

на правах рукописи



ГРЕБНЕВ МИХАИЛ ИГОРЕВИЧ

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ НА ОСНОВЕ ИЕРАРХИЧЕСКОГО
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертация на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Пермь 2016

Диссертационная работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Пермский государственный национальный исследовательский университет».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Андрианов Дмитрий Леонидович

**Официальные
оппоненты:** **Клейнер Георгий Борисович**
член-корреспондент РАН, доктор экономических наук, профессор, заместитель директора ФГБУН «Центральный экономико-математический институт РАН», г. Москва

Виноградова Екатерина Юрьевна
доктор экономических наук, доцент, профессор кафедры статистики, эконометрики и информатики ФГБОУ ВО «Уральский государственный экономический университет», г. Екатеринбург

Ведущая организация: **ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технологический университет»**, г. Казань

Защита состоится «20» сентября 2016 г. в 13 часов 30 мин. на заседании объединенного диссертационного совета ДМ 212.188.09 на базе ФГБОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет» и ФГБОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет» по адресу: 614990, г. Пермь, Комсомольский проспект, дом 29, аудитория 423б.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеках и на сайтах ФГБОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет» (<http://www.pstu.ru>) и ФГБОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет» (<http://www.psu.ru>).

Автореферат разослан «10» августа 2016 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета ДМ 212.188.09
кандидат экономических наук, доцент



Е.Е. Жуланов

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Аппарат теории производственных функций активно используется и считается достаточно эффективным инструментом моделирования производственных процессов. Как известно, производственные функции применяются для макроэкономического прогнозирования и оценки последствий принимаемых управленческих решений на основе проведения сценарных прогнозных расчетов. При этом существует потребность в повышении точности макроэкономического прогнозирования на основе производственных функций. Одна из причин снижения точности макроэкономического прогнозирования на основе производственных функций состоит в том, что при их построении не учитывается асимметрия развития региональных экономических систем, сформированная за счет дифференциации технологических особенностей промышленного производства, неравномерности обеспечения ресурсами, особенностями рыночной конъюнктуры. Все это обуславливает актуальность выбранной темы, посвященной решению проблемы межуровневых противоречий в экономике за счет развития теоретико-методологических положений математического аппарата макроэкономического прогнозирования изменения производственных взаимосвязей.

Основой решения данной проблемы может послужить новый метод агрегирования производственных функций, учитывающий в достаточно полной мере вышеперечисленные факторы.

Степень разработанности проблемы. К фундаментальным работам по моделированию производственных функций на национальном и региональном уровне можно отнести работы следующих авторов: Р. Гофман, П. Дуглас, Ч. Кобб, В.В. Леонтьев, Б. Минхас, Н. Реванкар, К. Сато, Р. Сато, Р. Солоу, Х. Чинери, К. Эрроу. Существенный вклад в развитие методов моделирования производственных функций внесли отечественные ученые: С.А. Айвазян, М.Ю. Афанасьев, В.А. Бессонов, И.В. Елохова, Г.Б. Клейнер, Б.Н. Михалевский, М.К. Плакунов, Р.Л. Раяцкас, Б.Н. Сирота, В.И. Стаматин, Л.Л. Терехов, В.А. Харитонов, С.В. Цухло. Построению производственных функций для отечественной экономики посвящены работы следующих авторов:

А.В. Аксянова, А.И. Анчишкин, А.А. Афанасьев, Р.Х. Бахитова, Е.А. Гафарова, В.К. Горбунов, И.Л. Кирилук, А.Г. Львов, Б.Н. Михалевский, О.С. Пономарева, И.Г. Поспелов, Б.Г. Серебряков, Н.Л. Эфрос.

Проблеме агрегирования производственных функций посвящены труды следующих авторов: Ф. Дреш, Э.Б. Ершов, М.В. Казакова, Л. Кляйн, Д. Левхари, В.В. Леонтьев, Дж. Маккомби, К. Мей, А. Натаф, Ю.К. Перский, А.А. Петров, И.Г. Поспелов, Ш.Ш. Пу, Т. Сарджент, К. Сато, Г. Тейл, Т. Тинтер, Х. Фелипе, Э. Фельс, Ф. Фишер, Х. Хаутаккер, А.А. Шананин, Д.Н. Шульц. Проблема оценки взаимовлияния микро- и макроэкономики изучается в рамках иерархического анализа экономики такими авторами, как О.Г. Голиченко, Е.Е. Жуланов, Г.Б. Клейнер, И.К. Ларионов, Ю.К. Перский, Е.В. Попов, А.И. Татаркин.

Анализ трудов перечисленных ученых свидетельствует о том, что непротиворечивое агрегирование производственных функций возможно только в случае линейных производственных функций.

Существуют прикладные экономико-математические методы агрегирования, которые позволяют оценить макроэкономическую производственную функцию. Однако данные методы не приспособлены для асимметричных законов распределения параметров региональных производственных функций и не позволяют учесть неравномерность распределения ресурсов между элементами региональной экономической системы.

Объект исследования – региональные производственные системы в национальном экономическом пространстве.

Предмет исследования – экономические процессы производства и их взаимосвязи на региональном и межрегиональном уровне.

Цель и задачи исследования

Целью диссертационного исследования является развитие методов анализа экономических процессов на основе агрегирования производственных функций на региональном и национальном уровнях экономики с применением экономико-математического моделирования. Для достижения данной цели были поставлены следующие задачи:

1. На основе анализа производственных процессов на региональном и национальном уровнях экономики синтезировать новые виды макроэкономических производственных функций, учитывающие особенности методов их моделирования, предложенные в производственных функциях Кобба – Дугласа, Леонтьева, CES, линейной ПФ при различных законах распределения параметров: нормальный, равномерный, треугольный, логнормальный.

2. С помощью прикладного экономико-математического метода агрегирования производственных функций доказать гипотезу о том, что в общем случае функциональная форма производственной функции не является инвариантной относительно уровня экономической иерархии.

3. Разработать универсальный прикладной экономико-математический метод агрегирования производственной функции на национальном уровне экономики и сравнить его точность с методом репрезентативного агента.

4. Разработать программный комплекс, предназначенный для автоматизации процесса построения агрегированных производственных функций на основании универсального прикладного экономико-математического метода агрегирования.

Теоретическую и методологическую основу исследования составили труды отечественных и зарубежных ученых в области теории экономико-математического моделирования и прогнозирования для производственных функций, экономической теории, региональной экономики.

Основные методы исследования. В работе использованы методы системного анализа, методы статистической обработки данных, методы экономического анализа, методы экономико-математического моделирования, в том числе методы агрегирования, эконометрические методы, численные методы.

Информационной базой диссертационного исследования послужили статистические данные Федеральной службы государственной статистики об объеме валового внутреннего продукта Российской Федерации, валового регионального продукта субъектов РФ, данные о среднегодовой численности занятых в экономике, среднемесячной заработной плате и инвестициях в

основной капитал по субъектам РФ и России в целом. Также в процессе подготовки диссертационного исследования использовались сценарные условия, основные параметры прогноза социально-экономического развития Российской Федерации и предельные уровни цен (тарифов) на услуги компаний инфраструктурного сектора на 2016 год и плановый период 2017 и 2018 годов.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. На основе анализа производственных процессов на региональном и национальном уровнях экономики синтезированы новые виды макроэкономических производственных функций, учитывающие особенности методов их моделирования, предложенные в производственных функциях Кобба – Дугласа, Леонтьева, CES, линейной ПФ при различных законах распределения параметров: нормальный, равномерный, треугольный, логнормальный. По сравнению с существующими новые виды макроэкономических производственных функций позволяют учесть асимметрию развития региональной экономической системы. (п. 1.1. *«Разработка и развитие математического аппарата анализа экономических систем: математической экономики, эконометрики, прикладной статистики, теории игр, оптимизации, теории принятия решений, дискретной математики и других методов, используемых в экономико-математическом моделировании»* паспорта специальности 08.00.13 ВАК РФ) (глава 2, параграф 2.1, с. 46–56 диссертации).

2. С помощью прикладного экономико-математического метода агрегирования доказана гипотеза об отсутствии инвариантности функциональной формы производственной функции относительно уровня экономической иерархии, а также обосновано условие выполнения инвариантности только для случая линейной производственной функции. Отсутствие инвариантности относительно уровня экономической иерархии говорит о невозможности переноса функциональной формы производственной функции с регионального уровня экономики на национальный уровень экономики, за исключением случая линейной производственной функции, что ограничивает диапазон применения классических видов производственных функций и указывает на необходимость синтеза производственных функций.

(п. 1.2. *«Теория и методология экономико-математического моделирования, исследование его возможностей и диапазонов применения: теоретические и методологические вопросы отображения социально-экономических процессов и систем в виде математических, информационных и компьютерных моделей»* паспорта специальности 08.00.13 ВАК РФ) (глава 2, параграф 2.1, с. 46–56 диссертации).

3. Для учета высокого уровня неравномерности распределения ресурсов между регионами России в диссертационной работе разработан универсальный прикладной экономико-математический метод агрегирования производственных функций. Установлено, что выведенные на основании универсального прикладного экономико-математического метода макроэкономические производственные функции обеспечивают более точные прогнозы по сравнению с производственными функциями, полученными на основании метода репрезентативного агента. (п. 1.7. *«Построение и прикладной экономический анализ экономических и компьютерных моделей национальной экономики и ее секторов»* паспорта специальности 08.00.13 ВАК РФ) (глава 2, параграфы 2.2, 2.3, с. 56–78 диссертации, глава 3, параграфы 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 с. 79–98 диссертации).

4. Создан авторский программный комплекс «ПРОГНОЗ. СБСП СЭР РФ», предназначенный для автоматизации процесса построения агрегированных производственных функций на основе разработанного универсального прикладного экономико-математического метода агрегирования. В отличие от существующих аналогов (EViews 8, Statistica 10, Stata 13, R, SPSS Statistics) предлагаемый программный комплекс повышает точность прогнозирования ВВП на основе учета межуровневых противоречий региональных и национальной систем. (п. 2.6. *«Развитие теоретических основ методологии и инструментария проектирования, разработки и сопровождения информационных систем субъектов экономической деятельности: методы формализованного представления предметной области, программные средства, базы данных, корпоративные хранилища данных, базы знаний, коммуникационные технологии»* паспорта специальности 08.00.13 ВАК РФ) (глава 3, параграф 3.5 с. 98–108 диссертации).

Теоретическая и практическая значимость работы. В работе развиты теоретические положения, связанные с экономико-математическим моделированием производственных функций. Результаты, полученные в работе, вносят вклад в решение важной народно-хозяйственной проблемы повышения точности прогнозирования производства ВВП на национальном уровне экономики. Практическая значимость работы заключается в возможности:

- использования разработанного программного комплекса Министерством экономического развития Российской Федерации для построения макроэкономических производственных функций и расчета краткосрочных и среднесрочных сценарных прогнозов ВВП России с учетом решенной проблемы межуровневых противоречий;

- применения разработанного программного комплекса закрытым акционерным обществом «ПРОГНОЗ» для оценки чувствительности объема ВВП России к изменению объемов факторов производства;

- использования полученных результатов высшими учебными заведениями в учебном процессе в дисциплинах «Региональная экономика», «Системный анализ в экономике», «Математическое моделирование экономики».

Апробация работы. Ключевые положения диссертационного исследования были представлены на научных семинарах лаборатории конструктивных методов исследования динамическим моделям ПГНИУ (г. Пермь, 2014 г., 2015 г.), научном семинаре «Проблемы моделирования развития производственных систем» (г. Москва, ЦЭМИ РАН, 2014 г.), научном семинаре «Стратегическое управление социально-экономическим развитием региона» (г. Пермь, Центр науки при Пермской краевой библиотеке им. А.М. Горького, 2015 г.), Шестнадцатом Всероссийском симпозиуме «Стратегическое планирование и развитие предприятий» (г. Москва, ЦЭМИ РАН, 2015 г.), региональных научно-практических конференциях «Экономика и управление: актуальные проблемы и поиск путей решения» (г. Пермь, ПГНИУ, 2013 г., 2014 г., 2015 г.).

Результаты диссертационного исследования используются в учебном процессе при преподавании научных дисциплин «Региональная экономика», «Системный анализ в экономике» и «Математическое моделирование экономики» на кафедре информационных систем и математических методов в экономике Пермского государственного национального исследовательского университета.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 15 научных работ общим объемом 10,25 п.л. (в том числе авторских 6,63 п.л.), из них в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, определенных ВАК, – 8, в изданиях, включенных в базу цитирования Scopus, – 1. Разработанный программный комплекс «ПРОГНОЗ. СБСП СЭР РФ» зарегистрирован в Реестре программ для ЭВМ Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам за номером 2015619466.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, приложения, 47 иллюстраций и 23 таблиц. Работа содержит 125 страниц машинописного текста. Библиографический список содержит 117 наименований литературных источников.

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, определены цели и задачи исследования, раскрыты научная новизна и предмет исследования, отмечена практическая ценность работы.

В **первой главе** «Теоретическое обоснование проблемы повышения точности макроэкономических прогнозов на основе агрегирования производственных функций» рассмотрены проведенные исследования процессов производства на региональном и национальном уровнях экономики, поставлена проблема точности макроэкономического моделирования производственных функций.

Во **второй главе** «Развитие методов анализа производственных процессов на национальном и региональном уровнях экономики на основе агрегирования производственных функций» представлены результаты развития прикладного экономико-математического метода агрегирования производственных функций и результаты построения макроэкономической

производственной функции для экономики России, обеспечивающие точность прогноза ВВП.

В третьей главе «Эмпирическая оценка точности разработанных методов агрегирования производственных функций» приведены результаты оценки параметров макроэкономической производственной функции для экономики России, результаты сравнения ее точности с классической производственной функцией Кобба – Дугласа и описание программного комплекса, предназначенного для автоматизации процесса построения агрегированных производственных функций на основании универсального прикладного экономико-математического метода агрегирования.

В заключении содержатся основные выводы и результаты теоретического и практического характера.

В приложении представлены справки о внедрении результатов диссертационной работы и свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ «ПРОГНОЗ. СБСП СЭР РФ».

II. ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1. На основе анализа производственных процессов на региональном и национальном уровнях экономики синтезированы новые виды макроэкономических производственных функций, учитывающие особенности методов их моделирования, предложенные в производственных функциях Кобба – Дугласа, Леонтьева, CES, линейной ПФ при различных законах распределения параметров: нормальный, равномерный, треугольный, логнормальный. По сравнению с существующими новые виды макроэкономических производственных функций позволяют учесть асимметрию развития региональной экономической системы.

Проведенные исследования проблемы агрегирования производственных функций показывают, что в общем случае невозможен непротиворечивый синтез макроэкономических функциональных зависимостей на основе их региональных аналогов.

Существует ряд прикладных экономико-математических методов агрегирования производственных функций, которые позволяют оценить макроэкономическую производственную функцию. Однако данные методы не позволяют учесть такие важные факторы, как асимметрия развития региональных экономических систем, неравномерность распределения ресурсов между элементами региональной экономической системы.

В диссертационной работе каждая региональная производственная функция рассматривается как случайная реализация статистической модели:

$$y_i = f(a_i, x), \quad (1)$$

где $i = 1, \dots, n$, n – количество элементов в экономической системе, a_i – независимые и одинаково распределенные случайные величины.

Макроэкономическая производственная функция определяется как математическое ожидание данной реализации:

- для случая интенсивных факторов ($x_1 = x_2 = \dots = x_n$):

$$Y \xrightarrow{p} nM[y] = n \int_{-\infty}^{+\infty} f(a, x) g(a) da = n\tilde{F}(x), \quad (2)$$

где $Y = \sum_{i=1}^n y_i$, $g(a)$ – функция плотности распределения параметра a ;

- для случая экстенсивных факторов ($X = \sum_{i=1}^n x_i$):

$$Y \approx n \int_{-\infty}^{+\infty} f\left(a, \frac{X}{n}\right) g(a) da = n\tilde{F}\left(\frac{X}{n}\right). \quad (3)$$

В ходе диссертационного исследования были синтезированы новые виды макроэкономических производственных функций из региональных производственных функций Кобба – Дугласа ($y = Ak^\alpha l^\beta$) при распределении параметров, отличном от нормального:

- равномерный закон распределения параметров:

$$Y = nM[A] \left(\frac{\left(\frac{K}{n}\right)^{r_\alpha} - \left(\frac{K}{n}\right)^{l_\alpha}}{\ln\left(\frac{K}{n}\right)(r_\alpha - l_\alpha)} \right) \left(\frac{\left(\frac{L}{n}\right)^{r_\beta} - \left(\frac{L}{n}\right)^{l_\beta}}{\ln\left(\frac{L}{n}\right)(r_\beta - l_\beta)} \right), \quad (4)$$

где l_α и r_α – минимальное и максимальное значение параметра α , l_β и r_β – минимальное и максимальное значение параметра β , $K/n \geq 1$, $L/n \geq 1$, $r_\alpha - l_\alpha > 0$, $r_\beta - l_\beta > 0$;

– треугольный закон распределения параметров:

$$Y = nM[A] \frac{2 \left((m_\alpha - l_\alpha) \left(\frac{K}{n}\right)^{r_\alpha} + (r_\alpha - m_\alpha) \left(\frac{K}{n}\right)^{l_\alpha} - (r_\alpha - l_\alpha) \left(\frac{K}{n}\right)^{m_\alpha} \right)}{\ln^2 \left(\frac{K}{n}\right) (r_\alpha - l_\alpha)(m_\alpha - l_\alpha)(r_\alpha - m_\alpha)} \frac{2 \left((m_\beta - l_\beta) \left(\frac{L}{n}\right)^{r_\beta} + (r_\beta - m_\beta) \left(\frac{L}{n}\right)^{l_\beta} - (r_\beta - l_\beta) \left(\frac{L}{n}\right)^{m_\beta} \right)}{\ln^2 \left(\frac{L}{n}\right) (r_\beta - l_\beta)(m_\beta - l_\beta)(r_\beta - m_\beta)}, \quad (5)$$

где l_α и r_α – минимальное и максимальное значение параметра α , m_α – мода функции распределения параметра α , l_β , r_β – минимальное и максимальное значение параметра β , m_β – мода функции распределения параметра β , $K/n \geq 1$, $L/n \geq 1$, $r_\alpha - l_\alpha > 0$, $m_\alpha - l_\alpha > 0$, $r_\alpha - m_\alpha > 0$, $r_\beta - l_\beta > 0$, $m_\beta - l_\beta > 0$, $r_\beta - m_\beta > 0$;

– логнормальный закон распределения параметров:

$$Y = nM[A] \int_0^{+\infty} \frac{\left(\frac{K}{n}\right)^\alpha e^{-\frac{(\ln \alpha - \mu_\alpha)^2}{2\sigma_\alpha^2}}}{\alpha \sqrt{2\pi} \sigma_\alpha} d\alpha \int_0^{+\infty} \frac{\left(\frac{L}{n}\right)^\beta e^{-\frac{(\ln \beta - \mu_\beta)^2}{2\sigma_\beta^2}}}{\beta \sqrt{2\pi} \sigma_\beta} d\beta, \quad (6)$$

где μ_α – коэффициент сдвига параметра α , σ_α – коэффициент масштаба параметра α , μ_β – коэффициент сдвига параметра β , σ_β – коэффициент масштаба параметра β .

Кроме того, в ходе диссертационного исследования были синтезированы новые виды макроэкономических производственных функций из линейной производственной функции – $y = A(a_1 k + a_2 l)$, производственных функций Леонтьева – $y = A \min\{a_1 k + a_2 l\}$ и CES – $y = A(\delta k^{-p} + (1 - \delta)l^{-p})^{-m/p}$:

– результат синтеза макроэкономической производственной функции из линейной региональной производственной функции:

$$Y = nM[A] \left(M[a_1] \frac{K}{n} + M[a_2] \frac{L}{n} \right); \quad (7)$$

– результат синтеза макроэкономической производственной функции из региональной производственной функции Леонтьева:

$$Y = \frac{nM[A]}{2} \left(M[a_1] \frac{K}{n} + M[a_2] \frac{L}{n} \right) - \frac{nM[A]}{2} \iint_T \left(\left| \left(a_1 \frac{K}{n} - a_2 \frac{L}{n} \right) g_2(a_1) g_3(a_2) \right| \right) da_1 da_2, \quad (8)$$

где $T = \{(a_1, a_2): -\infty < a_1 < +\infty, -\infty < a_2 < +\infty\}$;

– результат синтеза макроэкономической производственной функции из региональной производственной функции CES:

$$Y = nM[A] \iiint_T \left(\delta \left(\frac{K}{n} \right)^{-p} + (1 - \delta) \left(\frac{L}{n} \right)^{-p} \right)^{-\frac{m}{p}} g_2(\delta) g_3(p) g_4(m) d\delta dp dm, \quad (9)$$

где $T = \{(\delta, p, m): -\infty < \delta < +\infty, -\infty < p < +\infty, -\infty < m < +\infty\}$.

Новые виды макроэкономических производственных функций позволяют учесть асимметрию развития региональной экономической системы и тем самым повысить точность макроэкономического прогнозирования.

2. С помощью прикладного экономико-математического метода агрегирования доказана гипотеза об отсутствии инвариантности функциональной формы производственной функции относительно уровня экономической иерархии, а также обосновано условие выполнения инвариантности только для случая линейной производственной функции. Отсутствие инвариантности относительно уровня экономической иерархии говорит о невозможности переноса функциональной формы производственной функции с регионального уровня экономики на национальный уровень экономики, за исключением случая линейной производственной функции, что ограничивает диапазон применения классических видов производственных функций и указывает на необходимость синтеза производственных функций.

Результаты применения прикладного экономико-математического метода агрегирования для синтеза макроэкономических производственных функций

доказывают гипотезу о том, что условие инвариантности относительно уровня экономической иерархии выполняется только в случае линейной производственной функции:

$$y = A(a_1k + a_2l) \Rightarrow Y = nM[A] \left(M[a_1] \frac{K}{n} + M[a_2] \frac{L}{n} \right). \quad (10)$$

Для случая региональной производственной функции Кобба – Дугласа условие инвариантности относительно уровня экономической иерархии не выполняется даже при равномерном законе распределения параметров:

$$y = Ak^\alpha l^\beta \Rightarrow Y = nM[A] \left(\frac{\left(\frac{K}{n}\right)^{r_\alpha} - \left(\frac{K}{n}\right)^{l_\alpha}}{\ln\left(\frac{K}{n}\right)(r_\alpha - l_\alpha)} \right) \left(\frac{\left(\frac{L}{n}\right)^{r_\beta} - \left(\frac{L}{n}\right)^{l_\beta}}{\ln\left(\frac{L}{n}\right)(r_\beta - l_\beta)} \right). \quad (11)$$

Для случая региональных производственных функций Леонтьева и CES условие инвариантности относительно уровня экономической иерархии не выполняется при всех рассмотренных законах распределения параметров:

– производственная функция Леонтьева:

$$y = A \min\{a_1k, a_2l\} \Rightarrow Y = \frac{nM[A]}{2} \left(M[a_1] \frac{K}{n} + M[a_2] \frac{L}{n} \right) - \frac{nM[A]}{2} \iint_T \left(\left| \left(a_1 \frac{K}{n} - a_2 \frac{L}{n} \right) g_2(a_1) g_3(a_2) \right| \right) da_1 da_2; \quad (12)$$

– производственная функция CES:

$$y = A(\delta k^{-p} + (1 - \delta)l^{-p})^{-m/p} \Rightarrow Y = nM[A] \iiint_T (\delta K^{-p} + (1 - \delta)L^{-p})^{-m/p} g_2(\delta) g_3(p) g_4(m) d\delta dp dm. \quad (13)$$

Отсутствие инвариантности относительно уровня экономической иерархии говорит о невозможности переноса функциональной формы производственной функции с регионального уровня экономики на национальный уровень экономики, за исключением случая линейной производственной функции, что ограничивает диапазон применения классических видов производственных функций и указывает на необходимость синтеза производственных функций. Отсутствие инвариантности относительно уровня экономической иерархии указывает на невозможность использования метода репрезентативного агента.

3. Для учета высокого уровня неравномерности распределения ресурсов между регионами России в диссертационной работе разработан универсальный прикладной экономико-математический метод агрегирования производственных функций. Установлено, что выведенные на основании универсального прикладного экономико-математического метода макроэкономические производственные функции обеспечивают более точные прогнозы по сравнению с производственными функциями, полученными на основании метода репрезентативного агента.

Построение агрегированной производственной функции для экономики России базируется на региональном уровне. Использование микроэкономического уровня в качестве нижестоящего уровня иерархии не представляется возможным из-за отсутствия статистики по предприятиям России в свободном доступе. Использование региональных данных позволяет значительно увеличить число наблюдений. Например, в связи с переходом с ОКОНХ на ОКВЭД статистика для оценки параметров отраслевых производственных функций доступна лишь для 9 периодов (с 2004 по 2012 г.), а при работе с региональными данными можно использовать статистику 15 периодов (с 1998 по 2012 г.). Для оценки функции распределения также увеличивается число наблюдений – вместо 15 видов национальной экономической деятельности анализ проводится по 79 субъектам РФ. При построении агрегированной производственной функции не учитывались Ненецкий автономный округ, Ханты-Мансийский автономный округ, Ямало-Ненецкий автономный округ, так как данные регионы входят в состав областей, и Чеченская Республика, по которой отсутствуют статистические данные на период 1998–2004 годов.

Для описания производственных процессов в регионах России будут использоваться производственные функции следующего вида:

– производственная функция Кобба – Дугласа:

$$y = Ai^{\alpha}l^{\beta}, \quad (14)$$

где y – валовый региональный продукт (ВРП) в ценах 1998 года, млн руб.;

i – инвестиции в основной капитал в ценах 1998 года, млн руб.;

l – фонд оплаты труда в ценах 1998 года, млн руб.

– производственная функция Кобба – Дугласа с учетом научно-технического прогресса (НТП):

$$y = Ae^{\lambda t} i^{\alpha} l^{\beta}, \quad (15)$$

где t – время.

По мнению ряда отечественных исследователей, в российских условиях данные по основным фондам не отражают реального состояния экономики, поэтому в качестве замены основных фондов при построении производственных функций для экономики России рекомендуется использовать инвестиции в основной капитал.

Оценки параметров региональных производственных функций Кобба – Дугласа были получены по 79 субъектам РФ. Для экономики Пермского края были получены следующие оценки:

$$y = 247,15i^{0,32}l^{0,35}. \quad (16)$$

На основании критерия Колмогорова – Смирнова был сделан вывод о том, что для параметра α производственной функции $y = Ai^{\alpha}l^{\beta}$ характерен нормальный закон распределения (p -value = 0,73), а для параметра β – логнормальный (p -value = 0,62).

Для учета высокого уровня неравномерности распределения ресурсов между регионами России в диссертационной работе разработан универсальный прикладной экономико-математический метод агрегирования производственных функций. При построении агрегированной производственной функции данный метод предполагает использование выражения следующего вида:

$$Y = n \int_{-\infty}^{+\infty} f(a, wX)g(a)g(w)dadw, \quad (17)$$

где w – весовые коэффициенты, $x_i = w_iX$;

$g(w)$ – функция плотности распределения параметра w .

На основании критерия Колмогорова – Смирнова можно сделать вывод о том, что для весовых коэффициентов характерен логнормальный закон распределения (w_I : p -value = 0,98, w_L : p -value = 0,75).

Таким образом, агрегированная производственная функция для экономики России будет иметь следующий вид:

$$Y = nM[A] \int \text{LogN}(\mu[\bar{w}_I], \sigma[\bar{w}_I]) (\bar{w}_I I)^{M[\alpha] + \frac{1}{2}\sigma^2[\alpha] \ln(\bar{w}_I I)} d\bar{w}_I * \iint \text{LogN}(\mu[\bar{w}_L], \sigma[\bar{w}_L]) \text{LogN}(\mu[\beta], \sigma[\beta]) (\bar{w}_L L)^\beta d\bar{w}_L d\beta, \quad (18)$$

где Y – валовой внутренний продукт в ценах 1998 года, млн руб.;

I – инвестиции в основной капитал по России в ценах 1998 года, млн руб.;

L – фонд оплаты труда по России в ценах 1998 года, млн руб.

Агрегированная производственная функция была построена на основании данных по 79 регионам. В качестве оценок параметров \bar{w}_I и \bar{w}_L были взяты значения параметров из полученных теоретических функций распределения. Для оценки параметров $M[\alpha]$, $\sigma[\alpha]$, $\mu[\beta]$, $\sigma[\beta]$ функции (18) использовался метод наименьших квадратов:

$$\sum_{t=1999}^{2012} \left(\frac{\hat{Y}[t]}{\hat{Y}[t-1]} - \frac{Y[t]}{Y[t-1]} \right)^2 \rightarrow \min, \quad (19)$$

где $\hat{Y}[t]$ – ВВП в ценах 1998 года в текущем периоде, млн руб. (модель);

$\hat{Y}[t-1]$ – ВВП в ценах 1998 года в предыдущем периоде, млн руб. (модель);

$Y[t]$ – ВВП в ценах 1998 года в текущем периоде, млн руб. (факт);

$Y[t-1]$ – ВВП в ценах 1998 года в предыдущем периоде, млн руб. (факт).

В результате были получены следующие оценки параметров: $n = 79$; $M[A] = 748,66$; $\mu[\bar{w}_I] = -0,3661$; $\sigma[\bar{w}_I] = 1,0644$; $\mu[\bar{w}_L] = -0,2810$; $\sigma[\bar{w}_L] = 1,0124$; $M[\alpha] = 0,3412$; $\sigma[\alpha] = 0,0112$; $\mu[\beta] = -2,0016$; $\sigma[\beta] = 0,4429$.

На основании значений скорректированного коэффициента детерминации можно сделать вывод о том, что агрегированная производственная функция ($Adj R^2 = 0,61$) описывает динамику ВВП России на период 1998–2012 годов точнее, чем регрессионная модель в форме производственной функции Кобба – Дугласа ($Adj R^2 = 0,59$). Результаты верификации моделей (Таблица 1) на

временном отрезке 2013–2014 годов показывают, что агрегированная производственная функция имеет более высокую прогнозную силу.

Таблица 1 – Результаты верификации моделей без учета НТП

Наименование	2013 г.	2014 г.
Индекс физического объема ВВП России (факт)	101,3	100,6
Агрегированная производственная функция	101,3	99,4
Производственная функция Кобба – Дугласа	101,1	99,3

Оценки параметров региональных производственных функций Кобба – Дугласа с учетом НТП были получены по 79 субъектам РФ. Для экономики Пермского края были получены следующие оценки:

$$y = 2275,60e^{0,019t}i^{0,25}l^{0,12}. \quad (20)$$

На основании критерия Колмогорова – Смирнова был сделан вывод о том, что для параметров λ , α , β производственной функции $y = Ae^{\lambda t}i^{\alpha}l^{\beta}$ характерен нормальный закон распределения (λ : p -value = 0,57; α : p -value = 0,22; β : p -value = 0,47).

Таким образом, агрегированная производственная функция с учетом НТП для экономики России будет иметь следующий вид:

$$Y = nM[A]e^{M[\lambda]t + \frac{1}{2}\sigma^2[\lambda]t^2} * \int \text{LogN}(\mu[\bar{w}_I], \sigma[\bar{w}_I])(\bar{w}_I I)^{M[\alpha] + \frac{1}{2}\sigma^2[\alpha]\ln(\bar{w}_I I)} d\bar{w}_I * \\ * \int \text{LogN}(\mu[\bar{w}_L], \sigma[\bar{w}_L])(\bar{w}_L L)^{M[\beta] + \frac{1}{2}\sigma^2[\beta]\ln(\bar{w}_L L)} d\bar{w}_L. \quad (21)$$

В результате были получены следующие оценки параметров: $n = 79$; $M[A] = 3412,47$; $\mu[\bar{w}_I] = -0,3661$; $\sigma[\bar{w}_I] = 1,0644$; $\mu[\bar{w}_L] = -0,2810$; $\sigma[\bar{w}_L] = 1,0124$; $M[\lambda] = 0,0118$; $\sigma[\lambda] = 0,0063$; $M[\alpha] = 0,1985$; $\sigma[\alpha] = 0,0901$; $M[\beta] = 0,0802$; $\sigma[\beta] = 0,0112$.

На основании значений скорректированного коэффициента детерминации можно сделать вывод о том, что агрегированная производственная функция с учетом НТП ($Adj R^2 = 0,66$) описывает динамику ВВП России на период 1998–2012 годов точнее, чем регрессионная модель в форме производственной функции Кобба – Дугласа с учетом НТП ($Adj R^2 = 0,52$). Результаты

верификации моделей (Таблица 2) на временном отрезке 2013–2014 годов показывают, что агрегированная производственная функция с учетом НТП имеет более высокую прогнозную силу.

Таблица 2 – Результаты верификации моделей с учетом НТП

Наименование	2013 г.	2014 г.
Индекс физического объема ВВП России (факт)	101,3	100,6
Агрегированная производственная функция с учетом НТП	101,9	100,6
Производственная функция Кобба – Дугласа с учетом НТП	102,1	100,6

Агрегированная производственная функция с учетом НТП имеет более высокую прогнозную силу, чем агрегированная производственная функция без учета НТП, и имеет более высокое значение скорректированного коэффициента детерминации.

На основании агрегированной производственной функции с учетом НТП получен прогноз индекса физического объема ВВП России на 2016 год и на плановый период 2017 и 2018 годов в составе двух вариантов – вариант 1 (базовый сценарий) и вариант 2 (оптимистический сценарий) (Таблица 3).

Таблица 3 – Прогноз индекса физического объема ВВП России (в % к предыдущему периоду) на основании агрегированной производственной функции с учетом НТП

Наименование	Факт	Оценка	Прогноз		
	2014	2015	2016	2017	2018
Вариант 1	100,6	97,4	102,3	102,2	102,5
Вариант 2		98,0	102,8	102,7	103,0

Согласно полученным прогнозам темпы экономического роста в России в ближайшие три года не будут превышать 3 %.

4. Создан авторский программный комплекс «Прогноз. СБСП СЭР РФ», предназначенный для автоматизации процесса построения агрегированных производственных функций на основе разработанного универсального прикладного экономико-математического метода

агрегирования. В отличие от существующих аналогов (EViews 8, Statistica 10, Stata 13, R, SPSS Statistics) предлагаемый программный комплекс повышает точность прогнозирования ВВП на основе учета межуровневых противоречий региональных и национальных систем.

В наиболее распространенных статистических пакетах (EViews 8, Statistica 10, Stata 13, R, SPSS Statistics) не предусмотрено использование универсального прикладного экономико-математического метода агрегирования производственных функций, позволяющего повысить точность прогнозирования ВВП. Моделирование иерархического взаимодействия экономических систем в данных статистических пакетах можно осуществить только на основании метода репрезентативного агента (Рисунок).

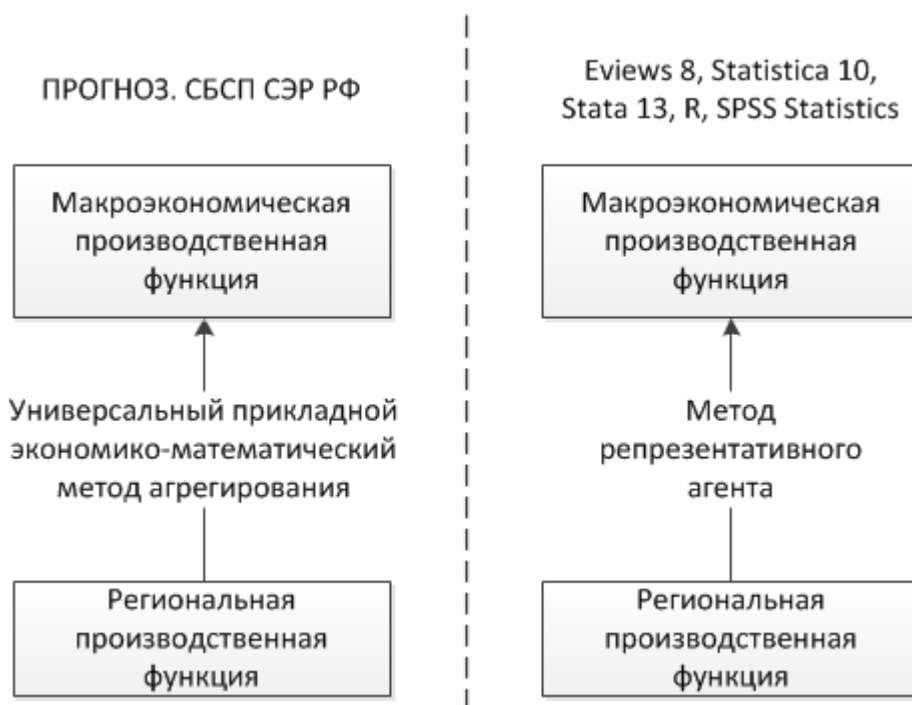


Рисунок – Сравнение программного комплекса «Прогноз. СБСП СЭР РФ» с наиболее распространенными статистическими пакетами в части моделирования иерархического взаимодействия экономических систем

Необходимость автоматизации данного процесса связана с высокой трудоемкостью вычислительных процедур. Программный комплекс «Прогноз. СБСП СЭР РФ» реализован на базе платформы бизнес-аналитики Prognoz Platform. Для построения агрегированных производственных функций для

экономики России была сформирована база данных временных рядов. Пользовательский интерфейс, модули взаимодействия с базами данных, прочие методы и алгоритмы написаны на языке программирования FORTRAN.

Программный комплекс «Прогноз. СБСП СЭР РФ» зарегистрирован в Реестре программ для ЭВМ Федеральной службы по интеллектуальной собственности за номером 2015619466.

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получили развитие следующие теоретико-методологические основы экономико-математического моделирования производственных функций:

1. Синтезированы новые виды макроэкономических производственных функций, учитывающие особенности методов их моделирования, предложенные в производственных функциях Кобба – Дугласа, Леонтьева, CES, линейной ПФ при различных законах распределения параметров (нормальный, равномерный, треугольный, логнормальный);

2. Доказана гипотеза о том, что в общем случае функциональная форма производственной функции не является инвариантной относительно уровня экономической иерархии;

3. Разработан универсальный прикладной экономико-математический метод агрегирования производственных функций, позволяющий учесть неравномерность распределения ресурсов между регионами;

4. Создан программный комплекс «Прогноз. СБСП СЭР РФ», предназначенный для автоматизации процесса построения агрегированных производственных функций на основании универсального прикладного экономико-математического метода агрегирования.

IV. СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. **Гребнев М.И.** Построение агрегированной производственной функции для экономики России / М.И. Гребнев // European Social Science Journal. – 2013. – № 12 (Т. 1). – С. 438–445. – 0,88 п.л.

2. Шульц Д.Н. Рациональность поведения: иерархический анализ / Д.Н. Шульц, **М.И. Гребнев** // РИСК: Ресурсы, Информация, Снабжение, Конкуренция. – 2014. – № 2. – С. 167–171. – 0,94 п.л.

3. Андрианов Д.Л. Обзор методов агрегирования производственных функций / Д.Л. Андрианов, **М.И. Гребнев** // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. – 2015. – № 1. – URL: <http://uecs.ru/uecs-73-732015/item/3307-2015-01-12-13-07-45>. – 0,75 п.л.

4. Шульц Д.Н. Синергетика и иерархический анализ экономики / Д.Н. Шульц, **М.И. Гребнев** // European Social Science Journal. – 2015. – № 1 (Т. 1). – С. 13–23. – 1,06 п.л.

5. Шульц Д.Н. Теоретико-вероятностные основания иерархического анализа экономики / Д.Н. Шульц, **М.И. Гребнев** // Экономика и предпринимательство. – 2015. – № 9-2. – С. 694–698. – 0,81 п.л.

6. Шульц Д.Н. Теоретико-игровые основания иерархического анализа экономики / Д.Н. Шульц, **М.И. Гребнев** // Экономика и предпринимательство. – 2015. – № 10-2. – С. 537–542. – 1 п.л.

7. **Гребнев М.И.** Агрегированная производственная функция с учетом научно-технического прогресса для экономики России / М.И. Гребнев // Вестник ПГУ. Сер. Экономика. – 2015. – Вып. № 4 (27). – С. 71–79. – 0,94 п.л.

8. **Гребнев М.И.** Статистический метод агрегирования производственных функций / М.И. Гребнев, Д.Н. Шульц // Экономика и математические методы. – 2016. – № 2. – Т. 52. – С. 112–128. – 1 п.л.

Статьи в изданиях, включенных в базу цитирования Scopus

9. Shults D.N. Statistical Approach to Aggregation of Production Functions / D.N. Shults, **M.I. Grebnev** // Applied Mathematical Sciences. – 2015. – Vol. 9, № 134, 6669-6689. – URL: <http://www.m-hikari.com/ams/ams-2015/ams-133-136-2015/p/shultsAMS133-136-2015.pdf>. – 1,69 п.л.

Статьи в других изданиях, тезисы материалов конференций

10. **Гребнев М.И.** Агрегирование производственных функций // Актуальные проблемы социально-экономических исследований (20 декабря 2012 г.): материалы 2-й Междунар. науч.-практ. конф. Ч. 2. / НИЦ «АПРОБАЦИЯ». – М.: Перо, 2012. – С. 199–203. – 0,31 п.л.

11. **Гребнев М.И.** Калибрация параметров производственной функции Кобба-Дугласа для экономики России / М.И. Гребнев // Наука и современность – 2013: сб. материалов XXIII Междунар. науч.-практ. конф. / под общ. ред. С.С. Чернова. – Новосибирск: СИБПРИНТ, 2013. – С. 192–194. – 0,13 п.л.

12. **Гребнев М.И.** Построение статистической функции распределения параметров отраслевых производственных функций для экономики России / М.И. Гребнев // Новое слово в науке и практике: гипотезы и апробация результатов исследований: сб. материалов V Междунар. науч.-практ. конференции / под общ. ред. С.С. Чернова. – Новосибирск: Изд-во ЦРНС, 2013. – С. 140–142. – 0,19 п.л.

13. **Гребнев М.И.** Агрегирование производственных функций с помощью модели панельных данных / М.И. Гребнев // Экономика и современный менеджмент: теория и практика: сб. ст. по материалам XXXVIII Междунар. науч.-практ. конф. № 6 (38). – Новосибирск: СибАК, 2014. – С. 35–42. – 0,38 п.л.

14. **Гребнев М.И.** Агрегирование производственных функций // Стратегическое планирование и развитие предприятий. Секция 5: материалы Шестнадцатого Всерос. симпоз.; Москва, 14–15 апреля 2015 г. / под ред. чл-корр. РАН Г.Б. Клейнера. – М.: Изд-во ЦЭМИ РАН, 2015. – С. 44–46. – 0,19 п.л.

15. Свид-во о гос. регистр. программы для ЭВМ №2015619466. Прогноз. Система балансировки стратегических прогнозов социально-экономического развития Российской Федерации, ее регионов и отраслей (Прогноз. СБСП СЭР РФ) / Д.Л. Андрианов, Д.Н. Шульц, **М.И. Гребнев** Заявка № 2015616036; дата поступления 30 июня 2015 г., дата гос. регистр. в Реестре программ для ЭВМ 04 сентября 2015 г.

Подписано в печать 29.06.2016. Формат 60×90/16.

Усл. печ. л. 1,5. Тираж 100 экз. Заказ № 110/2016.

Издательство

Пермского национального исследовательского
политехнического университета.

Адрес: 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, к. 113.

Тел. (342) 219-80-33.