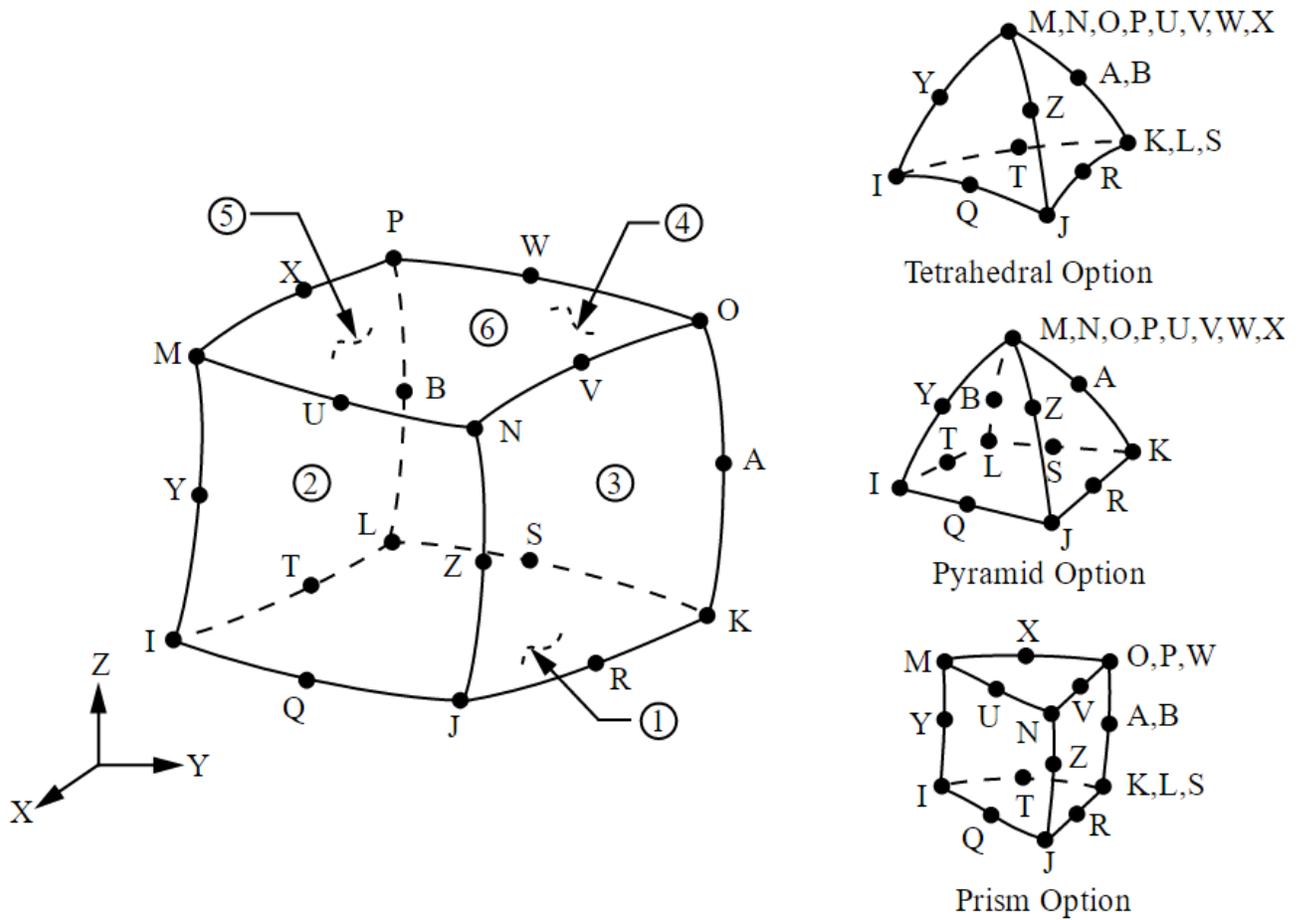


Рис. 2.5.5. Конечный элемент FLUID220 в программном комплексе ANSYS Mechanical [12-15,71,118,220].

В качестве всех граничных, контактирующим с плотиной и/или основанием конечных элементов водохранилища, используются элементы типа FLUID220 или FLUID30 с опцией акустического анализа с FSI интерфейсом (4 степени свободы – давление и 3 перемещения) (постановка Лагранжа-Эйлера), для остальных конечных элементов водохранилища задается опция без FSI интерфейса (1 степень свободы – давление) (постановка Эйлера).

Свойства материала (жидкости), такие как модуль упругости (EX), коэффициент температурного расширения (ALPX), плотность (DENS) и вязкость (VISC), задаются командой MP.

На общих поверхностях жидкости и конструкции накладываются условия совместности перемещений по степеням свободы по нормали к поверхностям с

использованием команды *SP*.

Для вычисления собственных частот и форм колебаний жидкости используется прямой блочный метод Ланцоша, позволяющий проводить вычисления быстрее, чем метод итераций в подпространстве. Вместе с тем, применение метода Ланцоша приводит к понижению точности результатов, поскольку используется сосредоточенная (концентрированная) матрица масс. Для применения данного метода необходимо назначение «мастера степеней свободы» по нормали ко всем узлам свободной поверхности жидкости.

Решение разрешающих систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) выполняется прямым разреженным методом (*Sparse Direct Solver*). В целях учета нелинейных эффектов используется итерационная процедура Ньютона-Рафсона.

При решении задачи в динамической постановке применяется неявный метод Ньюмарка. Параметры интегрирования Ньюмарка  $\alpha$ ,  $\delta$  по умолчанию принимаются равными:  $\alpha = 0.2525$  и  $\delta = 0.505$ . Указанные параметры можно изменять командой *TINTR*.

После выбора типа интегрирования, командой *DELTIM* задается шаг интегрирования по времени. При выборе шага интегрирования по времени следует придерживаться следующих рекомендаций:

– шаг интегрирования необходимо принимать равным или кратным шагу исходного динамического воздействия (например, акселерограммы);

– минимальный рекомендуемый шаг интегрирования определяется исходя из следующих соображений: например, в рассматриваемом сейсмическом диапазоне частот от 0 до 33 Гц период колебаний на наивысшей частоте равен 0.03 с., соответственно  $\Delta t_{\min} = 1/(33 \cdot 6) = 0.005$  с.

Динамическое воздействие в виде акселерограммы задается с использованием команды *ACEL*.

При проведении расчета с учетом общесистемного демпфирования кон-

струкций в ПК ANSYS Mechanical необходимо задать коэффициенты демпфирования Релея ( $\alpha$  и  $\beta$ ).

## 2.6. Собственные программные разработки

Для проведения многовариантных расчетных исследований (в рамках верификации (Глава 3 настоящей диссертации) и апробации (Глава 4 настоящей диссертации) разработанной методики численного моделирования трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях с помощью языка программирования Python и встроенного в ПК ANSYS – языка программирования APDL разработаны программы (специализированные макросы), позволяющие ускорить (автоматизировать) и параметризовать процесс создания расчетных сеток, конечноэлементных моделей (КЭ-моделей) и обработку полученных результатов. Их краткое описание и назначение представлено в таблице 2.6.1.

## 2.7. Основные результаты и выводы по Главе 2

1. Разработана методика численного моделирования статического и динамического НДС произвольных трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище». Методика базируется на следующих составляющих:
  - объемные схемы МКЭ в перемещениях (формулировка Лагранжа);
  - акустическое приближение для водной среды (формулировка Эйлера);
  - численные схемы решения статических задач, частичных проблем собственных значений (блочный метод Ланцоша) и прямого интегрирования уравнений динамики системы (неявная схема Ньюмарка);
  - программно-алгоритмическая реализация в универсальном ПК ANSYS Mechanical в рамках разработанных макросов.

Таблица 2.6.1. Краткое описание собственных программных разработок.

Программный комплекс ANSYS Mechanical	Макросы, параметризация расчетов для верификационных задач (Глава 3 диссертации)	Макросы, параметризация расчетов для апробационной задачи (Глава 4 диссертации)
<b>Препроцессор ANSYS-Pre</b>	<p><b>Benchmark.mac</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Создание объемных КЭ-моделей системы ОПВ</li> <li>➤ Задание физических параметров материалов</li> <li>➤ Задание граничных и начальных условий</li> </ul>	<p><b>Namchien.mac</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Создание геометрической и КЭ-модели</li> <li>➤ Задание физических параметров материалов</li> <li>➤ Задание граничных и начальных условий</li> </ul>
<b>Решатель ANSYS-Solver</b>	<p><b>Benchmark_freq.mac</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Задание параметров расчета собственных частот и форм колебаний системы</li> <li>➤ Расчет собственных частот и форм колебаний</li> </ul>	<p><b>Namchien_freq.mac</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Задание параметров расчета собственных частот и форм колебаний системы</li> <li>➤ Расчет собственных частот и форм колебаний</li> </ul>
	<p><b>Benchmark_stat.mac</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Задание параметров расчета статического НДС системы</li> <li>➤ Расчет статического НДС системы</li> </ul>	<p><b>Namchien_stat.mac</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Задание параметров расчета статического НДС системы</li> <li>➤ Расчет статического НДС системы</li> </ul>
	<p><b>Benchmark_dyn.mac</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Задание трехкомпонентной акселерограммы</li> <li>➤ Задание параметров расчета динамического НДС системы</li> <li>➤ Расчет динамического НДС системы</li> </ul>	<p><b>Namchien_dyn.mac</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Задание трехкомпонентной акселерограммы</li> <li>➤ Задание параметров расчета динамического НДС системы</li> <li>➤ Расчет динамического НДС системы</li> </ul>
<b>Постпроцессор ANSYS-Post</b>	<p><b>Benchmark_res.mac</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Визуализация и обработка результатов расчетов в виде изображений, видео, графиков и таблиц</li> </ul>	<p><b>Namchien_res.mac</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Визуализация и обработка результатов расчетов в виде изображений, видео, графиков и таблиц</li> </ul>

2. Созданные собственные программные разработки (макросы), полностью адаптированы для всесторонней верификации и апробации методики численного моделирования статического и динамического НДС произвольных трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище».

## Глава 3

---

### ВЕРИФИКАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ СИСТЕМЫ «ОСНОВАНИЕ – ПЛОТИНА – ВОДОХРАНИЛИЩЕ» ПРИ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ И СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

#### 3.1. Обоснование выбора верификационных задач

Как уже отмечалось в первой главе настоящей диссертации, проблема моделирования поведения системы «основание – плотина – водохранилище» при сейсмических воздействиях берет свое начало с аналитического решения, полученного Вестергардом для гидродинамического давления идеальной несжимаемой жидкости на вертикальную стенку полубесконечного абсолютно жесткого резервуара при гармонической внешней нагрузке [339]. Историко-научный процесс последовательного уточнения и усложнения расчетных аналитических моделей для учета существенных факторов (поверхностные гравитационные волны, влияние донных наносов, податливость и геометрические формы сооружения, резонансная реакция и др.) подробно описан, в частности, в известных монографиях С.Г. Шульмана [228-230]. Рассмотренные постановки связанных динамических задач гидроупругости, а также полученные сложные и «красивые» аналитические решения, обладающие неоспоримой научной и практической ценностью, положены в основу нормативных методик учета влияния водохранилища на динамические характеристики и сейсмическую реакцию гидротехнических сооружений [194,208].

На сегодняшний день, для расчетной оценки динамического НДС связанных систем, в том числе гидротехнических сооружений, разработано и апробировано множество различных подходов и методов. В связи с ростом потребности в расчетах более сложных связанных задач, инженерные аналитические методы решения проблем данного типа уступают место современным численным методам динамического расчета. Но и среди численных методов имеются разные подходы в вопросе

учета влияния жидкости на сооружение, что в свою очередь делает актуальной задачу сопоставления различных методов расчета связанных систем.

Международная комиссия по большим плотинам (ICOLD), начиная с 1991 года, один раз в два года проводит международные семинары по вопросам численного моделирования поведения плотин. Основными целями данных семинаров являются обмен опытом в области расчетного обоснования гидротехнических сооружений, интерпретация результатов различных расчетных методов, а также обсуждение их теоретической и практической значимости.

На XII Международном семинаре, проходившем в Испании в 2011 году, был опубликован бенчмарк (контрольная задача, тест) «взаимодействие арочной плотины водохранилища и основания при сейсмическом воздействии» [290].

По данному бенчмарку был проведен целый ряд расчетных исследований и выполнено сопоставление полученных результатов с данными других участников. На основании этого сопоставления была проведена верификация разработанной методики численного моделирования поведения трехмерных динамических систем «основание – плотина – водохранилище» при сейсмических воздействиях.

## **3.2. Комплекс верификационных задач расчета арочной плотины на сейсмические воздействия**

### **3.2.1. Общие сведения.**

В рамках бенчмарка всем заинтересованным лицам была предложена для расчетов конечноэлементная модель арочной плотины с заданными свойствами материалов, граничными условиями и параметрами сейсмического воздействия, заданными трехкомпонентной акселерограммой. В бенчмарке участвовали 12 коллективов ученых из 9 стран (Швейцария, Голландия, Франция, Германия, Швеция, Италия, Иран, Румыния и Австрия). Расчеты можно было проводить в любом доступном участникам программном комплексе, а учет влияния жидкости задавать

одним из трех предложенным способом:

- базовый «инженерный» метод присоединенных масс, распределенных на напорной грани по Вестергарду [339];
- метод конечных элементов с использованием акустических конечных элементов;
- метод конечных элементов с использованием элементов жидкости с учетом поверхностных гравитационных волн.

На выбор было предложено два варианта конечноэлементной сетки: грубая (крупная) и подробная (мелкая). Граничные условия и свойства материалов принимались одинаковыми всеми участниками.

Симметричная арочная плотина (рис. 3.2.1) имеет общую высоту 220 метров, ширину гребня 430 метров и ширину в основании 80 метров. Основание также имеет плоскость симметрии. Общая высота основания составляет 500 метров и размеры основания в горизонтальной плоскости 1000x1000 метров (рис. 3.2.2).

При моделировании в рамках рассматриваемой задачи взаимодействия сооружения с жидкостью (FSI) используются акустические конечные элементы, конечноэлементная аппроксимация и соответствующая модель водохранилища учитывают наличие поверхностных гравитационных волн. Модель имеет длину 460 метров (что более чем в 2 раза больше, чем высота арочной плотины).

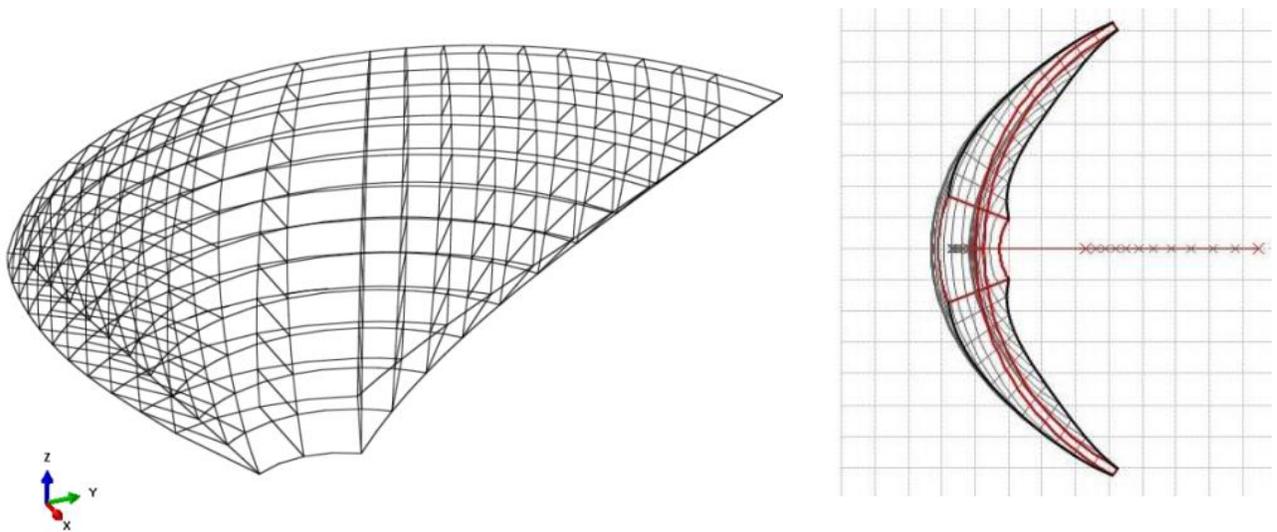
В качестве исходных данных для построения конечноэлементной модели используют текстовые файлы с координатами узлов и элементов.

В таблице 3.2.2 перечислены участники, используемые программные комплексы, тип конечноэлементной сетки и метод учета жидкости.

Некоторые из участников предоставили результаты по нескольким подходам к моделированию, но для сравнения был использован только один из них.

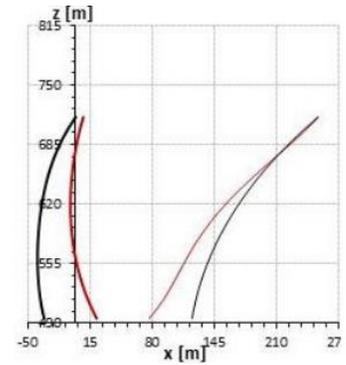
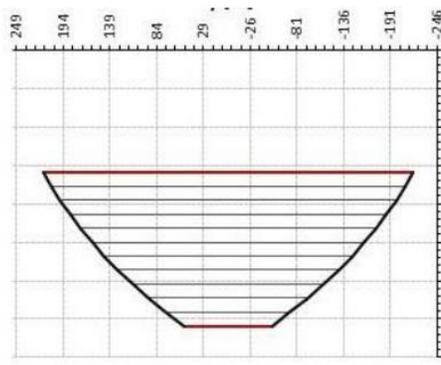
Все участники бенчмарка должны были выполнить ряд расчетов и предоставить результаты, включающие в себя:

- собственные частоты и формы колебаний конструкции;



Геометрическая модель арочной плотины

Вид сверху



Вид спереди

Центральное сечение

Рис. 3.2.1. Геометрические параметры рассматриваемой арочной плотины.

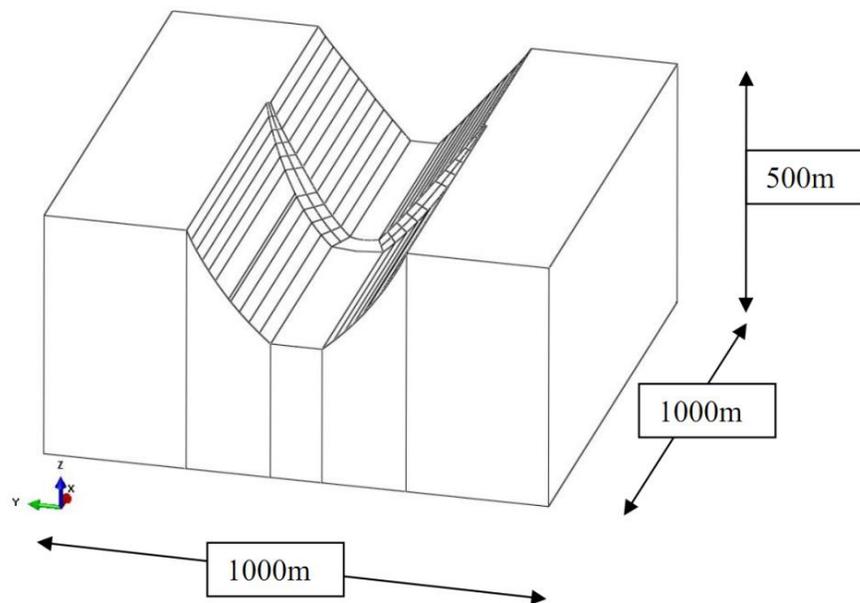


Рис. 3.2.2. Геометрические параметры основания.

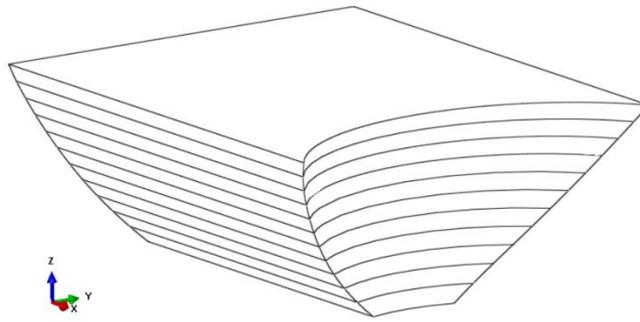


Рис. 3.2.3. Геометрические параметры водохранилища.

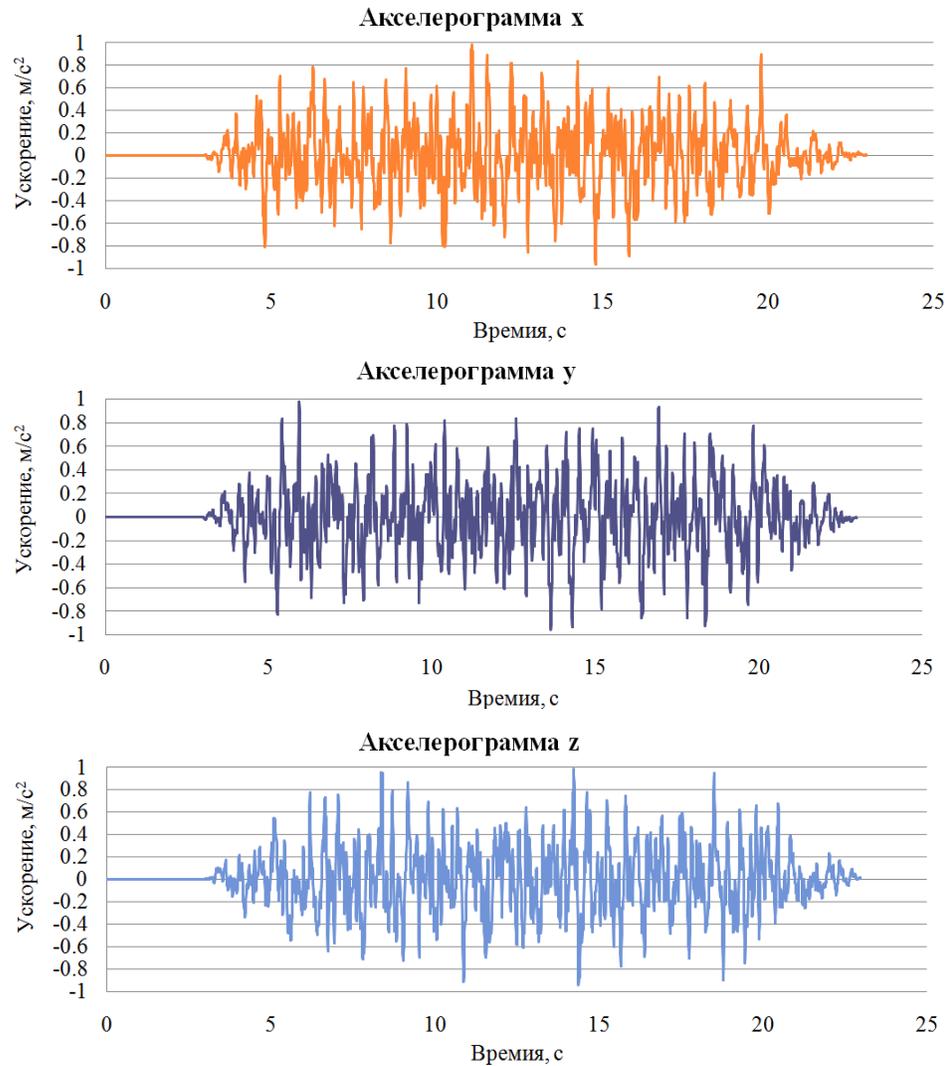


Рис. 3.2.4. Трехкомпонентная акселерограмма ( $a_{max} \sim 0.1g$ ).

– перемещения и напряжения в характерных сечениях сооружения при статических нагрузках;

– перемещения и напряжения в характерных сечениях сооружения при сейсмическом воздействии, заданном трехкомпонентной акселерограммой (рис. 3.2.4).

Таблица 3.2.1. Свойства материалов системы.

Элемент модели	Плотность (кг/м <sup>3</sup> )	Коэффициент Пуассона	Модуль упругости (МПа)	Динамическая вязкость (Па·с)	Скорость звука в жидкости $\nu$ , м/с
Основание	0	0.2	25000	-	-
Плотина	2400	0.167	27000	-	-
Вода	1000	-	-	0.001	1450

Таблица 3.2.2. Участники, программные комплексы и подходы.

№	Участники	Программный комплекс	Модель жидкости	КЭ-модель
<b>A</b>	G. Maltidis	ABAQUS	Акустические элементы	Базовая
<b>B</b>	W. Kikstra, F. Sirumbal, G.Schreppers	DIANA	Акустические элементы	Базовая
<b>C</b>	G. Faggiani, P. Masarati	CANT-SD	Акустические элементы	Базовая
<b>D</b>	A. Tzenkov, A. Abiati, G. Gatto	DIANA	Акустические элементы	Базовая
<b>E</b>	M. Chambart	DIANA	Присоединенная масса (Westergaard)	Подробная
<b>F</b>	A. Popovici, C. Ilincă, R. Vârvorea	ABAQUS	Присоединенная масса (Westergaard)	Базовая
<b>G</b>	R. Malm, C. Pi Rito, T. Gasch C.Hassanzadeh, C. Rydell	ABAQUS	Акустические элементы	Подробная
<b>H</b>	M. Brusin	FENASEC-CONI-PP	Присоединенная масса (Westergaard)	Подробная
<b>I</b>	S. Shahriari	ANSYS	Присоединенная масса (Westergaard)	Базовая
<b>J</b>	A. Frigerio, G.Mazzà	COMSOL	Акустические элементы	Базовая
<b>K</b>	A.Diallo, E. Robbe	CODE_ASTER	Присоединенная масса (Westergaard)	Базовая
<b>REF</b>	<b>M. Goldgruber</b>	ABAQUS	Акустические элементы	Базовая
<b>Автор</b>	<b>Нгуен Тай Нанг Лыонг</b>	<b>ANSYS</b>	<b>Акустические элементы</b>	<b>Базовая</b>

По результатам всех участников, строились сводные графики, для сопоставительного анализа и визуализации расчетных данных.

### 3.2.2. Расчетная конечноэлементная модель системы «основание – плотина – водохранилище».

Для проведения расчетов был выбран «тяжелый» верифицированный в системе Российской академии архитектуры и строительных наук (РААСН) программный комплекс ANSYS Mechanical. Принята «базовая» КЭ-модель, как у большинства участников бенчмарка. Моделирование массива жидкости выполнялось двадцатиузловыми шестигранными изопараметрическими конечными элементами FLUID220. Всем торцевым элементам водохранилища и элементам контактирующим с плотиной и основанием назначалась опция акустического анализа с FSI интерфейсом (четыре степени свободы – давление и три перемещения), остальным элементам водохранилища устанавливалась опция без FSI интерфейса (одна степень свободы – давление). Основание и плотина моделировались объемными двадцатиузловыми элементами SOLID186 (объемный (трехмерный) гексаэдрический квадратичный элемент, имеющий двадцать узлов).

На основе текстового файла составлена конечноэлементная модель системы «основание – плотина – водохранилище», используемая в расчетах и показанная на рис. 3.2.5, 3.2.6, соответствующие размерности представлены в таблице 3.2.3.

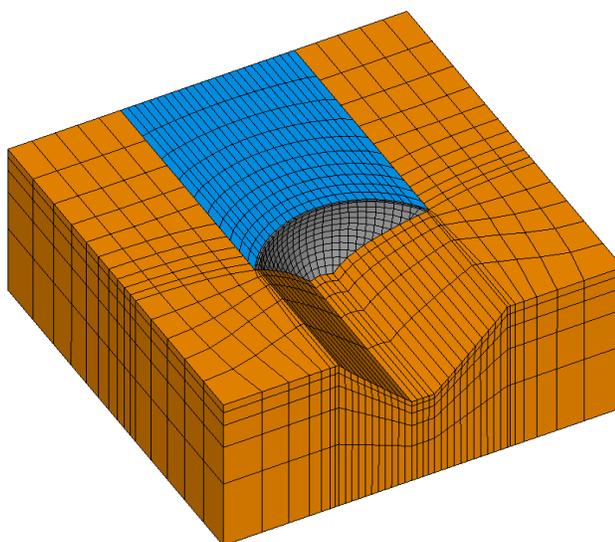


Рис. 3.2.5. Конечноэлементная модель системы «основание – арочная плотина – водохранилище».

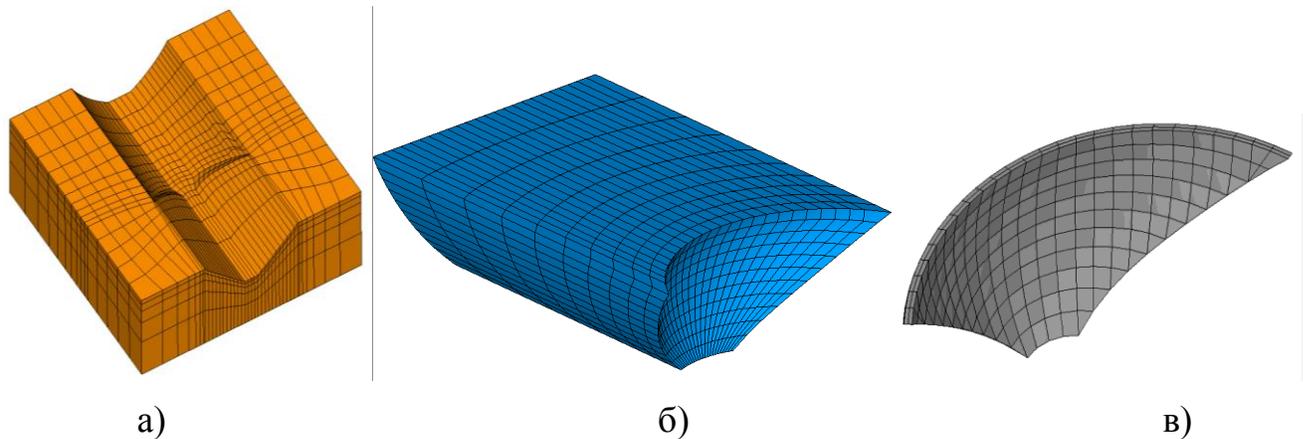


Рис. 3.2.6. Конечноэлементные модели системы «основание – арочная плотина – водохранилище»: а) основание; б) водохранилище; в) плотина.

Таблица 3.2.3. Размерность «базовой» конечноэлементной модели.

Параметр расчетной модели	Арочная плотина	Основание	Водохранилище
Количество узлов	13733	13298	12493
Количество элементов	2736	2700	2640
Тип элементов	SOLID186 (SOLID185)	SOLID186 (SOLID185)	FLUID220 (FLUID30)

### 3.2.3. Параметры расчетов.

На всех внешних поверхностях основания, кроме русла и верхней поверхности, ограничивались перемещения по нормали. На контактных поверхностях «основание – водохранилище» и «плотина – водохранилище» назначалось условие FSI и объединялись степени свободы по трем направлениям. На торцевой поверхности водохранилища ограничивались перемещения по нормали. На свободной поверхности жидкости назначалось нулевое давление. Всем торцевым элементам водохранилища и элементам контактирующим с плотиной и основанием назначалась опция акустического анализа с FSI интерфейсом (четыре степени свободы – давление и три перемещения), остальным элементам водохранилища устанавливалась опция без FSI интерфейса (одна степень свободы – давление).

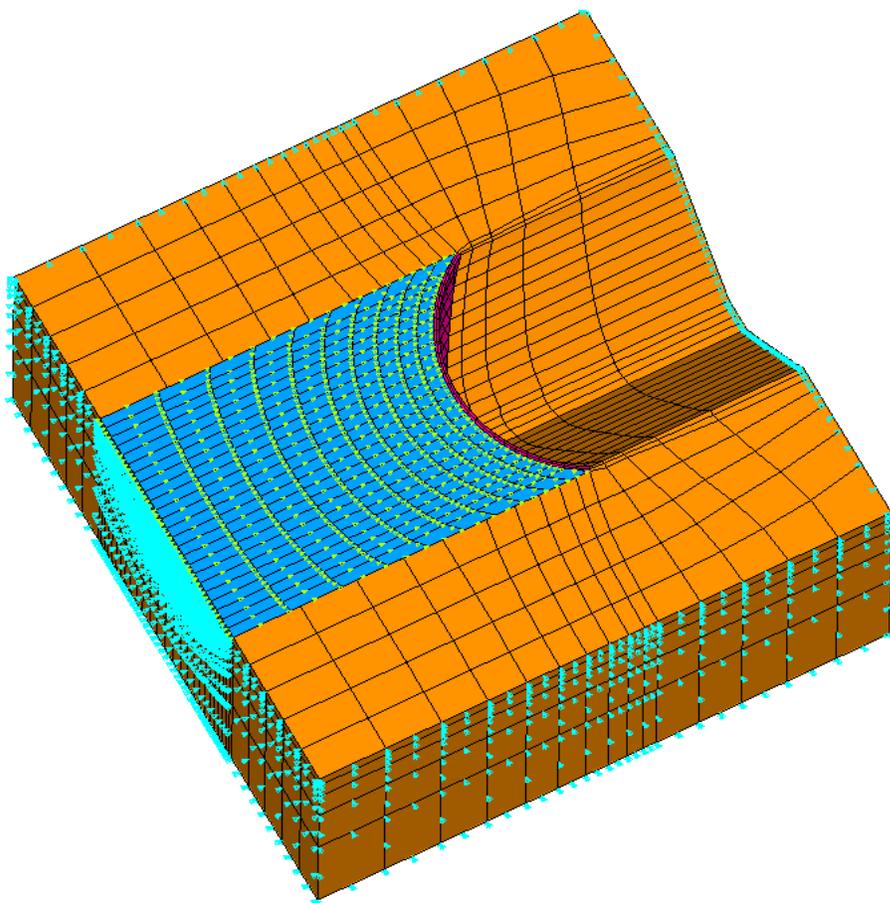


Рис. 3.2.7. Конечноэлементная модель с визуализацией граничных условий.

Для вычисления собственных частот и форм колебаний гидроупругой системы использовался блочный метод Ланцоша.

Для решения задачи в динамической постановке применялся неявный метод Ньюмарка ( $\alpha = 0.2525$  и  $\delta = 0.505$ ). Шаг интегрирования для сейсмического расчета принимался равным  $\Delta t = 0.01$  с.

### **3.2.4. Расчет собственных частот и форм колебаний плотины.**

Для анализа жесткостных характеристик системы «основание – плотина – водохранилище» выполнен расчет собственных частот и форм колебаний. Результаты сопоставлялись с другими участниками бенчмарка. Вычислены первые 10 собственных частот и форм указанной связанной системы при полностью заполненном водохранилище. Результаты представлены на рисунке 3.2.9 и в таблице 3.2.4.

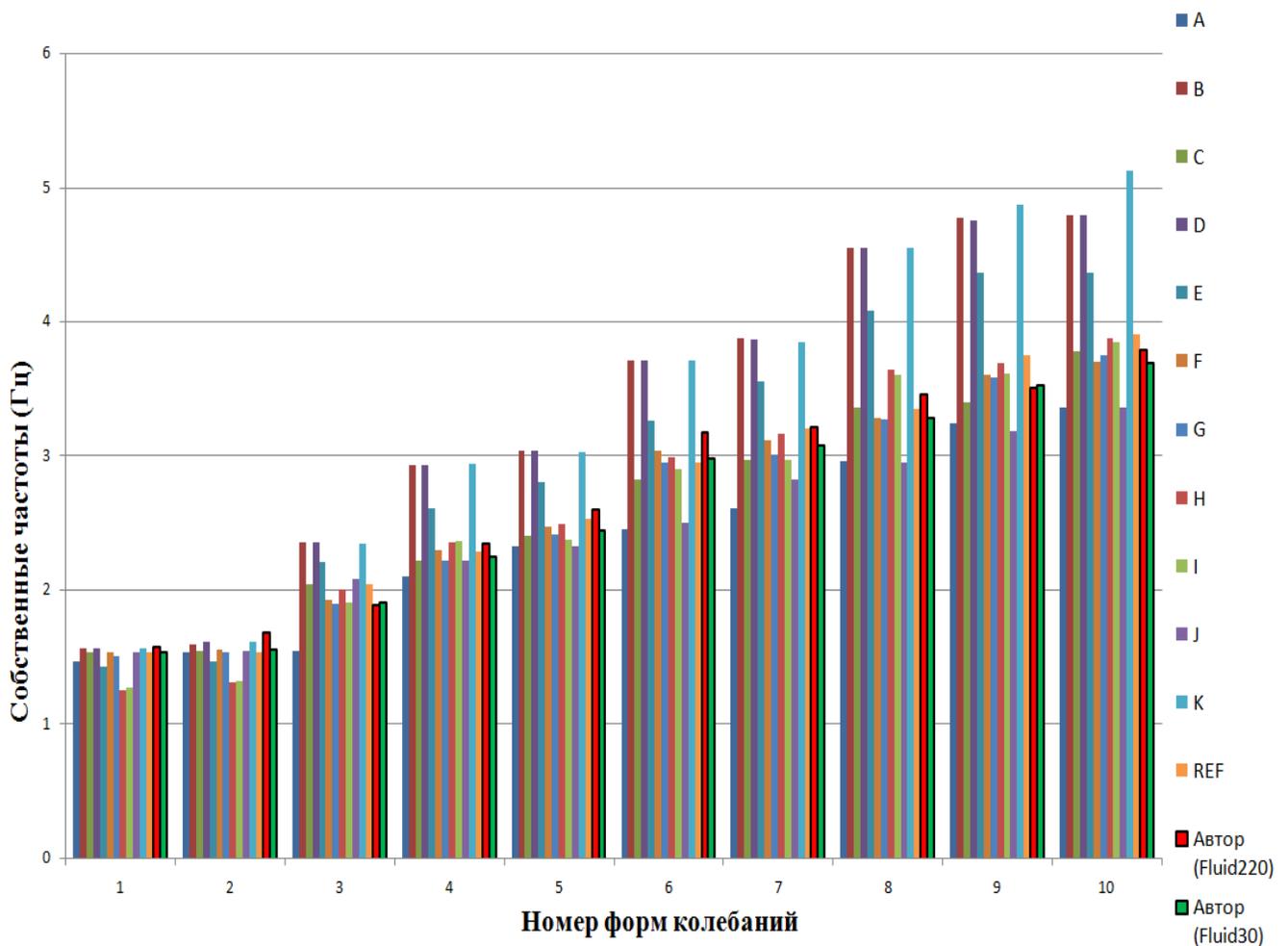


Рис. 3.2.8. Низшие 10 собственных частот (коллективы участников А,В,С,Д,Е,Ф,Г, Н,И,К,REF, Автор(Fluid220),Автор(Fluid30)).

Первые две низшие частоты участников Н и I оказались немного ниже среднего значения, показанного другими участниками, в 1.5 Гц. Представляется, что это, по мнению диссертанта, обусловлено использованием метода присоединенных масс. Стоит заметить, что участники, использовавшие программу DIANA (B, D и E), получили более высокие частоты, начиная с третьей. Это также относится к участнику К, который использовал программное обеспечение с открытым исходным кодом Code\_Aster. Все остальные участники, включая автора, получили достаточно близкие собственные частоты в диапазоне первых 10 форм.

Таблица 3.2.4. Первые десять собственных частот.

Участники	Частоты, Гц									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	1.47	1.54	1.55	2.11	2.33	2.46	2.61	2.97	3.25	3.37
B	1.57	1.60	2.36	2.94	3.04	3.72	3.88	4.56	4.78	4.80
C	1.54	1.55	2.05	2.22	2.41	2.83	2.98	3.37	3.40	3.79
D	1.57	1.62	2.36	2.94	3.04	3.72	3.87	4.56	4.76	4.80
E	1.43	1.47	2.21	2.61	2.81	3.27	3.56	4.09	4.37	4.37
F	1.54	1.56	1.93	2.30	2.48	3.04	3.12	3.29	3.61	3.71
G	1.51	1.54	1.90	2.22	2.42	2.96	3.01	3.28	3.59	3.76
H	1.26	1.32	2.01	2.36	2.50	3.00	3.17	3.65	3.70	3.88
I	1.28	1.33	1.91	2.37	2.38	2.91	2.98	3.61	3.62	3.85
J	1.54	1.55	2.09	2.22	2.33	2.51	2.83	2.96	3.19	3.37
K	1.57	1.62	2.35	2.95	3.03	3.72	3.85	4.56	4.88	5.13
REF	1.54	1.54	2.05	2.29	2.54	2.96	3.21	3.36	3.76	3.91
<b>АВТОР (FLUID220)</b>	<b>1.578</b>	<b>1.691</b>	<b>1.894</b>	<b>2.353</b>	<b>2.601</b>	<b>3.184</b>	<b>3.221</b>	<b>3.465</b>	<b>3.508</b>	<b>3.799</b>
<b>АВТОР (FLUID30)</b>	<b>1.542</b>	<b>1.563</b>	<b>1.908</b>	<b>2.254</b>	<b>2.452</b>	<b>2.987</b>	<b>3.079</b>	<b>3.294</b>	<b>3.502</b>	<b>3.703</b>

Итак, для оценки работы конечных элементов FLUID30 и FLUID220 выполнено сопоставление частот и форм собственных колебаний системы «основание – плотина – водохранилище». Максимальное различие не превышает 8% (таблица 3.2.6).

### 3.2.5. Расчет статического и динамического НДС системы «основание – плотина – водохранилище».

Основные результаты НДС конструкции сопоставлялись для трех сечений плотины по верхней и нижней граням.

Таблица 3.2.5. Низшие десять собственных частот и форм колебаний, вариант с использованием FLUID220 (FLUID30).

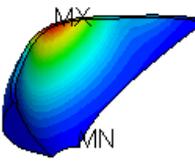
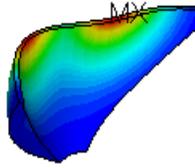
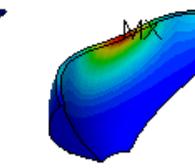
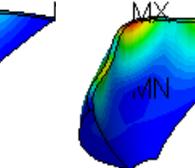
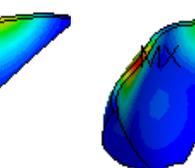
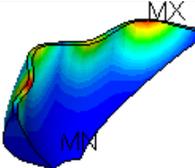
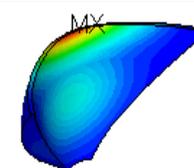
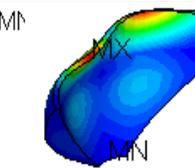
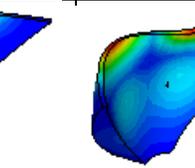
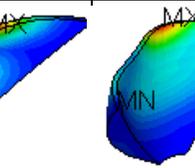
№п/п	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Форма и частота, Гц	 <b>1.578(1.542)</b>	 <b>1.691(1.563)</b>	 <b>1.894(1.908)</b>	 <b>2.353(2.254)</b>	 <b>2.601(2.452)</b>
№п/п	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
Форма и частота, Гц	 <b>3.184(2.987)</b>	 <b>3.221(3.079)</b>	 <b>3.465(3.294)</b>	 <b>3.508(3.502)</b>	 <b>3.799(3.703)</b>

Таблица 3.2.6. Сопоставление собственных частот между вариантами с использованием конечных элементов FLUID220 и FLUID30.

АВТОР (FLUID220)	1.578	1.691	1.894	2.353	2.601	3.184	3.221	3.465	3.508	3.799
АВТОР (FLUID30)	1.542	1.563	1.908	2.254	2.452	2.987	3.079	3.294	3.502	3.703
Разницы частот (%)	2.3%	7.6%	0.8%	4.2%	5.7%	6.2%	4.4%	4.9%	0.2%	2.5%

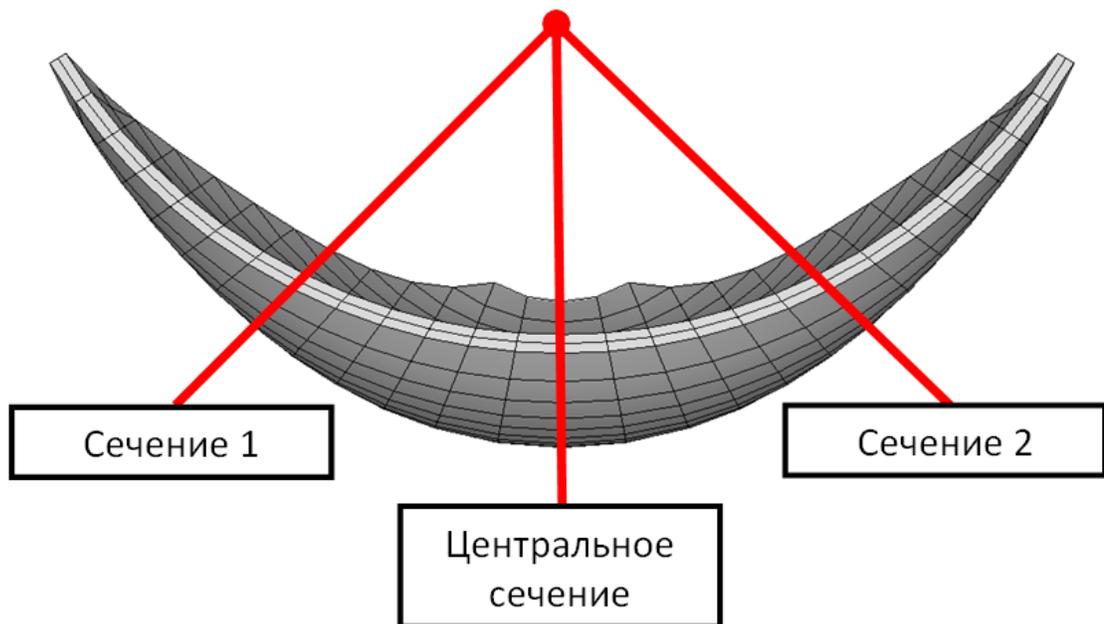


Рис. 3.2.9. Расположение сечений арочной плотины.

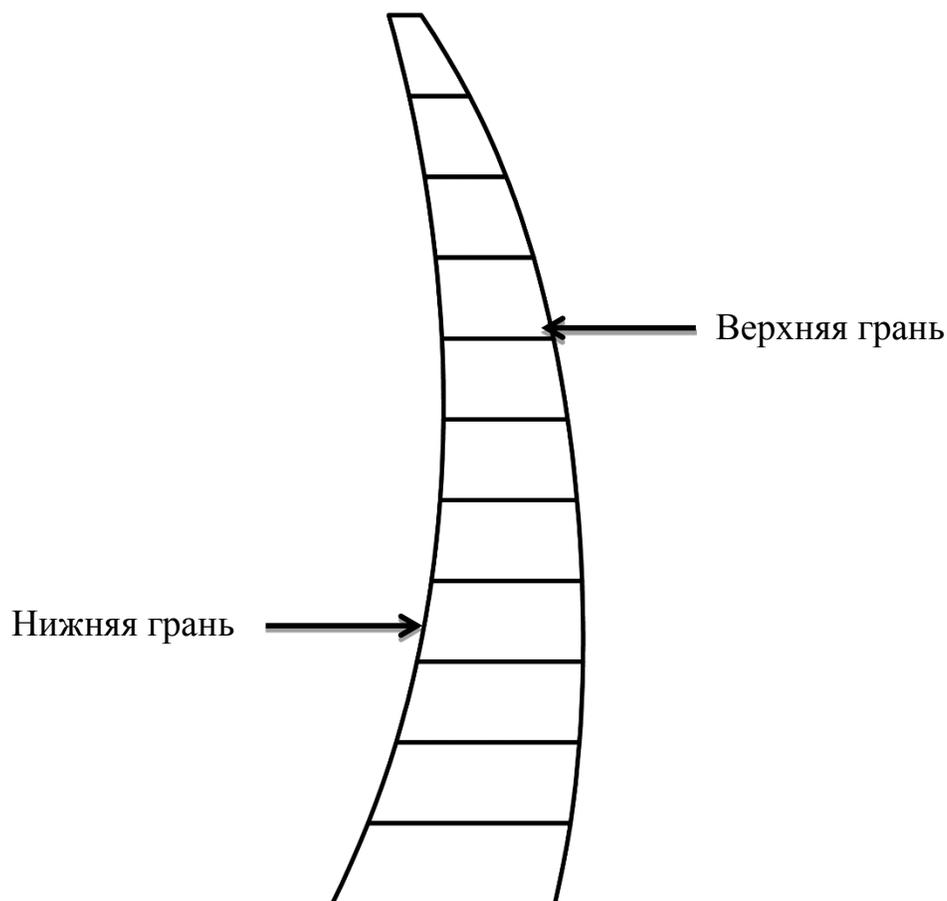


Рис. 3.2.10. Верхняя и нижняя грань центрального сечения плотины.

***Статический расчет НДС системы «основание – плотина – водохранилище» при гидростатических нагрузках, с учетом собственного веса.***

Статическая нагрузка включала собственный вес всех элементов системы и гидростатическое давление воды. В качестве результата статического расчета сопоставлялись перемещения центрального сечения арочной плотины, между участниками бенчмарка и результатами, полученными в настоящей диссертации. Анализ статических перемещений показал подобие результатов у всех участников, кроме коллективов D, E, H и K. Увеличенные статические перемещения у коллективов участников D, H и K обусловлены, по мнению автора, учетом этапности возведения.

Для лучшего восприятия результатов все участники разделены на 2 группы А-Е и F-K, REF, АВТОР бенчмарка.

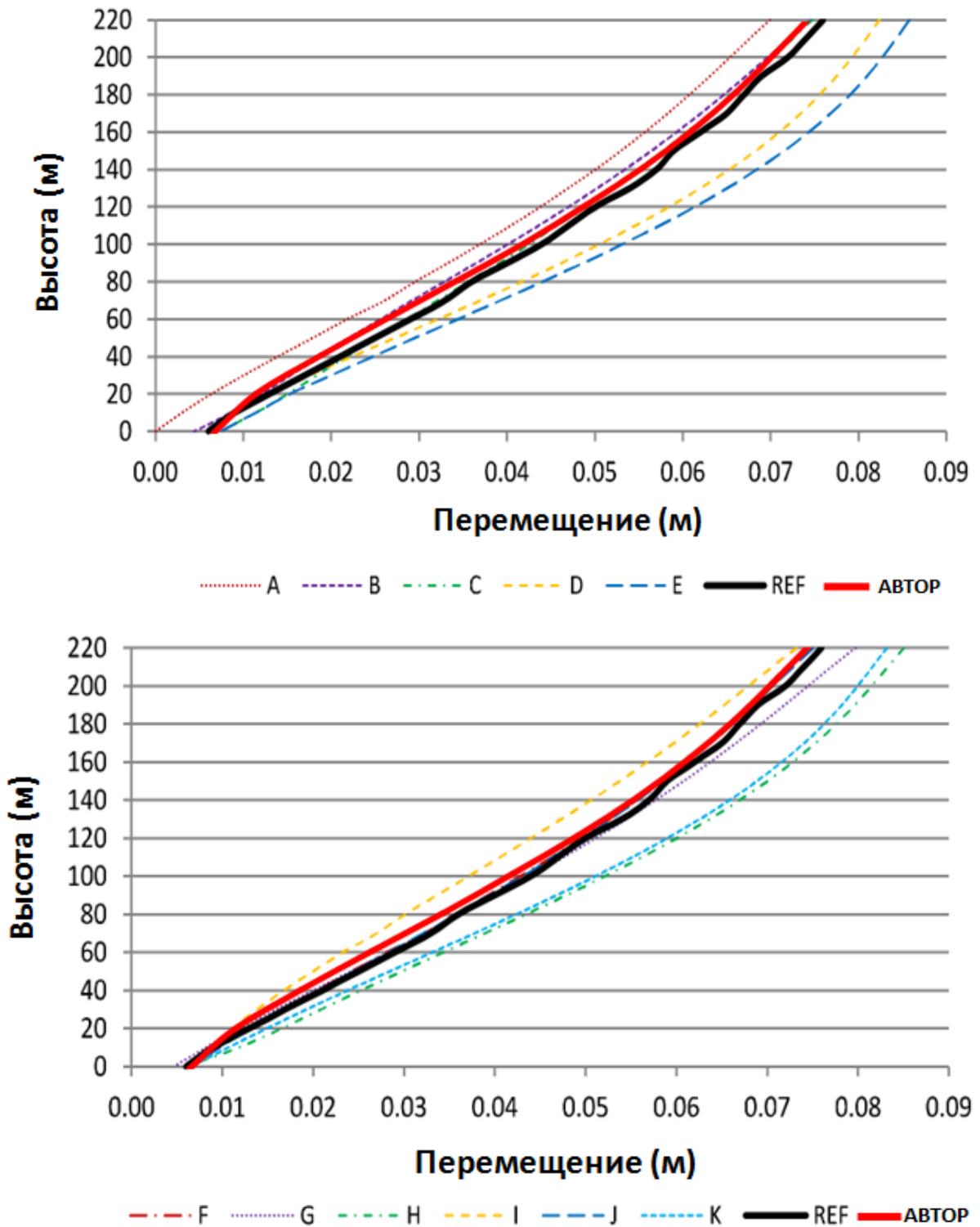


Рис. 3.2.11. Сопоставление горизонтальных перемещений центрального сечения арочной плотины (А-К, REF, АВТОР) от гидростатической нагрузки и собственного веса между участниками бенчмарка.

*Динамический расчет НДС системы «основание – плотина – водохранилище» при сейсмических воздействиях.*

Для решения задачи в динамической постановке решение СЛАУ выполнялось прямым разреженным методом (SPARSE). Интегрирование по времени проводилось методом Ньюмарка, шаг принимался равным 0.01 с. Динамическое воздействие в виде акселерограмм прикладывалось, как инерционные силы.

Сопоставление полученных результатов с результатами участников бенчмарка представлены на рис. 3.2.13-3.2.21 (приведено сопоставление результатов от гидростатической нагрузки (центральная кривая) и от сейсмической нагрузки (минимальные значения – левая кривая, максимальные значения – правая кривая)).

Значения перемещений при динамическом воздействии изменяются в значительном диапазоне. Следует особо отметить результат коллектива G, который единственный использовал бесконечные элементы на вертикальной границе и прикладывал акселерограмму на нижней грани модели, что могло быть причиной получения завышенных, по сравнению с другими участниками, значений. Представляется, что минимальные значения горизонтальных перемещений участника E объясняются использованием более высокого значения модуля упругости.

### **3.2.6. Анализ результатов и выводы.**

Анализ результатов участников бенчмарка показал незначительное влияние размеров конечных элементов на значения собственных частот и форм колебаний, статических и сейсмических перемещений и напряжений в сооружении.

Коллективы B и D, использующие программный комплекс DIANA с гибридным методом частотно-временной области (HFTD-метод), с применением частотно-зависимых свойств, таких как сжимаемость жидкости, неотражение и поглощение, получили результаты аналогичные результатам других участников, что, подтверждает пригодность этого сложного подхода и доказывает возможность применения менее сложных методов для решения поставленной задачи.

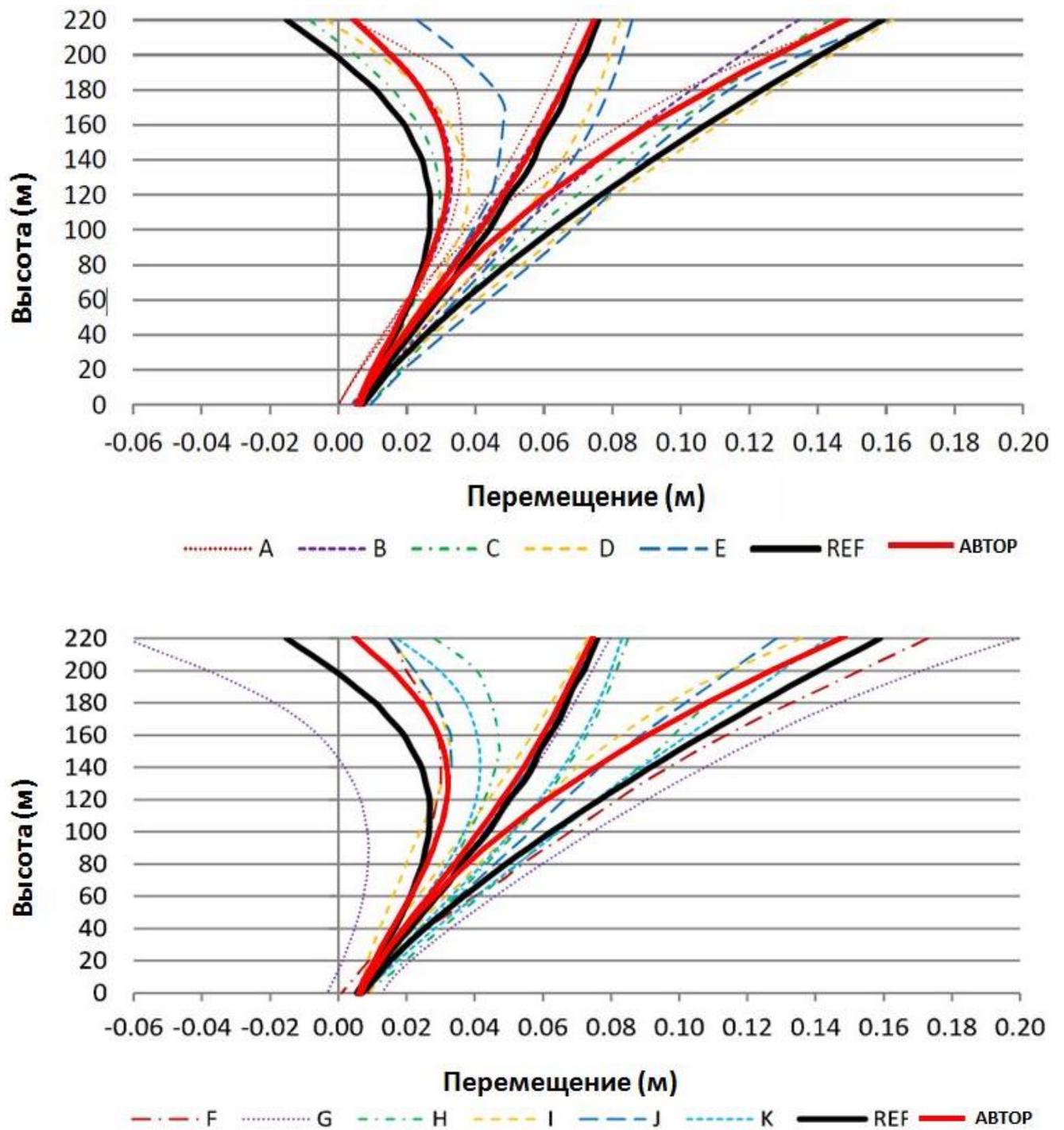


Рис. 3.2.12. Сопоставление горизонтальных перемещений центрального сечения арочной плотины (А-К, REF, АВТОР) от гидростатической, весовой (центральная кривая) и сейсмической нагрузки (минимальные значения – левая кривая, максимальные значения – правая кривая).

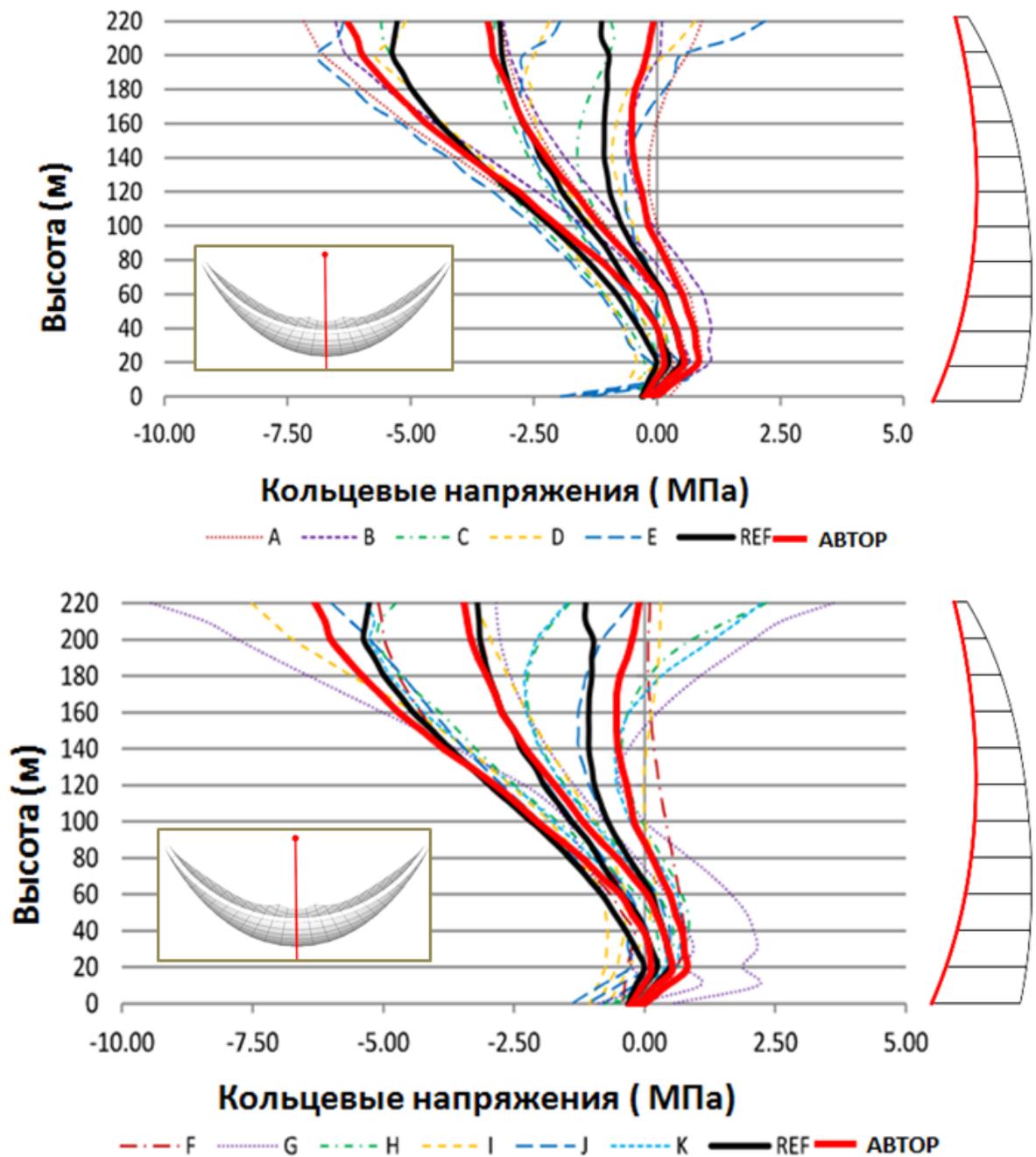


Рис. 3.2.13. Сопоставление кольцевых напряжений нижней грани центрального сечения арочной плотины (А-К, REF, АВТОР) от гидростатической, весовой (центральная кривая) и сейсмической нагрузки (минимальные значения – левая кривая, максимальные значения – правая кривая).

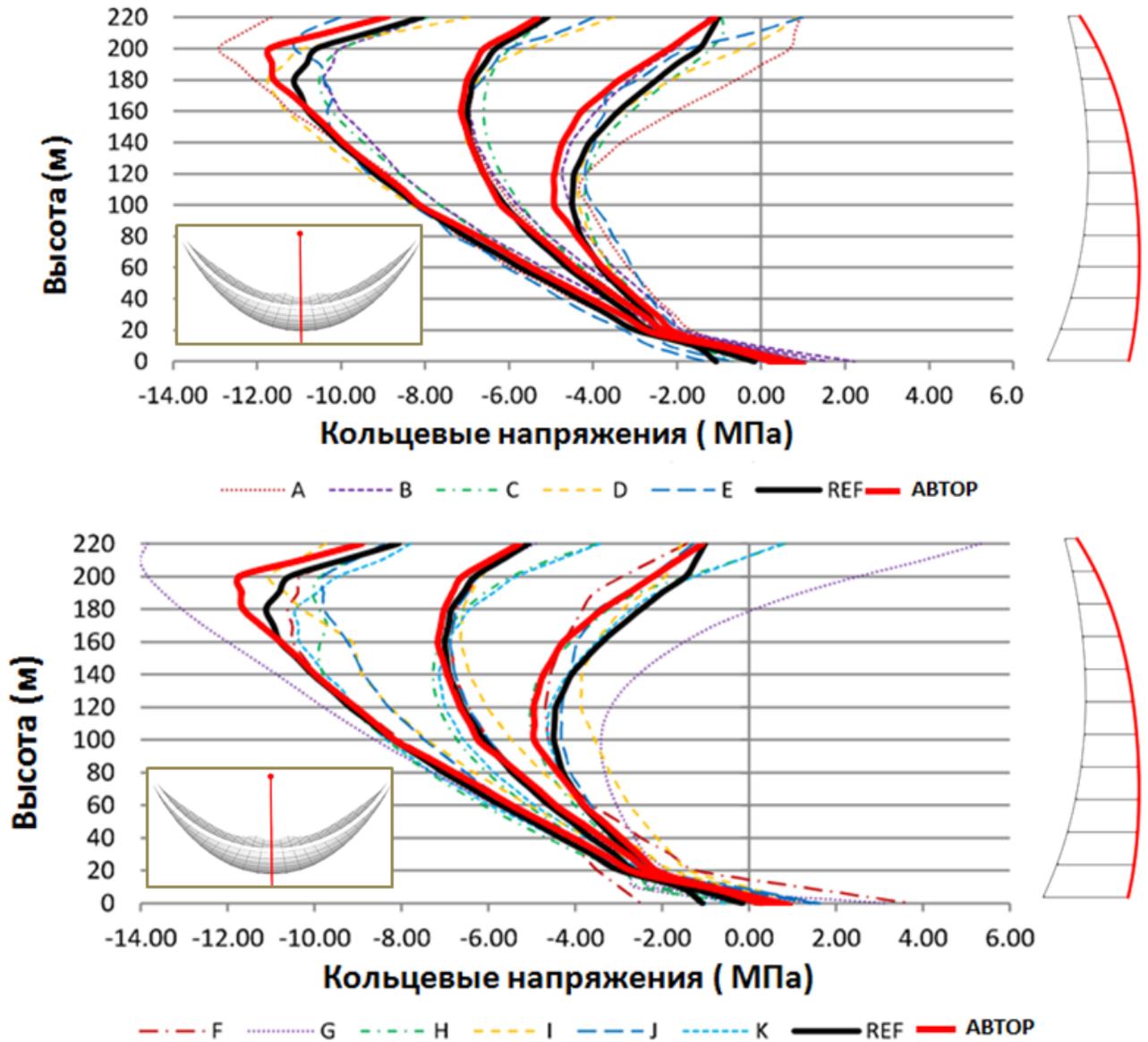


Рис. 3.2.14. Сопоставление кольцевых напряжений верхней грани центрального сечения арочной плотины (А-К, REF, АВТОР) от гидростатической, весовой (центральная кривая) и сейсмической нагрузки (минимальные значения – левая кривая, максимальные значения – правая кривая).

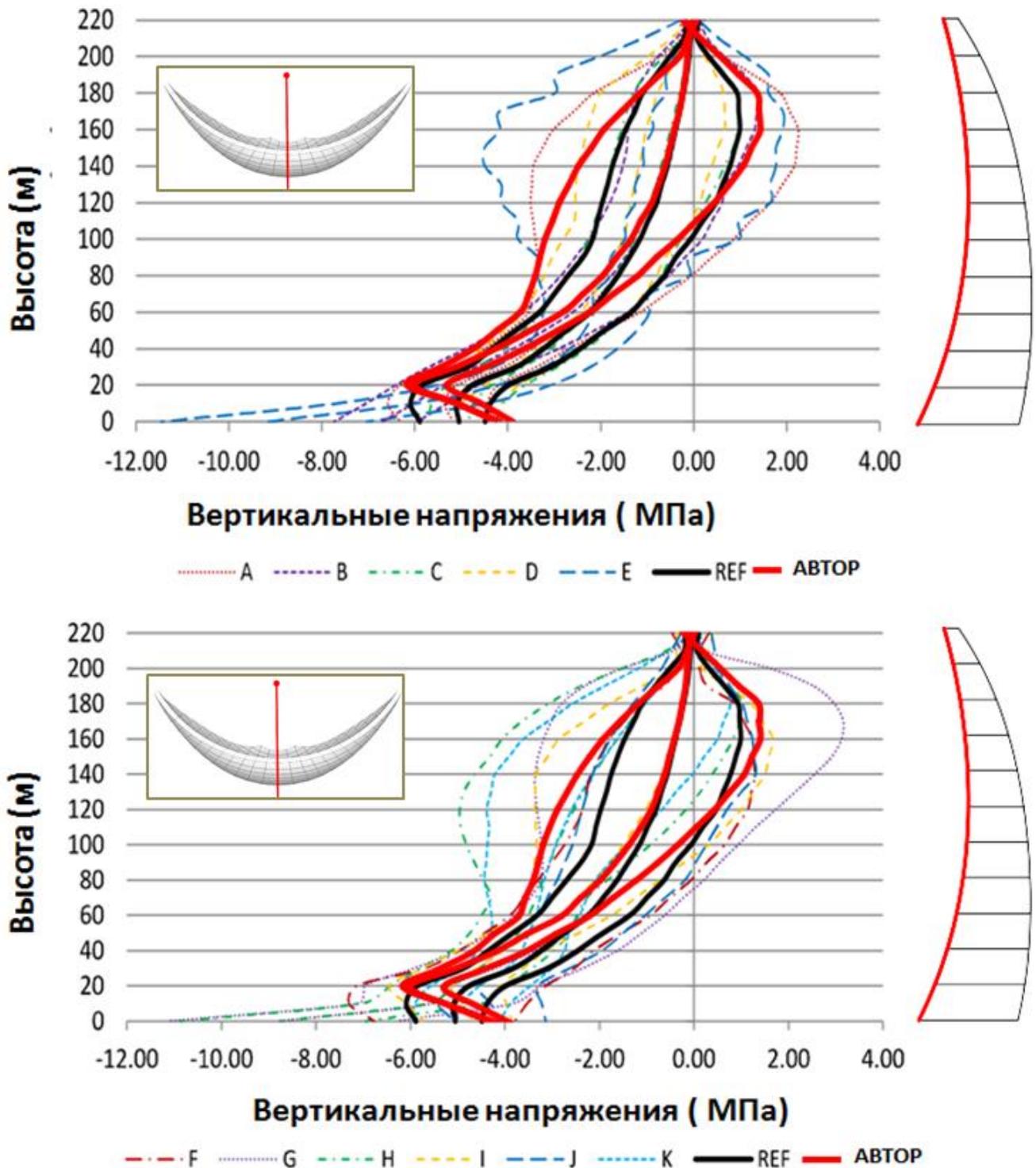


Рис. 3.2.15. Сопоставление вертикальных напряжений нижней грани центрального сечения арочной плотины (А-К, REF, АВТОР) от гидростатической, весовой (центральная кривая) и сейсмической нагрузки (минимальные значения – левая кривая, максимальные значения – правая кривая).

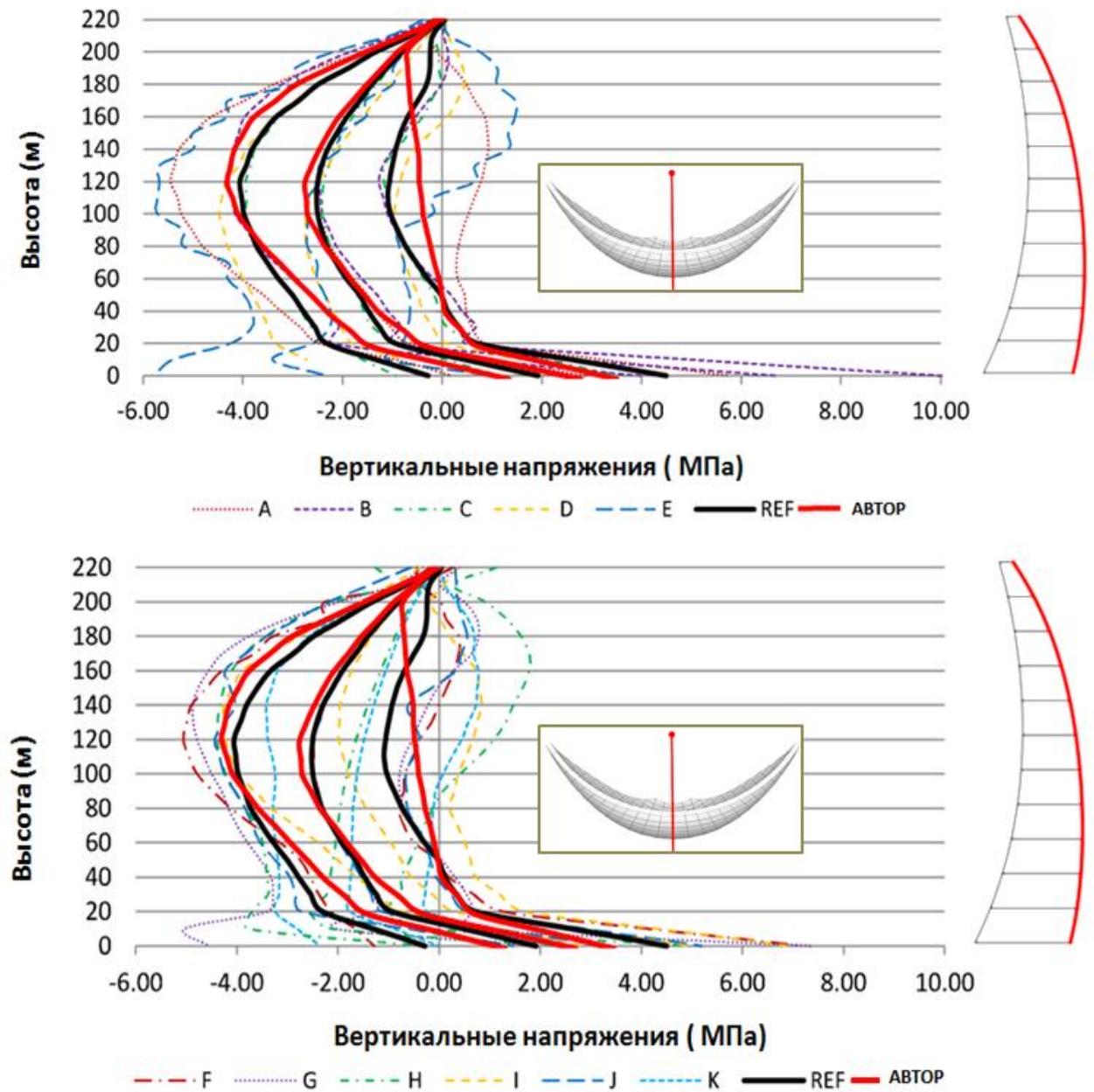


Рис. 3.2.16. Сопоставление вертикальных напряжений верхней грани центрального сечения арочной плотины (А-К, REF, АВТОР) от гидростатической, весовой (центральная кривая) и сейсмической нагрузки (минимальные значения – левая кривая, максимальные значения – правая кривая).

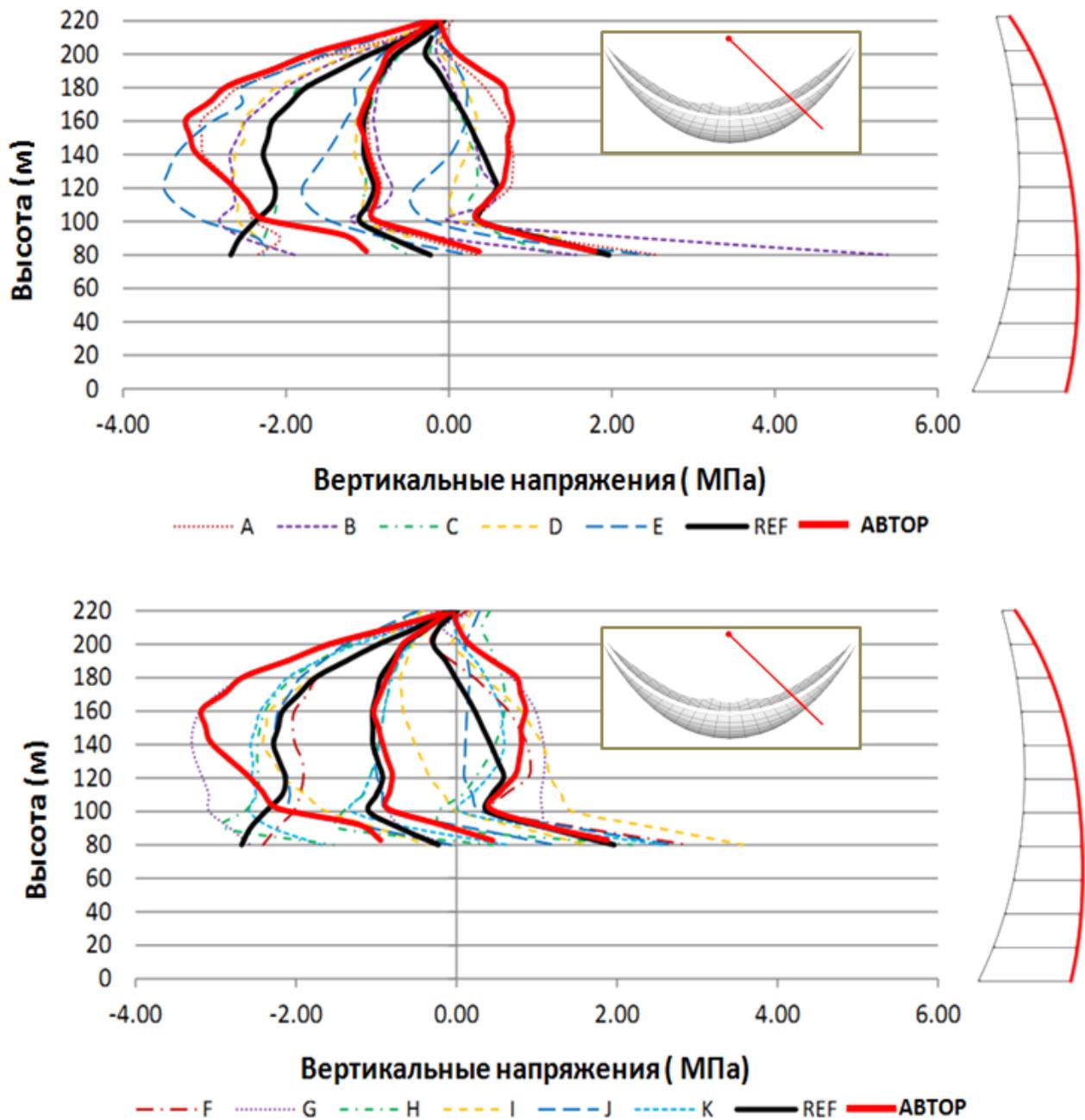


Рис. 3.2.17. Сопоставление вертикальных напряжений верхней грани сечения 2 арочной плотины (А-К, REF, АВТОР) от гидростатической, весовой (центральная кривая) и сейсмической нагрузки (минимальные значения – левая кривая, максимальные значения – правая кривая).

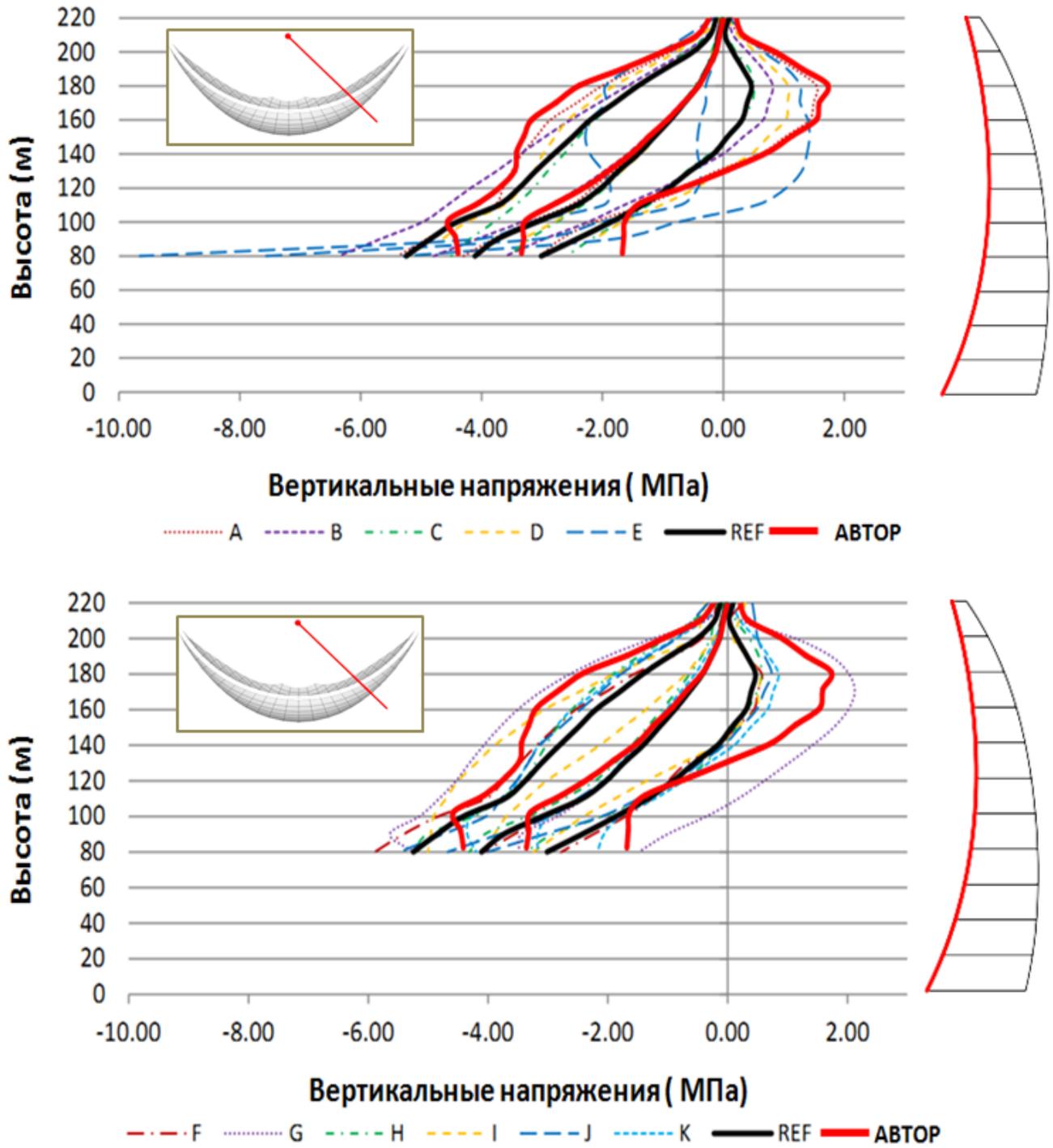


Рис. 3.2.18. Сопоставление вертикальных напряжений нижней грани сечения 2 арочной плотины (А-К, REF, АВТОР) от гидростатической, весовой (центральная кривая) и сейсмической нагрузки (минимальные значения – левая кривая, максимальные значения – правая кривая).

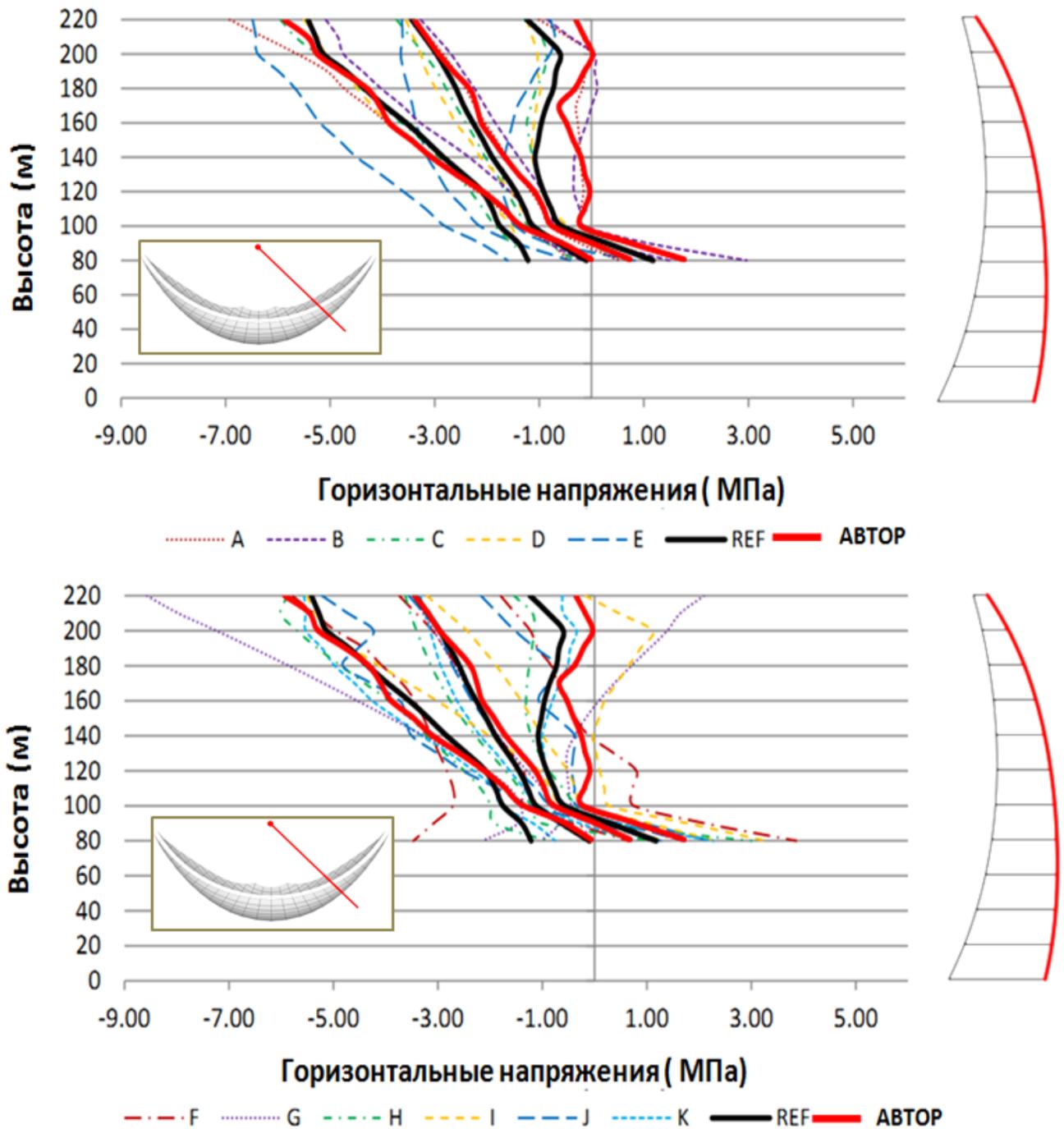


Рис. 3.2.19. Сопоставление горизонтальных напряжений верхней грани сечения 2 арочной плотины (А-К, REF, АВТОР) от гидростатической, весовой (центральная кривая) и сейсмической нагрузки (минимальные значения – левая кривая, максимальные значения – правая кривая).

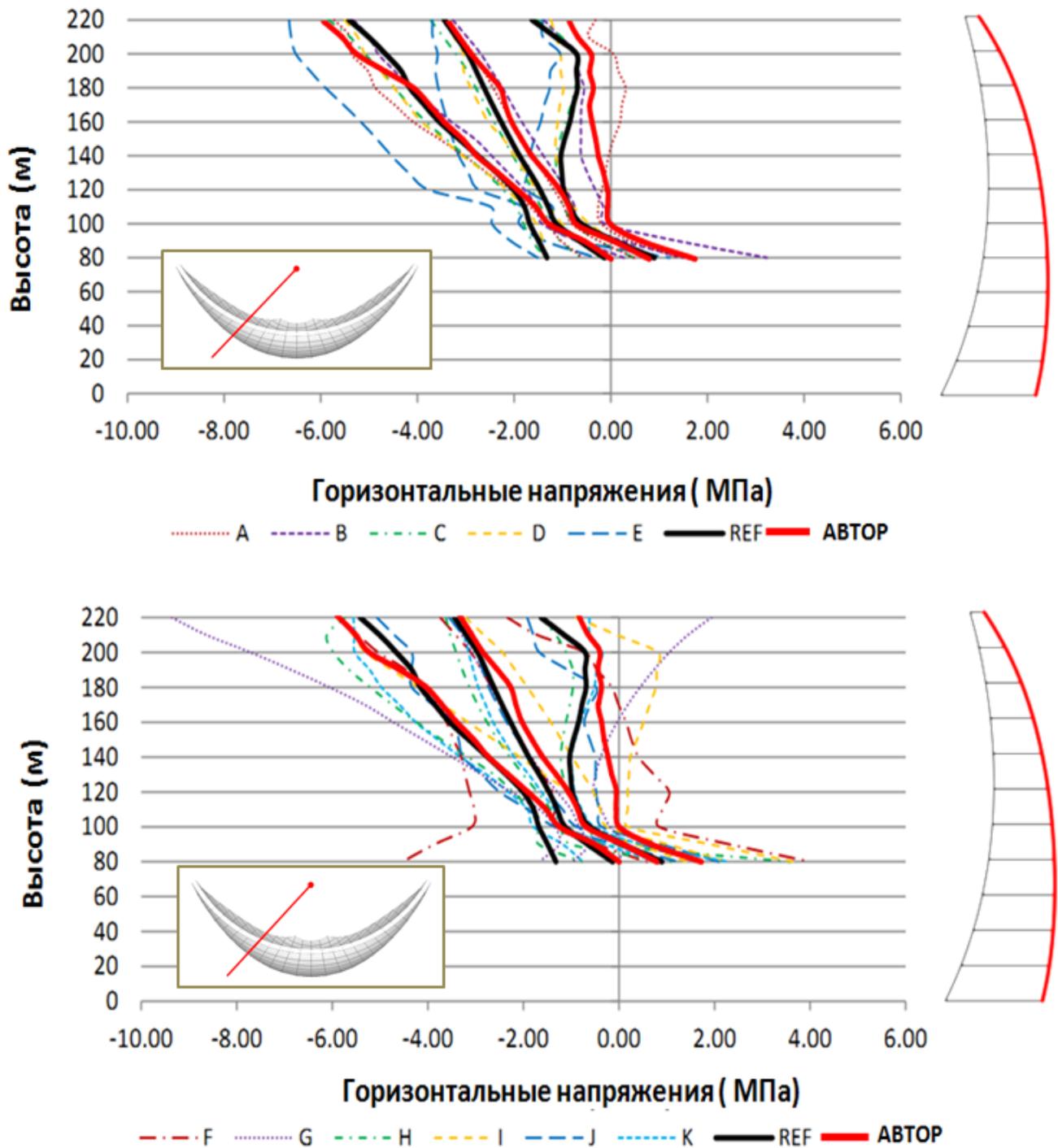


Рис. 3.2.20. Сопоставление горизонтальных напряжений верхней грани сечения 1 арочной плотины (А-К, REF, АВТОР) от гидростатической, весовой (центральная кривая) и сейсмической нагрузки (минимальные значения – левая кривая, максимальные значения – правая кривая).

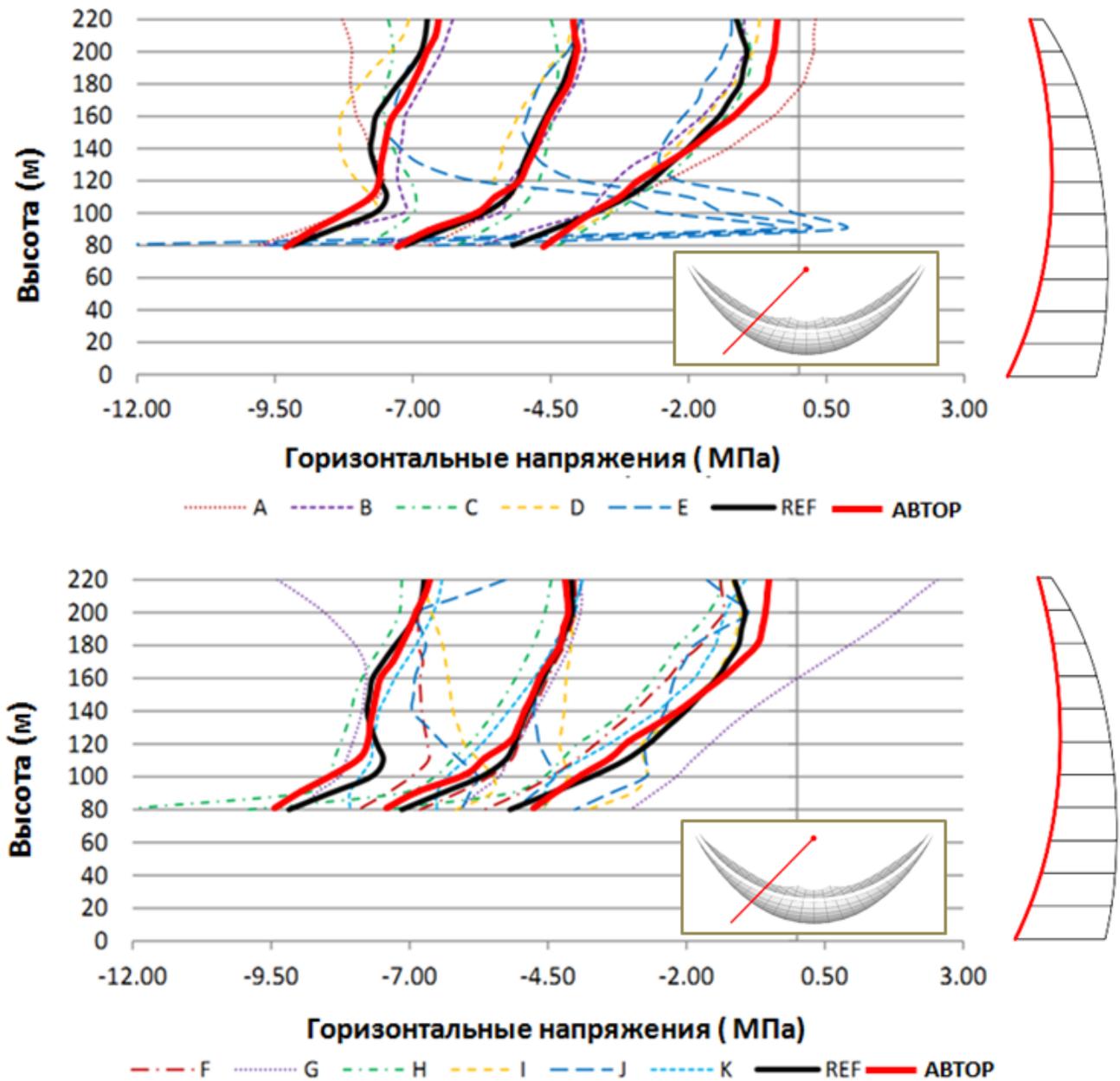


Рис. 3.2.21. Сопоставление горизонтальных напряжений нижней грани сечения 1 арочной плотины (А-К, REF, АВТОР) от гидростатической, весовой (центральная кривая) и сейсмической нагрузки (минимальные значения – левая кривая, максимальные значения – правая кривая).

Коллектив К единственный участник бенчмарка, который использовал программное обеспечение с открытым исходным кодом Code\_Aster. Следует отметить, что такое программное обеспечение, используемое преимущественно в научно-исследовательских и образовательных (университет) организациях и являющееся некоммерческим, показывает результаты, в целом, сопоставимые с результатами других участников.

Коллективы Е, Н и I, учитывающие влияние жидкости методом присоединенных масс, показали заниженные результаты, по сравнению с остальными участниками, что свидетельствует о недостатке данного подхода.

Результаты расчетов показывают эффективность использованной здесь методики численного моделирования динамических характеристик и НДС системы «основание – арочная плотина – водохранилище» с применением акустических конечных элементов жидкости, в частности, FLUID220 (FLUID30) в программном комплексе ANSYS Mechanical. Данная методика показала адекватные результаты, не только сопоставимые с данными других участников тестирования, но и находящиеся в основной их группе.

Анализ результатов участников бенчмарка показал незначительное влияние размеров конечных элементов на низшие собственные частоты и формы колебаний, статические и сейсмические перемещения и напряжений в плотине.

Гибридный метод частотно-временной области (HFTD-метод) с применением частотно-зависимых свойств, таких как сжимаемость жидкости, неотражение и поглощение на границах, реализованный в программе DIANA, показал результаты, аналогичные результатам других участников. Это подтверждает как применимость этого сложного подхода, так и доказывает возможность использования менее сложных методов для решения поставленной задачи.

Результаты настоящего верификационного исследования показывают возможность применения разработанной в рамках настоящей диссертации методики

сейсмического анализа реальных трехмерных систем «основание – арочная плотина – водохранилище» на значимых этапах их жизненного цикла.

### **3.3. Основные результаты и выводы по Главе 3**

1. Проведена верификация и «настройка» параметров разработанной методики численного решения связанных динамических задач для трехмерной системы «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях на представительном наборе обоснованно выбранных тестовых задач (подзадач), выполнены сопоставления полученных решений с данными российских и зарубежных специалистов.
2. Верификационные исследования показали незначительное влияние размеров конечных элементов (в обоснованном диапазоне их варьирования) на низшие собственные частоты и формы колебаний, статические и сейсмические перемещения и напряжения в плотине.
3. Полученные результаты служат надежным обоснованием возможности применения разработанной методики численного решения связанных динамических задач для трехмерной системы «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях на значимых этапах жизненного цикла объектов.

## Глава 4

---

### АПРОБАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ СИСТЕМЫ «ОСНОВАНИЕ – ПЛОТИНА – ВОДОХРАНИЛИЩЕ» ПРИ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ И СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

#### 4.1. Постановка задач расчетных исследований

##### 4.1.1. Исходные данные и параметры расчета арочной плотины Нам Чиен.

Разработанная и верифицированная автором комплексная методика численного решения связанных динамических задач для трехмерной системы «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях апробирована на ГЭС Нам Чиен, построенной в Социалистической Республике Вьетнам.

ГЭС Нам Чиен, деривационного типа, мощностью 200 МВт расположена на реке Нам Чиен в районе города Шон Ла (рис. 4.1.1, 4.1.2). В состав гидроузла входят: здание ГЭС с двумя турбинами Пелтон мощностью 100 МВт каждая при напоре 666.42 метров, бетонная арочная плотина высотой 132.5 метра с водосбросом расхода 2619 м<sup>3</sup>/с и подводящего туннеля длиной около 10 километров и диаметром 3.8 метра. Среднегодовая выработка ГЭС — 789.28 ГВт.ч. при расходе — 35.61 м<sup>3</sup>/с. Сейсмичность района ГЭС составляет 7 баллов. ГЭС Нам Чиен предназначена для производства электроэнергии и управления речного стока в целях повышения среднего суточного расхода в сухие сезоны для использования в системах водоснабжения сельскохозяйственных и промышленных объектов, а также для ирригации. На рис. 4.1.3 показана строящаяся плотина по состоянию на 2012 год.

Физико-механические свойства ГЭС Нам Чиен приведены в таблице 4.1.1., а чертежи плотины, по которым строилась соответствующая геометрическая модель – на рис. 4.1.4.



Рис. 4.1.1. Расположение ГЭС Нам Чиен на карте (Google Maps).



Рис. 4.1.2. Расположение ГЭС Нам Чиен на карте (Google Maps).



Рис. 4.1.3. Фотография ГЭС Нам Чиен на (по состоянию на 2012 год). Общий вид.

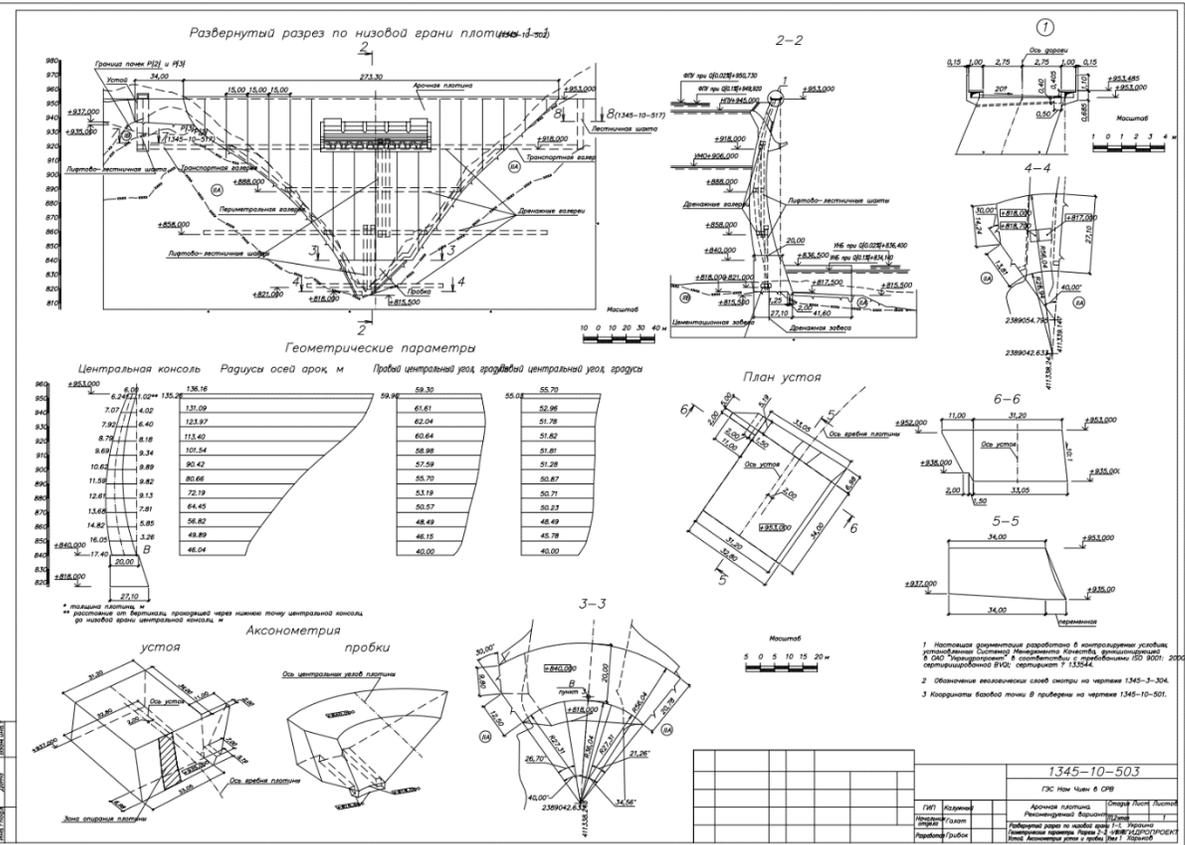
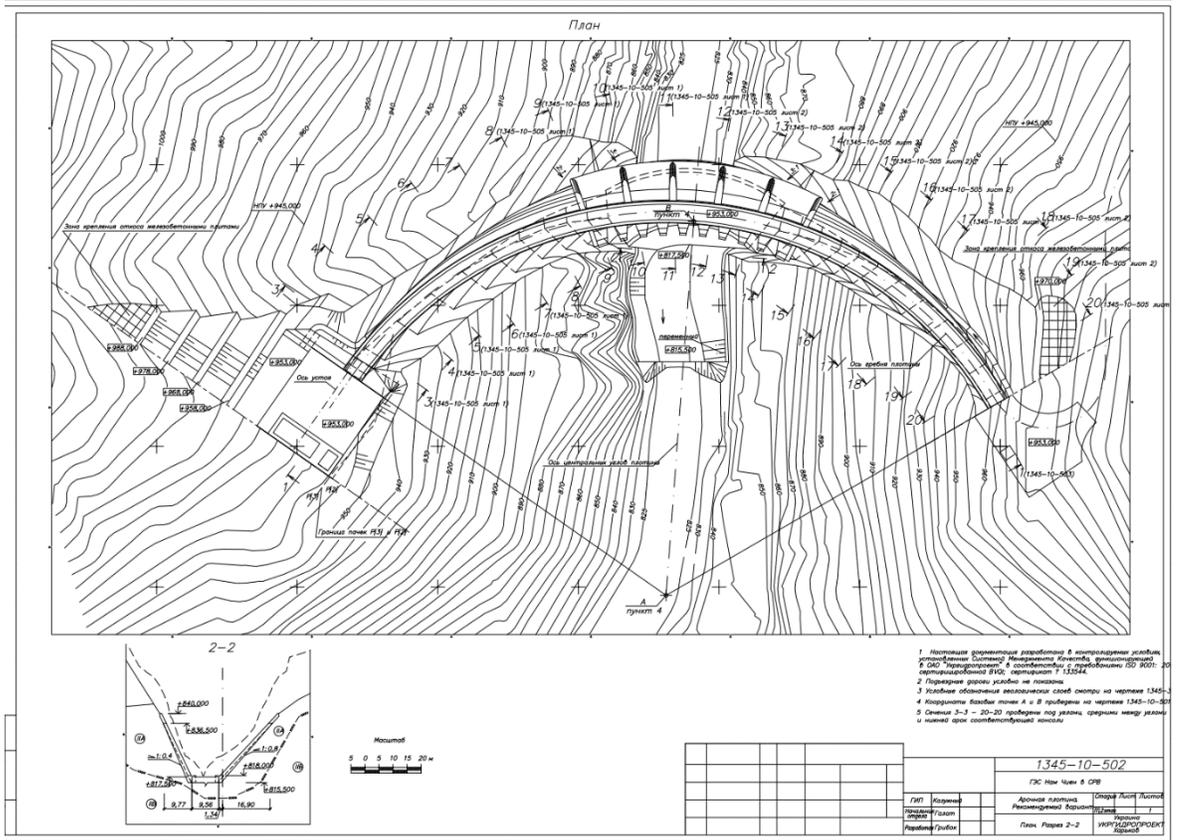


Рис. 4.1.4. Чертежи арочной плотины Нам Чием.

Москва – 2017

Таблица 4.1.1. Физико-механические характеристики материалов/среды

Элемент модели	Плотность (кг/м <sup>3</sup> )	Коэффициент Пуассона	Модуль упругости (МПа)	Динамическая вязкость (Па·с)	Скорость звука в жидкости $v$ , м/с
Основание	0	0.2	25000	-	-
Плотина	2400	0.167	27000	-	-
Вода	1000	-	-	0.001	1450

#### 4.1.2. Анализ сейсмических условий во Вьетнаме.

Значительная часть Вьетнама располагается в сейсмически активных районах. В настоящее время на этих территориях в больших масштабах ведется строительство, вследствие чего достаточно остро встает проблема обеспечения сейсмостойкости этих сооружений.

Решение проблемы сейсмостойкости сооружений за счет усиления их прочности – это, разумеется, первое, с чего началась практика сейсмостойкого строительства. Тем не менее, по мере роста сложности конструкций и расширения объема знаний о сейсмичности, ситуация зашла в тупик. Повышение прочности в расчете на максимальное воздействие, с ростом последнего, привело к необходимости возведения мощных и более дорогих сооружений.

Во Вьетнаме, как и во многих других государствах, последние годы отмечены повышенным интересом к изучению сейсмостойкости строительных конструкций, и быстрым развитием наук, служащих основой для развития теории сейсмостойкости (инженерная сейсмология, строительная механика и др.).

Согласно данным Института физики Земли Социалистической Республики Вьетнам (по состоянию на 2003 год) имеются 30 областей с высокой вероятностью возникновения землетрясения интенсивностью от 6 до 8 баллов по шкале Рихтера (рис. 4.1.5). Учитывая неблагоприятные инженерно-геологические условия территории Вьетнама, характеризующиеся наличием большой толщи слабых водонасыщенных грунтов, следует предположить, что интенсивность землетрясения в таких условиях несколько повысится.

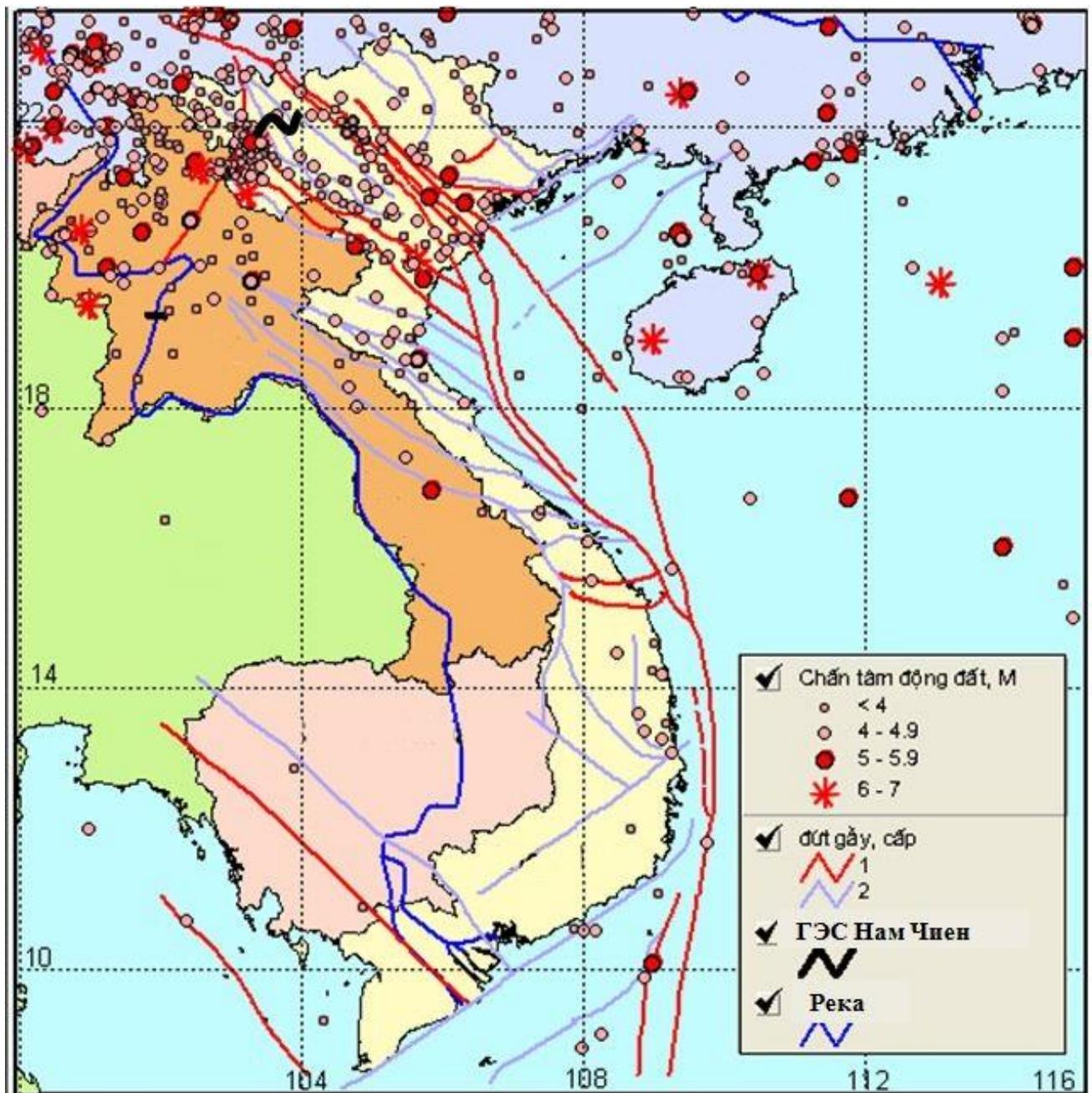


Рис. 4.1.5. Карта сейсмического районирования Вьетнама по шкале максимального ускорения оснований. (по данным Института физики Земли Социалистической Республики Вьетнам по состоянию на 2003 год).

В качестве сейсмического воздействия задавались акселерограммы (рис. 4.1.6) временным интервалом в 10 секунд, оцифрованные с шагом 0.01 секунда. Первые 3 секунды прикладывается гидростатическая нагрузка с собственным весом.

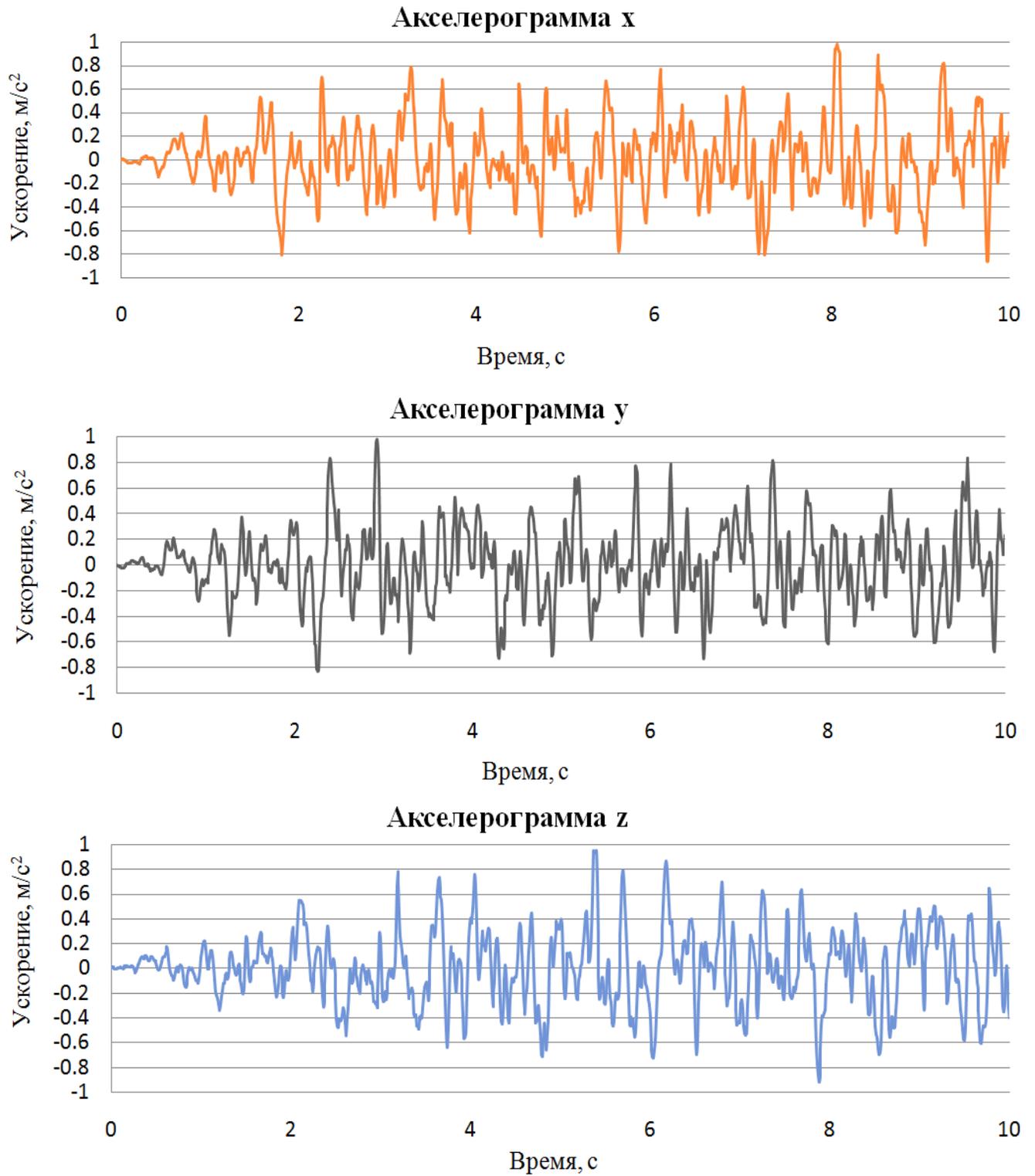


Рис. 4.1.6. Заданное сейсмическое воздействие (акселерограмма, 7 баллов).

Ставятся следующие задачи:

- 1) разработать подробную объемную динамическую конечноэлементную модель системы «основание – арочная плотина – водохранилище» эксплуатируемой ГЭС Нам Чиен, обоснованно превосходящая по точности КЭ-модели, ранее разработанные для обоснования проекта;
- 2) выполнить варианты расчеты системы по разработанной и верифицированной методике численного моделирования;
- 3) проанализировать трехмерное НДС плотины и основания при статических нагрузках и сейсмических воздействиях.

## **4.2. Описание расчетных моделей ГЭС Нам Чиен**

### **4.2.1. Расчетная конечноэлементная модель системы «основание – арочная плотина – водохранилище».**

На основе актуальной чертежей построена геометрическая (рис. 4.2.1) и конечноэлементная модель (рис. 4.2.2, 4.2.3) плотины. В препроцессоре программного комплекса ANSYS Mechanical с использованием разработанного параметризованного макроса, написанного на внутреннем языке программирования APDL, были разработаны детальные конечноэлементные модели системы «основание – арочная плотина – водохранилище».

Моделирование массива жидкости выполнялось конечными элементами FLUID30. Всем торцевым элементам водохранилища и элементам контактирующим с плотиной и основанием назначалась опция акустического анализа с FSI интерфейсом, остальным элементам водохранилища устанавливалась опция без FSI интерфейса. Основание и плотина моделировались элементами типа SOLID185, для которых использовался В – метод (селективный метод редуцированного интегрирования), метод равномерного редуцированного интегрирования, или метод расширенной формулировки деформаций с тремя степенями свободы – перемещения.

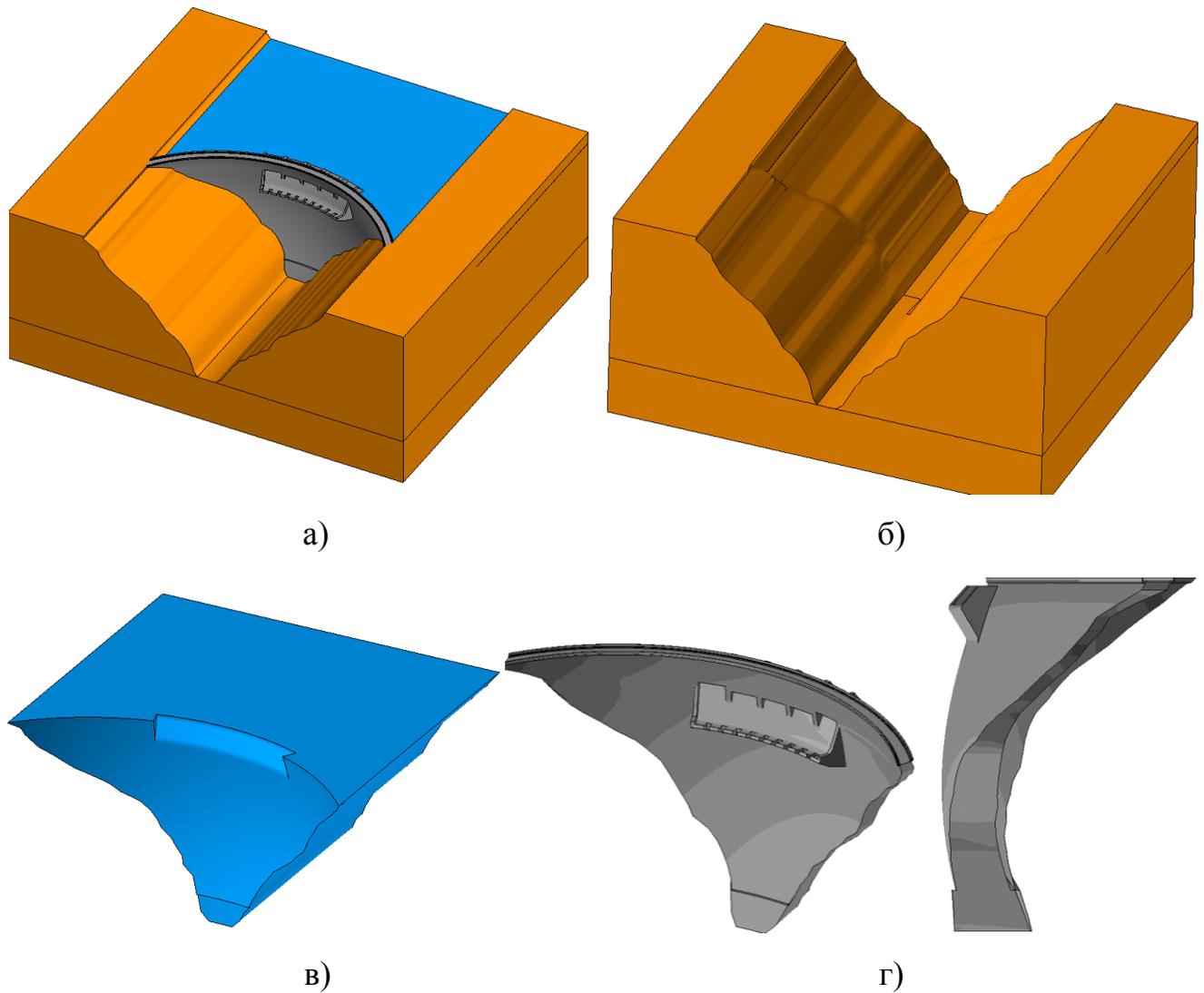


Рис. 4.2.1. Геометрия системы «основание – плотина – водохранилище»: а) общая геометрия системы; б) геометрия основания; в) геометрия водохранилища; г) геометрия плотины.

Основные параметры разработанной конечноэлементной модели, используемой в расчетах, представлены в таблице 4.2.1.

#### **4.2.2. Параметры расчетов.**

На всех внешних поверхностях основания, кроме русла и верхней поверхности, ограничивались перемещения по нормали.

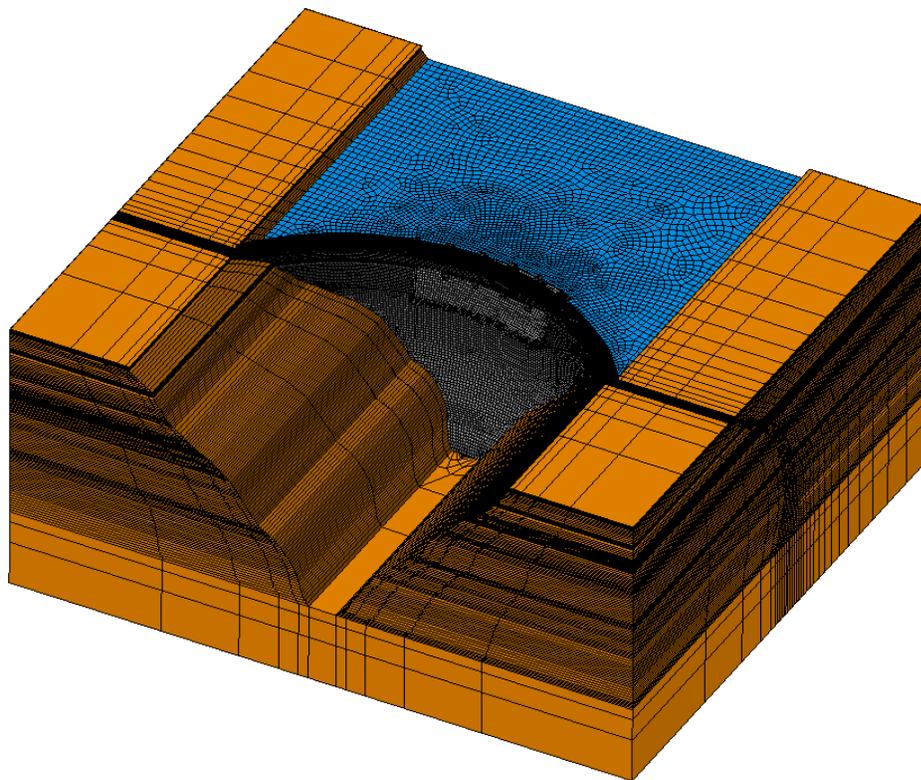


Рис. 4.2.2. Общая конечноэлементная модель системы «основание – арочная плотина – водохранилище».

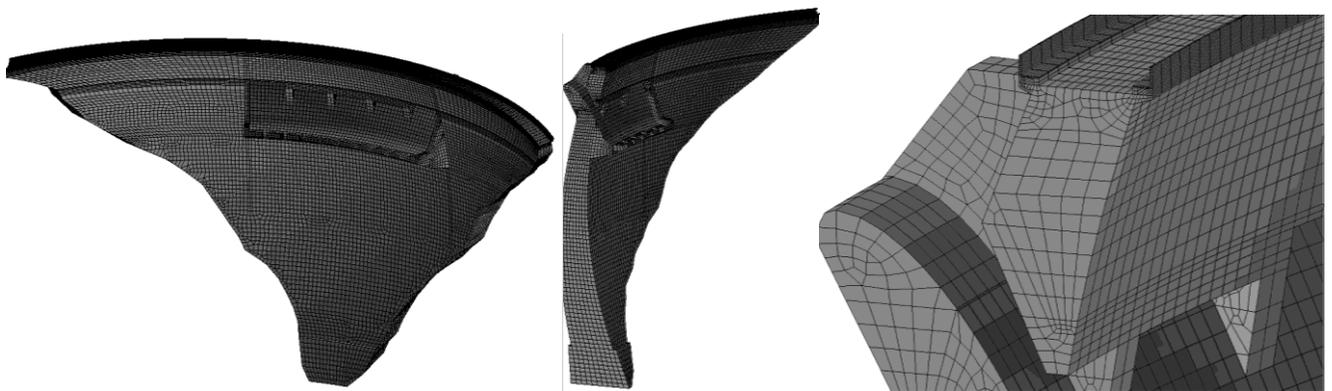


Рис. 4.2.3. Конечноэлементная модель плотины.

Таблица 4.2.1. Размерность конечноэлементной модели плотины Нам Чиен.

Параметр расчетной модели	Арочная плотина	Основание	Водохранилище	Всего
Количество узлов	118916	47776	87768	244821
Количество элементов	99460	37941	464833	602234
Тип элементов	SOLID185	SOLID185	FLUID30	

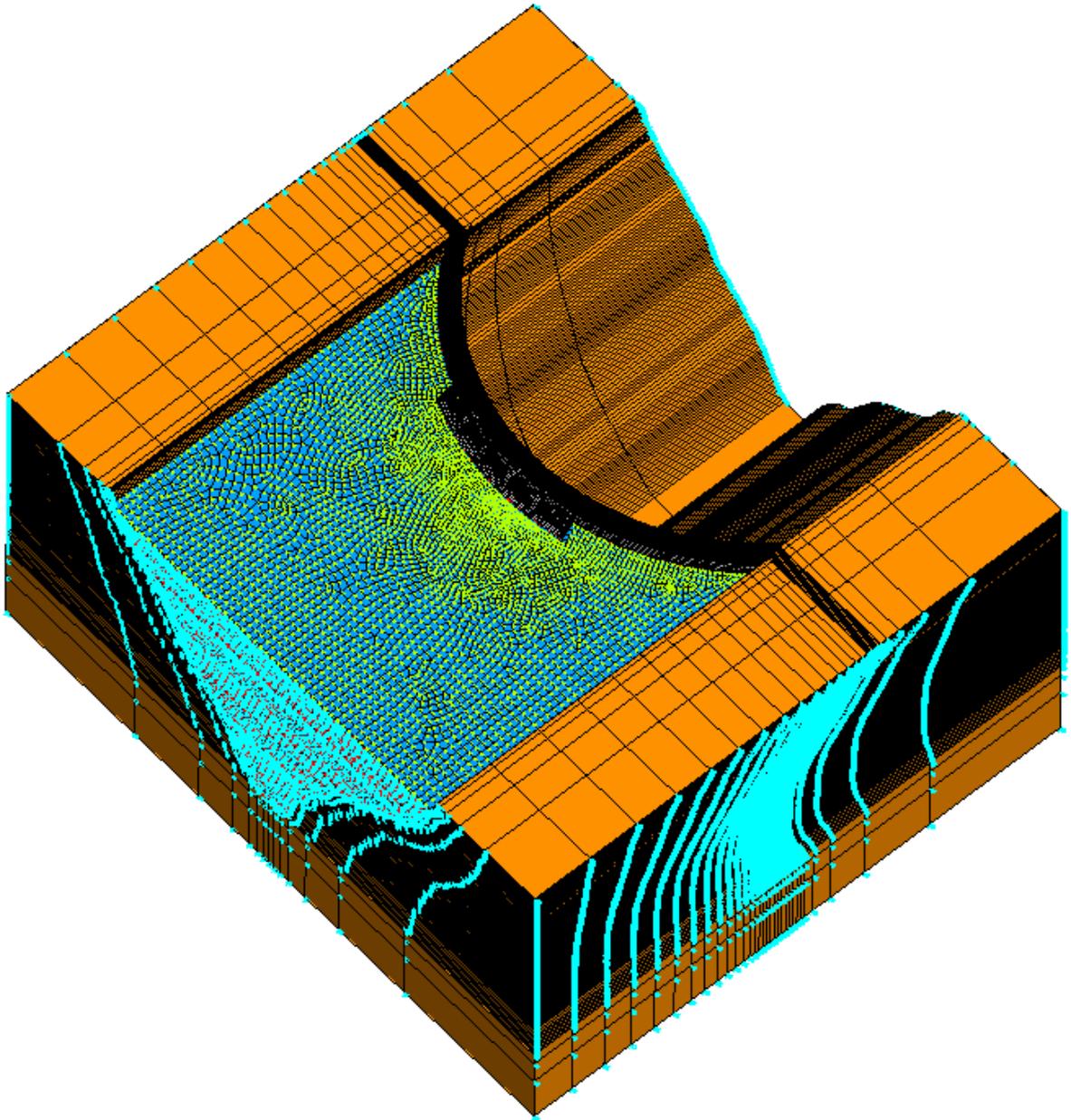


Рис. 4.2.4. Конечноэлементная модель с визуализацией граничных условий.

На контактных поверхностях основание-водохранилище и плотина-водохранилище назначалось условие FSI. На торцевой поверхности водохранилища ограничивались перемещения по нормали. На свободной поверхности жидкости назначалось нулевое давление. Всем торцевым элементам водохранилища и элементам контактирующим с плотиной и основанием назначалась опция акустического анализа с FSI интерфейсом, остальным элементам водохранилища устанавливалась опция без FSI интерфейса.

Для вычисления собственных частот и форм колебаний гидроупругой системы использовался блочный метод Ланцоша.

Для решения задачи в динамической постановке применялся неявный метод Ньюмарка ( $\alpha = 0.2525$  и  $\beta = 0.505$ ). Шаг интегрирования для сейсмического расчета принимался равным  $\Delta t = 0.01$  с.

### **4.3. Собственные частоты и формы колебаний системы «основание – арочная плотина – водохранилище»**

В верифицированном базовом программном комплексе ANSYS Mechanical блочным методом Ланцоша вычислены первые 40 собственных частот и форм колебаний трехмерной комбинированной системы «основание – плотина – водохранилище» при полностью заполненном водохранилище. Результаты для первых 10-и частот и форм представлены на рис. 4.3.1-4.3.10.

Сопоставление двух вариантов систем «основание – плотина – водохранилище» и «жесткое основание – плотина – водохранилище» показывает соответствие собственных форм. Различие менее 2.5% собственных частот показывает незначительное влияние жесткости основания. Полученные значения собственных частот у системы «жесткое основание – плотина – водохранилище» более высокие по сравнению с системой «основание – плотина – водохранилище», что объясняется влиянием податливости основания во втором случае.

### **4.4. Статический и динамический расчет напряженно-деформированного состояния системы «основание – арочная плотина – водохранилище»**

#### **4.4.1. Условные обозначения.**

Основные результаты НДС конструкции сопоставлялись для трех сечений плотины по верхней и нижней граням (рис. 4.4.1, 4.4.2).

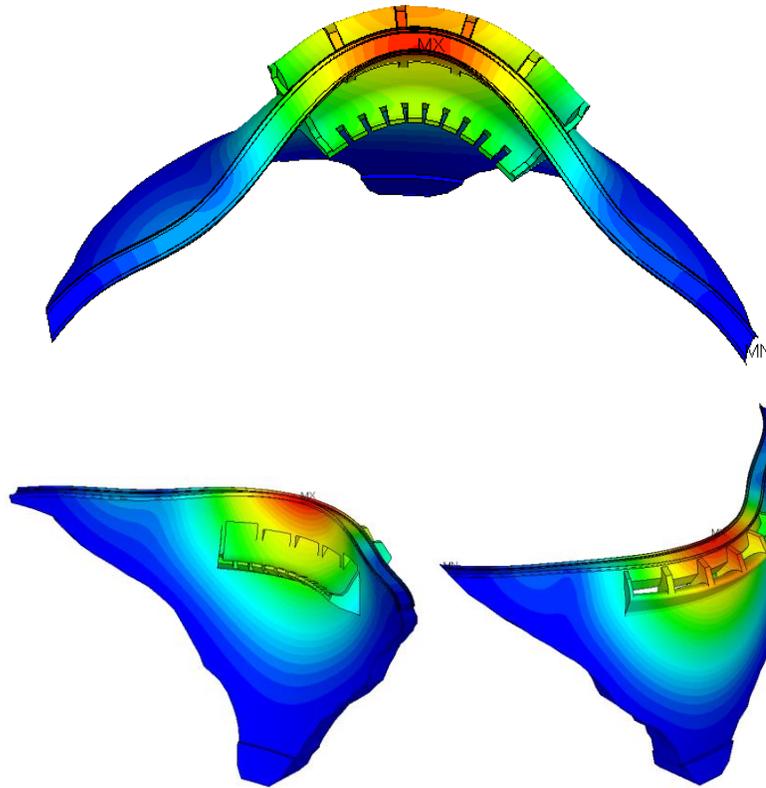


Рис. 4.3.1. Первая форма собственных колебаний,  $f_1 = 2.55$  Гц.

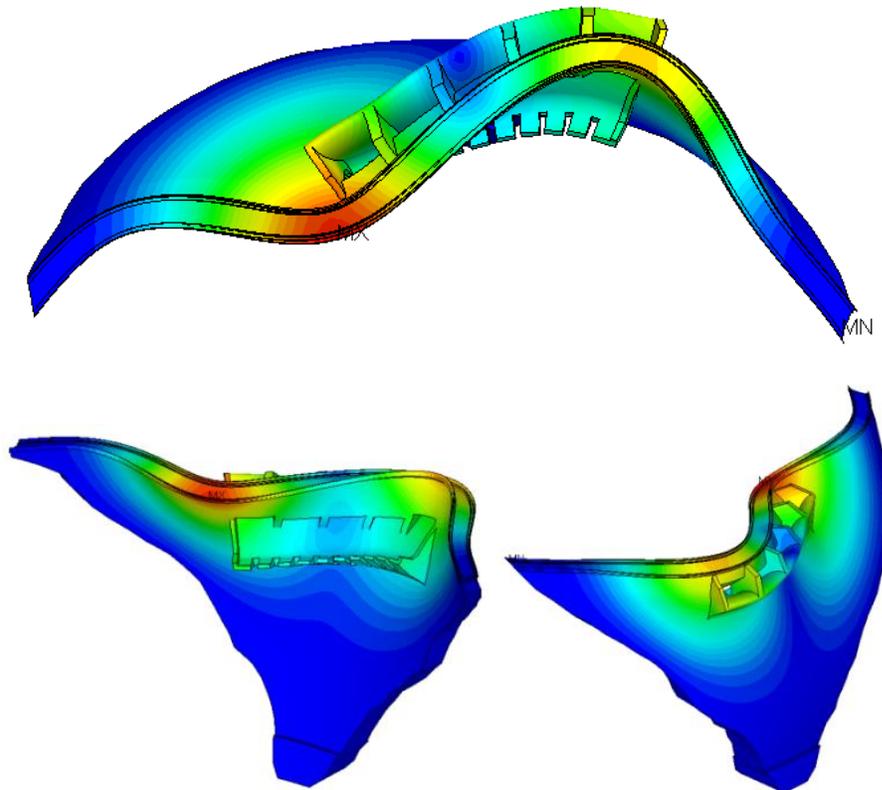


Рис. 4.3.2. Вторая форма собственных колебаний,  $f_2 = 3.22$  Гц.

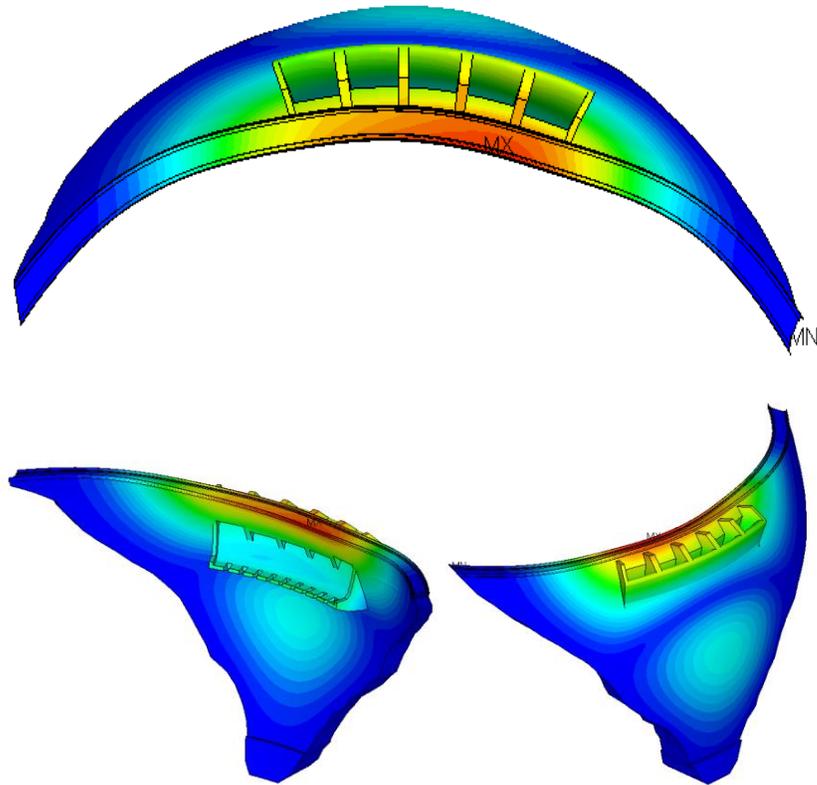


Рис. 4.3.3. Третья форма собственных колебаний,  $f_3 = 4.00$  Гц.

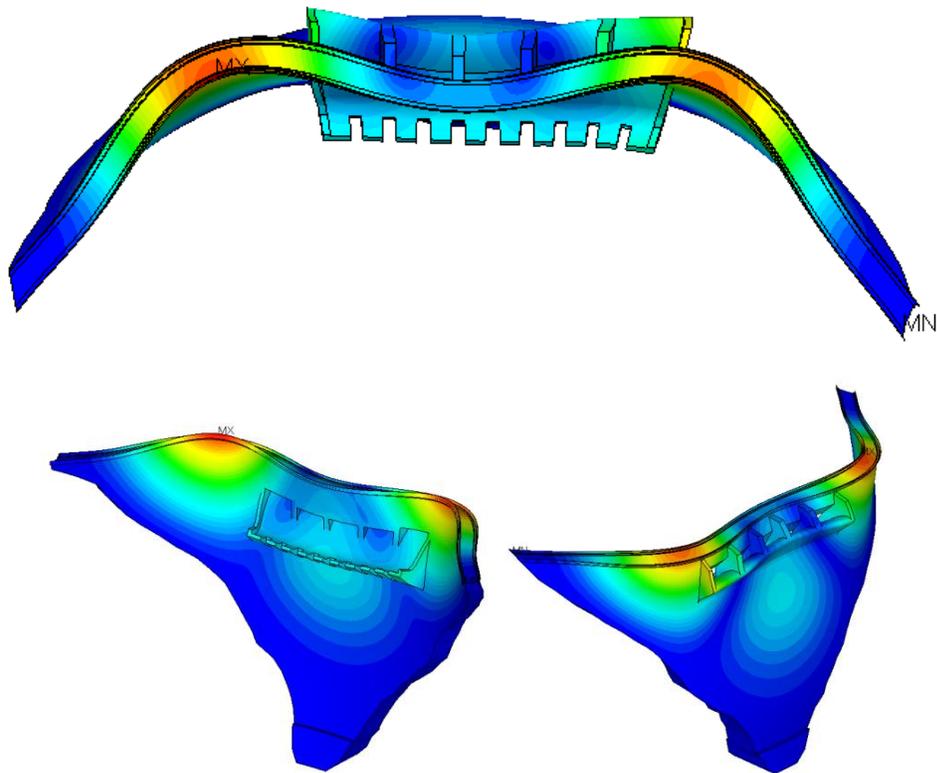


Рис. 4.3.4. Четвертая форма собственных колебаний,  $f_4 = 4.63$  Гц.

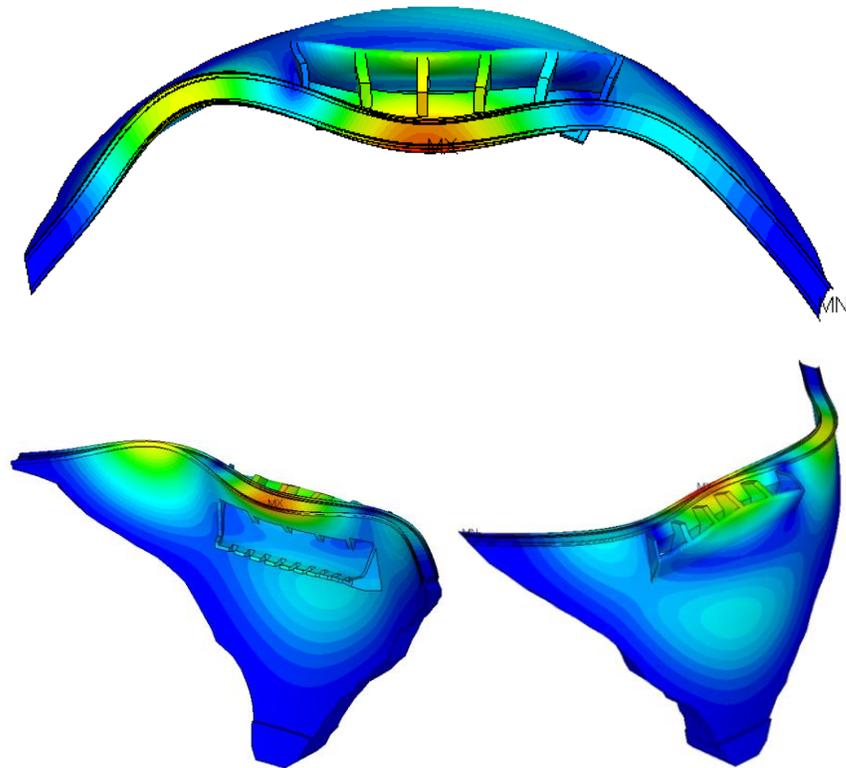


Рис. 4.3.5. Пятая форма собственных колебаний,  $f_5 = 5.30$  Гц.

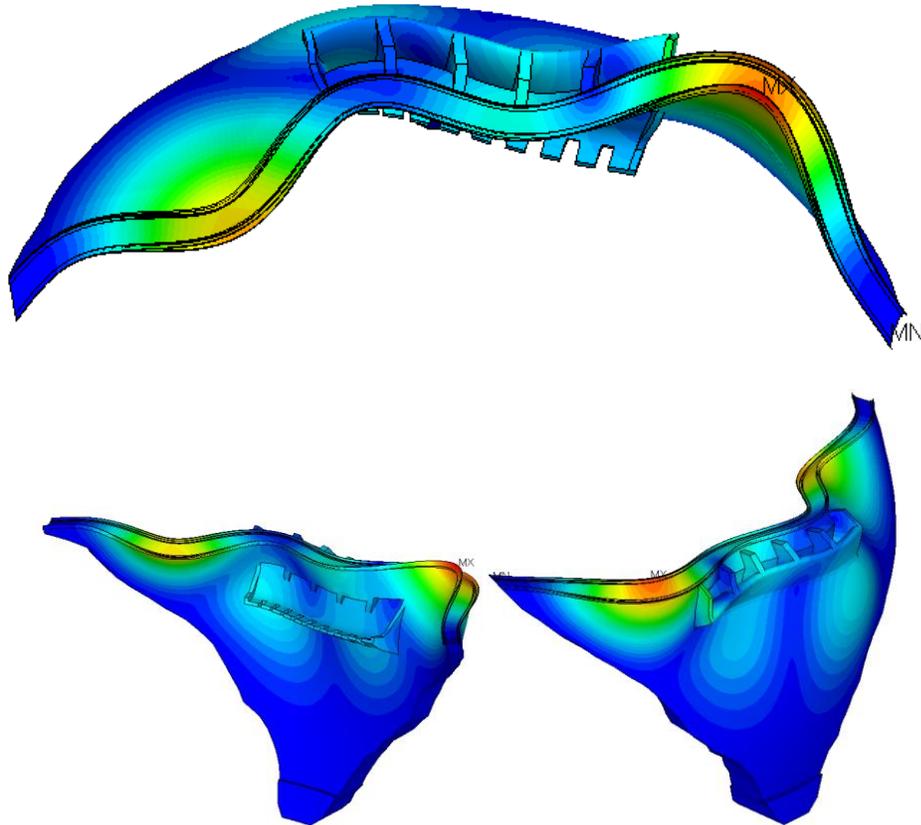


Рис. 4.3.6. Шестая форма собственных колебаний,  $f_6 = 5.99$  Гц.

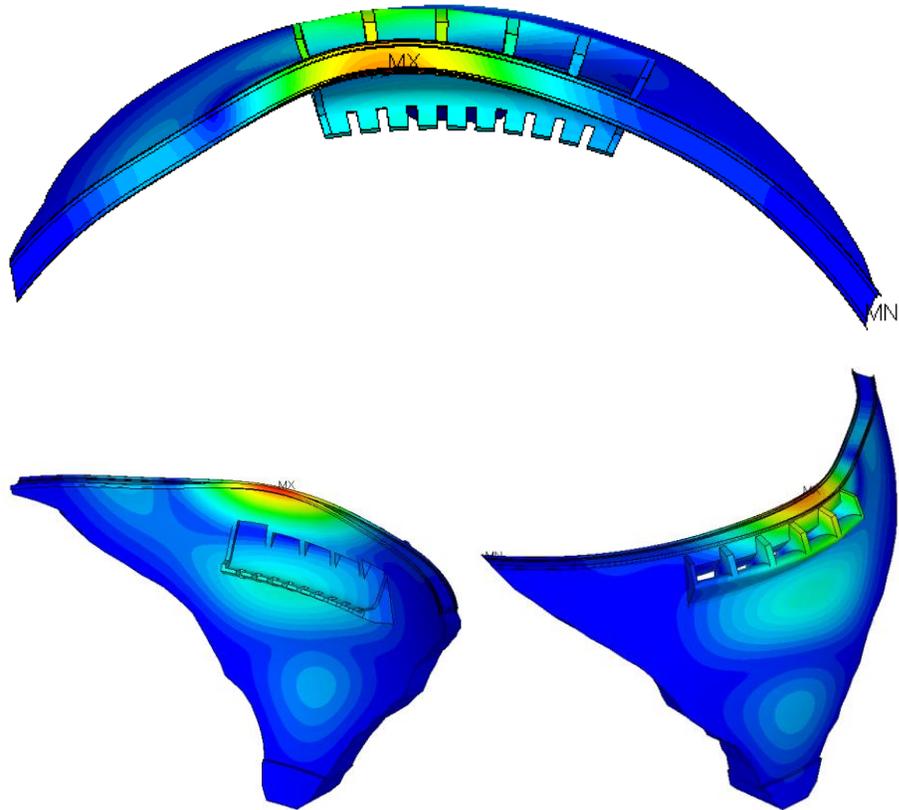


Рис. 4.3.7. Седьмая форма собственных колебаний,  $f_7 = 6.93$  Гц.

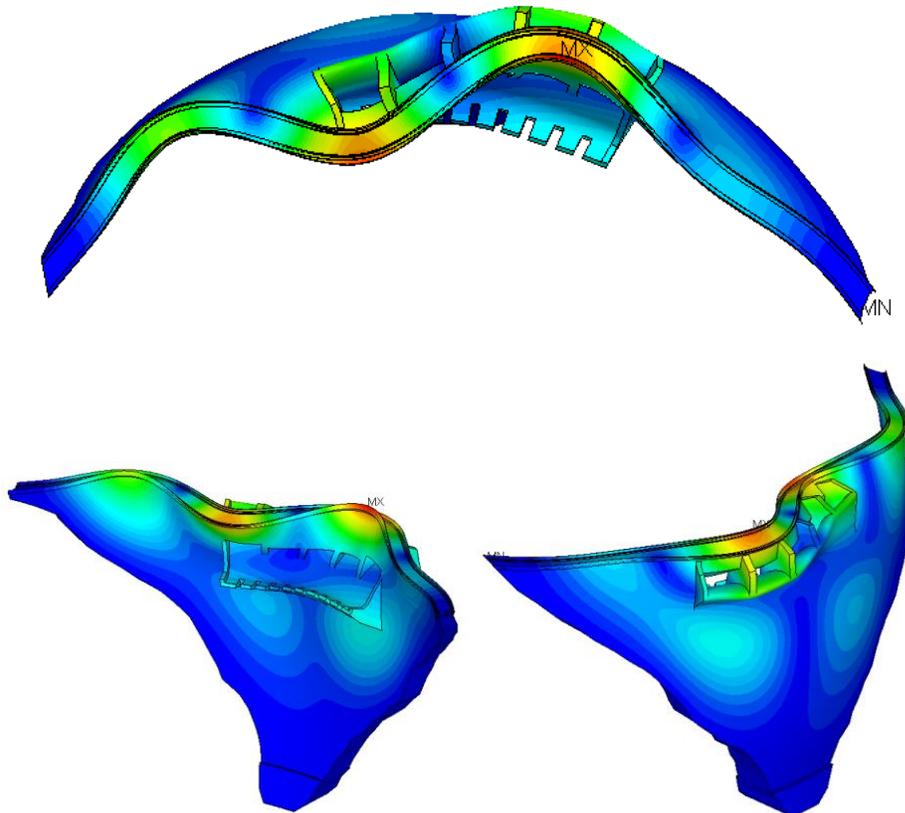


Рис. 4.3.8. Восьмая форма собственных колебаний,  $f_8 = 7.03$  Гц.

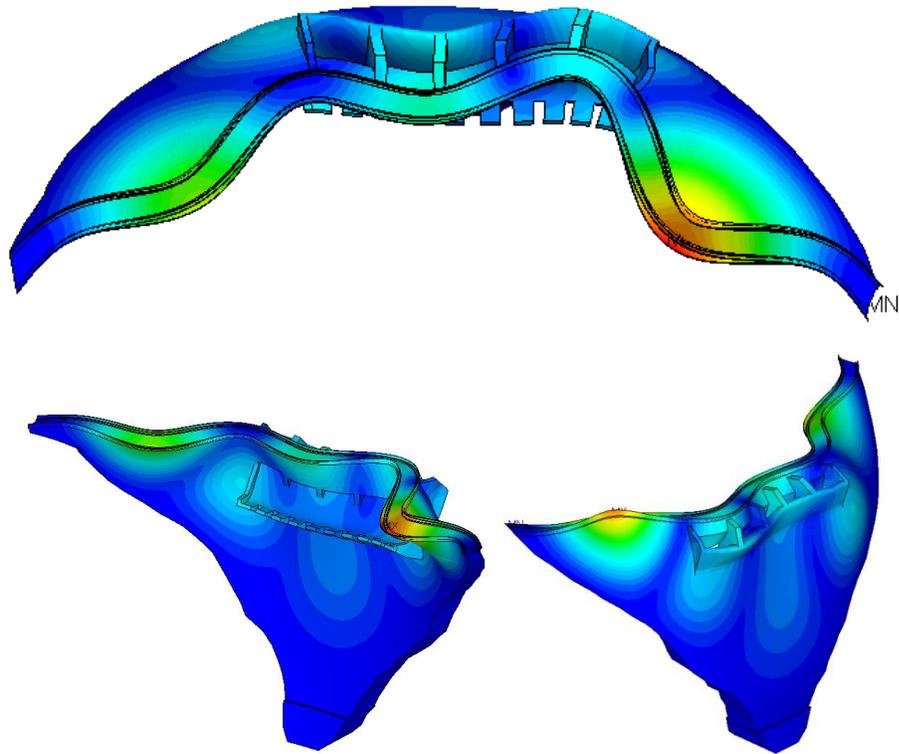


Рис. 4.3.9. Девятая форма собственных колебаний,  $f_9 = 7.74$  Гц.

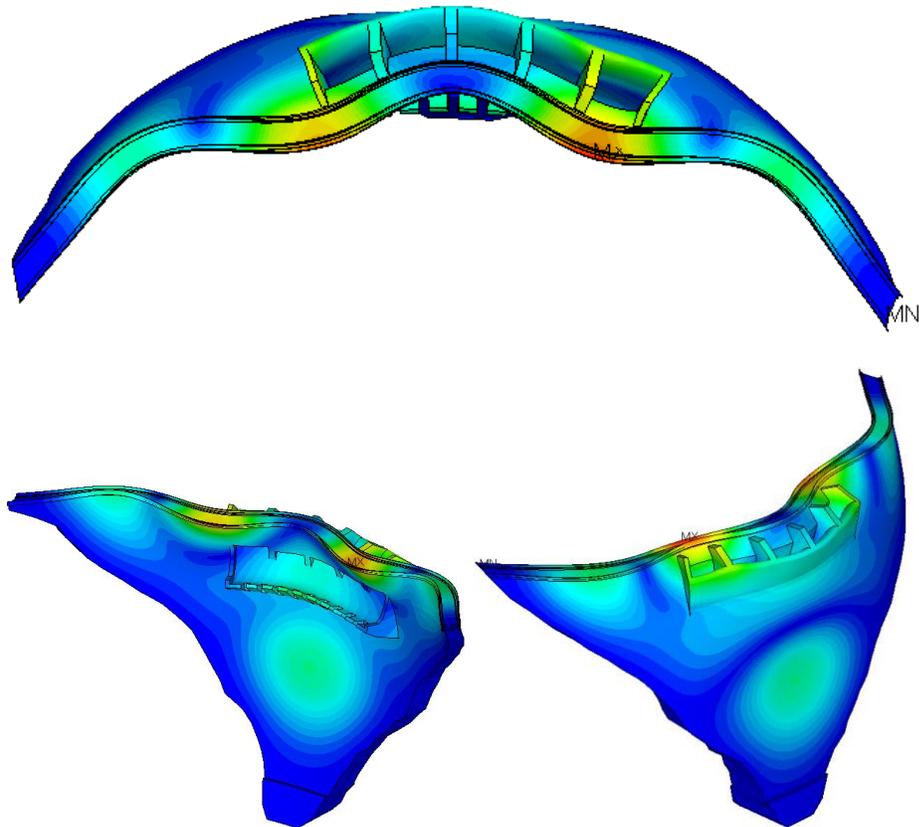
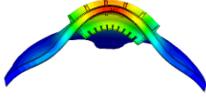
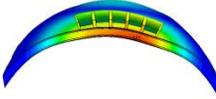
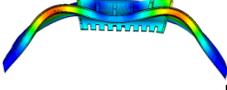
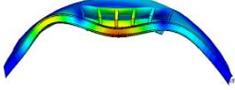
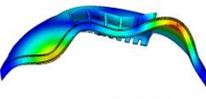
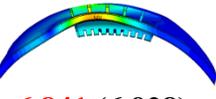
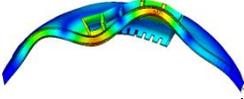
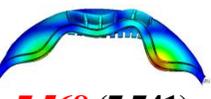


Рис. 4.3.10. Десятая форма собственных колебаний,  $f_{10} = 8.75$  Гц.

**Таблица 4.3.1.** Сопоставление собственных частот и форм колебаний между системами «основание – плотина – водохранилище» и «жесткое основание – плотина – водохранилище» при полностью заполненном водохранилище.

№ п/п	1	2	3	4	5
Форма и частота, Гц	 <b>2.487</b> (2.545)	 <b>3.142</b> (3.223)	 <b>3.931</b> (4.003)	 <b>4.556</b> (4.632)	 <b>5.204</b> (5.303)
№ п/п	6	7	8	9	10
Форма и частота, Гц	 <b>5.849</b> (5.992)	 <b>6.841</b> (6.928)	 <b>6.880</b> (7.025)	 <b>7.568</b> (7.741)	 <b>8.602</b> (8.753)

#### 4.4.2. Статический расчет НДС системы «основание – арочная плотина – водохранилище» при гидростатической нагрузке с учетом собственного веса.

Статическая нагрузка включала собственный вес всех элементов системы и гидростатическое давление воды. В качестве одного из значимых результатов статического расчета рассмотрены перемещения плотины систем «основание - арочная плотина– водохранилище» (ОПВ) и «жесткое основание – арочная плотина – водохранилище» (ЖПВ) в центральном сечении (рисунок 4.4.3-4.4.5).

Для оценки правильности получаемых результатов и оптимизации расчетов выполнялось сопоставление перемещений от гидростатической нагрузки с учетом собственного веса системы «основание – арочная плотина – водохранилище» (ОПВ) и «жесткое основание – арочная плотина – водохранилище» (ЖПВ).

В таблице 4.4.1 приведены результаты сопоставления:

- горизонтальных перемещений;
- вертикальных перемещений;
- суммарных перемещений.

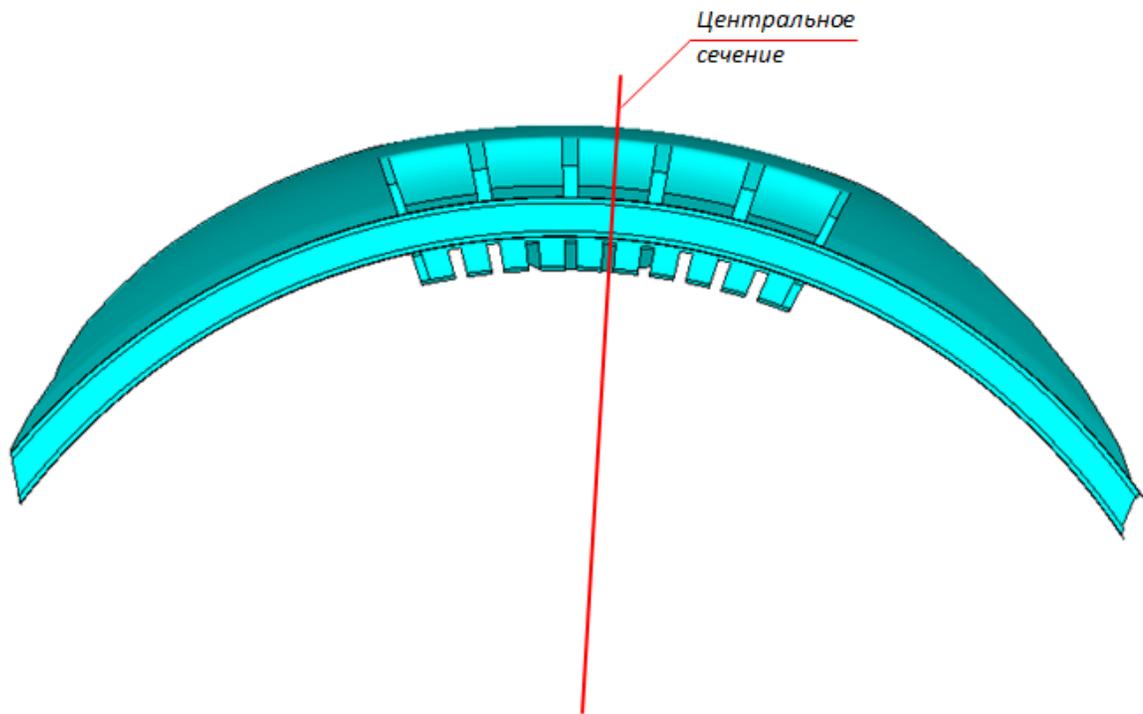


Рис. 4.4.1. Расположение центрального сечения арочной плотины.

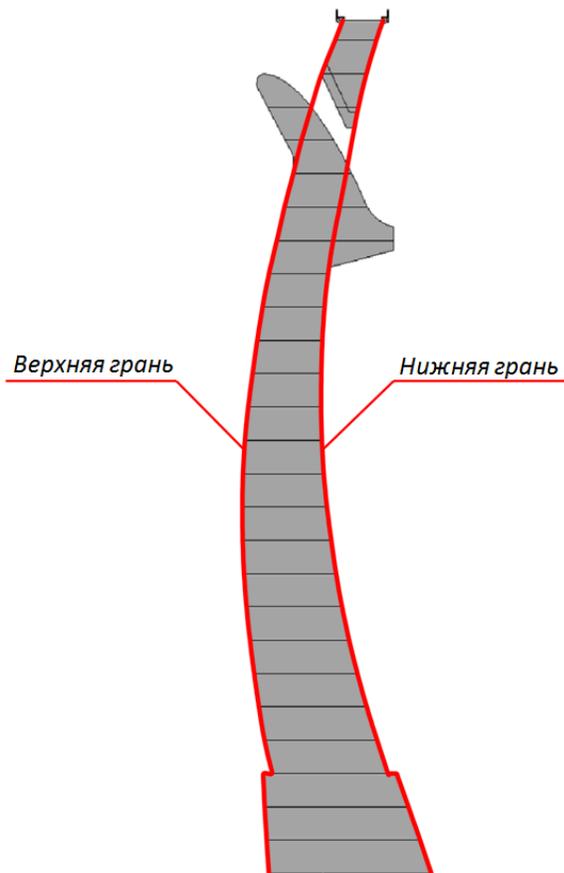


Рис. 4.4.2. Верхняя и нижняя грань центрального сечения плотины.

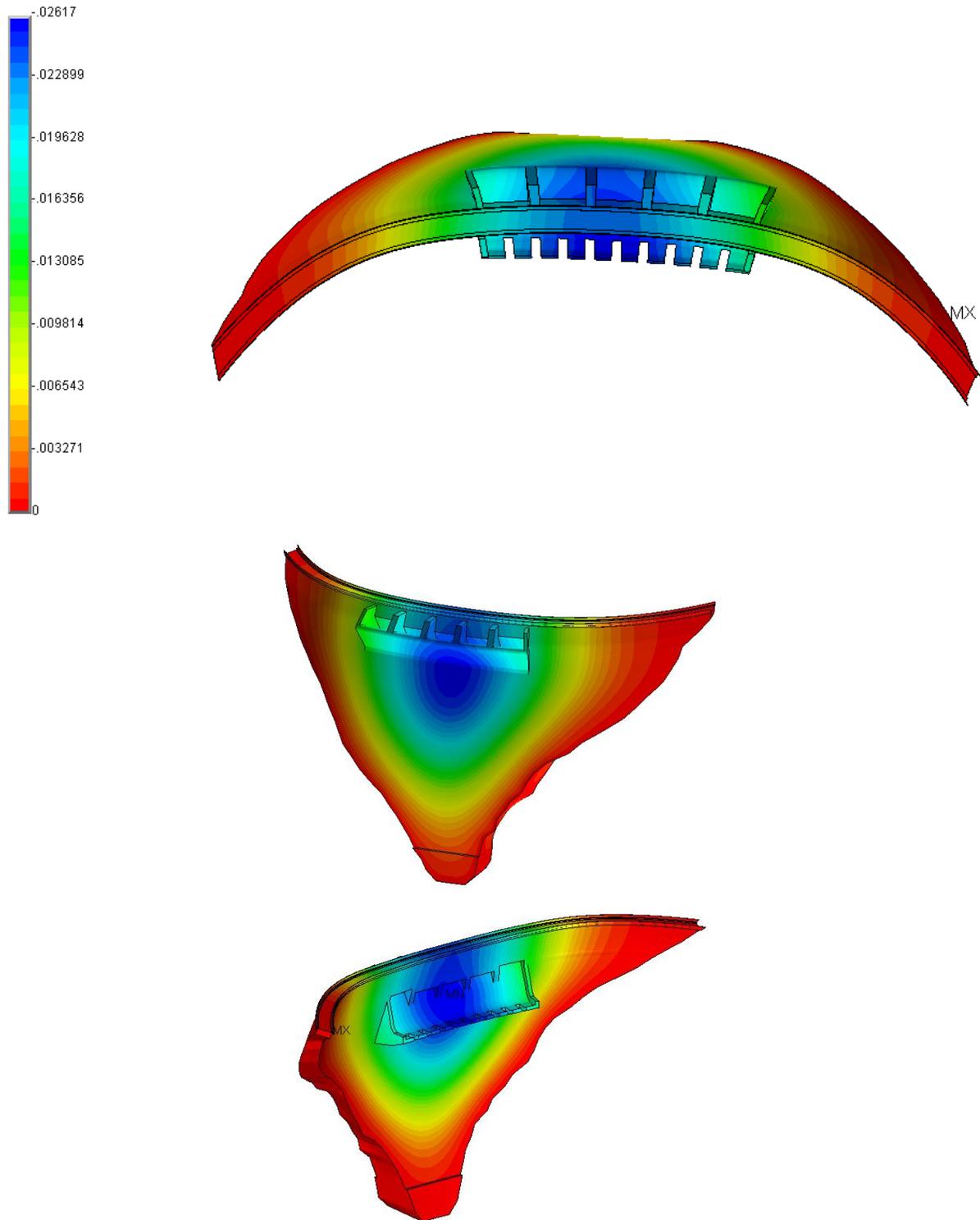


Рис. 4.4.3. Горизонтальные перемещения арочной плотины системы ОПВ (на деформированной модели) от собственного веса и гидростатической нагрузки (в метрах).

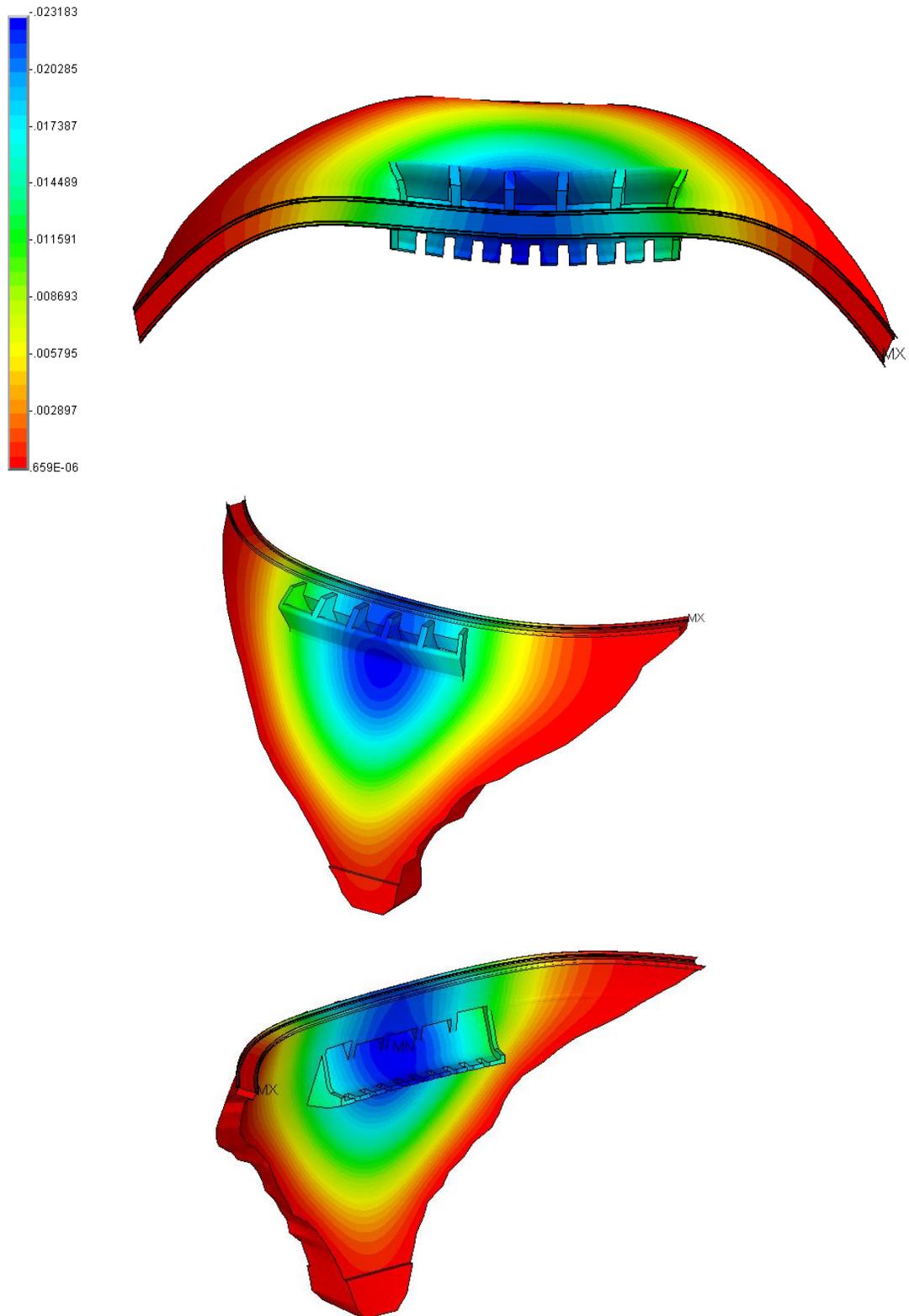


Рис. 4.4.4. Горизонтальные перемещения арочной плотины системы ЖПВ (на деформированной модели) от собственного веса и гидростатической нагрузки (в метрах).

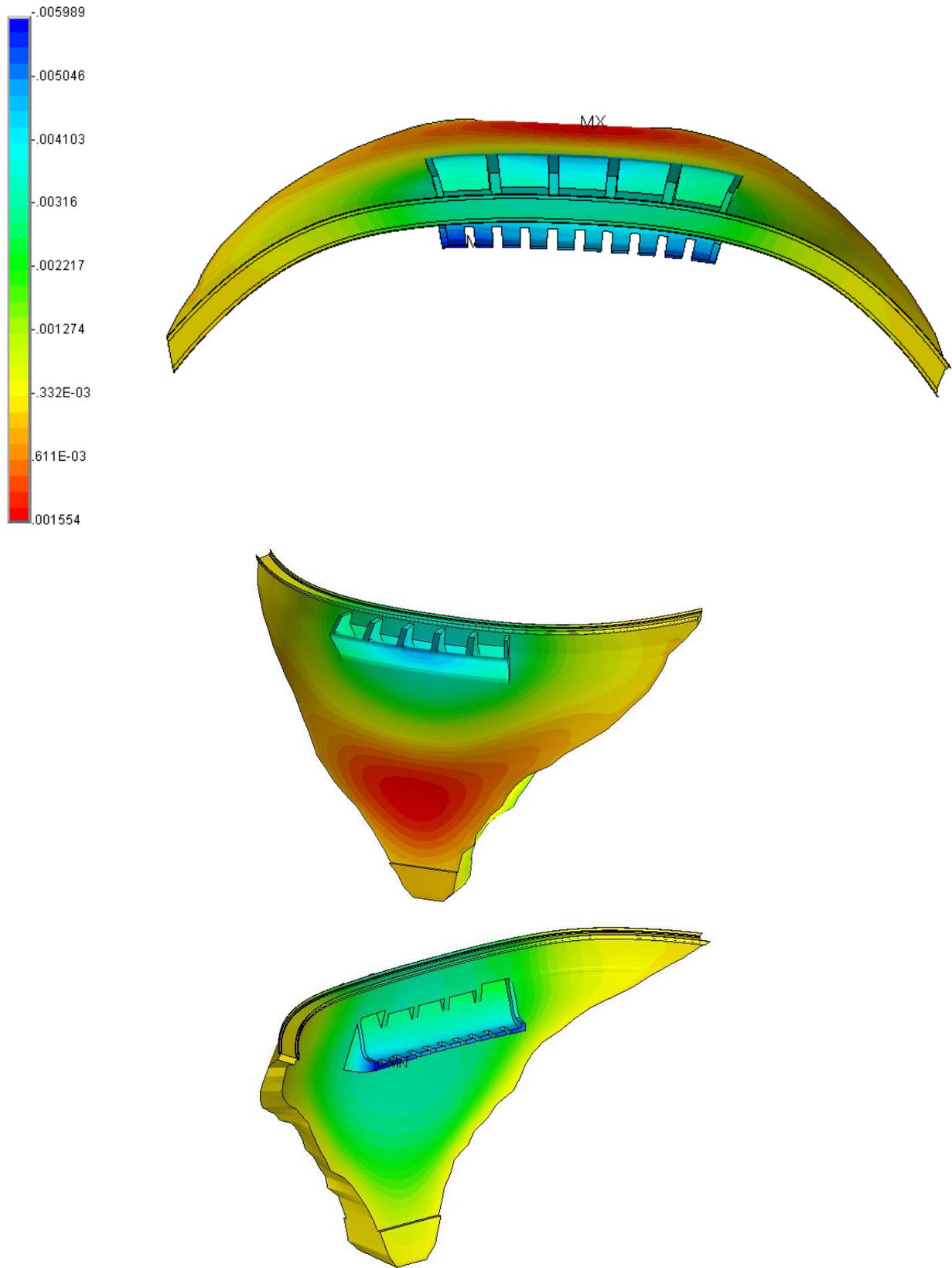


Рис. 4.4.5. Вертикальные перемещения арочной плотины системы ОПВ от собственного веса и гидростатической нагрузки (в метрах).

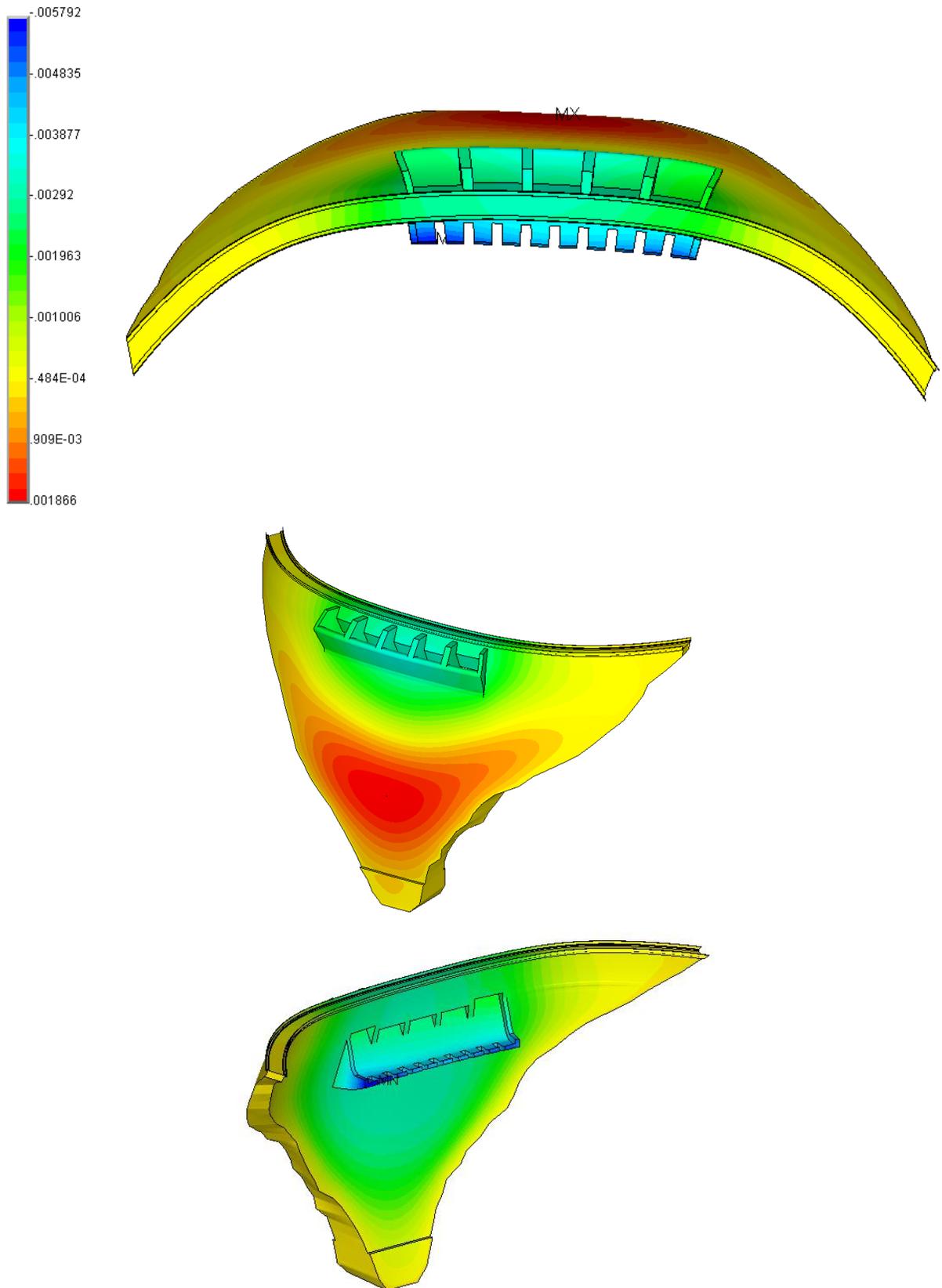


Рис. 4.4.6. Вертикальные перемещения арочной плотины системы ЖПВ от собственного веса и гидростатической нагрузки (в метрах).

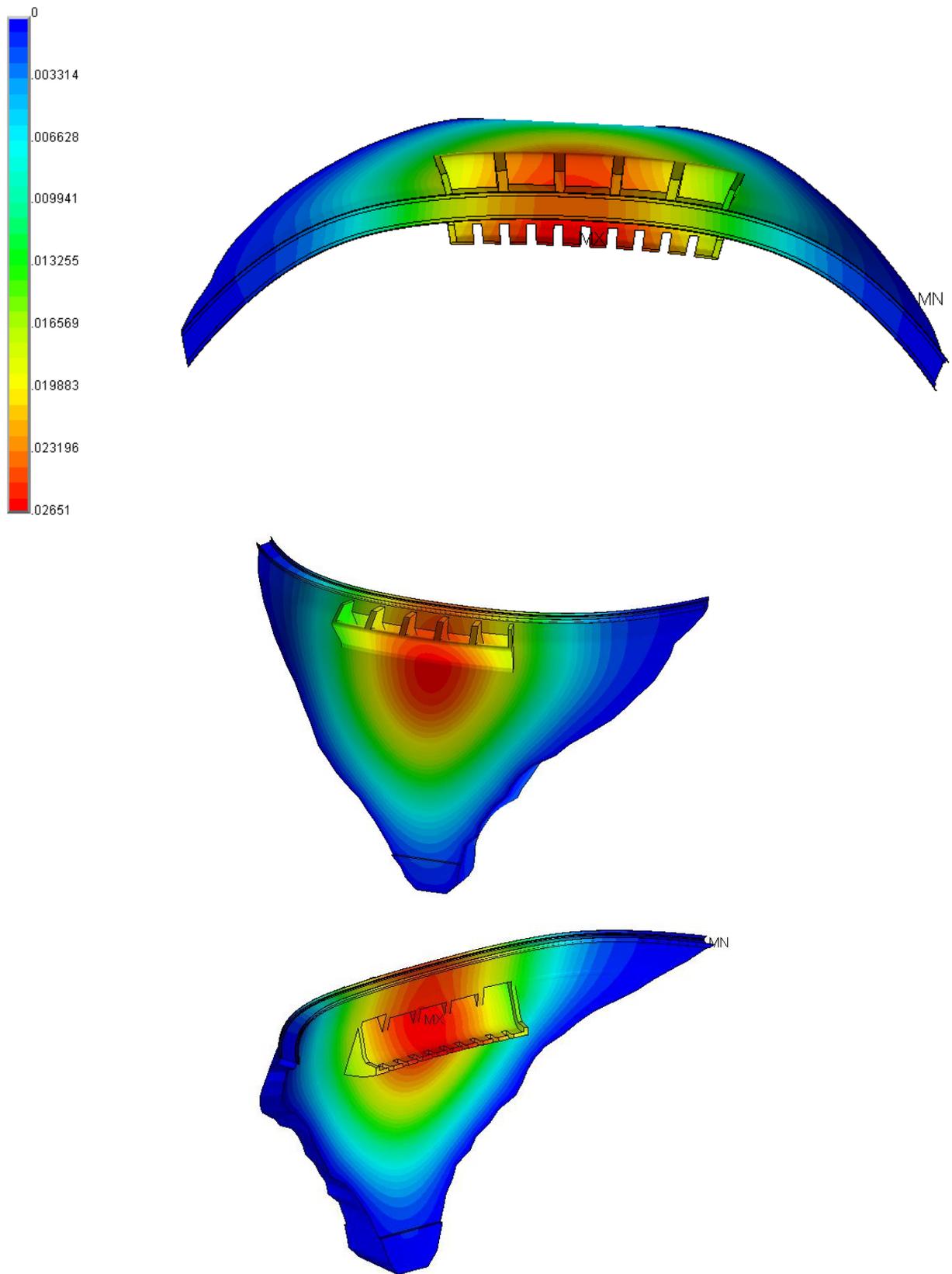


Рис. 4.4.7. Суммарные перемещения арочной плотины системы от собственного веса и гидростатической нагрузки (в метрах).

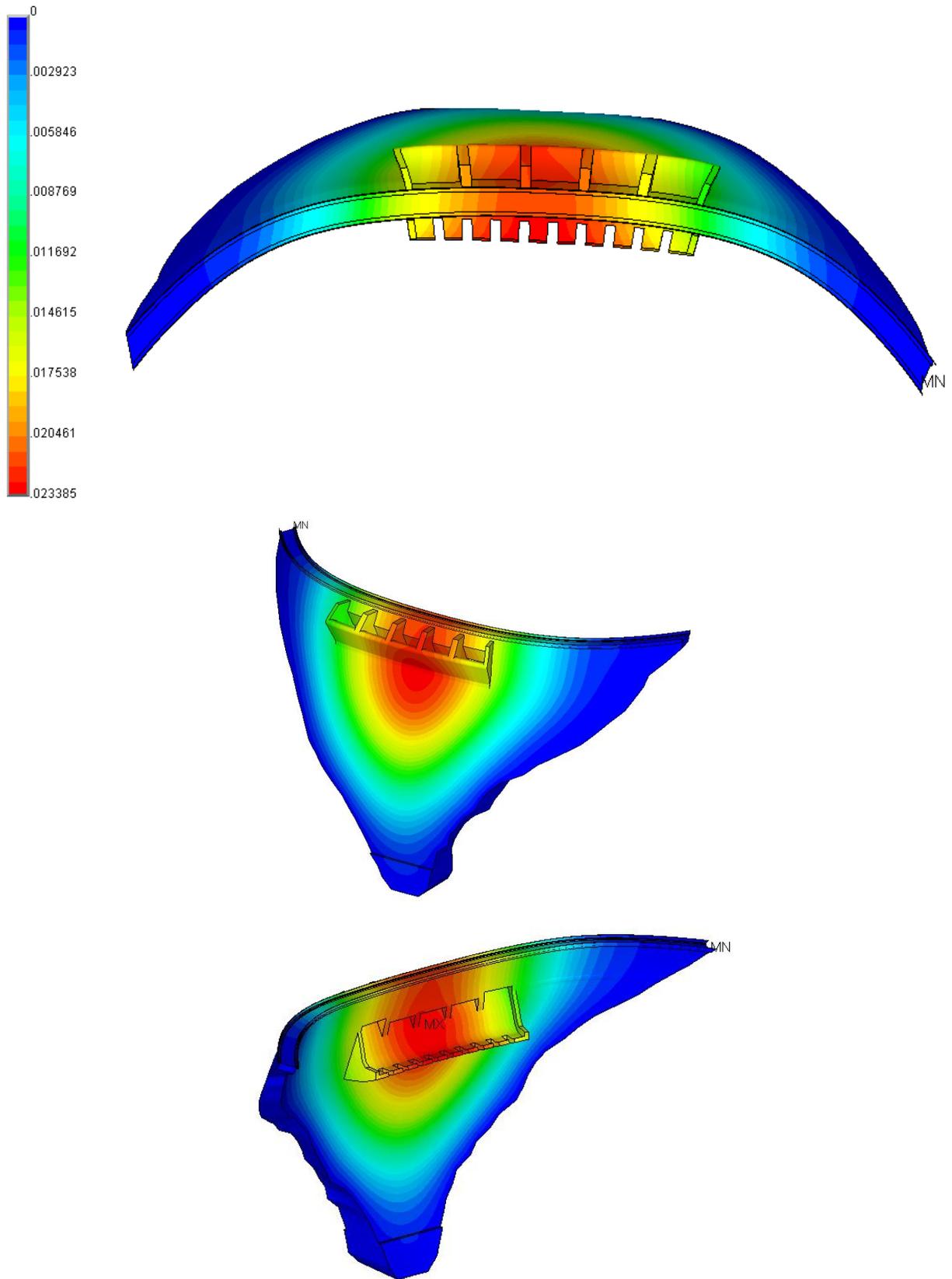
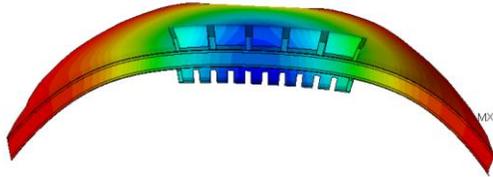
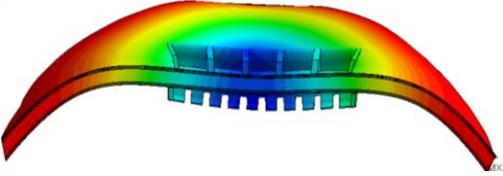
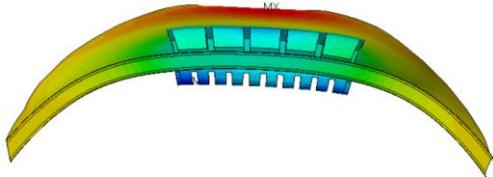
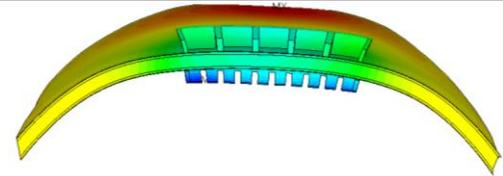
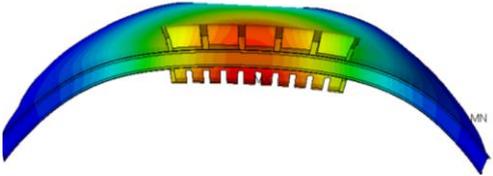
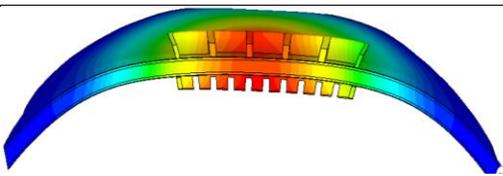


Рис. 4.4.8. Суммарные перемещения арочной плотины системы ЖПВ от собственного веса и гидростатической нагрузки (в метрах).

Таблица 4.4.1. Перемещения арочной плотины от собственного веса и гидростатической нагрузки (в метрах).

	Система ОПВ	Жесткое основание
Горизонтальные перемещения, мм	 <p>Max = 0 Min = -26.2</p>	 <p>Max = 0 Min = -23.2</p>
Вертикальные перемещения, мм	 <p>Max = 1.55 Min = -5.99</p>	 <p>Max = 1.87 Min = -5.79</p>
Суммарные перемещения, мм	 <p>Max = 26.5 Min = 0</p>	 <p>Max = 23.4 Min = 0</p>

В качестве других значимых результатов статического расчета рассмотрены главные и эквивалентные напряжения плотины систем «основание - арочная плотина- водохранилище» (ОПВ) и «жесткое основание – арочная плотина – водохранилище» (ЖПВ) (рис. 4.4.9-4.4.14).

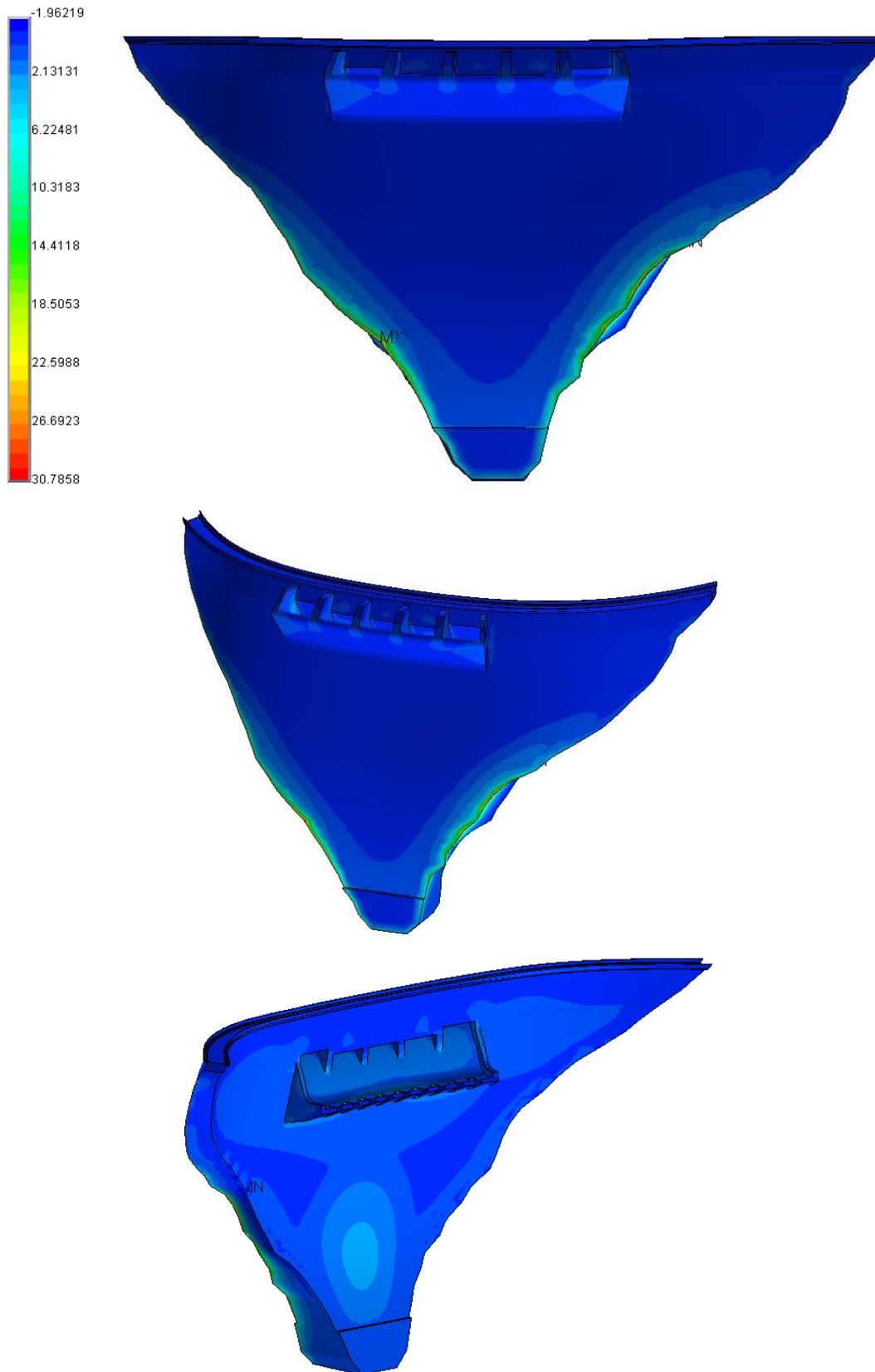


Рис. 4.4.9. Главные напряжения  $\sigma_1$  арочной плотины (система ОПВ) от собственного веса и гидростатической нагрузки (в МПа).

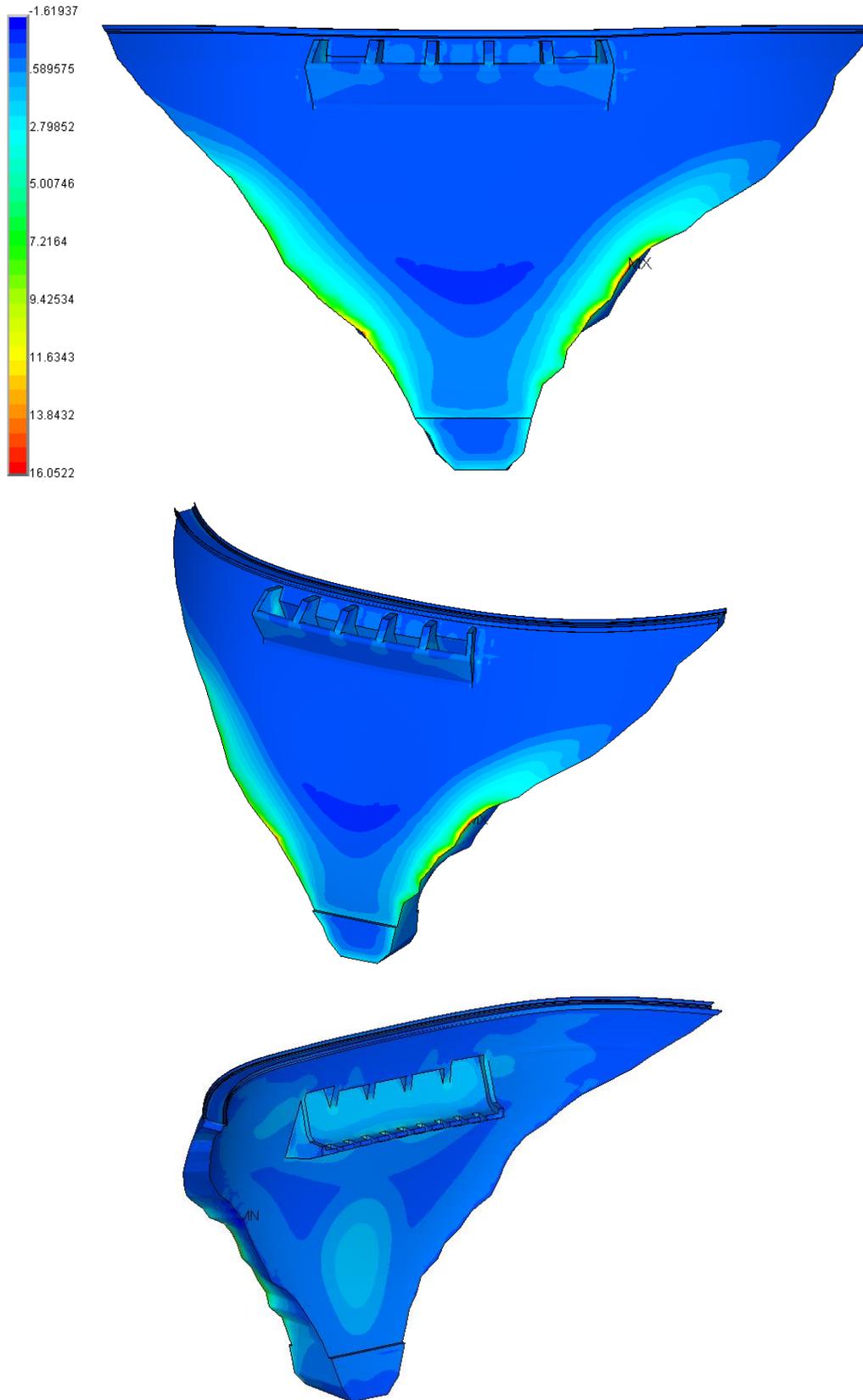


Рис. 4.4.10. Главные напряжения  $\sigma_1$  арочной плотины (система ЖПВ) от собственного веса и гидростатической нагрузки (в МПа).

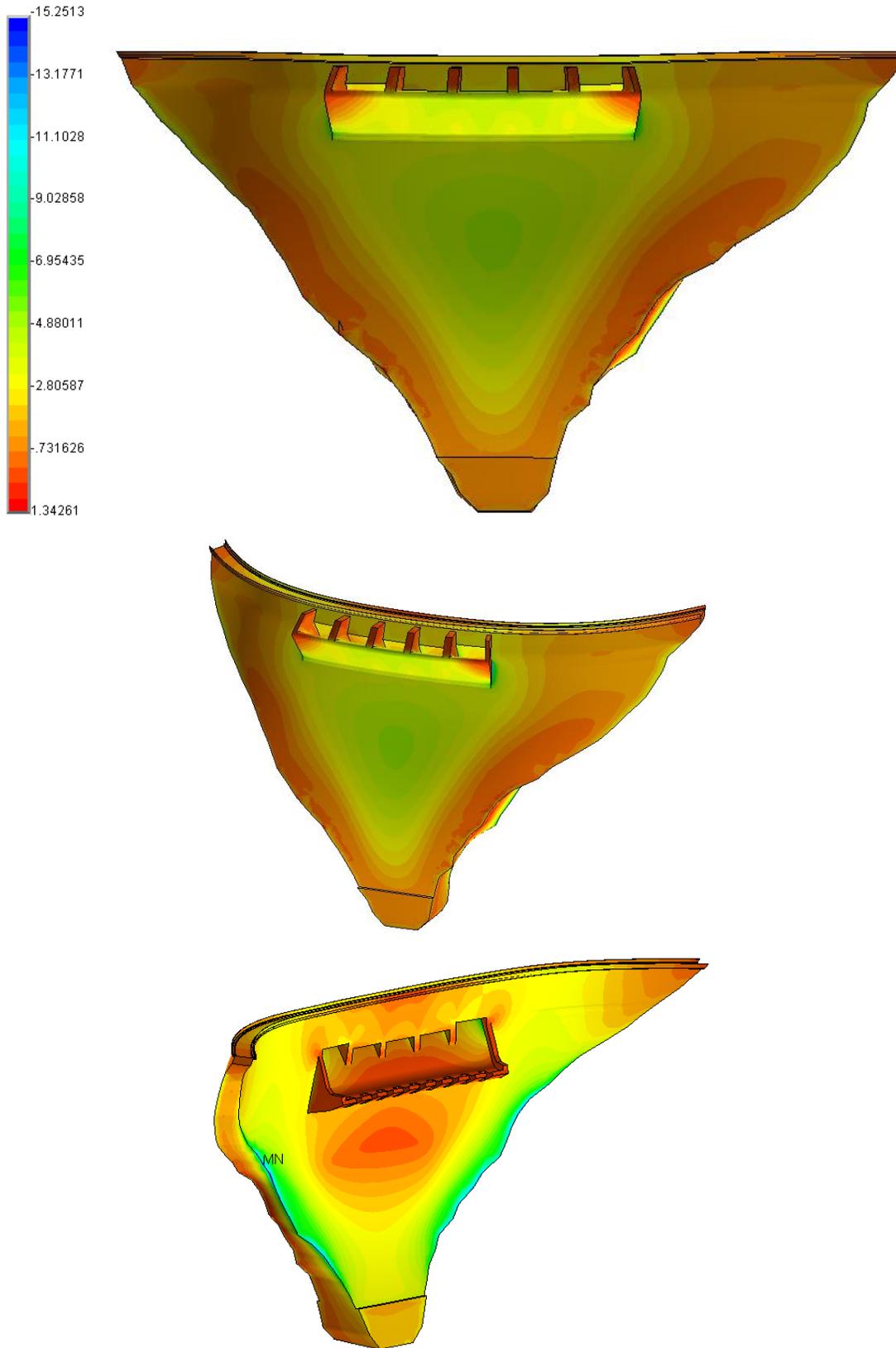


Рис. 4.4.11. Главные напряжения  $\sigma_3$  арочной плотины (система ОПВ) от собственного веса и гидростатической нагрузки (в МПа).

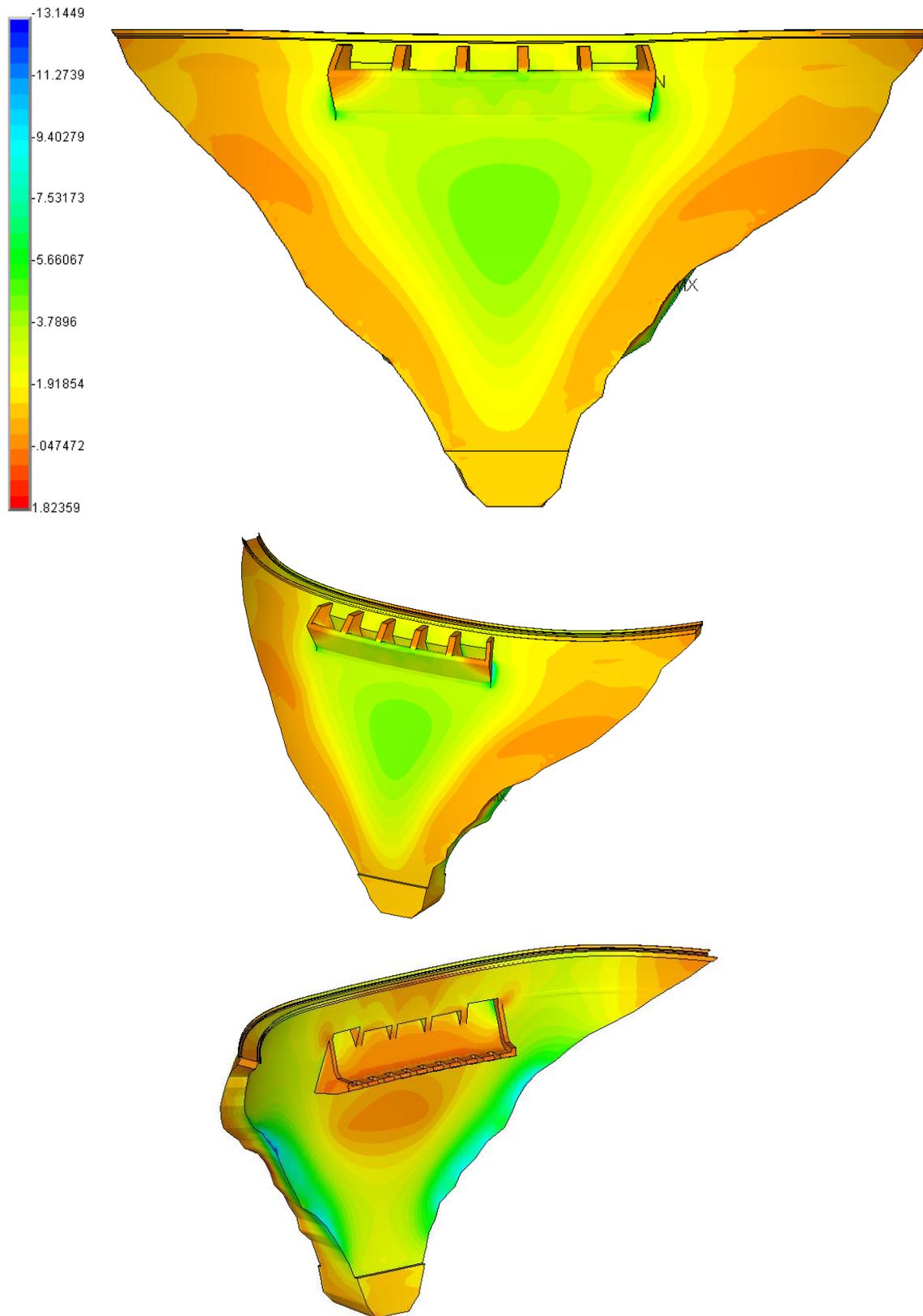


Рис. 4.4.12. Главные напряжения  $\sigma_3$  арочной плотины (система ЖПВ) от собственного веса и гидростатической нагрузки (в МПа).

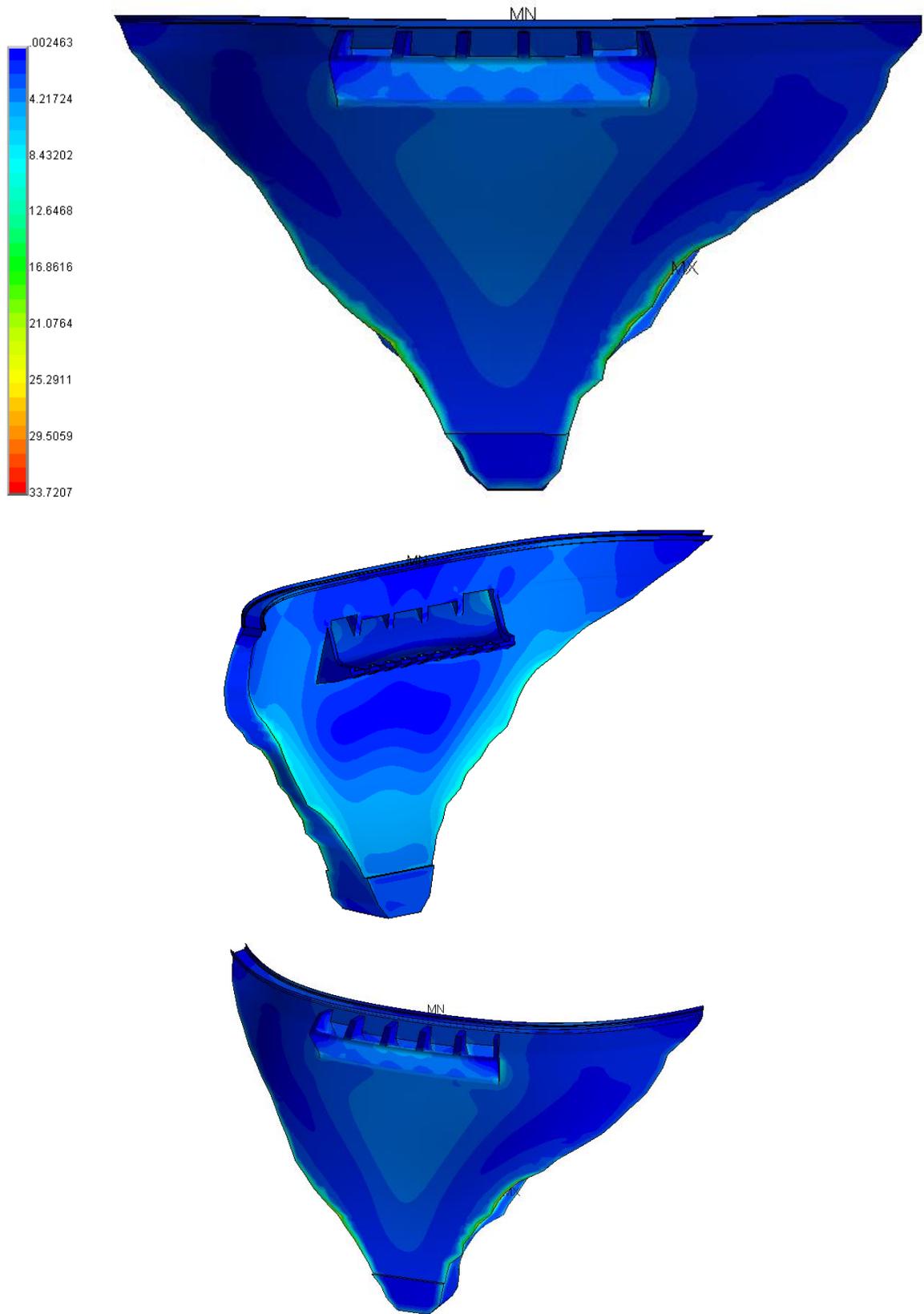


Рис. 4.4.13. Эквивалентные напряжения  $\sigma_{\text{экв}}$  (по Мизесу) арочной плотины (система ОПВ) от собственного веса и гидростатической нагрузки (в МПа).

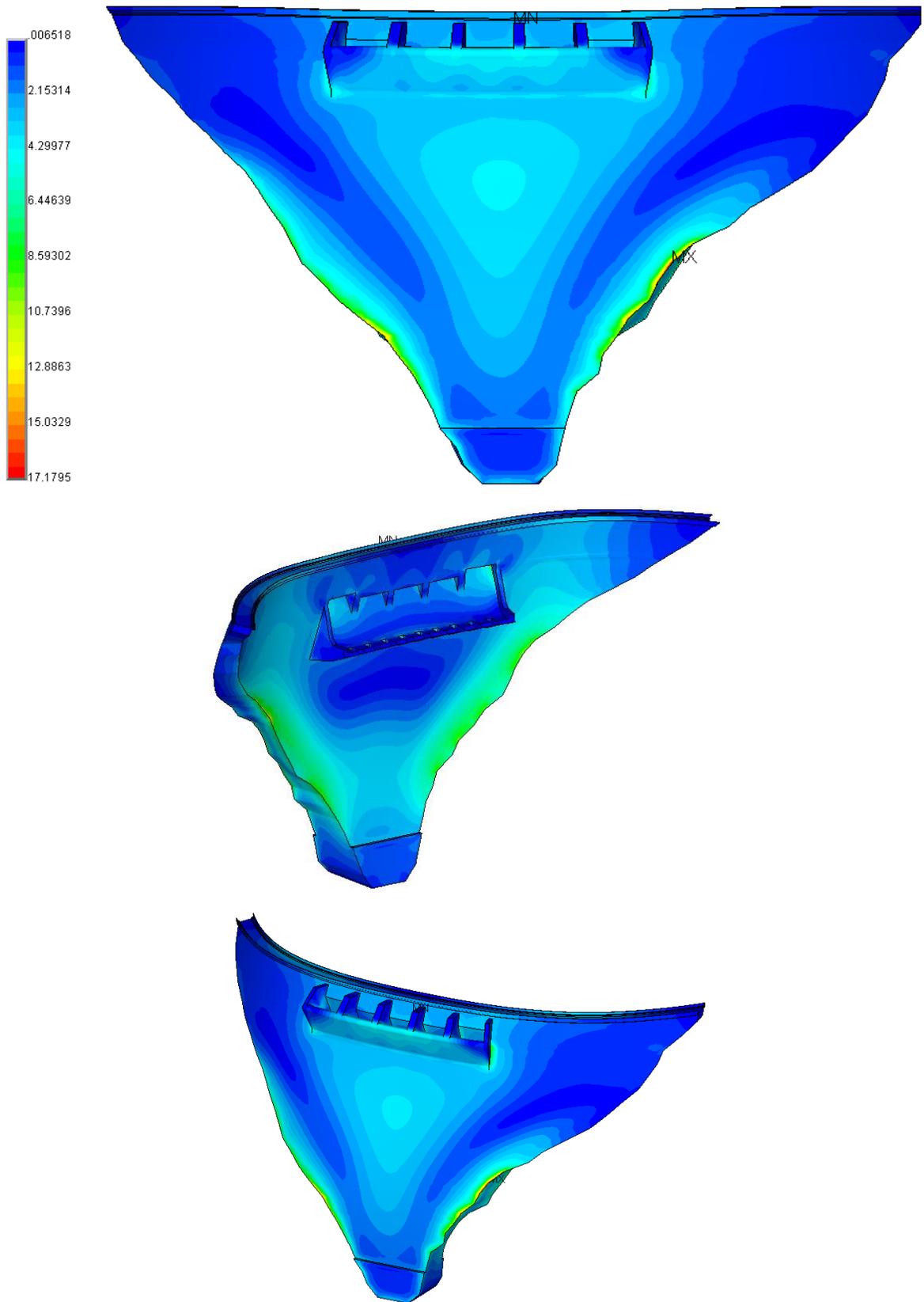
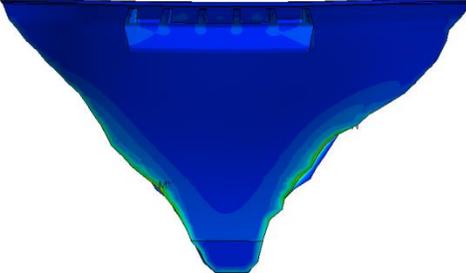
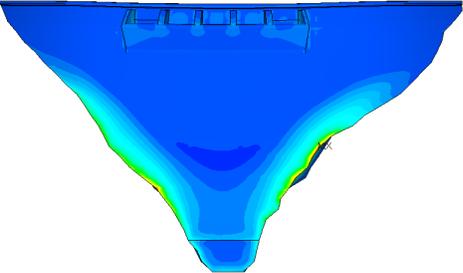
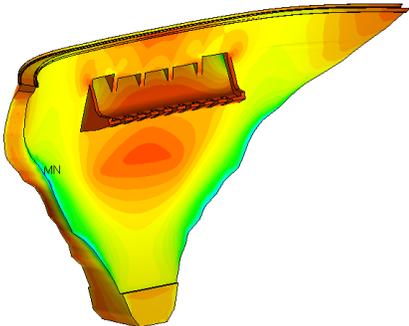
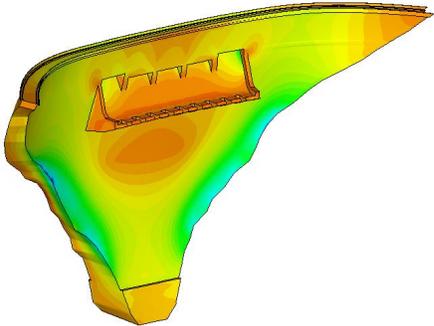
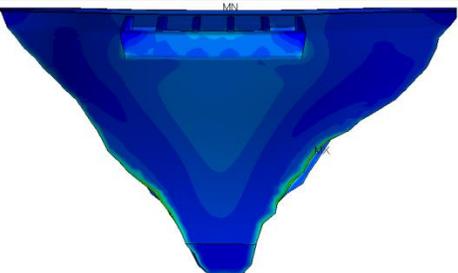
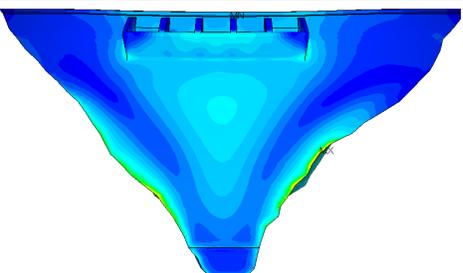


Рис. 4.4.14. Эквивалентные напряжения  $\sigma_{\text{ЭКВ}}$  (по Мизесу) арочной плотины (система ЖПВ от собственного веса и гидростатической нагрузки (в МПа).

В таблице 4.4.2 приведены результаты сопоставления

- главных напряжений  $\sigma_1$ ;
- главных напряжений  $\sigma_3$ ;
- эквивалентных напряжений (по Мизесу).

Таблица 4.4.2. Напряжения в арочной плотине от собственного веса и гидростатической нагрузки (в МПа).

	Система ОПВ	Жесткое основание
Главные напряжения $\sigma_1$ , МПа	 <p>Max = 30.8; Min = -1.96</p>	 <p>Max = 16.1; Min = -1.62</p>
Главные напряжения $\sigma_3$ , МПа	 <p>Max = 1.34; Min = -15.3</p>	 <p>Max = 1.82; Min = -13.1</p>
Эквивалентные напряжения $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ (по Мизесу), МПа	 <p>Max = 33.7; Min = 0.02</p>	 <p>Max = 17.2; Min = 0</p>

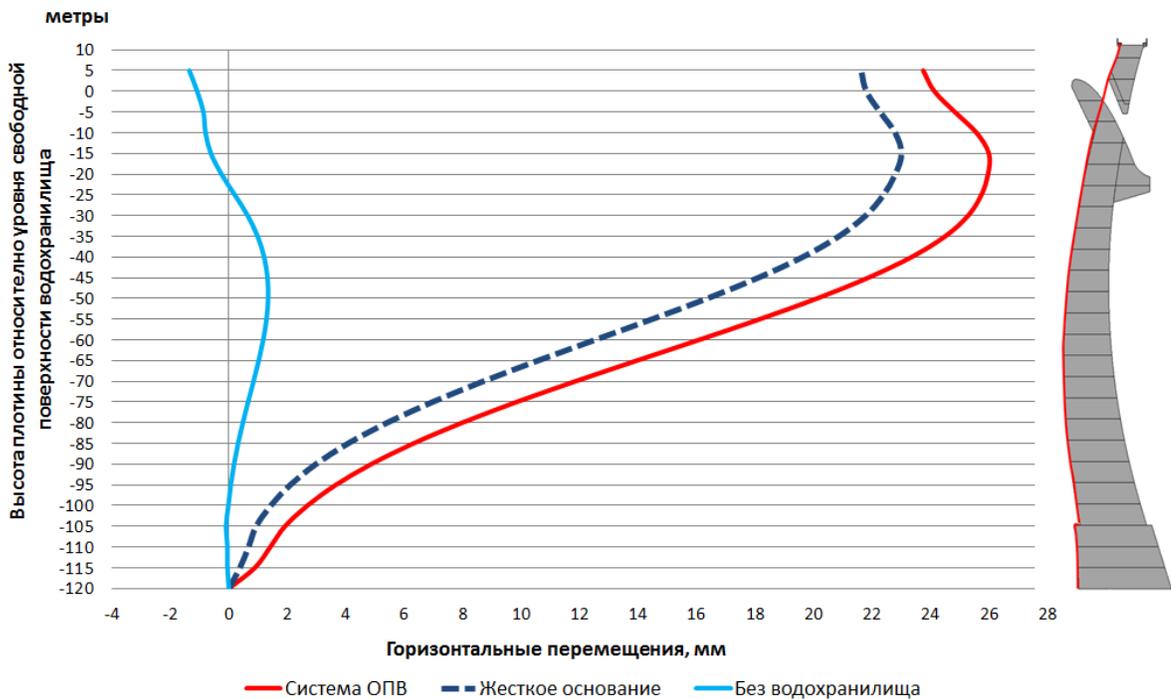


Рис. 4.4.15. Горизонтальные перемещения верхней грани центрального сечения арочной плотины с учетом собственного веса от гидростатической нагрузки (в мм).

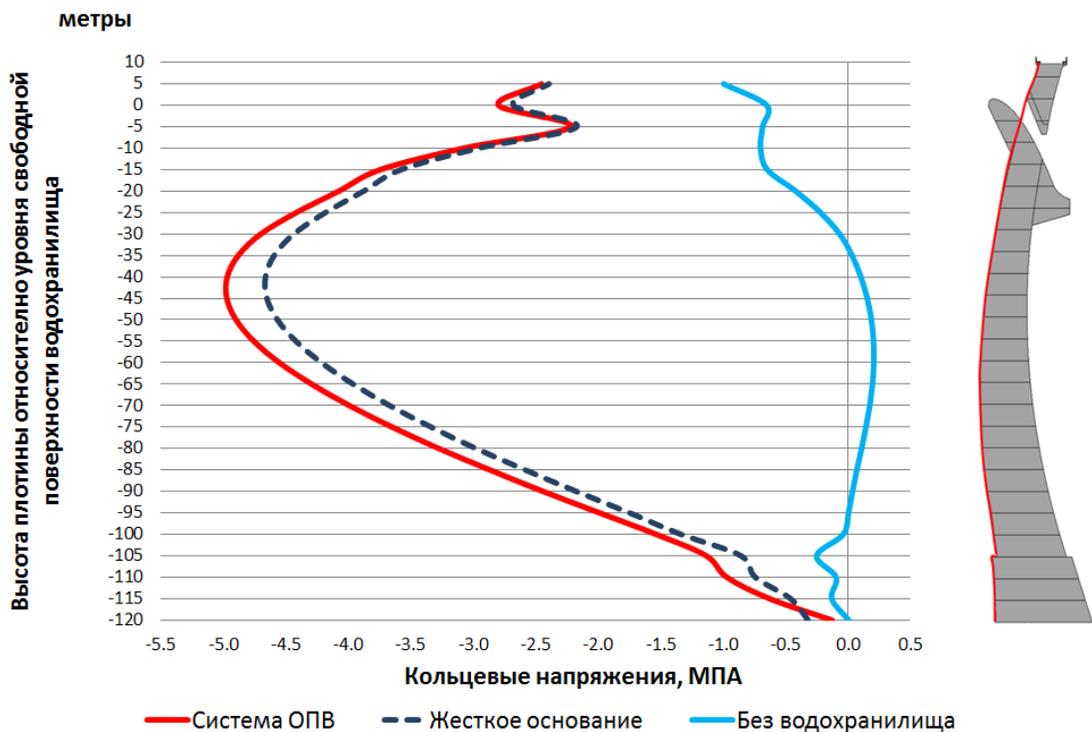


Рис. 4.4.16. Кольцевые напряжения на верхней грани центрального сечения арочной плотины с учетом собственного веса от гидростатической (в МПа).

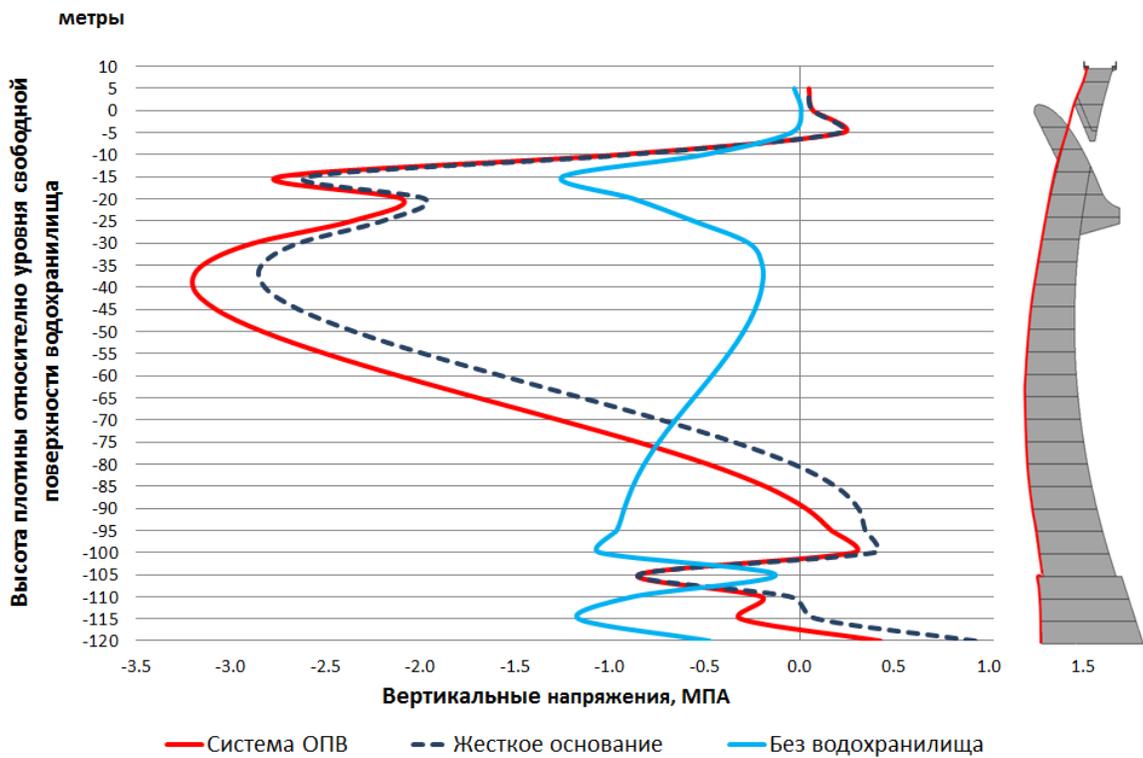


Рис. 4.4.17. Вертикальные напряжения на верхней грани центрального сечения арочной плотины от гидростатической нагрузки, с учетом собственного веса (в МПа).

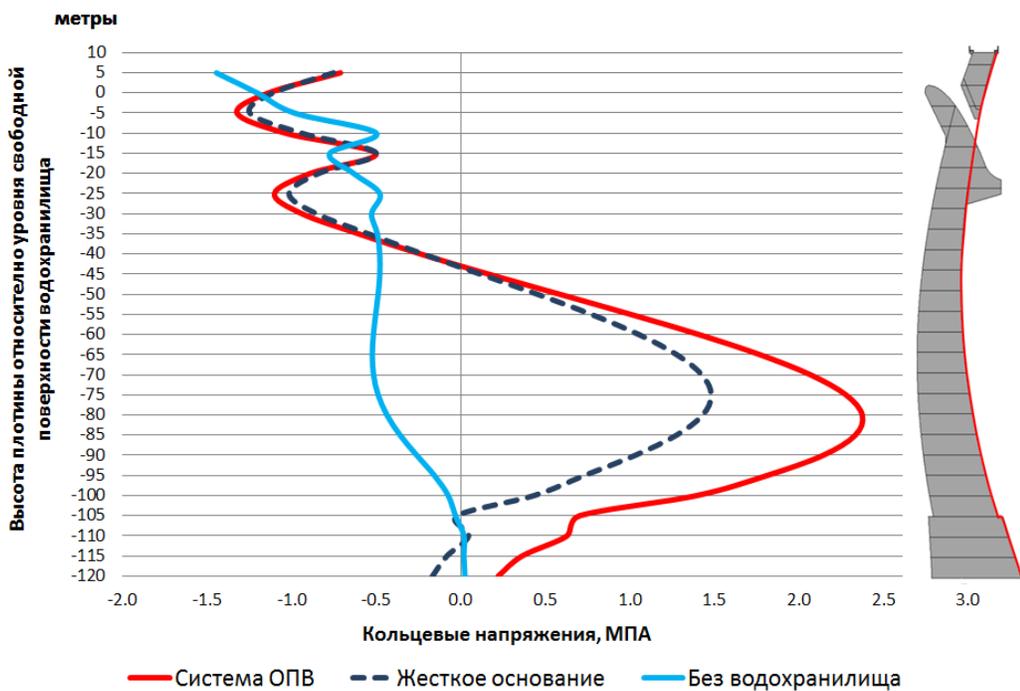


Рис. 4.4.18. Кольцевые напряжения на нижней грани центрального сечения арочной плотины от гидростатической нагрузки, с учетом собственного веса (в МПа).



Рис. 4.4.19. Вертикальные напряжения на нижней грани центрального сечения арочной плотины от гидростатической нагрузки, с учетом собственного веса (в МПа).

Статические расчеты НДС систем «основание – арочная плотина – водохранилище» и «жесткое основание – арочная плотина – водохранилище» при гидростатической нагрузке с учетом собственного веса показывают различие в горизонтальных, вертикальных и суммарных перемещениях не более 17%. Максимальные горизонтальные и вертикальные перемещения для системы «основание – арочная плотина Нам Чиен – водохранилище» равны 26мм и 6мм соответственно. Картина распределения напряжений для двух вариантов показывает, что наибольшие значения, как растягивающих так и сжимающих напряжений, возникают в зоне контакта плотины с основанием и носят локальный характер. Зона главных растягивающих напряжений находится со стороны верхнего бьефа, с максимальными значениями для системы «основание – арочная плотина Нам Чиен – водохранилище»

30.8 МПа. Максимальные значения для системы «жесткое основание – арочная плотина Нам Чиен – водохранилище» 16.1 МПа. Главные сжимающие напряжения для систем «основание – арочная плотина Нам Чиен – водохранилище» и «жесткое основание – арочная плотина Нам Чиен – водохранилище» отличаются на 4% и равны 15.3 МПа и 13.1 МПа соответственно.

#### 4.4.3. Динамический расчет НДС системы «основание – арочная плотина – водохранилище» при сейсмических воздействиях.

Для решения задачи в динамической постановке решение СЛАУ выполнялось прямым разреженным методом (SPARSE). Интегрирование по времени проводилось методом Ньюмарка, шаг принимался равным 0.01с. Динамическое воздействие в виде трехкомпонентной акселерограммы прикладывалось как инерционные силы. Первые 3 секунды прикладывается гидростатическая нагрузка с собственным весом.

В качестве результата динамического расчета системы «основание – плотина – водохранилище» (ОПВ) сопоставлялись перемещения верхней точки центрального сечения арочной плотины и двух вариантов, первый – жесткое основание – плотина – водохранилище» (ЖПВ) , второй – без водохранилища (ОП).

Таблица 4.4.3. Сравнение горизонтальных перемещений верхней точки плотины центрального сечения.

	<b>СИСТЕМА ОПВ</b>	<b>ЖЕСТКОЕ ОС- НОВАНИЕ</b>	<b>БЕЗ ВОДОХРАНИ- ЛИЩА</b>
Максимальные перемещения, мм	-78	-53	-32
Время, с	11.72	12.57	12.44

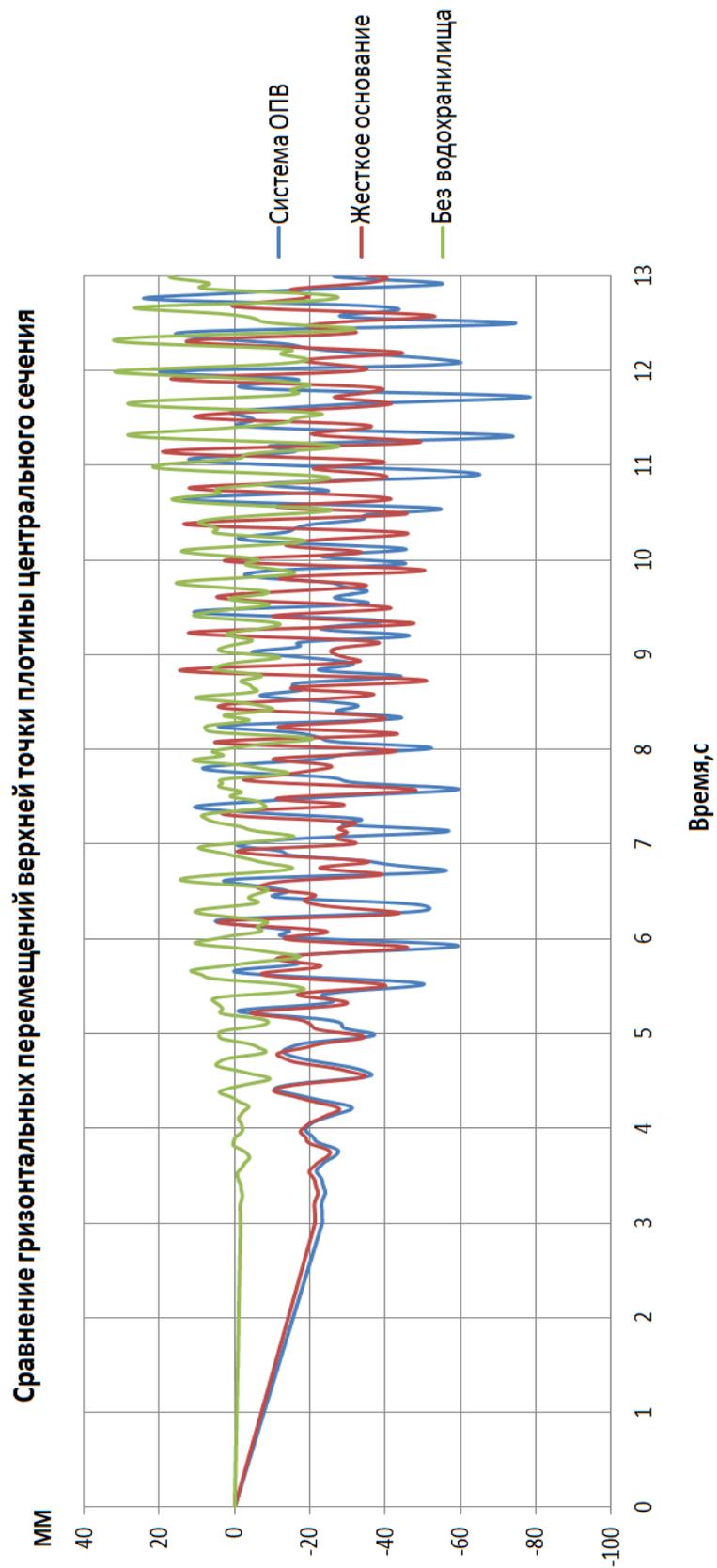


Рис. 4.4.20. Сравнение динамических горизонтальных перемещений верхней точки плотины центрального сечения.

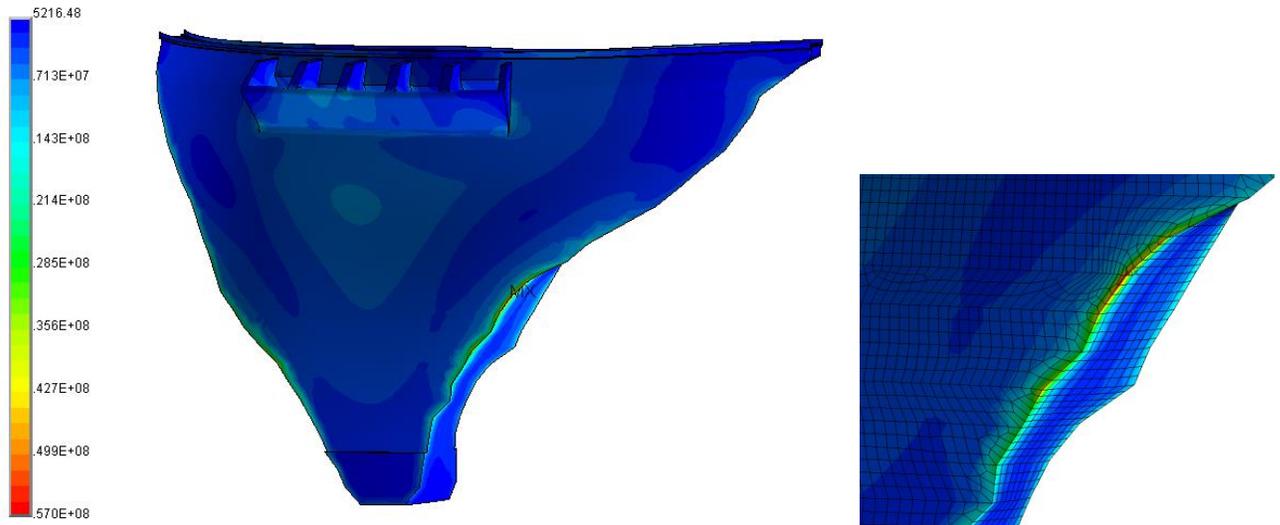


Рис. 4.4.21. Эквивалентные напряжения плотины  $\sigma_{\text{экв}}$  (системы ОПВ) в момент времени 12.6 секунды (в Па).

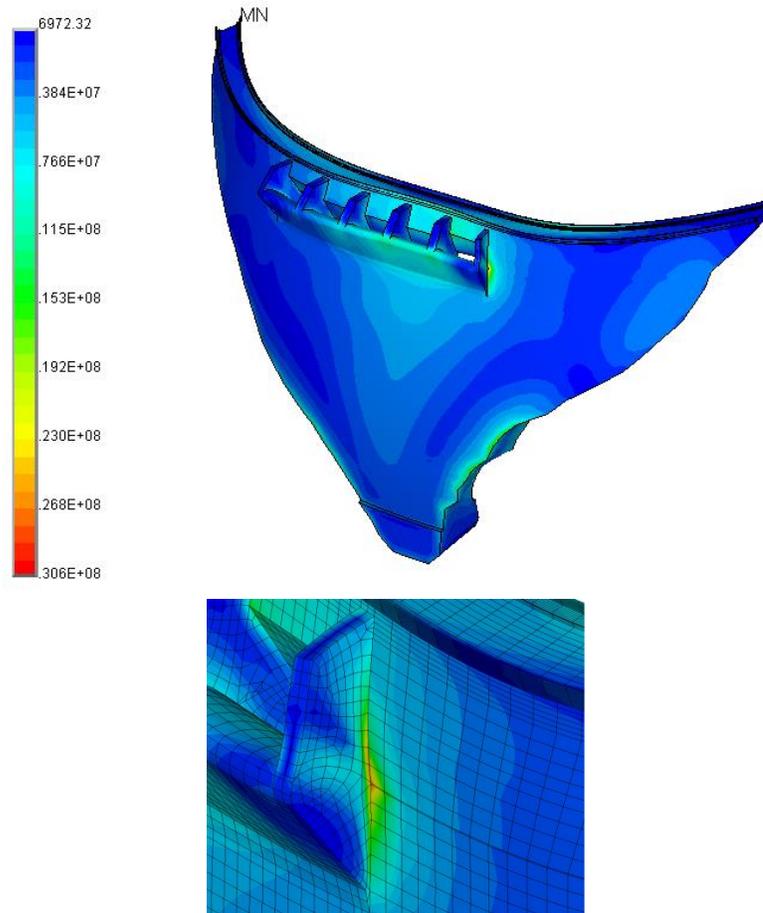


Рис. 4.4.22. Эквивалентные напряжения плотины  $\sigma_{\text{экв}}$  (системы ЖПВ) в момент времени 9.89 секунды (в Па).

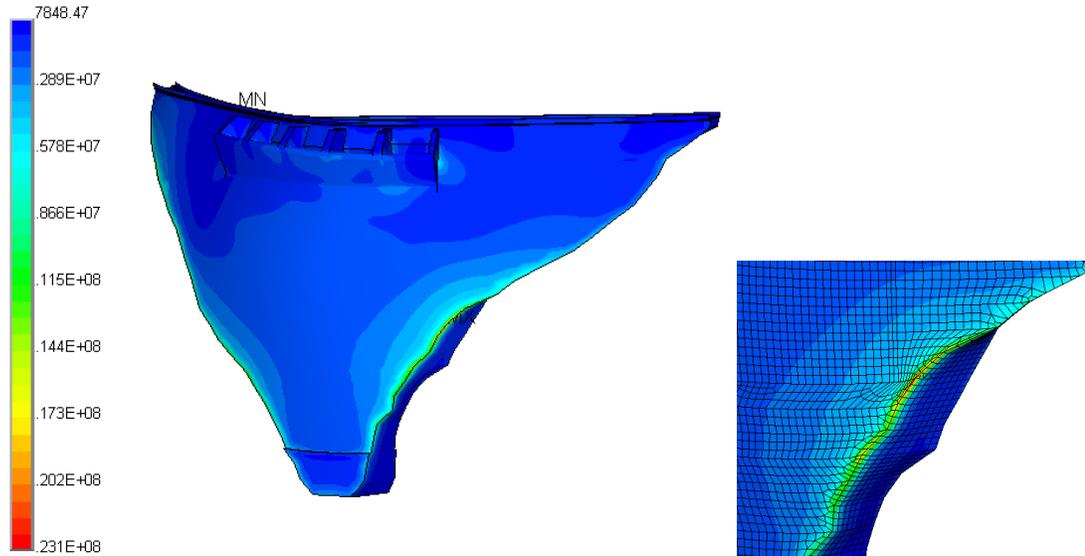
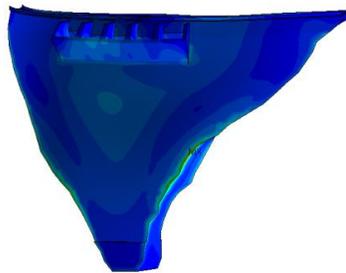
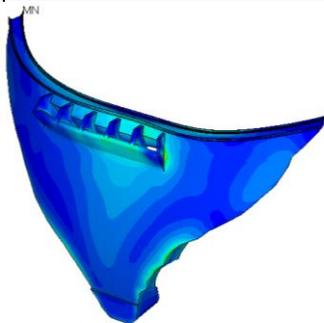
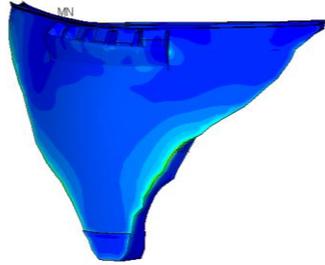


Рис. 4.4.23. Эквивалентные напряжения плотины  $\sigma_{\text{ЭКВ}}$  (без водохранилища) в момент времени 11.03 секунды (в Па).

Таблица 4.4.4. Сравнение максимальных эквивалентных напряжений  $\sigma_{\text{ЭКВ}}$  (в МПа).

	СИСТЕМА ОПВ	ЖЕСТКОЕ ОСНОВАНИЕ	БЕЗ ВОДОХРАНИЛИЩА
Изополя напряжений			
Мах $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ , МПа	57.0	30.6	23.1
Время, с	12.6	9.89	11.03

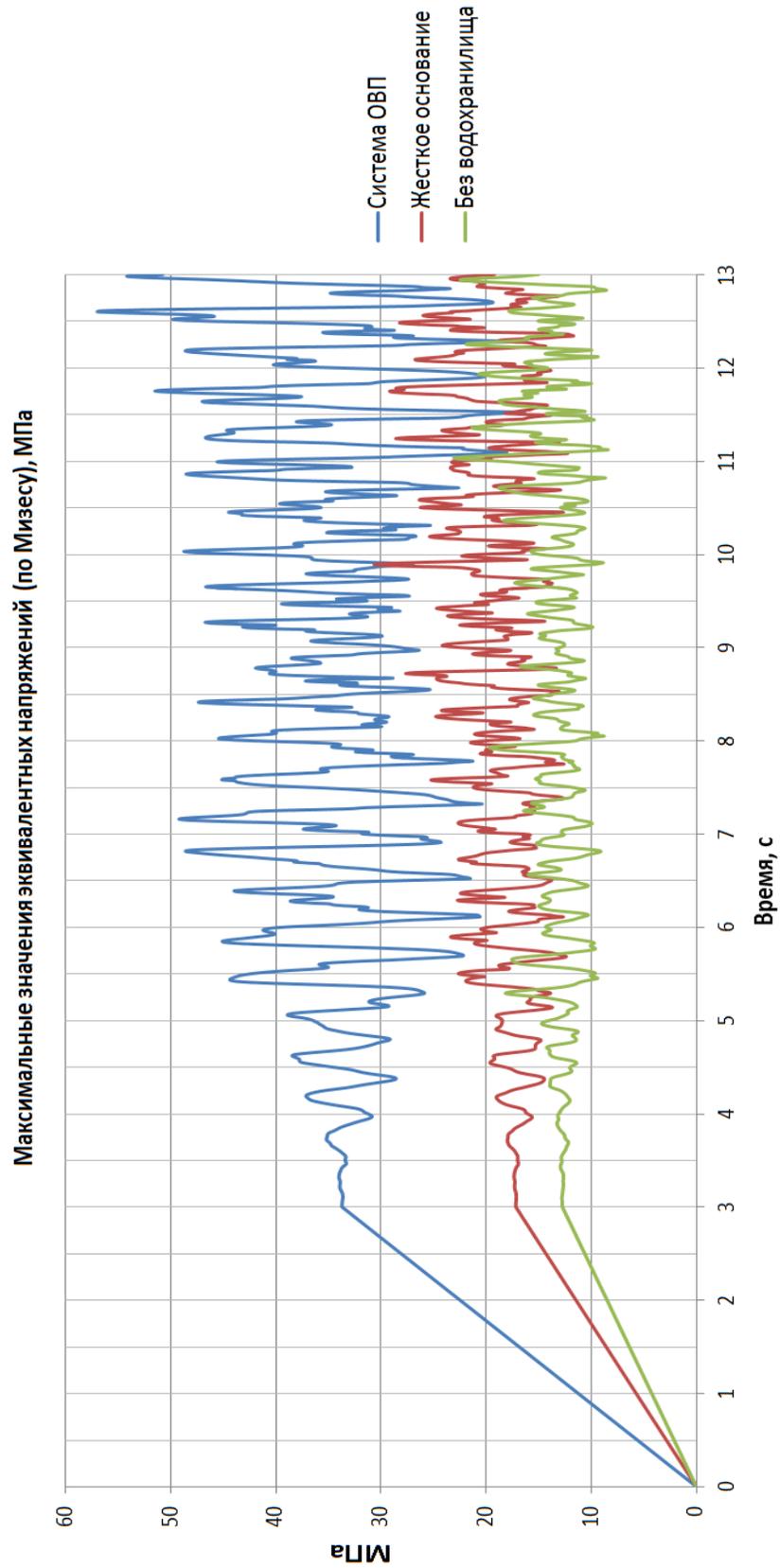


Рис. 4.4.22. Сравнение максимальных значений динамических эквивалентных напряжений  $\sigma_{\text{ЭКВ}}$  (в МПа).

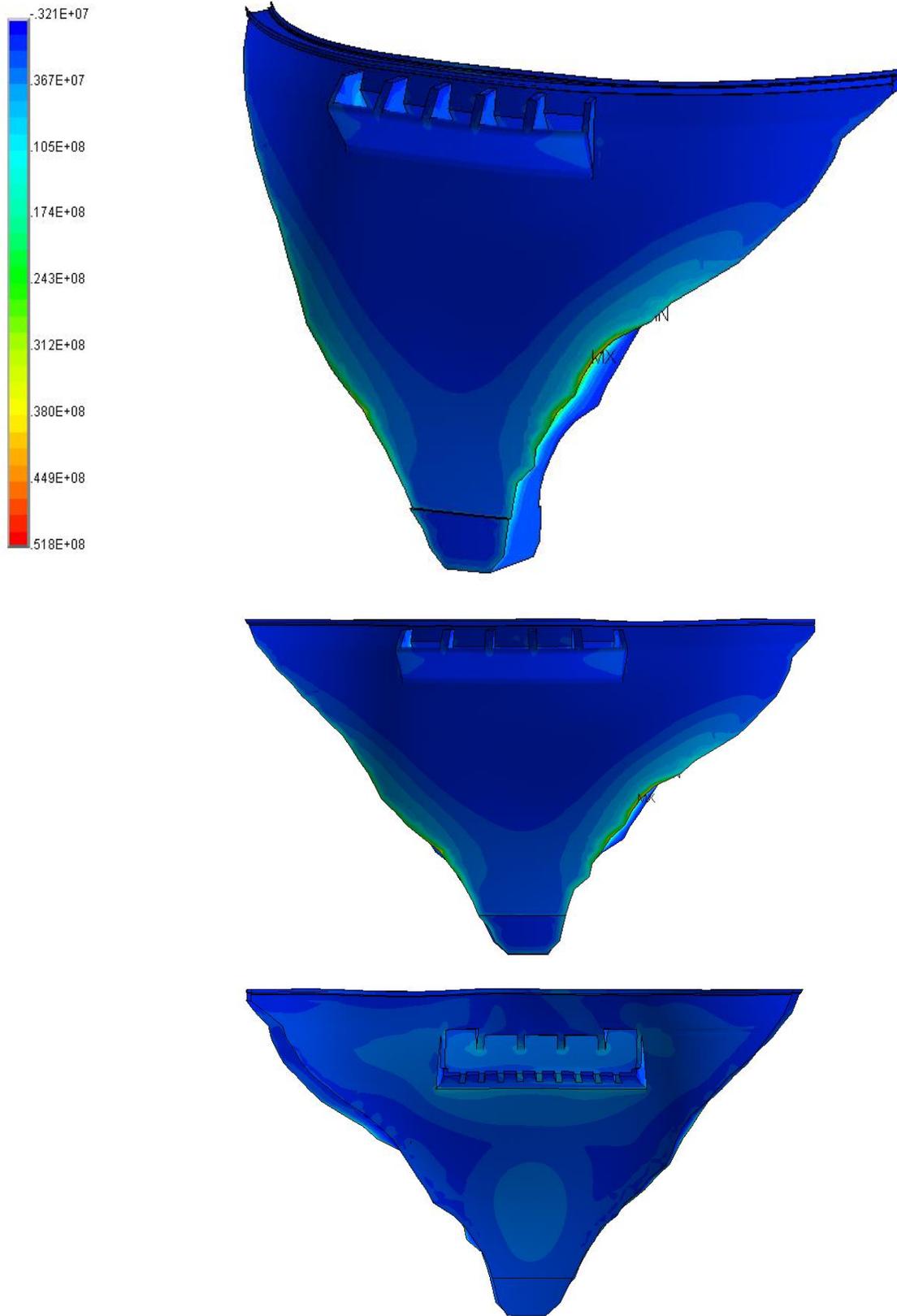


Рис. 4.4.23. Главные напряжения плотины  $\sigma_1$  (системы ОПВ) в момент времени 12.6 секунды (в Па).

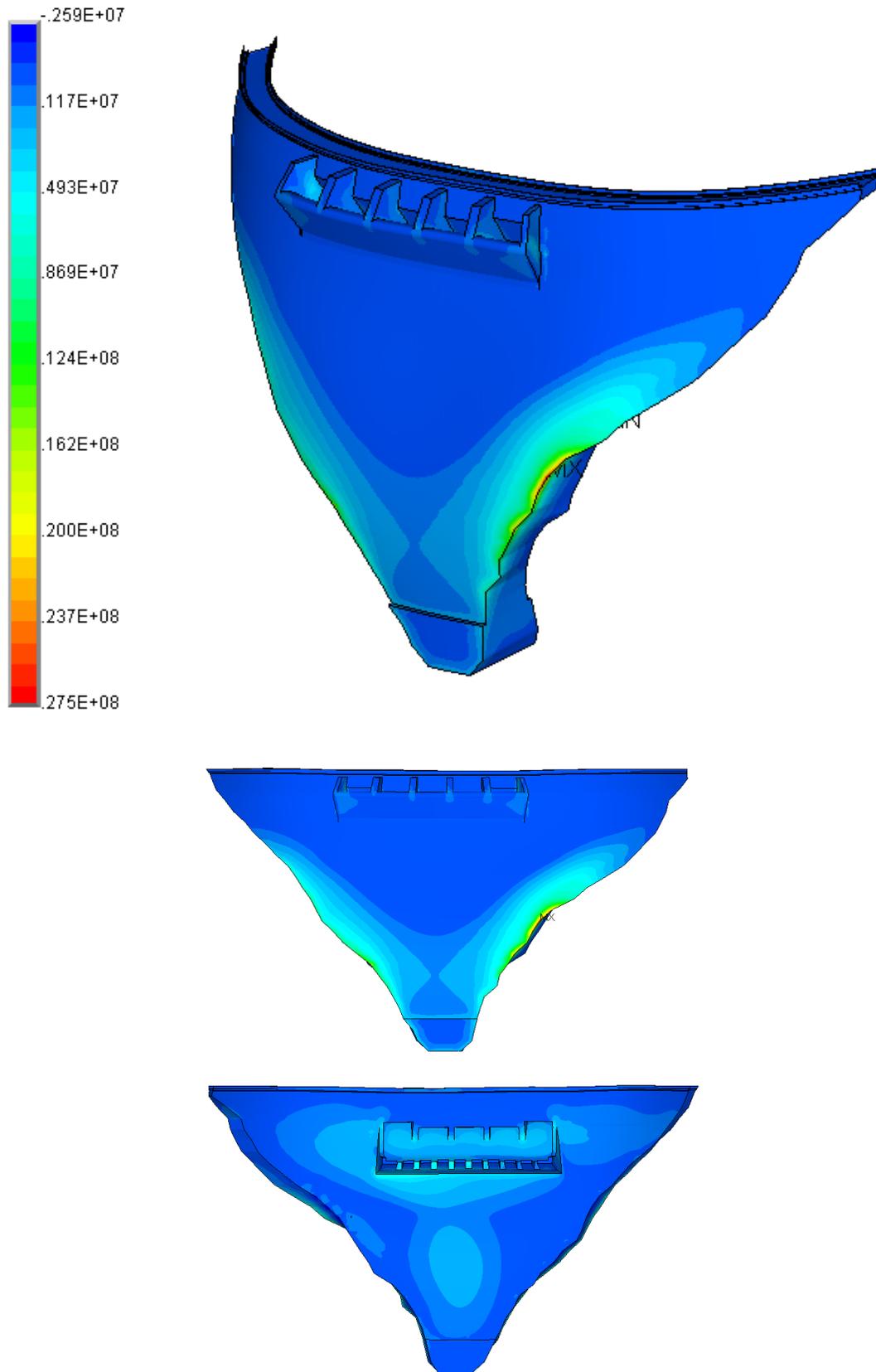


Рис. 4.4.24. Главные напряжения  $\sigma_1$  (системы ЖПВ) в момент времени 11.75 секунды (в Па).

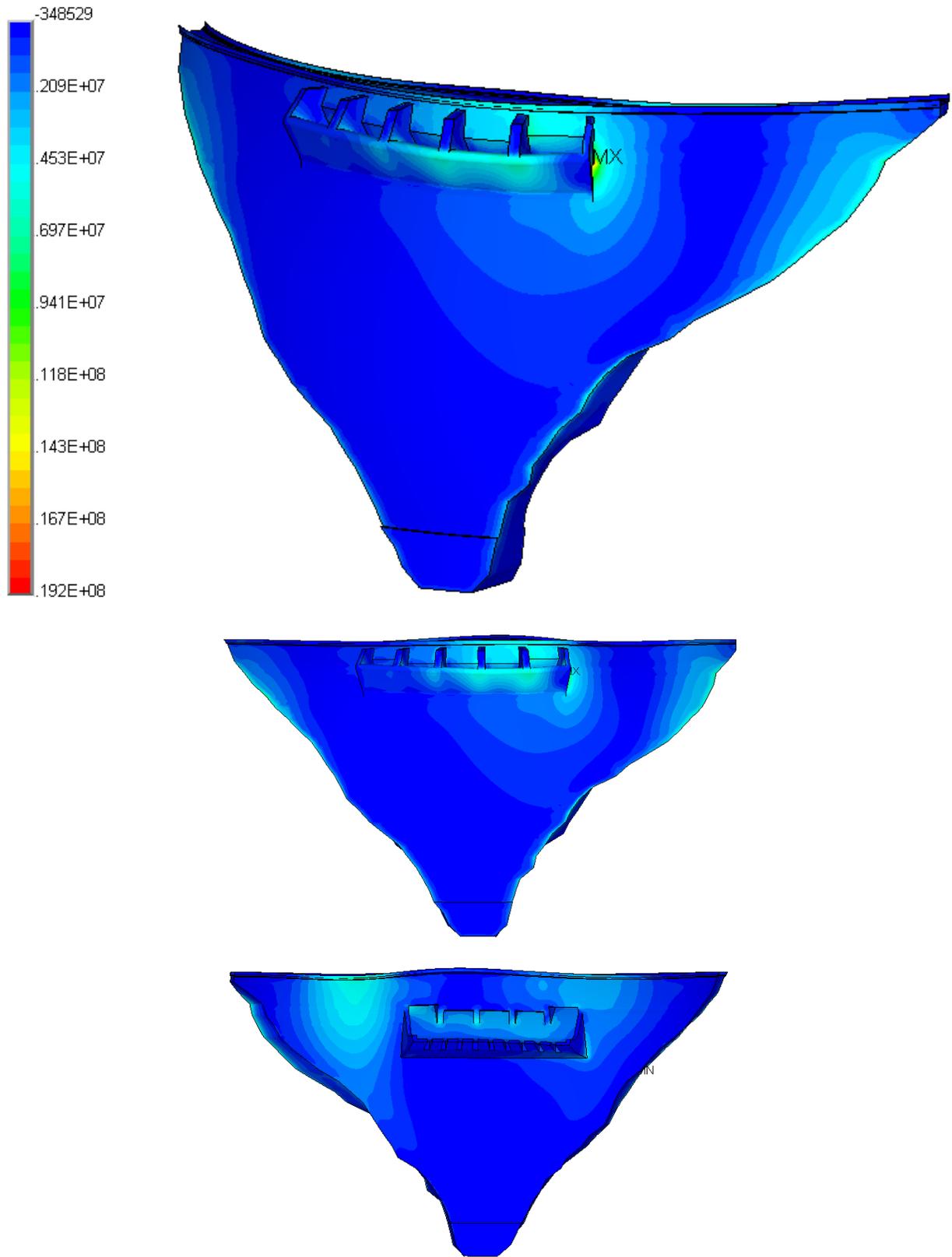


Рис. 4.4.25. Главные напряжения  $\sigma_1$  (системы ОП) в момент времени 11.64 секунды (в Па).

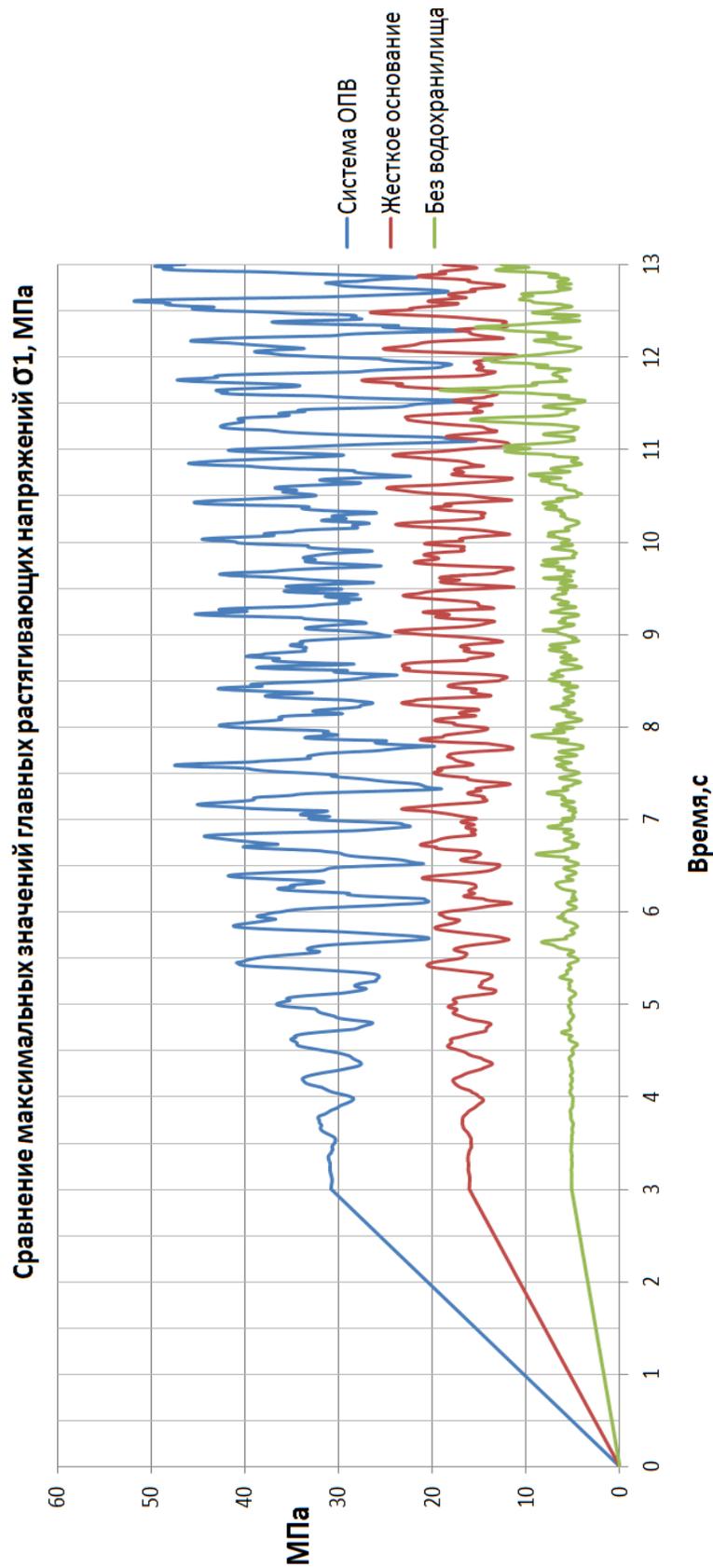
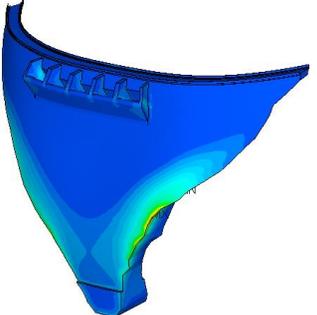
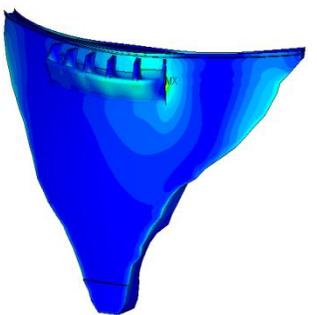


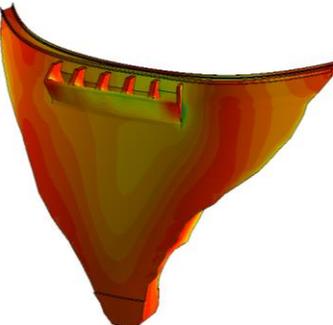
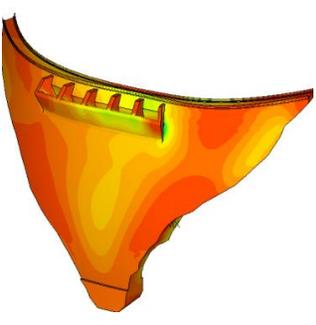
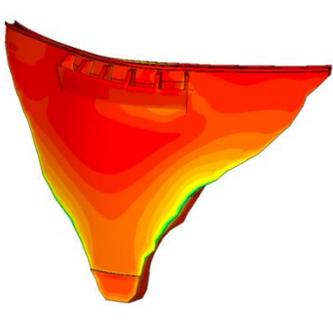
Рис. 4.4.26. Сравнение максимальных динамических главных растягивающих напряжений  $\sigma_1$  (в МПа).

Таблица 4.4.5. Сравнение главных напряжения  $\sigma_1$  (в МПа).

	СИСТЕМА ОПВ	ЖЕСТКОЕ ОСНОВАНИЕ	БЕЗ ВОДОХРАНИЛИЩА
Изополя напряжений			
Мах $\sigma_1$ , МПа	51.8	27.5	19.2
Время, с	12.6	11.75	11.64

В таблице 4.4.5 приведены максимальные значения главных растягивающих напряжений и момент их реализации. Далее на рисунках показаны изополя главных напряжений  $\sigma_1$  и места их реализации.

Таблица 4.4.6. Сравнение главных напряжений  $\sigma_3$  (в МПа).

	СИСТЕМА ОПВ	ЖЕСТКОЕ ОСНОВАНИЕ	БЕЗ ВОДОХРАНИЛИЩА
Изополя напряжений			
Мах $\sigma_3$ , МПа	-40.6	-31.1	-19.8
Время, с	11.32	9.9	11.03

В таблице 4.4.6 приведены максимальные значения сжимающих напряжений и момент их реализации. Далее на рисунках показаны изополя главных сжимающих напряжений и места их реализации.

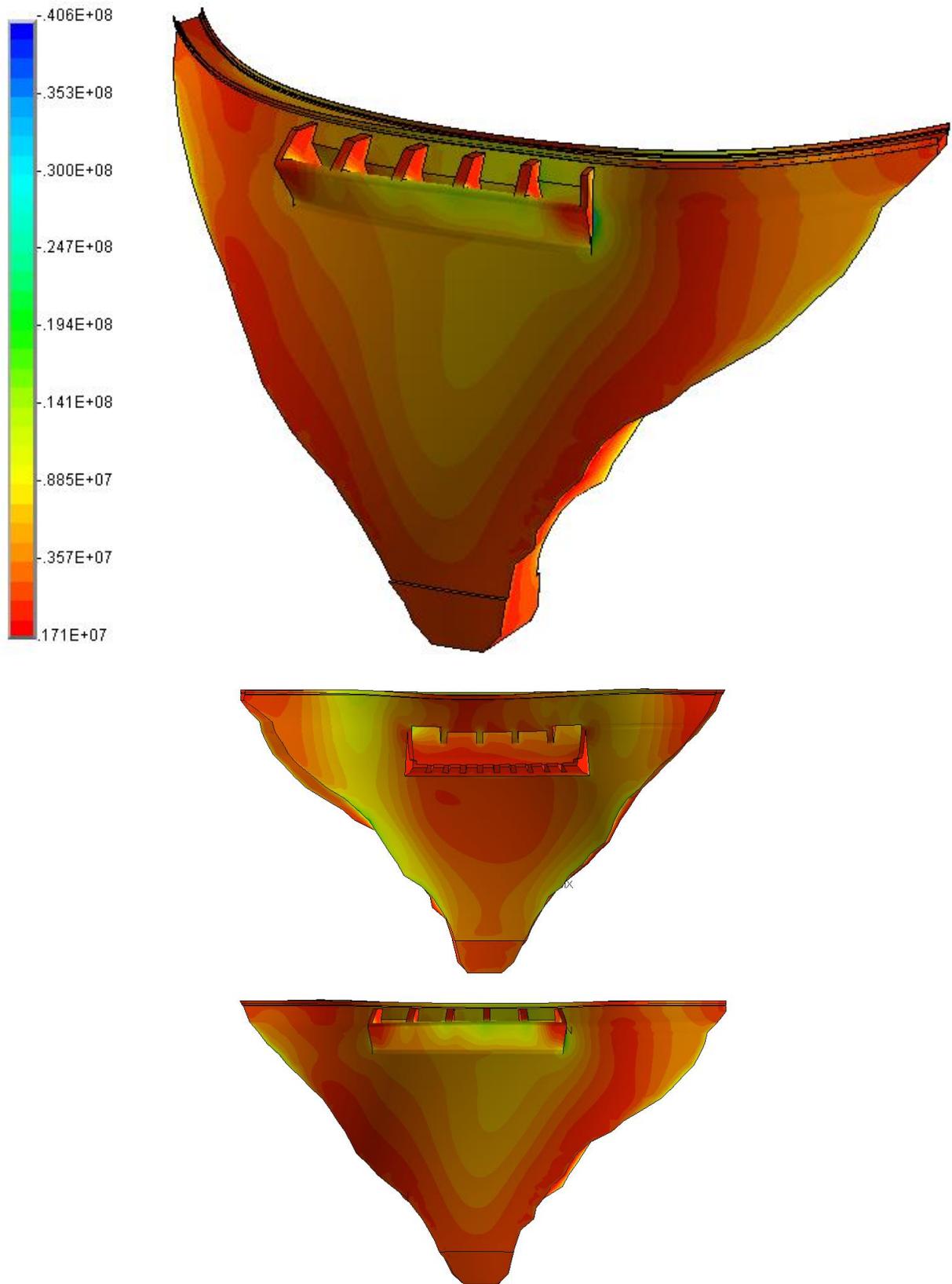


Рис. 4.4.27. Главные напряжения  $\sigma_3$  (системы ОПВ) в момент времени 11.32 секунды (в Па).

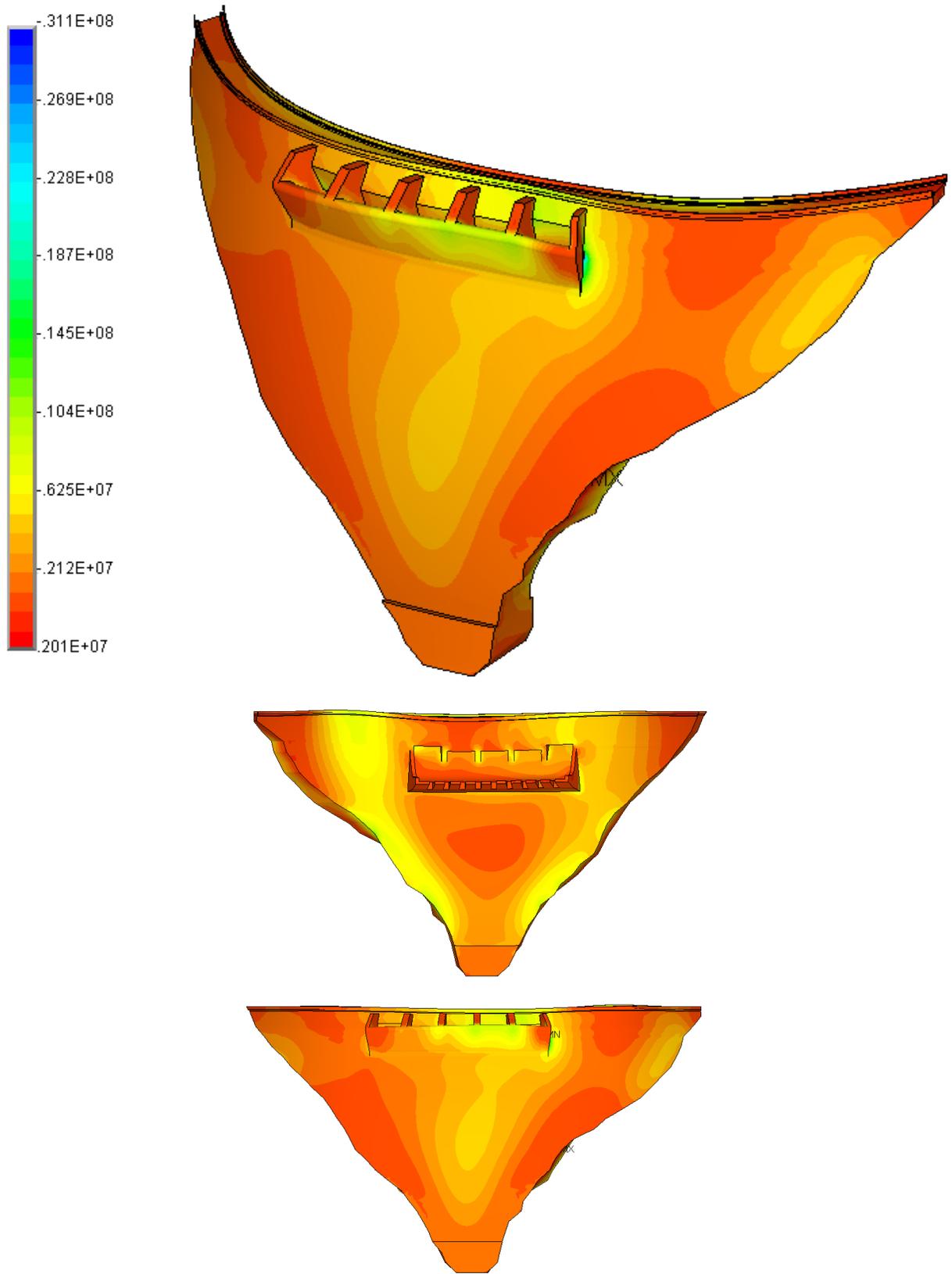


Рис. 4.4.28. Главные напряжения  $\sigma_3$  (системы ЖПВ) в момент времени 9.9 секунды (в Па).

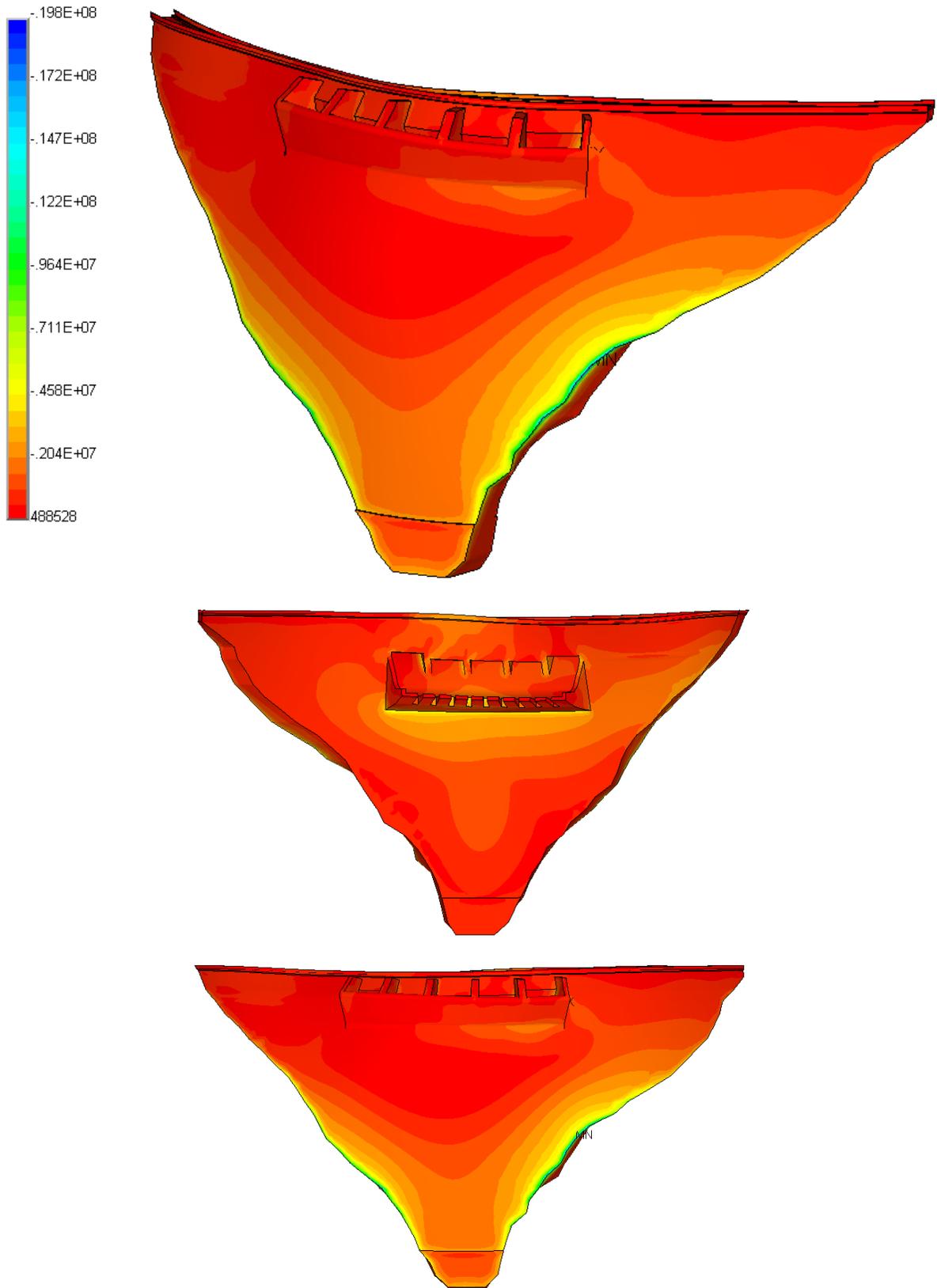


Рис. 4.4.29. Главные напряжения  $\sigma_3$  (системы ОП) в момент времени 11.03 секунды (в Па).

Динамический расчет НДС системы «основание – арочная плотина – водохранилище» при сейсмических воздействиях рассмотрен в трех вариантах:

- «основание – арочная плотина – водохранилище»;
- «жесткое основание – арочная плотина – водохранилище»;
- «основание – арочная плотина» (без водохранилища).

По результатам исследований и в соответствии со здравым инженерным смыслом получено, что наименее опасный из рассмотренных случаев, в котором реализуются наименьшие значения напряжений и перемещений системы - вариант «основание – арочная плотина».

Наибольшие значения напряжений и перемещений реализуется в системе «основание – арочная плотина Нам Чиен – водохранилище». Из этого можно сделать вывод, что в расчетах систем «основание – арочная плотина – водохранилище» необходимо учитывать податливость основания.

#### **4.5. Основные результаты и выводы по Главе 4**

1. Разработана подробная объемная динамическая конечноэлементная модель системы ОПВ ГЭС Нам Чиен (Социалистическая Республика Вьетнам), эксплуатируемой с 2013 года, существенно превосходящая по точности конечноэлементные модели, ранее использованные для обоснования проекта. Расчеты системы, выполненные по разработанной верифицированной методике, позволили определить с высокой точностью и проанализировать трехмерное НДС плотины и основания при статических нагрузках и сейсмических воздействиях, заданных трехкомпонентной акселерограммой.
2. Многофакторный анализ вариантных моделей позволил установить влияние основных компонент системы (основание, водохранилище) на результирующее НДС. Выявлены локальные зоны бетонной плотины и скального основания с опасным уровнем статических и сейсмических напряжений растяжения

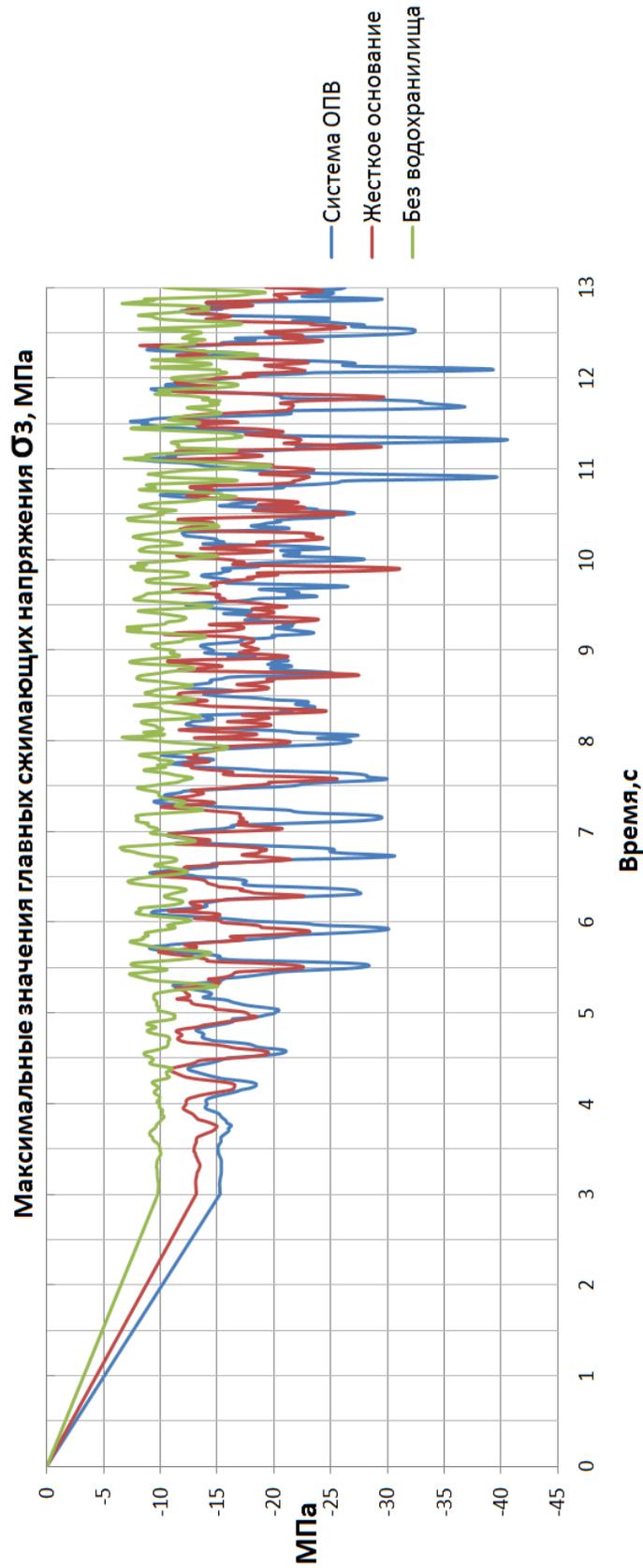


Рис. 4.4.30. Сравнение максимальных по модулю динамических главных сжимающих напряжений  $\sigma_3$  (в МПа).

и сжатия, потенциально опасных с точки зрения разрушения материала (трещинообразованием и крошением), на основании данных фактов разработаны рекомендации по мониторингу состояния сооружения.

3. Полученные результаты позволяют усовершенствовать и конкретизировать универсальные подходы к расчету связанных трехмерных гидроупругих систем, расширить область применения современных численных методов расчета на сооружения более широкого класса.
4. Рекомендации использовать разработанную методику численного моделирования и результаты решения верификационных и апробационной задач в практике расчетных исследований объемного НДС связанных систем «основание – сооружение – водный бассейн» на значимых этапах их жизненного цикла в ведущих научно-исследовательских и проектных организациях энергетического строительства.
5. Перспективой дальнейшей разработки темы настоящей диссертации представляется наукоемкая интеграция предложенной методики численного моделирования и параметризованных объемных расчетных конечноэлементных моделей системы «основание – плотина – водохранилище» в разрабатываемые и действующие системы обязательного, нормативно закрепленного мониторинга состояния уникальных гидротехнических сооружений.

## Заключение

---

Основной целью настоящей работы является разработка, исследование, апробация и верификация методики численного моделирования поведения трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при статических нагрузках и сейсмических воздействиях. Предлагаемые в диссертации подходы позволяют с высокой точностью определить трехмерное статическое и динамическое НДС систем «основание – плотина – водохранилище» без введения каких-либо вынужденных и/или необоснованных упрощений.

### **Основные результаты и выводы:**

*1. По результатам выполненного обзорно-аналитического исследования существующих российских и зарубежных нормативных, экспериментальных и теоретических подходов к расчету высоконапорных бетонных арочных плотин при статических и сейсмических воздействиях обоснована необходимость развития методики адекватного численного моделирования трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище».*

В рамках диссертационных исследований был проведен обзор и анализ развития постановок и методов расчета гидротехнических конструкций и сооружений, относящихся к объектам повышенной опасности со сложным многофакторным статическим и динамическим НДС. Рассмотрены основы статического и динамического расчета пространственных комбинированных систем в рамках МКЭ, изложены общие принципы моделирования взаимодействия сооружения и жидкости, при этом особое внимание было уделено содержательному обзору подходов к описанию движения среды (постановка Лагранжа, постановка Эйлера, произвольная постановка Лагранжа-Эйлера); условиям выделения расчетной области; вопросам, связанным учетом деформируемого дна водохранилища и учетом колебаний поверхности жидкости; некоторым аспектам использования прямых и итерационных алгоритмов (солверов) при решении связанных задач «сооружение – жидкость».

Кроме того, на основе анализа преимущественно зарубежных публикаций последних лет, представлен обзор современных методов моделирования контактного взаимодействия сооружения и жидкости.

*2. Разработана методика численного моделирования статического и динамического НДС произвольных трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище». Методика базируется на объемных схемах МКЭ в перемещениях (формулировка Лагранжа) и акустическом приближении для водной среды (формулировка Эйлера), численных схемах решения статических задач, частичных проблем собственных значений (блочный метод Ланцоша) и прямого интегрирования уравнений динамики системы (неявная схема Ньюмарка), реализована в программном комплексе ANSYS Mechanical в рамках разработанных макросов.*

Приведены уравнения, определяющие поведение жидкости в рамках акустического приближения, рассмотрено конечноэлементное моделирование поведение жидкости в рамках акустического приближения, описан переход к связанной задаче «сооружение – жидкость», а также некоторые общие принципы моделирования (особенности исходных постановок задач; вопросы, связанные с объединением несвязанных конечноэлементных сеток на контактных поверхностях твердого тела и жидкости), дана характеристика используемому для реализации методики базовому программному обеспечению (для этих целей используется верифицированный в системе РААСН программный комплекс ANSYS Mechanical) и собственным программным разработкам.

*3. Проведена верификация и «настройка» параметров разработанной методики на представительном наборе тестовых задач, выполнены сопоставления полученных решений с данными российских и зарубежных специалистов.*

После надлежащего обоснования выбора верификационных задач рассматривается достаточно широкий круг вопросов, связанных с расчетом арочной плотины, очевидно, взаимодействующей с жидкостью, на сейсмические воздействия

(известный международный бенчмарк). Подробно описаны расчетная конечноэлементная модель соответствующей системы «основание – плотина – водохранилище», параметры выполнявшихся расчетов, результаты определения собственных частот и форм колебаний плотины, результаты расчета статического (при гидростатических нагрузках, с учетом собственного веса) и динамического (при сейсмических воздействиях) НДС системы «сооружение – основание – водохранилище».

*4. Верификационные исследования показали незначительное влияние размеров конечных элементов (в обоснованном диапазоне их варьирования) на низшие собственные частоты и формы колебаний, статические и сейсмические перемещения и напряжения в плотине. Полученные результаты служат надежным обоснованием возможности применения разработанной методики для статического и сейсмического анализа реальных трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» на значимых этапах жизненного цикла объектов.*

*5. Разработана подробная объемная динамическая конечноэлементная модель системы ОПВ ГЭС Нам Чиен (Социалистическая Республика Вьетнам), эксплуатируемой с 2013 года, существенно превосходящая по точности конечноэлементные модели, ранее использованные для обоснования проекта. Расчеты системы, выполненные по разработанной верифицированной методике, позволили определить с высокой точностью и проанализировать трехмерное НДС плотины и основания при статических нагрузках и сейсмических воздействиях, заданных трехкомпонентной акселерограммой.*

В рамках диссертационных исследований были проанализированы исходные данные и параметры расчета арочной плотины Нам Чиен, построенной в Социалистической Республике Вьетнам, сейсмические условия на территории строительства указанного объекта; описана расчетная конечноэлементная модель системы «основание – арочная плотина – водохранилище», представлены результаты определения собственных частот и форм колебаний указанной системы, результаты статического

(при гидростатической нагрузке, с учетом собственного веса) и динамического расчета (при сейсмических воздействиях) НДС этой системы.

6. Многофакторный анализ вариантных моделей позволил установить влияние основных компонент системы (основание, водохранилище) на результирующее НДС. Выявлены локальные зоны бетонной плотины и скального основания с опасным уровнем статических и сейсмических напряжений растяжения и сжатия, потенциально опасных с точки зрения разрушения материала (трещинообразованием и крошением), на основании данных фактов разработаны рекомендации по мониторингу состояния сооружения.

7. Полученные результаты позволяют усовершенствовать и конкретизировать универсальные подходы к расчету связанных трехмерных гидроупругих систем, расширить область применения современных численных методов расчета на сооружения более широкого класса.

8. Рекомендации использовать разработанную методiku численного моделирования и результаты решения верификационных и апробационной задач в практике расчетных исследований объемного НДС связанных систем «основание – сооружение – водный бассейн» на значимых этапах их жизненного цикла в ведущих научно-исследовательских и проектных организациях энергетического строительства.

9. Перспективой дальнейшей разработки данной темы представляется наукоемкая интеграция предложенной методики численного моделирования и параметризованных объемных расчетных конечноэлементных моделей системы «основание – плотина – водохранилище» в разрабатываемые и действующие системы обязательного, нормативно закрепленного мониторинга состояния уникальных гидротехнических сооружений.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. *Абовский Н.П., Енджишевский Л.В., Саченков В.И., Деруга А.П., Гиту Н.М.* Избранные задачи по строительной механике и теории упругости. – М.: Стройиздат, 1993. – 456 с.
2. *Айзенберг Я.М.* Сооружения с выключающимися связями для сейсмических районов. – М.: Стройиздат, 1976. – 299 с.
3. *Акимов П.А., Белостоцкий А.М., Кайтуков Т.Б., Мозгалева М.Л., Сидоров В.Н.* Информатика в строительстве (с основами математического и компьютерного моделирования). – М.: Кнорус, 2016. – 424 с.
4. *Акимов П.А., Белостоцкий А.М., Кайтуков Т.Б., Мозгалева М.Л., Сидоров В.Н.* Информатика и прикладная математика. – М.: АСВ, 2016. – 588 с.
5. *Акимов П.А., Мозгалева М.Л.* Многоуровневые дискретные и дискретно-континуальные методы локального расчета строительных конструкций. – М.: Издательство МИСИ-МГСУ, 2014. – 632 с.
6. *Аксельрад Э.Л.* Гибкие оболочки. – М.: Наука, 1976. – 376 с.
7. *Алейников С.М.* Метод граничных элементов в контактных задачах для упругих пространственно-неоднородных оснований. – М.: АСВ, 2000. – 754 с.
8. *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Том 1. – М.: Мир, 1990. – 384 с.
9. *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Том 2. – М.: Мир, 1990. – 392 с.
10. *Афанасьева И.Н.* Адаптивная методика численного моделирования трехмерных динамических задач строительной аэрогидроупругости. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». – М.: МГСУ, 2014. – 200 с.
11. *Бабаков И.М.* Теория колебаний. – М.: Наука, 1965. – 559 с.
12. *Басов К.А.* Графический интерфейс комплекса ANSYS. – М.: ДМК Пресс, 2006. – 248 с.

13. *Басов К.А.* ANSYS для конструкторов. – М.: ДМК Пресс, 2016. – 248 с.
14. *Басов К.А.* ANSYS. Справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2011.– 640с.
15. *Басов К.А.* CATIA и ANSYS. Твёрдотельное моделирование. – М.: ДМК пресс, 2009. – 240 с.
16. *Бате К., Вилсон Е.* Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Книга по требованию, 2012. – 445 с.
17. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. – М.: Бинном. Лаборатория знаний, 2008. – 640 с.
18. *Белаш Т.А.* Сейсмоизоляция зданий и сооружений. Обзорно-аналитический доклад. Строительство и архитектура. – М.: ВНИИТПИ, 2005. – 58 с.
19. *Белостоцкий А.М.* Прогнозное математическое моделирование состояния и техногенной безопасности ответственности объектов и комплексов мегаполиса. // Вестник МГСУ, 2006, №3, с. 20-61.
20. *Белостоцкий А.М.* Численное моделирование статического и динамического напряженно-деформированного состояния пространственных систем «сооружение – основание – водохранилище» с учетом нелинейных эффектов открытия – закрытия швов и макротрещин. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.23.07 – «Гидротехническое строительство». – М.: МГУП, 1998. – 367 с.
21. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А.* (ред). Актуальные проблемы численного моделирования зданий, сооружений и комплексов. Том 1. К 25-летию Научно-исследовательского центра СтаДиО. – М.: АСВ, 2016. – 426 с.
22. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А.* (ред). Актуальные проблемы численного моделирования зданий, сооружений и комплексов. Том 2. К 25-летию Научно-исследовательского центра СтаДиО. – М.: АСВ, 2016. – 594 с.
23. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А.* Научно-исследовательский центр СтаДиО. 25 лет на фронте численного моделирования. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering / Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций, Volume 12, Issue 1, 2016, pp. 8-45.

24. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н.* Вычислительная аэродинамика в задачах строительства. – М.: Издательство АСВ, 2017. – 712 с.
25. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Усманов А.Р., Щербина С.В.* К вопросу о математическом и компьютерном моделировании статического и динамического состояния связанных систем «сооружение – жидкость». Часть 1: Математические постановки задач поведения систем «сооружение – жидкость». // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник научных трудов №19. – М.: АСВ, 2016, с. 168-175.
26. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Усманов А.Р., Щербина С.В.* К вопросу о математическом и компьютерном моделировании статического и динамического состояния связанных систем «сооружение – жидкость». Часть 2: Аппроксимация и численное решение задач моделирования поведения систем «сооружение – жидкость». // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник научных трудов №19. – М.: АСВ, 2016, с. 176-189.
27. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Усманов А.Р., Щербина С.В.* К вопросу о математическом и компьютерном моделировании статического и динамического состояния связанных систем «сооружение – жидкость». Часть 3: Особенности конечно-элементного моделирования жидкости. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник научных трудов №19. – М.: АСВ, 2016, с. 190-198.
28. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О комплексной методике численного моделирования связанных систем «сооружение – оболочка – понтон (плавающая крыша) – стойка(и) – жидкость» при сейсмических воздействиях. Часть 1: Общие положения. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник научных трудов №19. – М.: АСВ, 2016, с. 199-208.

29. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О комплексной методике численного моделирования связанных систем «сооружение – оболочка – понтон (плавающая крыша) – стойка(и) – жидкость» при сейсмических воздействиях. Часть 2: Численное моделирование элементов системы. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник научных трудов №19. – М.: АСВ, 2016, с. 209-229.
30. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О комплексной методике численного моделирования связанных систем «сооружение – оболочка – понтон (плавающая крыша) – стойка(и) – жидкость» при сейсмических воздействиях. Часть 3: Расчетное обоснование системы. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник научных трудов №19. – М.: АСВ, 2016, с. 230-246.
31. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О комплексной методике численного моделирования связанных систем «сооружение – оболочка – понтон (плавающая крыша) – стойка(и) – жидкость» при сейсмических воздействиях. Часть 4: Программно-алгоритмическая реализация. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник научных трудов №19. – М.: АСВ, 2016, с. 247-259.
32. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Щербина С.В.* О конечноэлементном моделировании задач сейсмического расчета резервуаров для хранения нефтепродуктов с плавающими крышами. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник трудов №18. – М.: АСВ, 2015, с. 44-60.
33. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Щербина С.В.* О сейсмостойком проектировании и подавлении колебаний жидкости в резервуарах с плавающими крышами. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник

- трудов №18. – М.: АСВ, 2015, с. 61-72.
34. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Щербина С.В.* О геометрически нелинейных расчетах плавающих крыш резервуаров при сейсмических воздействиях. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник трудов №18. – М.: АСВ, 2015, с. 73-94.
35. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Щербина С.В.* О сейсмическом расчете резервуаров с плавающими крышами. Определение контактного давления. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник трудов №18. – М.: АСВ, 2015, с. 95-118.
36. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Щербина С.В.* Об использовании произвольной постановки Лагранжа-Эйлера при сейсмическом расчете резервуаров. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник трудов №18. – М.: АСВ, 2015, с. 119-135.
37. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Щербина С.В.* О конечноэлементном моделировании поведения цилиндрических стальных резервуаров с жидкостью при сейсмических воздействиях. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник трудов №18. – М.: АСВ, 2015, с. 136-151.
38. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Щербина С.В.* О сейсмическом расчете плавающих крыш цилиндрических резервуаров для хранения жидкости с использованием метода конечных элементов в рамках осесимметричной постановки. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник трудов №18. – М.: АСВ, 2015, с. 152-171.
39. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Щербина С.В.* О влиянии наличия плавающих крыш на поведение вертикальных резервуаров большого объема при сейсмических воздей-

- ствиях. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник трудов №18. – М.: АСВ, 2015, с. 172-178.
40. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Щербина С.В.* Об использовании конечных элементов жидкости Лагранжевого типа при сейсмических расчетах резервуаров с плавающими крышами. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник трудов №18. – М.: АСВ, 2015, с. 179-205.
41. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Кайтуков Т.Б., Щербина С.В.* О колебаниях жидкости в резервуарах с плавающими крышами при различных типах сейсмических воздействий. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Сборник трудов №18. – М.: АСВ, 2015, с. 206-234.
42. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Афанасьева И.Н., Кайтуков Т.Б., Щербина С.В.* К вопросу о постановках, аппроксимации и методах решения задач расчета связанных систем «сооружение – жидкость». // *Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2015 году: Сб. науч. тр. РААСН.* – М.: АСВ, 2016, с. 418-428.
43. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н.* К вопросу о численном моделировании поведения резервуара с жидкостью при наличии понтона (плавающей крыши) в условиях сейсмического воздействия. // *Фундаментальные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2014 году: Сб. науч. трудов РААСН / Юго-Западный государственный университет; под ред. А.В. Кузьмина и др. Курск, Издательство «Деловая полиграфия», 2015, с. 498-510.*
44. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н.* О математических постановках задач моделирования поведения системы «сооружение – жидкость». // *Фундаментальные исследования РААСН по научному*

- обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2014 году: Сб. науч. трудов РААСН / Юго-Западный государственный университет; под ред. А.В. Кузьмина и др. Курск, Издательство «Деловая полиграфия», 2015, с. 490-497.
45. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Дмитриев Д.С., Усманов А.Р., Чужинов А.С., Щербина С.В.* Постановка, конечноэлементная аппроксимация и алгоритмы решения задач расчетного обоснования связанных систем «сооружение–жидкость». // *Строительная механика и расчет сооружений*, №5, 2014, с. 21-27.
46. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Усманов А.Р., Щербина С.В.* К вопросу о моделировании взаимодействия сооружения с жидкостью. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Москва. МГСУ. Сб. науч. тр. №17, 2014, с. 122-129.
47. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Усманов А.Р., Щербина С.В.* Некоторые традиционные подходы к сейсмическому расчету конструкций и сооружений, взаимодействующих с жидкостью. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Москва. МГСУ. Сб. науч. тр. №17, 2014, с. 102-121.
48. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О динамическом расчете связанной системы «сооружение – жидкость» на основе метода конечных элементов. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Москва. МГСУ. Сб. науч. тр. №17, 2014, с. 184-202.
49. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О моделировании связанных систем «сооружение – жидкость»: Постановки задач, конечноэлементные аппроксимации и алгоритмы решения. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Москва. МГСУ. Сб. науч. тр. №17, 2014, с. 203-228.
50. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О моделировании систем «сооружение –

- жидкость». Библиографический обзор. Часть 1: Постановки и методы математического моделирования сооружения и жидкости. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Москва. МГСУ. Сб. науч. тр. №17, 2014, с. 130-158.
51. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О традиционных и современных методах численного моделирования связанных систем «сооружение – жидкость». // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Москва. МГСУ. Сб. науч. тр. №17, 2014, с. 159-183.
52. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О численном моделировании поведения резервуара с понтоном (плавающей крышей) при сейсмическом воздействии. // «Вопросы прикладной математики и вычислительной механики». Москва. МГСУ. Сб. науч. тр. №17, 2014, с. 245-259.
53. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О численном моделировании поведения связанных систем «сооружение – жидкость». Часть 1: Математические постановки задач. // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, Volume 11, Issue 3, 2015, pp. 37-46.
54. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О численном моделировании поведения связанных систем «сооружение – жидкость». Часть 2: Аппроксимация и численное решение. // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, Volume 11, Issue 3, 2015, pp. 47-58.
55. *Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Усманов А.Р., Щербина С.В.* О численном моделировании поведения связанных систем «сооружение – жидкость». Часть 3: Особенности моделирования жидкости. // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, Volume 11, Issue 3, 2015, pp. 59-68.

56. Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Усманов А.Р., Щербина С.В. К вопросу о численном моделировании поведения резервуара с понтоном (плавающей крышей) при сейсмическом воздействии. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, Volume 10, Issue 2, 2014, pp. 64-78.
57. Белостоцкий А.М., Афанасьева И.Н. Численное моделирование задач аэрогидроупругости в строительстве. // Высотные здания, 2015, №1, с. 106-109.
58. Белостоцкий А.М., Дмитриев Д.С. Сравнение методов динамического расчета гидротехнических сооружений по заданным акселерограммам (с использованием программного комплекса ANSYS). // Природообустройство, 2013, №5, с. 43-46.
59. Белостоцкий А.М., Дмитриев Д.С., Нгуен Тай Ханг Лыонг. Верификация методики численного моделирования динамического напряженно-деформированного состояния трехмерных систем «сооружение – жидкость». // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering / Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций, Volume 11, Issue 4, 2015, pp. 124-132.
60. Белостоцкий А.М., Дмитриев Д.С., Нгуен Тай Ханг Лыонг. Методика численного моделирования напряженно-деформированного состояния системы «основание – плотина – водохранилище» при сейсмических воздействиях. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering / Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций, Volume 12, Issue 4, 2016, pp. 80-86.
61. Белостоцкий А.М., Нгуен Тай Ханг Лыонг, Дмитриев Д.С., Щербина С.В. Сравнительный анализ методик численного моделирования динамики трехмерных систем «основание – плотина – водохранилище» при сейсмических воздействиях. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering / Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций, Volume 12, Issue 2, 2016, pp. 65-74.

62. *Белый М.В.* Численные методы статического и динамического расчета конструкций на основе многоуровневых подходов. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.23.17 – «Строительная механика». – М.: МГСУ, 1994. – 345 с.
63. *Бердичевский Г.Ю., Бронштейн В.И., Мгалобелов Ю.Б.* и др. Двухарочная плотина - некоторые особенности статической работы. // Сборник научных трудов Гидропроекта, 1987, Вып. 123, с. 59-65.
64. *Березин Е.Н.* Численное моделирование задач идеальной несжимаемой жидкости со свободными границами методом граничных элементов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Кемерово, Кемеровский государственный университет, 2006. – 146 с.
65. *Бирбраер А.Н.* Расчет конструкций на сейсмостойкость. – СПб.: Наука, 1998. – 255 с.
66. *Болотин В.В.* Динамическая устойчивость упругих систем. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1962. – 600 с.
67. *Болотин В.В., Новичков Ю.Н.* Механика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 376 с.
68. *Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л.* Методы граничных элементов. – М.: Мир, 1987. – 524 с.
69. *Булгаков В.Е.* Многосеточные методы и агрегирование в расчете конструкций. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.23.17 – «Строительная механика». – М.: МИСИ им. В.В. Куйбышева, 1992. – 294 с.
70. *Валландер С.В.* Лекции по гидроаэромеханике. - Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1978. - 296 с.
71. *Вальгер С.А., Данилов М.Н., Захарова Ю.В., Федорова Н.Н.* Основы работы в ПК ANSYS 16.0. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2015. – 240 с.

72. *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
73. *Вовкушевский А.В.* Вычислительная программа для расчета сооружений с односторонними связями методом конечных элементов. // Известия ВНИИГ, 1978, Том 120, 1978, с. 43-46.
74. *Вовкушевский А.В., Шойхет Б.А.* Расчет массивных гидротехнических сооружений с учетом раскрытия швов. – М.: Энергоиздат, 1981. – 136 с.
75. *Волков К.Н., Емельянов В.Н.* Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа. – М.: Физматлит, 2012. – 468 с.
76. *Вольмир А.С.* Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости. – М.: Наука, 1976. – 416 с.
77. *Вольмир А.С., Куранов Б.А., Турбаивский А.Т.* Статика и динамика сложных структур: Прикладные многоуровневые методы исследований. – М.: Машиностроение, 1989. – 248 с.
78. *Гайджуrow П.П.* Конечно-элементный анализ и моделирование упруговязкопластических объемно-стержневых систем. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». – Новочеркасск, ЮРГТУ (НПИ), 2004. – 439 с.
79. *Галин Л.А.* Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. – М.: Наука, 1980. – 303 с.
80. *Галлагер Р.* Метод конечных элементов. Основы. – М.: Мир, 1984. – 428 с.
81. *Годунов С.К., Рябенский В.С.* Разностные схемы (введение в теорию). – М.: Наука, 1977. – 440 с.
82. *Головизнин В.М., Зайцев М.А., Карабасов С.А., Короткин И.А.* Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов. – М.: Издательство МГУ, 2013. – 480 с.
83. *Голуб Дж., Ван Лоун Ч.* Матричные вычисления.–М.: Мир, 1999.–548 с.
84. *Гольденблат И.И., Николаенко Н.А.* Расчет конструкций на действие сейсмических и импульсивных сил. – М: Госстройиздат, 1961. – 320 с.

85. *Гольденблат И.И., Николаенко Н.А., Поляков С.В., Ульянов С.В.* Модели сейсмостойкости конструкций. – М.: Наука, 1979. – 252 с.
86. *Гольдштейн Р.В., Спектор А.А.* Вариационные методы решения и исследования пространственных контактных и смешанных задач с трением. – В кн.: механика деформируемого тела. – М.: Наука, 1986, с. 52-73.
87. *Городецкий А.С., Барабаш М.С., Сидоров В.Н.* Компьютерное моделирование в задачах строительной механики. – М.: АСВ, 2016. – 338 с.
88. *Городецкий А.С., Евзеров И.Д.* Компьютерные модели конструкций. – Киев: Издательство «Факт», 2005. – 340 с.
89. *Грац Ю.В.* Лекции по гидродинамике. – М.: Ленард, 2014. – 216 с.
90. *Григолюк Э.И., Горшков А.Г.* Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью (удар и погружение). – Л.: Судостроение, 1976. – 200 с.
91. *Гудман Р.* Механика скальных пород. – М.: Стройиздат, 1987. – 232 с.
92. *Давыдова М.А.* Лекции по гидродинамике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 216 с.
93. *Деммель Дж.* Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. – М.: Мир, 2001. – 430 с.
94. *Джозеф Д.* Устойчивость движений жидкости. – М.: Мир, 1981. – 638 с.
95. *Дзюба К.И., Фрадкин Б.В.* Исследование плотины Курпсайской ГЭС на основе численного решения пространственной теории упругости. // Гидротехническое строительство, 1983, № 2, с. 19-25.
96. *Евдокимова И.М.* Влияние деформативности и прочности основания и его особенностей на работу бетонных плотин. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17 – «Строительная механика». – М.: МГМИ, 1993.
97. *Елизарова Т.Г.* Математические модели и численные методы в динамике жидкости и газа. – М.: Изд-во МГУ, 2005. – 224 с.
98. *Завриев К.С., Назаров А.Г., Айзенберг Я.М.* и др. Основы теории сейсмостойкости зданий и сооружений. – М.: Стройиздат, 1970. – 222 с.
99. *Звягин В.Г., Турбин М.В.* Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред. – М.: Красанд, 2012. – 418 с.

100. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 511 с.
101. *Зерцалов М.Г., Толстиков В.В.* Учет упруго-пластической работы бетонных плотин и скальных оснований в расчетах с использованием МКЭ. // Гидротехническое строительство, 1988, №8, с. 33-36.
102. *Зиновьева Т.В.* Колебания морских сооружений как упругих тонкостенных конструкций, взаимодействующих с жидкостью и буровой установкой. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела». – СПб: СПбГПУ, 2005. – 168 с.
103. *Золотов А.Б.* Постановка и алгоритмы численного решения краевых задач строительной механики методом стандартной области. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.23.17 – «Строительная механика». – М.: МИСИ им. В.В. Куйбышева, 1989. – 284 с.
104. *Золотов А.Б., Акимов П.А.* Некоторые аналитико-численные методы решения краевых задач строительной механики: Монография. – М.: Издательство АСВ, 2004. – 200 с.
105. *Золотов А.Б., Акимов П.А.* Практические методы расчета строительных конструкций. Численно-аналитические методы: Монография – М.: Издательство АСВ, 2006. – 208 с.
106. *Золотов А.Б., Акимов П.А., Мозгалева М.Л.* Многоуровневые дискретные и дискретно-континуальные реализации вариационно-разностного метода. – М.: АСВ, 2013. – 416 с.
107. *Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.* Дискретно-континуальные методы расчета сооружений. – М.: Издательство «Архитектура-С», 2010. – 336 с.
108. *Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.* Дискретно-континуальный метод конечных элементов. Приложения в строительстве. – М.: Издательство АСВ, 2010. – 336 с.
109. *Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.* Дискретные и дискретно-континуальные реализации метода граничных интегральных

- уравнений. – М.: ФГБОУ ВПО «МГСУ», 2011. – 368 с.
110. *Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.* Математические методы в строительной механике (с основами теории обобщенных функций). – М.: Издательство АСВ, 2008. – 336 с.
111. *Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.* Численные и аналитические методы расчета строительных конструкций. – М.: Издательство АСВ, 2009. – 336 с.
112. *Золотов А.Б., Ларионов А.В., Мозгалева М.Л., Мсхалая Ж.И.* Постановка и аппроксимация краевых задач методом расширенной области. – М.: МИСИ, 1992. – 86 с.
113. *Ильичев В.А.* Действие импульсивной нагрузки на массив, лежащий на упругом инерционном полупространстве // *Строительная механика и расчет сооружений*, 1964. № 6.
114. *Ильичев В.А.* К решению нестационарной контактной задачи о квадратном штампе, лежащем на упругом инерционном полупространстве // *Исследования по теории сооружений*, Вып. 17. – М.: Стройиздат, 1969.
115. *Ильичев В.А.* О динамическом расчете фундаментов // *Труды НИИОСП*, 1976, Вып. 67, с. 3-26.
116. *Ильичев В.А.* Динамическое взаимодействие сооружений с основанием и передача колебаний через грунт (промышленная сейсмика). // *Динамический расчет сооружений на специальные воздействия / Справочник проектировщика*. – М.: Стройиздат, 1981, с. 114-128.
117. *Каганов Г.М., Нуршанов С.А.* Методика оценки долговечности гидротехнических сооружений на основе моделирования. // *Материалы конференций и совещаний по гидротехнике*. – Л.: Энергоиздат, 1981, с. 65-68.
118. *Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А.* ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. – М.: ЛИБРОКОМ, 2009. – 269 с.
119. *Кауфман Б.Д.* Оценка надежности гидротехнических сооружений при динамических воздействиях в условиях неполноты исходной информации. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специ-

- альности 05.23.07 – «Гидротехническое строительство». – СПб: АО ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, 2015. – 228 с.
120. *Кашеварова Г.Г.* Математические модели деформирования и разрушения системы «здание-фундамент-основание» и вычислительные технологии оценки безопасных проектных решений. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и 01.02.06 – «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры». – Пермь: ПГТУ, 2005. – 282 с.
121. *Клаф Р., Пензиен Дж.* Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979.–320с.
122. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 572 с.
123. *Кондракова Ю.Н.* Моделирование процессов взаимодействия упругих соосных цилиндрических оболочек с вязкой несжимаемой жидкостью, находящейся между ними. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела». – Саратов: СГТУ, 2011. – 172 с.
124. *Коннор Дж., Бреббия К.* Метод конечных элементов в механике жидкости. – Л.: Судостроение, 1979. – 264 с.
125. *Коньшин В.Н.* Численное моделирование волновых движений жидкости. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «Вычислительная математика». – М.: МФТИ, 1985. – 135 с.
126. *Кузьмин Н.Г.* Усовершенствованная система контроля состояния бетонных плотин (на примере Красноярской ГЭС). Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.07 – «Гидротехническое строительство». – СПб: АО «ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева», 2016. – 158 с.
127. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Проблемы гидродинамики и их математические модели. – М.: Наука, 1977. – 408 с.

128. *Лавров Ю.А.* Аналитические методы расчета взаимодействия жидкости с упругими стенками резервуаров. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела». – СПб: Петербургский ПГУПС, 2003. – 330 с.
129. *Лайтхил Дж.* Волны в жидкостях. – М.: Мир, 1981. – 598 с.
130. *Ламб Г.* Гидродинамика. М.: Книга по требованию, 2012. – 929 с.
131. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика сплошных сред. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1953. – 788 с.
132. *Лионс Ж.Л., Мадженес Э.* Неоднородные граничные задачи и их приложения. – М.: Мир, 1971. – 372 с.
133. *Лисичкин С.Е.* Развитие теории и совершенствование методов расчета массивных железобетонных и напорных сталежелезобетонных конструкций гидротехнических сооружений. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.23.07 – «Гидротехническое строительство». – М.: НИИЭС, ООО «Центр сооружений, конструкций и технологий в энергетике», 2004. – 564 с.
134. *Логвинович Г. В.* Гидродинамика течений со свободными границами. – Киев: Наукова думка, 1969. – 208 с.
135. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
136. *Ломбардо В.Н.* Задание сейсмологической информации при расчетах сейсмостойкости массивных сооружений, работающих совместно с основанием. // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, 1973, Том 103, с. 164-169.
137. *Ломбардо В.Н., Фрадкин Б.В.* Расчет арочной плотины на основе решения пространственной задачи теории упругости и по теории оболочек. // Гидротехническое строительство, 1987, № 6, с. 36-42.
138. *Лурье А.И.* Аналитическая механика. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. – 824 с.
139. *Ляхович Л.С.* Особые свойства оптимальных систем и основные направления их реализации в методах расчета сооружений. – М.: Издательство Москва – 2017

- ТГАСУ, 2009. – 372 с.
140. *Мангушев Р.А., Ильичев В.А.* Справочник геотехника. Основания, фундаменты и подземные сооружения. – М.: АСВ, 2016. – 1040 с.
141. *Мгалобелов Ю.Б.* Прочность и устойчивость скальных оснований бетонных плотин. – М.: Энергия, 1979. – 216 с.
142. *Ментер Ф.* Моделирование взаимодействия жидких сред и элементов конструкций в ANSYS. // ANSYS Solutions, 2007, №4, с. 31-37.
143. *Моисеев Н.Н., Петров А.А.* Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости. – М.: Вычислительный центр АН СССР, 1966. – 270 с.
144. *Морозов Е.М., Никишков Г.П.* Метод конечных элементов в механике разрушения. – М.: Наука, 1980, – 256 с.
145. *Мхитарян А.М.* Аэродинамика. – М.: Машиностроение, 1976. – 448 с.
146. *Напетваридзе Ш.Г.* Некоторые задачи инженерной сейсмологии. – Тбилиси: Мецниереба, 1973. – 160 с.
147. *Напетваридзе Ш.Г.* Вероятностные задачи инженерной сейсмологии и теория сейсмостойкости. – Тбилиси: Мецниереба, 1985. – 109 с.
148. *Нгуен Тай Ханг Лыонг.* Апробация методики численного моделирования статического и сейсмического напряженно-деформированного состояния на трехмерной системе «основание – плотина – водохранилище» ГЭС Нам Чиен (Вьетнам). // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering / Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций, Volume 12, Issue 4, 2016, pp. 127-136.
149. *Норкин М.В.* Смешанные задачи удара твердых тел, плавающих на поверхности несжимаемой жидкости. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы. Казань, КГУ, 2010. – 32 с.
150. *Норри Д., де Фриз Ж.* Введение в метод конечных элементов. – М.: Мир, 1981. – 304 с.
151. *Ньюмарк Н., Розенблюэт Э.* Основы сейсмостойкого строительства. – М.: Москва – 2017

- Стройиздат, 1980. – 344 с.
152. *Обен Ж.П.* Приближенное решение эллиптических краевых задач. – М.: Мир, 1977. – 383 с.
153. *Оден Дж.* Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 465 с.
154. *Олдер Б., Фернбах С., Ротенберг М.* Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Книга по требованию, 2012. – 384 с.
155. *Орехов В.Г., Шимельмиц Г.И., Захаров В.Ф., Толстиков В.В.* Напряженно-деформированное состояние бетонной плотины гидроузла Капанда с учетом работы ослабленных строительных швов. // Энергетическое строительство, 1983, №1, с. 26-29.
156. *Пановко Я.Г.* Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1980. – 272 с.
157. *Перельмутер А.В., Сливкер В.И.* Расчетные модели сооружений и возможности их анализа. – Киев: Сталь, 2002. – 445 с.
158. *Петров А.Г.* Аналитическая гидродинамика. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 520 с.
159. *Победря Б.Е.* Численные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Издательство МГУ, 1995. – 366 с.
160. *Попова А.А.* Математическое моделирование процессов взаимодействия вязкой жидкости с тонкостенными ребристыми элементами гидродинамических демпферов и трубопроводов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальностям 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела» и 01.02.06 – «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры». – Саратов: СГТУ, 2008. – 174 с.
161. *Постнов В.А., Дмитриев С.А., Елтыдюе Б.К., Родионов А.А.* Метод суперэлементов в расчётах инженерных сооружений. – Л.: Судостроение, 1979. – 287 с.
162. *Постнов В.А., Хархурим И.Я.* Метод конечных элементов в расчётах судовых конструкций. – Л.: Судостроение, 1974. – 342 с.

163. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1979. – 774 с.
164. *Радин В.П., Самогин Ю.Н., Чирков В.П.* Метод конечных элементов в динамических задачах сопротивления материалов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 314 с.
165. *Рассказов Л.Н., Орехов В.Г.* и др. Гидротехнические сооружения. – М.: Стройиздат, 1996. – 344 с.
166. *Рауз Х.* Механика жидкости. – М.: Стройиздат, 1967. – 392 с.
167. *Ржаницын А.Р.* Строительная механика. – М.: Высшая школа, 1982. – 400 с.
168. *Розин Л.А.* Вариационные постановки задач для упругих систем. – Л.: Издательство ЛГУ, 1978. – 224 с.
169. *Розин Л.А.* Задачи теории упругости и численные методы их решения. – СПб: Издательство СПбГТУ, 1998. – 532 с.
170. *Розин Л.А.* Метод конечных элементов в применении к упругим системам. – М.: Стройиздат, 1977. – 129 с.
171. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 618 с.
172. *Рубин О.Д., Лисичкин С.Е., Шакарс И.Э.* Расчетная оценка НДС левого блока здания Плявиньской ГЭС с учетом данных натурных наблюдений. // Гидротехническое строительство, 1998, №2, с. 47-53.
173. *Рылов А.А.* Обоснование метода конечных элементов для уравнений Навье-Стокса. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности: 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения». – Новосибирск, Новосибирский государственный университет им. Ленинского комсомола, 1989. – 103 с.
174. *Савинов О.А.* Современные конструкции фундаментов под машины и их расчет. – Л.: Стройиздат, 1979. – 200 с.
175. *Савинов О.А., Уздин А.М.* О некоторых особенностях механического взаимодействия сооружения и его основания при землетрясении // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, 1974, Том 106, с. 119-126.
176. *Самарский А.А.* Введение в теорию разностных схем.–М.: Наука, 1971.–552 с.  
Москва – 2017

177. Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 1982. – 272 с.
178. Самарский А.А., Андреев В.Б. Разностные методы для эллиптических уравнений. – М.: Наука, 1976. – 352 с.
179. Самарский А.А., Гулин А.В. Устойчивость разностных схем. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 384 с.
180. Самарский А.А. Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Физматлит, 2005. – 320 с.
181. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 592 с.
182. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Том 1. – М.: Наука, 1973. – 536 с.
183. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Том 2. – М.: Наука, 1973. – 584 с.
184. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. – М.: Наука, 1980. – 448 с.
185. Сеймов В.М. Динамические контактные задачи. – Киев: Наукова думка, 1976. – 238с.
186. Сеймов В.М., Островерх Б.Н. О колебаниях пластины, защемленной в упругое полупространство, под действием нагрузки, внезапно приложенной к пластине и полупространству. // Труды Гидропроекта, 1971, Том 20, с. 113-121.
187. Секулович М. Метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1993. – 664 с.
188. Сидоров В.Н. Дискретные постановки и алгоритмы решения краевых задач строительной механики в произвольных областях на регулярных сетках. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.23.17 – «Строительная механика». – М.: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 1992.
189. Сидоров В.Н., Ахметов В.К. Математическое моделирование в строительстве. – М.: Издательство АСВ, 2007. – 336 с.
190. Сидоров В.Н., Вершинин В.В. Метод конечных элементов в расчете сооружений. – М.: АСВ, 2015. – 288 с.
191. Синицын А.П. Расчет балок и плит на упругом основании за пределом упругости. – М.: Стройиздат, 1974. – 210с.

192. *Синицын А.П.* Расчет конструкций на основе теории риска. – М.: Стройиздат, 1985. – 304 с.
193. *Сливкер В.И.* Строительная механика. Вариационные основы. – М.: Издательство АСВ, 2005. – 736 с.
194. СНиП 11-7-81\*. Строительные нормы и правила, Глава 7. Строительство в сейсмических районах, Госстрой СССР. – М.: Стройиздат, 1982. – 49 с.
195. *Сретенский Л.Н.* Теория волновых движений жидкости. – М.: Наука, 1977. – 816 с.
196. *Стрэнг Г., Фикс Дж.* Теория метода конечных элементов. – М.: Мир, 1977. – 349 с.
197. *Темам Р.* Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ. – М.: Мир, 1981. – 408 с.
198. *Тимошенко С.П., Гудьер Дж.* Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 576 с.
199. *Ткаченко О.П.* Внешняя и внутренняя задачи динамики изогнутого трубопровода: построение математических моделей и приближенное решение их уравнений. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела». – Хабаровск, Вычислительный центр Дальневосточного отделения РАН, 2012. – 314 с.
200. *Толстиков В.В.* Математическое моделирование статической работы бетонных плотин с учетом нарушений сплошности и упруго-пластической работы материала. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.07 – «Гидротехническое строительство». – М.: МГСУ, 1994. – 18 с.
201. *Травуш В.И.* Метод обобщенных решений в задачах изгиба плит на линейно-деформируемом основании. // Строительная механика и расчет сооружений, №1, 1982.
202. *Трапезников Л.П.* Температурная трещиностойкость массивных бетонных сооружений. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 272 с.
203. *Тягин А.Г.* Расчет сооружений на сейсмические воздействия с учетом взаи-

- модействия с грунтовым основанием. – М: АСВ. 2012. – 392 с.
204. *Тягин А.Г.* Учет взаимодействия сооружений с основанием при расчетах на сейсмические воздействия. – М.: АСВ, 2014. – 136 с.
205. *Уздин А.М.* Что скрывается за линейно-спектральной теорией сейсмостойкости. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2009, № 2, с. 18-22.
206. *Уздин А.М., Сандович Т.А., Аль-Насер-Мохомад Самих Амин.* Основы теории сейсмостойкости и сейсмостойкого строительства зданий и сооружений. – СПб: Изд-во ВНИИГ им. Б.Е.Веденеева, 1993. – 176с.
207. *Уздин А.М., Титов В.Ю.* Учет бесконечности основания при расчете сейсмостойкости энергетических сооружений по МКЭ. // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, 1981, Том 212, с. 97-102.
208. Учет сейсмических воздействий при проектировании гидротехнических сооружений (пособие к разделу 5: Гидротехнические сооружения СНиП II-7-81). П 17-85. – Л.: ВНИИГ, 1986. – 310 с.
209. *Федоренко Р.П.* Введение в вычислительную физику. – М.: Издательство Московского физико-технического института, 1994. – 528 с.
210. *Филиппенко Г.В.* Колебания мембран и пластин, частично погруженных в жидкость. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела». – СПб: Институт машиноведения РАН, 2000. – 92 с.
211. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей. – М.: Мир, 1991. – 504 с.
212. *Фоменко Н.А.* Математическое моделирование гидродинамических воздействий на конструкции при наличии поверхностных волн в мелководных водоемах. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». – Таганрог, ЮФУ, 2012. – 156 с.
213. *Фрадкин Б.В.* Исследование совместной статической работы арочно-гравитационных сооружений. – Москва – 2017

- тационной плотины и основания. // Энергетическое строительство, 1977, №6, с. 25-36.
214. *Фрадкин Б.В.* Вычислительный комплекс для решения пространственной задачи теории упругости методом конечных элементов. // Сб. трудов Гидропроекта, 1983, Вып. 85, 116-127.
215. *Франк А.М.* Дискретные модели несжимаемой жидкости. – М.: Физматлит, 2001. – 208 с.
216. *Хакимзянов Г.С.* Численное моделирование на адаптивных сетках течений жидкости с поверхностными волнами. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». – Новосибирск, Институт вычислительных технологий Сибирского отделения РАН, 2000.– 29 с.
217. *Хартман Ф.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Мир, 1970. – 720 с.
218. *Хермандер Л.* Линейные дифференциальные операторы с частными производными. – М.: Мир, 1965. – 380 с.
219. *Храпков А.А., Пигалев А.С., Цыбин А.М., Зейлигер В.А.* Исследование напряженно-деформированного состояния плотины Катунского гидроузла в строительный и эксплуатационный периоды. // Сборник научных трудов Гидропроекта, Вып. 123, 1987, с. 65-73.
220. *Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф.* ANSYS для инженеров. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 512 с.
221. *Чижиумов С.Д.* Основы гидродинамики. – Комсомольск-на-Амуре: ГОУ ВПО «КНАГТУ», 2007. – 106 с.
222. *Шабаров В.В.* Применение системы ANSYS к решению гидрогазодинамических задач. – Нижний Новгород, Издательство ННГУ, 2006. – 108 с.
223. *Шайдуров В.В.* Многосеточные методы конечных элементов. – М.: Наука, Физматлит, 1989. – 288 с.
224. *Шахверди Г.Г.* Ударное взаимодействие судовых конструкций с жидкостью. – Москва – 2017

- стью. – СПб.: Судостроение, 1993. – 256 с.
225. *Шевелев Ю.Д.* Пространственные задачи вычислительной аэрогидродинамики. – М.: Наука, 1986. – 368 с.
226. *Шехтер О.Я.* Об учете инерционных свойств грунтов при расчете вертикальных вынужденных колебаний массивных фундаментов // Труды НИИ Минвоенморстроя. Машстройиздат, 1948. Вып. 12.
227. *Шишаева А.С.* Численное моделирование взаимодействия подвижных и деформируемых элементов конструкции с потоком жидкости или газа. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». – М.: МФТИ (государственный университет), 2010. – 143 с.
228. *Шульман С.Г.* Сейсмическое давление воды на гидротехнические сооружения. – Л.: Энергия, 1970. – 166 с.
229. *Шульман С.Г.* Расчеты гидротехнических сооружений с учетом последовательности возведения. – М.: Энергия, 1975. – 168 с.
230. *Шульман С.Г.* Расчеты сейсмостойкости гидросооружений с учетом влияния водной среды. – М.: Энергия, 1980. – 336 с.
231. *Щипицын В.Д.* Экспериментальное исследование вибрационной динамики цилиндрического тела в вязкой жидкости. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы». – Пермь, ПГПУ, 2011. – 121 с.
232. *Юдович В.И.* Вертикальный удар по твердому эллипсоиду, полупогруженному в жидкое полупространство. // Деп. в ВИНТИ 19.11.93, №2870-В93.
233. *Яблонский В.С.* Краткий курс технической гидромеханики. – М.: Физматгиз, 1961. – 356 с.
234. *Akkose M., Bayraktar A., Dumanoglu A.A.* Reservoir Water Level Effects On Nonlinear Dynamic Response Of Arch Dam. // Journal of Fluids And Structures, 24, 2008, pp. 418-435.

235. *Akkose M., Dumanoglu A.A., Tuna M.E.* Investigation of Hydrodynamic Effects on Linear and Nonlinear Earthquake response of Arch Dams By The Lagrangian Approach. // Turkish J. Eng. Env. Sci. 28, 2004, pp. 25-40.
236. *Arabshahi H., Lotfi V.* Earthquake response of concrete gravity dams including dam – foundation interface nonlinearities. // Engineering Structures, 30, 2008, pp. 3065-307.
237. *Atluri S.N.* Alternate stress and conjugate strain measures, and mixed variational formulations involving rigid rotations, for computational analysis of finitely deformed solids, with application to plates and shells. // I. Theory. Computers & Structures, 1984, Vol. 18, pp. 93-116.
238. *Amina Tahar Berrabah.* Dynamic Soil – Fluid – Structure Interaction Applied for Concrete Dam. Doctorate Degree in Civil Engineering Thesis. Universite Aboubekr Belkaid Tlemcen, 2012, 172 pages.
239. *Anghileri M., Castelletti L.M.L., Tirelli M.* Fluid Structure Interaction of Water Filled Tanks During the Impact With the Ground. // International Journal of Impact Engineering 31, 2005, pp. 235-254.
240. *Arabshahi H., Lotfi V.* Earthquake response of concrete gravity dams including dam – foundation interface nonlinearities. // Engineering Structures, 30, 2008, pp. 3065-307.
241. *Atluri S.N.* Alternate stress and conjugate strain measures, and mixed variational formulations involving rigid rotations, for computational analysis of finitely deformed solids, with application to plates and shells. // I. Theory. Computers & Structures, 1984, Vol. 18, pp. 93-116.
242. *Axisa F.* Modelling of Mechanical Systems. Vol. 3: Fluid – Structure Interaction. Elsevier, Amsterdam, 2006.
243. *Bathe K.J.* Finite Element Procedures, Prentice-Hall, New York, 1996.
244. *Bathe K.-J., Zhang H.* Finite element developments for general fluid flows with structural interactions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 60, 2004, pp. 213-232.
245. *Bathe K.J., Zhang H., Ji S.* Finite element analysis of fluid flows fully coupled

- with structural interactions. // *Computers & Structures*, 1999, Vol. 72, pp. 1-16.
246. *Bathe K.J., Zhang H., Wang M.H.* Finite element analysis of incompressible and compressible fluid flows with free surfaces and structural interactions. // *Computers & Structures*, 1995, Vol. 56, pp. 193-213.
247. *Bathe K.J., Zhang H., Zhang X.* Some advances in the analysis of fluid flows. // *Computers & Structures*, 1997, Vol. 64, pp. 909-930.
248. *Bayraktar A., Hancer Ebru, Akkose Mehmet.* Influence of base-rock characteristics on the stochastic dynamic response of dam-reservoir-foundation systems. Elsevier, 2005.
249. *Belostotskiy A.M., Akimov P.A., Afanasyeva I.N., Usmanov A.R., Scherbina S.V., Vershinin V.V.* Numerical simulation of oil tank behavior under seismic excitation fluid – structure interaction problem solution. // *Procedia Engineering*, Volume 111, 2015, pp. 115-120.
250. *Belostosky A.M., Akimov P.A., Kaytukov T.B., Afanasyeva I.N., Usmanova A.R., Scherbina S.V., Vershinin V.V.* About Finite Element Analysis of Fluid - Structure Interaction Problems. // *Procedia Engineering*, Volume 91, 2014, pp. 37-42.
251. *Belostosky A.M., Akimov P.A., Afanasyeva I.N.* Multilevel Methodology of Numerical Seismic Analysis of Coupled Systems “Foundation – Shell – Pontoon (Floating Roof) –Column(s) – Fluid”. // *Procedia Engineering*, Vol. 153 (2016) pp. 89-94.
252. *Belytschko T., Bindeman L.P.* Assumed strain stabilization of the eight node hexahedral element. // *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 105(2), 1993, pp. 225-260.
253. *Belytschko T., Liu W.K., Moran B.* *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures.* John Wiley & Sons, Ltd, 2000.
254. *Bermudez A., Duran R., Muschiatti M.A., Rodriguez R., Solomin J.* Finite element vibration analysis of fluid–solid systems without spurious modes. // *J. Numer. Anal.* 32 (1995), pp. 1280-1295.
255. *Bouaanani N., Paultre P., Proulx J.* Dynamic Response of a Concrete Dam Impounding an Ice – Covered Reservoir: Part II. Parametric and Numerical Study. // *Can. J. Civ. Eng.* 31, 200, pp. 965-976.

256. *Braess H., Wriggers P.* Arbitrary Lagrangian Eulerian finite element analysis for free surface flow. // *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2000, Vol. 190, pp. 95-109.
257. *Bredmose H., Brocchini M., Peregrine D.H., Thais L.* Experimental investigation and numerical modelling of steep forced water waves. // *J. Fluid Mech.*, 2003, vol. 490, pp.217-249.
258. *Calayir Y., Dumanoglu A.A.* Static and dynamic analysis of fluid and fluid-structure systems by the Lagrangian method. // *Comput. Struct.*, 49(4), 1993, pp. 625-632.
259. *Chen B.F.* Nonlinear Hydrodynamic Effects On Concrete Dam. // *Engineering Structures*, Vol. 18, No. 3, 1996, pp. 201-212.
260. *Chen H. C., Taylor R. L.* Vibration analysis of fluid-solid systems using a finite element displacement formulation. // *Numer. Meth. Eng.*, 29(4), 1990, pp. 683-698.
261. *Cheng Hsing Chen, Shang Yi Hsu.* Using a simple model to investigate the effects of soil structure interaction. // *The sixteenth KKCNN symposium on civil engineering, Korea, 2003.*
262. *Cho J.R., Song J.M.* Assessment of classical numerical models for the separate fluid–structure modal analysis, *J. Sound Vib.* 239 (5) (2001), pp. 995-1012.
263. *Chorin A.J.* Numerical solution of the Navier-Stokes equations. // *Math. Comput.* 1968, 22, pp. 745-762.
264. *Del Pin F.* The meshless finite element method applied to a lagrangian particle formulation of fluid flows. // *Instituto de Desarrollo tecnologico para la industria quimica (INTEC) universidad nacional del litoral noviembre. 2003, 157 pages.*
265. *Dokainish M.A., Subbaraj K.* A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics-I, Explicit methods. // *Comput. Structures*, 32 (6), 1989, pp. 1371-1386.
266. *Donea J.* Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element methods. // In: T. Belytschko and T.J.R. Hughes (ed) *Numerical Methods for Transient Analysis*, North-Holland, Amsterdam, 1983.

267. *Donea J., Giuliani S., Halleux J.P.* An arbitrary Lagrangian – Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions. // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 33, 1982, pp. 689-723.
268. *Donea J., Huerta A.* Finite Element Methods for Flow Problems. John Wiley & Sons, Chichester, New York, 2003.
269. *Dunne T., Rannacher R.* Adaptive finite element approximation of fluid – structure interaction based on an Eulerian variational formulation. *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, 2006, 53, pp. 110-145.
270. *Fan S.C., Li S.M.* Boundary finite-element method coupling finite element method for steady-state analyses of dam-reservoir systems. // *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 134(2), 2008, pp. 133-142.
271. *Farhat C.; Lesoinne M.* Two efficient staggered algorithms for the serial and parallel solution of three-dimensional nonlinear transient aeroelastic problems. // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, Vol. 182, pp. 499-515.
272. *Farhat C., Lesoinne M., Maman N.* Mixed explicit/implicit time integration of coupled aeroelastic problems: three-field formulation, geometric conservation and distributed solution. // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1995, Vol. 21, pp. 807-835.
273. *Felippa C.A., Park K.C., Farhat C.* Partitioned analysis of coupled systems. // In E. Onate and S. Idelsohn (ed) *Computational Mechanics, Proc. WCCM IV Conf., CIMNE, Barcelona*, 1998.
274. *Feltrin G.* Absorbing Boundaries for the Time-Domain Analysis of Dam-Reservoir-Foundation Systems. Doctorate thesis. Institute of Structural Engineering Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 1997.
275. *Fenves G.L., Chopra A.K.* Earthquake analysis of concrete gravity dams including reservoir bottom absorption and dam-water-foundation rock interaction. // *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 12, 1984, pp. 663-680.
276. *Ghaemian M., Ghojarah A.* Nonlinear seismic response of concrete gravity

- dams with dam – reservoir interaction. // *Engineering Structures*, 21, 1991, pp. 306-315.
277. *Ghaemian M., Ghobarah A.* Staggered solution schemes for dam reservoir interaction. // *Journal of Fluids and Structures*, 12, 1998, pp. 933-948.
278. *Ghobarah A., El-Nady A., Aziz T.* Simplified dynamic analysis for gravity dams. // *ASCE Journal of Structural Engineering*, 120(9), 1994, pp. 2697-2716.
279. *Glück M., Breuer M., Durst F., Halfmann A., Rank E.* Computation of fluid structure interaction on lightweight structures. // *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89, 2001, pp. 1351-1368.
280. *Gogoi I., Maity D.* Influence of sediment layers on dynamic behavior of aged concrete dams. // *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 133(4), 2007, pp. 400-413.
281. *Goodman R.E., Dubois J.* Duplication of dilatancy in analysis of jointed rocks. // *Journal of the soil mechanics and foundations division, ASCE*, 1972, SM4, pp. 399-422.
282. *Greenhow M., Lin W.M.* Non-linear free surface effects: Experiments and theory. // Rep. No. 83-19, Dept. of Ocean Engineering, MIT, Cambridge, MA. 1983.
283. *Griffith A.A.* The Phenomena of Rupture and Flow in solids. // *Phil. Trans. Rog. Soc., London*, A221, 1920, pp.163-197.
284. *Guan F., Moore I.D.* New techniques for modelling reservoir-dam and foundation-dam interaction. // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 16, 1997, pp. 285-293.
285. *Hamdan F.H.* Near-field fluid-structure interaction using Lagrangian fluid finite elements. // *Comput. Struct.*, 71(2), 1999, pp. 123-141.
286. *Heil M.* An efficient solver for the fully coupled solution of large-displacement fluid-structure interaction problems. // *Computer Methods in Applied Mechanic Engineering*, 2004, vol. 193, pp. 1-23.
287. *Higdon R.L.* Radiation boundary condition for dispersive waves. // *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 31, 1994, pp. 64-100.

288. *Houqun C., Xiuli D., Shunzai H.* Application of Transmitting Boundaries to Non Linear Dynamic Analysis of an Arch Dam Foundation Reservoir System. Elsevier, 1998.
289. *Huerta A., Casadei F.* New ALE application in non-linear fast-transient solid dynamics // *Engrg. Comput.*, 1994, Vol. 11, pp. 317-345.
290. ICOLD, International Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams. Theme A – Fluid Structure Interaction Arch Dam – Reservoir at Seismic loading. Graz University of Technology, 2013, pp. 15-188.
291. *Kianoush M.R., Mirzabozorg H., Ghaemian M.* Dynamic Analysis of Rectangular Liquid Containers In Three Dimensional Space. // *Can. J. Civ. Eng.* 33, 2006, pp. 501-507.
292. *Kim Y.S., Yun C.B.* A spurious free four-node displacement-based fluid element for fluid-structure interaction. // *Eng. Struct.*, 19(8), 1997, pp. 665-678.
293. *Korobkin A.A., Pukhnachov V.V.* Initial stage of water impact. // *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1988, 20, pp. 159-185.
294. *Küçükarslan S.* An exact truncation boundary condition for incompressible – unbounded infinite fluid domains. // *Applied Mathematics and Computation*, 163, 2005, pp. 61-69.
295. *Küçükarslan S.* Dam-reservoir interaction for incompressible-unbounded fluid domains using an exact truncation boundary condition. // *Proceedings of 16th ASCE Engineering Mechanics Conference*, July 16-18, 2003, University of Washington, Seattle.
296. *Kuhl E., Hulshoff S., de Borst R.* An arbitrary Lagrangian Eulerian finite-element approach for fluid–structure interaction phenomena // *Int. J. Numer. Methods Engrg*, 2003, Vol. 57, pp. 117-142.
297. *Lee J., Fenves G.L.* A plastic-damage concrete model for earthquake analysis of dams. // *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 27, 1998, pp. 937-956.
298. *Lemos J.V., Oliveira S., Mendes P.* Analysis of The Dynamic Behaviour Of Cabril Dam Considering The Influence Of Contraction Joints. // *7th European conference on Structural Dynamics*, EUROYN 2008, Southampton.

299. *Li X., Romo M.P.O. etc.* Finite element analysis of dam reservoir systems using an exact far-boundary condition. // *Computers & Structures*, 60(5), 1996, pp. 751-762.
300. *Livaoglu R., Dogangun A.* Simplified Seismic Analysis Procedures For Elevated Tanks Considereing Fluid Structure Soil Interaction. // *Journal of Fluids and Structures*, 22, 2006, pp. 421-439.
301. *Liu C., Walkington N.J.* An Eulerian description of fluids containing viscoelastic particles. // *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 2001, 159, pp. 229-252.
302. *Liu G.R.* Mesh free methods: moving beyond the finite element method. CRC Press, 2003, 712 pages.
303. *Maity D.* A novel far-boundary condition for the finite element analysis of infinite reservoir. // *Applied Mathematics and Computation*, 170, 2005, pp. 1314-1328.
304. *Maity D., Bhattacharyya S.K.* A parametric study on fluid – structure interaction problems. // *Journal of Sound and Vibration* 263, 2003, pp. 917-935.
305. *Maity D., Bhattacharyya S.K.* Time-domain analysis of infinite reservoir by finite element method using a novel far-boundary condition. // *Finite Elements in Analysis and Design*, 32, 1999, pp. 85-96.
306. *Makerle J.* Fluid – structure interaction problems, finite element approach and boundary elements approaches, a bibliography. // *Finite Elements Anal. Des.* 31 (1999), pp. 231-240.
307. *Mendes P.A., Branco F.A.* Analysis of fluid – structure interaction by an arbitrary Lagrangian–Eulerian finite element formulation. // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 30, 1999, pp. 897-919.
308. *Morand H.J.P., Ohayon R.* Fluid Structure Interaction: Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons, 1995.
309. *Nagashima T., Tsukuda T.* Seismic response analysis of an oil storage tank using Lagrangian fluid elements. // *Coupled Systems Mechanics*, Vol. 2, No. 4, 2013, pp. 389-410.
310. *Nasserzare J., Lei Y., Zeigler F.* Inverse Identification of Dam Reservoir Interaction Including the Effect of Reservoir Bottom Absorption. // *Asian Journal of*

- Civil Engineering, Vol. 4, Nos. 2-4, 2003, pp. 101-113.
311. *Ohayon R.* Reduced symmetric models for modal analysis of internal structural – acoustic and hydroelastic – sloshing system. // *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* 190 (1994), pp. 3009-3019.
312. *Ohayon R., Valid R.* True symmetric formulation for fluid – structure interaction in bounded domains. // in: R.W. Lewis, P. Bettes, E. Hinton (Eds.), *Finite Elements Results, Numerical Methods in Coupled Systems*, 1983, pp. 293-325.
313. *Olson L.G., Bathe K.J.* Analysis of fluid-structure interactions. A direct symmetric coupled formulation based on a fluid velocity potential. // *Computers & Structures*, 1985, Vol. 21, pp. 21-32.
314. *Park K.C.* Partitioned transient analysis procedures for coupled-field problems: stability analysis. // *Journal of Applied Mechanics*, 1980, Vol. 47, pp. 370-376.
315. *Park K.C., Felippa C.A.* Partitioned transient analysis procedures for coupled-field problems: accuracy analysis. // *Journal of Applied Mechanics*, 1980, Vol. 47, pp. 919-926.
316. *Park K.C., Felippa C.A., DeRuntz J.A.* Stabilization of staggered solution procedures for fluid-structure interaction analysis. // In: T. Belytschko and T.L. Geers (ed) *Computational methods for fluid-structure interaction problems*, ASME Applied mechanics symposia series, AMD, 1977, Vol. 26, pp. 95-124.
317. *Parrinello F., Borino G.* Lagrangian finite element modelling of dam – fluid interaction: Accurate absorbing boundary conditions. // *Computers and Structures*, 85, 2007, pp. 932-943.
318. *Pedley T.J.* *The Fluid Mechanics of Large Blood Vessels*, Cambridge University Press, 1980.
319. *Piperno S., Farhat C., Larrouturou B.* Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems. Part I: Model problem, theory and two-dimensional application. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1995, vol. 124, pp. 79-112.
320. *Poursartip B., Lotfi V.* Modal analysis of concrete arch dams in time domain including dam-reservoir interaction. // *The 14<sup>th</sup> world conference on Earth-*

- quake Engineering, October 12-17. Beijing, China, 2008.
321. *Rodriguez-Ferran A., Perez-Foguet A., Huerta A.* Arbitrary Lagrangian – Eulerian (ALE) formulation for hyperelastoplasticity // *Int. J. Numer. Methods Engrg*, 2002, Vol. 53, pp. 1831-1851.
322. *Rugonyi S., Bathe K.J.* On Finite Element Analysis of Fluid Flows Fully Coupled with Structural Interactions. // *CMES*, 2001, Vol. 2, no. 2, pp.195-212.
323. *Rugonyi S., Bathe K.J.* On the analysis of fully-coupled fluid flows with structural interaction – a coupling and condensation procedure. // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2000, Vol. 1, pp. 29-41.
324. *Saini S.S., Bettess P., Zienkiewicz O.C.* Coupled hydrodynamic response of concrete gravity dams using finite and infinite elements. // *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 6, 1978, pp. 363-374.
325. *Schäfer M., Heck M., Yigit S.* An implicit partitioned method for the numerical simulation of fluid – structure interaction. *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, 53, 2006, pp. 171-194. Springer.
326. *Shao S.* Incompressible SPH simulation of water entry of a free-falling object. // *Int. J. Numer. Meth. Fl.*, 59, 2009, pp. 91-115.
327. *Sharan S.K.* Finite element analysis of unbounded and incompressible fluid domains. // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 21, 1985, pp. 1659-1669.
328. *Sigrist J.F.* Symmetric and non-symmetric formulations for fluid – structure interaction problems: reference test cases for numerical developments in commercial finite element code. // *Pressure Vessel and Piping*. Vancouver, 25-28 July 2006.
329. *Sigrist J.-F., Garreau S.* Dynamic analysis of fluid-structure interaction problems with modal methods using pressure-based fluid finite elements. // *Finite Elements in Analysis and Design*, 43, 2007, pp. 287-300.
330. *Subbaraj K., Dokainish M.A.* A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics-II. Implicit methods. // *Comput. Structures* 32 (6) (1989), pp. 1387-1401.

331. *Taylor R.E.* A review of hydrodynamic load analysis for submerged structures excited by earthquakes. // *Engineering Structures*, 3, 1981, pp. 131-139.
332. *Terentiev A. G.* Nonstationary motion of bodies in a fluid // *Proc. Steclov Inst, of Math.*, 1989, 186: Translated. – 1991, Issue 1, pp. 211-221.
333. *Tiliouine B., Seghir A.* Fluid-Structure Models For Dynamic Studies of Dam-Water Systems. // 11th European Conference on Earthquake Engineering. Balkema, Rotterdam, 1998.
334. *Tsai C. S., Lee G. C.* Time-domain analyses of dam-reservoir system. II: Substructure method. // *Journal of Engineering Mechanics*, 117(9), 1991, pp. 2007-2026.
335. *Wagner R.* Über Stoss-und Gleitvorgänge und der Oberfläche von Flüssigkeiten. *Z. And. Math. Und Mech.*, 1932. Band 12. Heft 4, pp. 193-215.
336. *Walhoern E., Hubner B., Kollce A., Dinkier D.* Fluid-structure coupling within a monolithic model involving free surface flows. // *Computational Fluid and Solid Mechanics*, 2003, vol. 2, pp. 1560-1563.
337. *Wang X., Bathe K. J.* Displacement/pressure based mixed finite element formulations for acoustic fluid-structure interaction problems. // *International Journal for Numerical Methods in Engineering.*, 1997, vol. 40, pp. 2001-2017.
338. Wave sloshing inside a reservoir. Tiago Konno de Dornellas Cysneiros, Roger Matsumoto Moreira, Raphael David Aquilino Bacchi. // 19th International Congress of Mechanical Engineering, November 5-9, 2007, Brasilia, DF.
339. *Westergaard H.M.* Water pressure on dams during earthquakes. // *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.*, 1931, Vol. 57, No.9, pp.1303-1318.
340. *Wilson E.L., Khalvati M.* Finite elements for dynamics of fluid system. // *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 1983, vol. 19, pp. 1657-1668.
341. *Woyak D.B.* Acoustic and Fluid Structure Interaction. Swanson Analysis System, 1995.
342. *Xia G., Lin C.-L.* An unstructured finite volume approach for structural dynamics in response to fluid motions. // *Computers & Structures*, 86, 2008, pp. 684-701.
343. *Zhao R., Faltinsen O.* Water entry of two-dimensional bodies. // *J. Fluid Mech.*, 246, 1993, pp. 593-612.

344. *Zhu X.* Application of the CIP Method to Strongly Nonlinear Wave-Body Interaction Problems. // Doctoral thesis for the degree of doktor ingenior. 2006.
345. *Zienkiewicz O.C., Morgan K.* Finite Elements and Approximation. Dover Publications, 2006, 352 pages.
346. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z.* The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Butterworth-Heinemann, Sixth edition, 2005, 752 pages.
347. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.* The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics. Volume 2. Butterworth-Heinemann, Sixth Edition, 2005, 736 pages.
348. *Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Nithiarasu P.* The Finite Element Method for Fluid Dynamics. Volume 2. Butterworth-Heinemann, Sixth Edition, 2005, 400 pages.