

Феклистова Евгения Вячеславовна

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ
ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ: ПРИНЦИПЫ АЛГОРИТМИЗАЦИИ
И АНАЛИЗ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ**

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Пермский национальный исследовательский политехнический университет».

Научный руководитель: **Вильдеман Валерий Эрвинович,**
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Сапожников Сергей Борисович,**
доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник кафедры «Техническая механика» Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»

Федулов Борис Никитович,
доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Теория пластичности» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Самарский государственный технический университет", г. Самара

Защита состоится «17» декабря 2024 года в 16 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Пермского национального исследовательского политехнического университета Д ПНИПУ.01.19 по адресу 614990, г. Пермь, Комсомольский проспект, 29, ауд. 423.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Пермский национальный исследовательский политехнический университет» (сайт <https://pstu.ru>).

Автореферат разослан «__» ноября 2024 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
Д ПНИПУ.01.19
кандидат физико-математических наук, доцент

/ Е. Л. Кротова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности темы исследования

Для обеспечения надежности и безопасности ответственных конструкций, определения их прочностных и деформационных резервов требуется понимание процессов зарождения и развития макродефектов в твердых телах. Прочностные расчеты, основанные на критериальной оценке напряженно-деформированного состояния в «опасной точке», могут дать представление лишь о начале процесса разрушения, но не о его кинетике.

Описание процессов деформирования и разрушения дает возможность получить информацию о закономерностях накопления повреждений и формировании условий макроразрушения, что, в свою очередь, имеет большое значение при проектировании ответственных конструкций и технических объектов в целом для всех отраслей промышленности. В связи с этим для развития подходов прочностного анализа требуется учет закономерностей нелинейного механического поведения материалов и создание эффективных алгоритмов численного моделирования процессов разрушения на основе представлений о кинетическом характере разрушения в условиях реализации процесса накопления повреждений.

Исследования в области организации алгоритмов численного моделирования процессов структурного и макроскопического разрушения были опубликованы в работах ученых Almeida-Fernandes L., Arruda M.R.T., Guo L., Hai L., Lyu M.-Z., Monforte L., Yun K., Wang Z., Zheng T., Бартоломей М.Л., Гольдштейна Р.В., Каспаровой Е.А., Королева И.К., Кургузова В.Д., Петина С.В., Сапожникова С.Б., Сметанникова О.Ю., Степанова Г.В., Фрейдина А.Б., Цепенникова М.В., и др.

Таким образом, актуальность работы обусловлена необходимостью развития методов проведения уточненного прочностного анализа конструкций на основе описания процессов накопления повреждений в деформируемых телах и выявления закономерностей структурного разрушения на основе вычислительных экспериментов.

Целью диссертационной работы является развитие методологии математического моделирования процессов разрушения деформируемых тел и выявление закономерностей накопления повреждений на основе разработки эффективных алгоритмов, программ и проведения вычислительных экспериментов.

Основные задачи исследования

- анализ существующих моделей механического поведения материалов, применяемых при численном моделировании процессов разрушения, и постановок краевых задач деформирования и разрушения твердых тел;
- изучение особенностей организации алгоритмов численного моделирования процессов разрушения деформируемых тел;
- разработка и реализация в виде комплексов программ моделей процессов разрушения деформируемых тел;
- проведение вычислительных экспериментов по деформированию тел с концентраторами напряжений при учете процессов разрушения;

— выявление закономерностей процессов деформирования и разрушения неоднородных тел на основе анализа результатов вычислительных экспериментов.

Научная новизна работы

— впервые проведен комплексный анализ эффективности алгоритмов численного моделирования процессов разрушения по следующим факторам: способы организации итерационных процедур и пошагового нагружения, реализация алгоритмов редуцирования жесткостей, учет неодновременности разрушения структурных элементов, выбор физически обоснованной степени дискретизации области, выбор способа учета нагружающей системы;

— предложен и реализован в виде комплекса программ новый алгоритм численного моделирования процессов разрушения, включающий генерацию случайных прочностных характеристик по заданному закону распределения, пересчет напряженно-деформированного состояния при разрушении отдельных конечных элементов, автоматический подбор шага нагружения, выбор перегруженного конечного элемента, изменение деформационных характеристик элементов в зависимости от реализуемого механизма разрушения;

— впервые обнаружена немонотонность зависимости несущей способности тела от коэффициента вариации статистического распределения пределов прочности элементов, связанная с реализацией различных типов накопления повреждений (локализованный, смешанный, дисперсный);

— предложена новая методика оценки характера процесса разрушения, заключающаяся в анализе коэффициентов перегрузки, получаемых по результатам численного решения краевой задачи теории упругости при учете неоднородности распределения прочностных характеристик элементов;

— впервые обнаружено существование порогового значения коэффициента вариации статистического распределения пределов прочности структурных элементов, по достижении которого геометрия концентратора напряжений перестает влиять на процесс разрушения.

Теоретическая и практическая значимость работы заключается в возможности применения разработанных алгоритмов и программ при проведении научно-исследовательских работ по моделированию процессов разрушения деформируемых тел, а также для решения прикладных задач прочностного анализа ответственных конструкций.

Получены свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ «Численное моделирование процесса разрушения упруго-хрупкого тела» [5], «Модуль учета деформационной анизотропии при численном моделировании процесса разрушения упруго-хрупкого тела» [6], «Программа для расчета коэффициентов перегрузки элементов структуры неоднородного тела» [7].

Методология и методы диссертационного исследования. Для решения поставленных в диссертационной работе задач использовались методы и подходы математического моделирования, механики деформируемого твердого тела, вычислительной механики. Для написания комплексов программ использовался язык программирования Ansys Parametric Design Language (APDL), встроенный в программный комплекс ANSYS.

Достоверность результатов подтверждена качественным соответствием полученных результатов моделирования процессов разрушения экспериментальным и теоретическим данным других авторов.

Положения, выносимые на защиту:

- выводы о необходимости учета следующих аспектов алгоритмизации численного решения краевых задач деформирования и разрушения: организация итерационной процедуры, организация пошагового нагружения, реализация алгоритмов редуцирования жесткостей, учет неодновременности разрушения структурных элементов, выбор физически обоснованной степени дискретизации области, выбор способа учета нагружающей системы;
- разработанный алгоритм численного исследования процесса разрушения, реализующий пересчет напряженно-деформированного состояния при неизменных граничных условиях, автоматический подбор шага нагружения, разрушение одного наиболее нагруженного конечного элемента, появление анизотропии вследствие частичной потери несущей способности элемента;
- результаты вычислительных экспериментов по моделированию процессов деформирования и разрушения тел с концентраторами напряжений при учете статистического разброса прочностных свойств элементов;
- предложенная методика оценки характера процесса разрушения на основе анализа коэффициентов перегрузки, полученных по результатам численного решения краевой задачи теории упругости;
- утверждение о существовании порогового значения коэффициента вариации распределения прочностных характеристик элементов, по достижении которого концентратор напряжений практически перестает влиять на процесс разрушения.

Реализация работы. Результаты диссертационной работы использованы при выполнении научно-исследовательских работ в рамках проектов Российского научного фонда № 16-19-00069, № 22-19-00765, Государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (№FSNM-2020-0027, FSNM-2024-0013), Российского фонда фундаментальных исследований № 16-01-00327.

Апробация работы. Основные результаты исследований, представленные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на 9 всероссийских и 5 международных научных конференциях: Всероссийская школа-конференция молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках» (Пермь, 2016, 2017, 2018, 2020); Всероссийская конференция «Зимняя школа по механике сплошных сред» (Пермь, 2017); Международная конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций» (Екатеринбург, 2018, 2024); Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019, Санкт-Петербург, 2023); Международная инновационная конференция молодых учёных и студентов по современным проблемам машиноведения МИКМУС (Пермь, 2019, 2021); XIII Международная конференция по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли АММАГ'2020 (Алушта, 2020); XXII Всероссийская научно-техническая конференция «Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации»

(Пермь, 2021); Всероссийский молодежный научный форум «Наука будущего – наука молодых» (Орел, 2023).

В полном объеме диссертация обсуждалась на объединенном семинаре Центра экспериментальной механики и кафедры «Экспериментальная механика и конструкционное материаловедение» ПНИПУ (рук. д. ф.-м. н., проф. В.Э. Вильдеман), семинаре кафедры «Математическое моделирование систем и процессов» ПНИПУ (рук. д. ф.-м. н., проф. П.В. Трусов), семинаре Института механики сплошных сред УрО РАН (рук. академик В.П. Матвеевко).

Публикации. По результатам исследований опубликовано 17 печатных работ, из них – 4 статьи в рецензируемых журналах из списка ВАК, WoS и SCOPUS, 13 статей в сборниках трудов конференций и тезисов докладов, 3 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Личный вклад автора. Выбор направления исследований, постановка научной задачи и составление плана работ осуществлены совместно с научным руководителем.

Личное участие автора состояло в разработке алгоритмов решения краевых задач деформирования и разрушения методом конечных элементов, реализации алгоритмов путем написания комплекса программ на языке программирования APDL; выявлении особенностей организации алгоритмов на основе решения тестовых задач о разрушении пластин с концентратором напряжений; выявлении закономерностей процессов деформирования и разрушения неоднородных тел на основе анализа результатов вычислительных экспериментов.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Материалы диссертации изложены на 132 страницы, включают 44 рисунка и 3 таблицы, 148 библиографических ссылок.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность выбранной темы диссертационной работы, изложены цель и основные задачи данного исследования, полученные в нем новые научные результаты, обоснована их достоверность, представлены положения, выносимые на защиту, теоретическая и практическая значимость, сведения об апробации диссертации.

В первой главе рассматриваются вопросы исследования закономерностей деформирования и разрушения твердых тел. Уделяется внимание вопросам моделирования процессов разрушения на различных структурно-масштабных уровнях. Проводится анализ работ, использующих различные подходы, а также различные модели механического поведения материалов для численного исследования процессов накопления повреждений и устойчивого роста трещин в твердых телах. Исследуются возможности моделирования процессов разрушения в современных программных комплексах конечно-элементного анализа.

Во второй главе рассмотрены модели разрушения на основе использования совокупности критериев и схем изменения деформационных характеристик для изотропных и анизотропных материалов. Представлены граничные условия с учетом свойств нагружающих систем.

Для описания процессов деформирования и разрушения в инерциальной система отсчета и декартовой системе координат используется модель структурно-неоднородных сред, в которую входят уравнения равновесия без учета массовых сил:

$$\sigma_{ij,j}(\bar{r}, t) = 0, \quad (1)$$

тензор малых деформаций Коши

$$\varepsilon_{ij}(\bar{r}, t) = \frac{1}{2}(u_{i,j}(\bar{r}, t) + u_{j,i}(\bar{r}, t)), \quad (2)$$

определяющие соотношения в виде

$$\sigma_{ij}(\bar{r}, t) = C_{ijkl}(\bar{r}, t, \varepsilon_{mn})\varepsilon_{kl}(\bar{r}, t). \quad (3)$$

Для учета статистического распределения прочностных и деформационных характеристик структурных элементов вводится индикаторная функция

$$\chi^{(m)}(\bar{r}) = \begin{cases} 1, & \bar{r} \in V^{(m)} \\ 0, & \bar{r} \notin V^{(m)} \end{cases} \quad (4)$$

характеризующая расположение точки в подобласти с индексом (m) и объемом $V^{(m)}$. Зная деформационные характеристики $C_{ijkl}^{(m)}$ и прочностные характеристики $B_{(s)}^{(m)}$ каждой из подобластей, строятся кусочно-постоянные функции, определяющие их распределение по объему тела:

$$C_{ijkl}(\bar{r}) = \sum_{m=1}^N C_{ijkl}^{(m)} \chi^{(m)}(\bar{r}); B_s(\bar{r}) = \sum_{m=1}^N B_s^{(m)} \chi^{(m)}(\bar{r}). \quad (5)$$

Поскольку каждая подобласть имеет собственное значение прочностных и деформационных характеристик, для обеспечения возможности сравнения вероятности разрушения различных подобластей вводятся критерии разрушения материала с учетом прочностных констант с размерностью длины и функция коэффициентов перегрузки $K_s(\bar{r}, t)$:

$$f_{(s)}\left(j_{\sigma}^{(1)}(\bar{r}, t), \dots, j_{\sigma}^{(q)}(\bar{r}, t), \delta^{(1)}, \dots, \delta^{(p)}\right) \geq B_{(s)}(\bar{r}), \quad (6)$$

$$K_{(s)}(\bar{r}, t) = \frac{f_s \left(j_{\sigma}^{(1)}(\bar{r}, t), \dots, j_{\sigma}^{(q)}(\bar{r}, t), \delta^{(1)}, \dots, \delta^{(p)} \right)}{B_{(s)}(\bar{r})}. \quad (7)$$

Предполагается, что деформационные и прочностные характеристики являются статистически распределенными по некоторому закону распределения вероятности. Так, например, в случае двухпараметрического закона распределения вероятности Вейбулла функции плотности распределения $f \left(B_{(s)}^{(m)} \right)$ имеют вид:

$$f \left(B_{(s)}^{(m)} \right) = \begin{cases} 0, & B_{(s)}^{(m)} < 0 \\ \frac{\kappa_{(s)}}{\lambda_{(s)}} \left(\frac{B_{(s)}^{(m)}}{\lambda_{(s)}} \right)^{\kappa_{(s)}-1} e^{-\left(\frac{B_{(s)}^{(m)}}{\lambda_{(s)}} \right)^{\kappa_{(s)}}}, & 0 \leq B_{(s)}^{(m)} \end{cases}, \quad (8)$$

где $\kappa_{(s)}$, $\lambda_{(s)}$ – параметры распределения. Математическое ожидание $\overline{B_{(s)}}$ и коэффициент вариации $\sigma_{(s)}$ для двухпараметрического закона распределения Вейбулла будут определены как:

$$\overline{B_{(s)}} = \lambda_{(s)} \Gamma \left(1 + \frac{1}{\kappa_{(s)}} \right); \quad \sigma_{(s)} = \lambda_{(s)} \sqrt{\Gamma \left(1 + \frac{2}{\kappa_{(s)}} \right) - \left(\Gamma \left(1 + \frac{1}{\kappa_{(s)}} \right) \right)^2}, \quad (9)$$

где Γ – гамма-функция.

Постановка краевой задачи дополняется кинематическими и силовыми граничными условиями, а также граничными условиями контактного типа, позволяющими учесть свойства нагружающих систем:

$$u_i(\bar{r})|_{\Gamma_u} = u_i^0(\bar{r}); \quad \sigma_{ij}(\bar{r})n_j(\bar{r})|_{\Gamma_S} = S_i^0(\bar{r}); \quad (10)$$

$$\left[u_i(\bar{r}) + Q_{ij}(\bar{r})\sigma_{jk}(\bar{r})n_k(\bar{r}) \right] |_{\Gamma_R} = u_i^0(\bar{r}). \quad (11)$$

В третьей главе раскрываются вопросы алгоритмизации численных решений краевых задач механики деформирования и разрушения неоднородных тел. Рассматриваются аспекты организации алгоритмов численного моделирования процессов разрушения, в частности, способы организации итерационных процедур и пошагового нагружения, реализация алгоритмов редуцирования жесткостей, учет неодновременности разрушения элементов, выбор физически обоснованной степени дискретизации области, выбор способа учета нагружающих систем.

Для иллюстрации важности учета различных аспектов моделирования процессов разрушения рассматривается задача кинематического квазистатического нагружения тела, находящегося в плоском напряженном состоянии, с концентратором напряжений эллиптической формы. Выявлено, что при моделировании процесса разрушения упруго-хрупких тел необходимо производить пересчет напряженно-деформированного состояния (НДС) при неизменных граничных условиях путем организации соответствующей итерационной процедуры, автоматически подбирать шаг нагружения, осуществлять корректировку деформационных характеристик наиболее

нагруженного элемента, в соответствии с применяемой схемой редуцирования жесткостей. Отмеченные особенности учитываются в базовом алгоритме, представленном на рисунке 1.

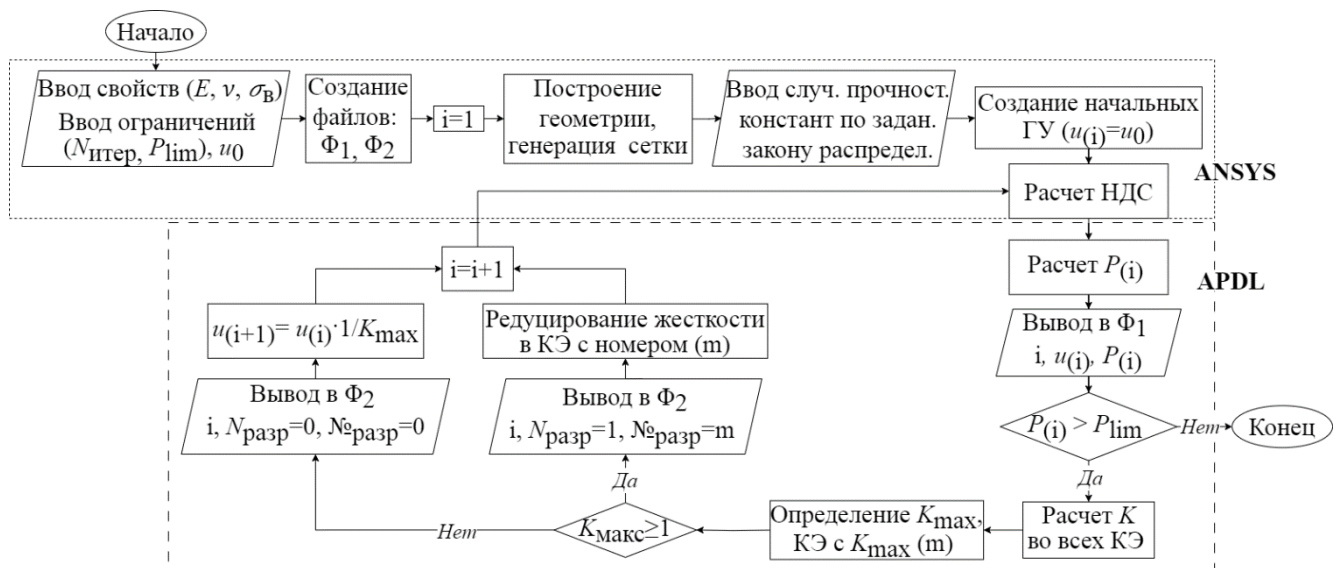


Рисунок 1 – Базовый алгоритм моделирования процесса разрушения

Изучено влияние характерного линейного размера конечного элемента на процесс разрушения. Обнаружена недостаточность подбора конечно-элементной сетки только на основе сходимости численных решений задач в упругой постановке. Проведено сравнение способов учета деформационных характеристик нагружающих систем при численном моделировании процессов разрушения через рассмотрение нагружающей системы как дополнительной области, а также через добавление стержневых элементов с заданной жесткостью в узлах конечно-элементной сетки.

В четвертой главе проводится анализ закономерностей процессов разрушения тел с концентраторами напряжений при случайных значениях прочностных свойств элементов с использованием равномерного распределения и двухпараметрического распределения Вейбулла. Изучается влияние параметров статистического распределения на поведение тела на макроуровне и на кинетику процесса разрушения.

Изучено влияние величины коэффициента вариации на диаграммы нагружения тела и графики роста относительного числа разрушенных элементов (обозначенного ω) на примере генерации значений пределов прочности конечных элементов по равномерному закону распределения. Типовые зависимости приведены на рисунке 2. Выявлено, что рост σ приводит к реализации нелинейных диаграмм нагружения на макроуровне с протяженной критической стадией деформирования тела и большего числа разрушенных конечных элементов.

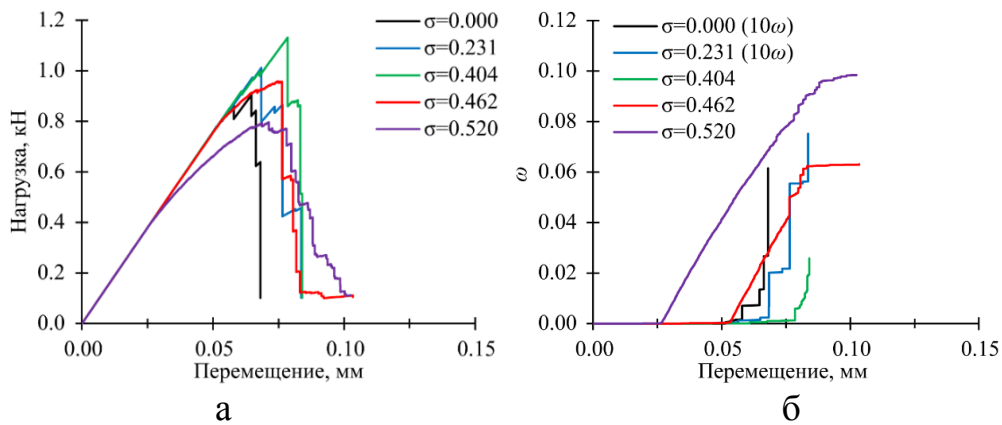


Рисунок 2 – Расчетные диаграммы нагружения (а) и соответствующие диаграммы роста относительного числа разрушенных элементов (б) для различных значений σ

Проведен анализ кинетики процессов разрушения для различных значений коэффициента вариации статистического распределения пределов прочности конечных элементов. На рисунке 3 приведены изображения тела (с полями первых главных напряжений) для различных значений σ при равных долях разрушенных элементов $\omega=0.006$. Выявлены три типа накопления повреждений, реализуемые в различных диапазонах параметра σ . Локализованному типу ($\sigma \leq 0.24$) соответствует формирование макродефекта в виде трещины шириной 1-2 конечных элемента. Рассеянному типу ($\sigma \geq 0.46$) соответствует накопление повреждений по всему объему тела, в том числе вдали от концентратора напряжений, формируются группы дефектов с малым числом разрушенных конечных элементов. При смешанном типе ($0.28 \leq \sigma \leq 0.41$) наблюдаются отдельные конечные элементы, разрушенные вблизи трещины, но не являющиеся частью макродефекта. Отмечено, что достижение максимальной несущей способности соответствует реализации смешанного типа накопления повреждений.

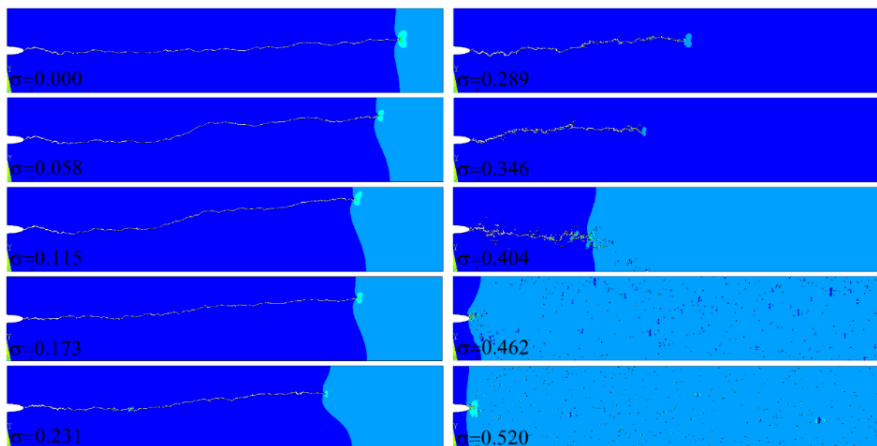


Рисунок 3 – Изображения тела с различными значениями σ при $\omega=0.006$

Предложена новая методика, позволяющая проводить оценку реализуемого типа накопления повреждений на основе результатов анализа численных решений краевых задач теории упругости. Для этого введены параметры: количество перегруженных конечных элементов во всем объеме тела (величина обозначена как η) и значение среднего расстояния от вершины концентратора напряжений до

центров перегруженных элементов во всем объеме тела (величина обозначена как λ). Зависимости параметров λ и η , а также их стандартных отклонений σ_λ и σ_η (рассчитанных по пяти генерациям пределов прочности конечных элементов) от значения параметра σ показаны на рисунке 4.

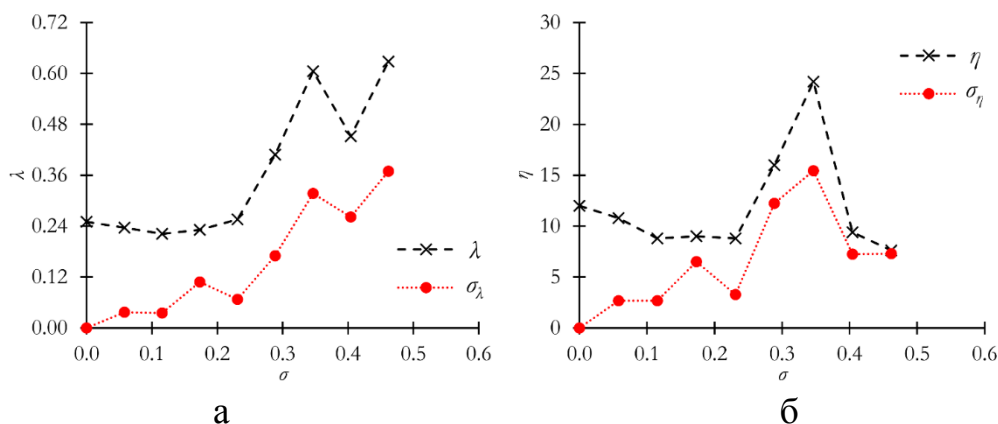


Рисунок 4 – Зависимости среднего расстояния от вершины концентратора напряжений до центров перегруженных КЭ λ (мм) (а) и количества перегруженных КЭ η (б) от σ

Проведен анализ зависимостей максимальной нагрузки и максимального количества разрушенных конечных элементов от коэффициента вариации статистического распределения пределов прочности конечных элементов при использовании двухпараметрического закона распределения Вейбулла, результаты приведены на рисунке 5. Выявлено, что для обоих законов распределения зависимость несущей способности тела от параметра σ носит немонотонный характер, а график зависимости максимального количества разрушенных элементов от параметра σ является монотонно возрастающим. Отмечено, что при $\sigma < 0.18$ закон распределения практически не оказывает влияния на значения рассматриваемых параметров. Однако при дальнейшем росте σ наблюдается существенное увеличение количества разрушенных элементов при использовании закона распределения Вейбулла, что объясняется большим числом конечных элементов с низкими значениями пределов прочности. Также наблюдается смещение точки максимума несущей способности тела влево.

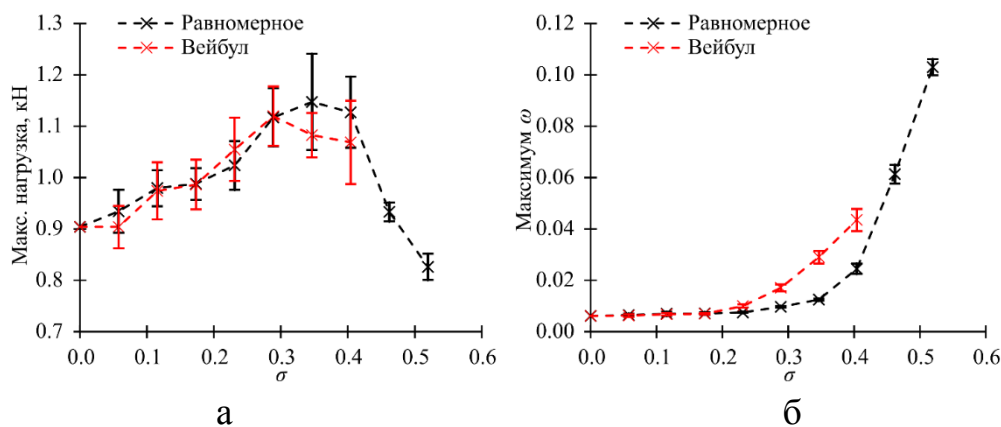


Рисунок 5 – Зависимости максимального значения нагрузки (а) и максимального значения ω (б) от σ

На основе совместного анализа зависимостей $\lambda(\sigma)$ и $\eta(\sigma)$ сделан вывод о целесообразности применения разработанной методики для оценки кинетики процесса разрушения на основе анализа численных решений краевых задач теории упругости для неоднородного тела. Преимуществом предложенной методики является возможность определения реализуемых типов накопления повреждений без прямого моделирования процессов разрушения, что позволяет снижать вычислительные затраты.

В пятой главе на основе вычислительных экспериментов с использованием базового алгоритма рассмотрено влияние геометрии концентратора напряжений и характерного линейного размера конечных элементов на процессы разрушения при использовании равномерного закона распределения прочностных характеристик.

На рисунке 6 приведены зависимости средней максимальной нагрузки, выдерживаемой телом, и зависимости средней доли разрушенных элементов от значения параметра σ для различных геометрий концентратора напряжений. Отмечено, что увеличение концентратора приводит к изменению зависимости несущей способности от σ с монотонно убывающей на немонотонную, имеющую максимум. Обнаружено наличие порогового значения параметра σ , по достижении которого концентратор напряжений практически перестает оказывать влияние на процесс разрушения упруго-хрупкого тела со случайно распределенными прочностными характеристиками элементов. Выявлено, что изменение геометрии концентратора напряжений не влияет на количество разрушенных конечных элементов.

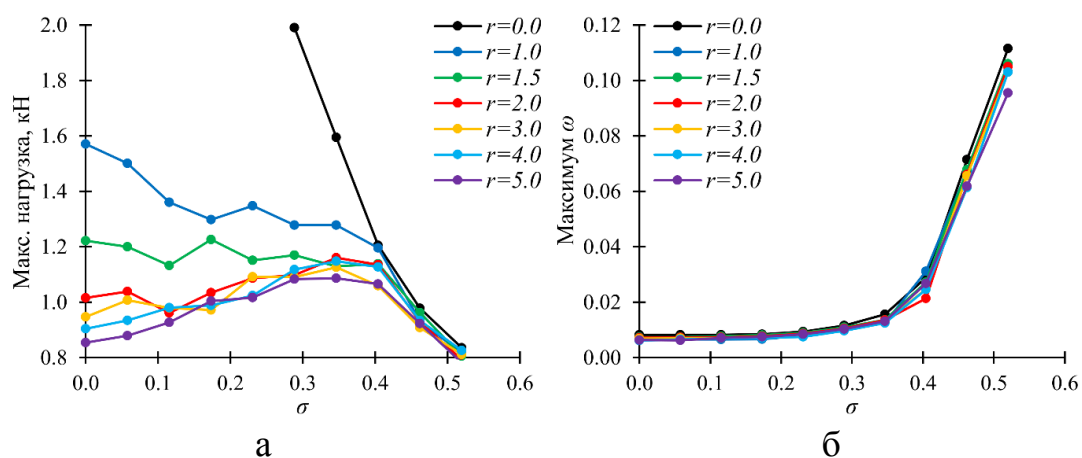


Рисунок 6 – Зависимости максимального значения нагрузки (а) и максимального значения ω (б) от σ для концентраторов напряжений с различным значением геометрического параметра r

На рисунке 7 представлены изображения тел с различными значениями параметра r в состояниях, где $\omega=0.006$. Сделан вывод, что изменение геометрии концентратора напряжений не приводит к изменению диапазонов реализации типов накопления повреждений (локализованного, смешанного, дисперсного).

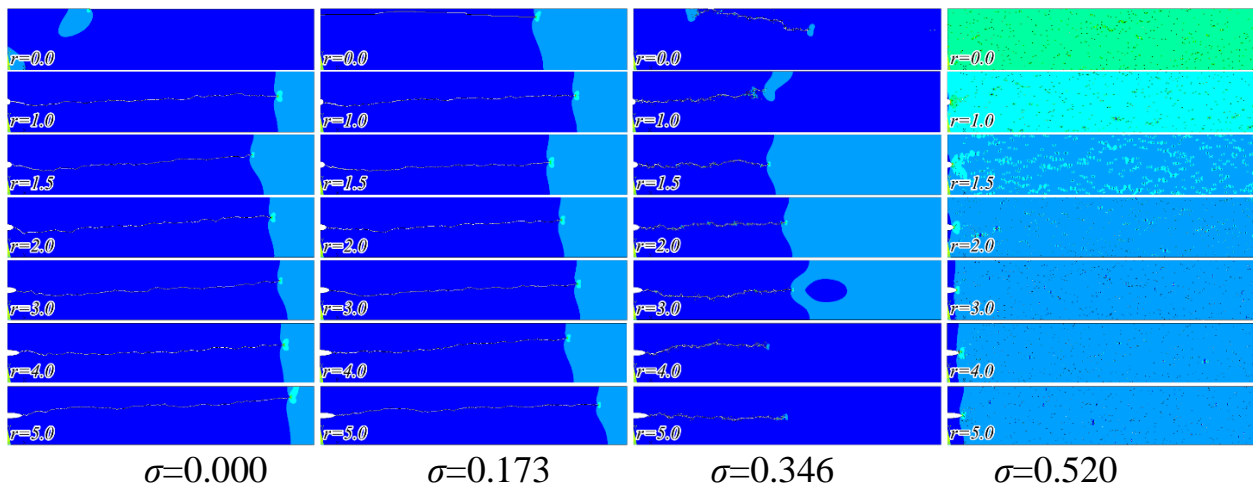


Рисунок 7 – Состояния тел при $\omega=0.006$

Исследовано влияние характерного размера конечного элемента (обозначенного как L) на процесс разрушения. Изменение значения параметра L соответствует имитации влияния масштабного фактора, поскольку уменьшение размера структурного элемента является аналогом увеличения размеров тела. Численное моделирование проводилось для тел со значениями геометрического параметра $r=1$ и $r=4$ мм и значениями коэффициентов вариации статистического распределения пределов прочности конечных элементов в диапазоне $0 \leq \sigma \leq 0.404$. Результаты представлены на рисунке 8.

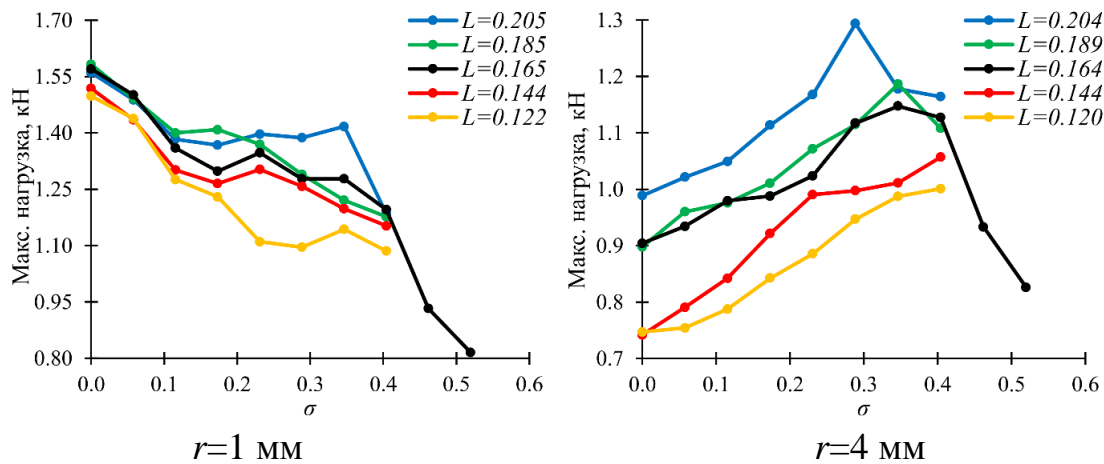


Рисунок 8 – Зависимости максимального значения нагрузки от σ

Отмечено, что при значении параметра r , равном 1 мм, рост значения параметра σ приводит к постепенному снижению несущей способности для всех значений L . При $r=4$ мм зависимости максимальной нагрузки от значения коэффициента вариации распределения пределов прочности конечных элементов монотонно возрастают при $L < 0.15$ мм, однако при $L > 0.16$ мм диаграммы немонотонны, максимальное значение находится в диапазоне $0.25 < \sigma < 0.41$. Сделан вывод, что уменьшение характерного размера элемента приводит к снижению несущей способности. При этом, если размер концентратора напряжений достаточно велик и зависимость максимальной нагрузки от значения параметра σ немонотонна, точка максимума этой зависимости смещается вправо. В связи с этим

подтверждается недостаточность подбора конечно-элементной сетки на основе сходимости численных решений задач в упругой постановке.

В Заключение отражены основные результаты диссертационной работы.

1. На основе рассмотрения основных уравнений механики структурно-неоднородных сред сформулирована постановка краевой задачи деформирования и разрушения твердого тела с учетом механизмов и моделей разрушения по совокупности критериев, статистического распределения прочностных характеристик, прочностных констант с размерностью длины, свойств нагружающих систем.

2. В результате комплексного анализа эффективности алгоритмов предложен базовый алгоритм численного решения краевых задач, в котором реализованы итерационная процедура пересчета при неизменных граничных условиях напряженно-деформированного состояния после редуцирования жесткости конечных элементов путем организации соответствующей итерационной процедуры, выбор максимального числа «разрушаемых» за итерацию конечных элементов, величины шага нагружения, а также степени дискретизации расчетной области, учет свойств нагружающих систем и возникновения анизотропии при частичной потере несущей способности.

3. Разработана математическая модель процесса разрушения неоднородной среды, учитывающая механизмы разрушения с появлением анизотропии при частичной потере несущей способности, статистический разброс деформационных и прочностных характеристик, дискретное нагружение с автоматическим выбором шага, свойства нагружающих систем и позволяющая проводить анализ расчетных диаграмм нагружения и эволюции поврежденных зон.

4. На основе разработанной модели произведена оценка влияния коэффициента вариации статистического распределения прочностных констант элементов на вид диаграмм нагружения тела с концентратором напряжений. Обнаружена немонотонность зависимости несущей способности от величины коэффициента вариации. Исследована кинетика процесса разрушения, выявлены три типа накопления повреждений: локализованный, рассеянный и смешанный. Предложен способ оценки реализуемого типа накопления повреждений на основе численного решения краевых задач теории упругости.

5. Получены новые численные результаты, отражающие влияние концентратора напряжений и характерного размера конечного элемента на процесс разрушения неоднородного тела. Обнаружено отсутствие влияния концентратора напряжений на процесс разрушения по достижении порогового значения коэффициента вариации прочностных характеристик.

6. Разработаны и зарегистрированы программы для ЭВМ: «Численное моделирование процесса разрушения упруго-хрупкого тела», «Модуль учета деформационной анизотропии при численном моделировании процесса разрушения упруго-хрупкого тела», «Программа для расчета коэффициентов перегрузки элементов структуры неоднородного тела».

Основные публикации автора по теме диссертационной работы

1. Вильдеман В.Э., Феклистова Е.В., Мугатаров А.И., Муллахметов М.Н., Кучуков А.М. Аспекты численного моделирования процессов разрушения упруго-хрупких тел // Вычислительная механика сплошных сред. – 2023. – Т. 16, № 4. – С. 420-429. DOI: 10.7242/1999-6691/2023.16.4.35 (**BAK K1, SCOPUS Q4**)
2. Feklistova E.V., Mugatarov A.I., Wildemann V.E. Fracture processes numerical modeling of elastic-brittle bodies with statistically distributed subregions strength values // Frattura ed Integrita Strutturale. – 2024. – Vol. 68, P. 325-339 DOI: 10.3221/IGF-ESIS.68.22 (**WoS, SCOPUS Q2**)
3. Feklistova E.V., Mugatarov A.I., Wildemann V.E. Numerical study of the influence of the parameters of statistical distribution of the structural elements' ultimate strength on deformable bodies' fracture processes // Frattura ed Integrita Strutturale. – 2024. – Vol. 70, P. 105-120; DOI: 10.3221/IGF-ESIS.70.06 (**WoS, SCOPUS Q2**)
4. Феклистова Е.В., Мугатаров А.И., Вильдеман В.Э. Численное исследование процессов разрушения деформируемых тел с концентраторами напряжений с учетом статистического распределения прочности структурных элементов // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2024. – №4. – (**SCOPUS Q3**)

Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ

5. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2024665735. Численное моделирование процесса разрушения упруго-хрупкого тела. Правообладатель: ПНИПУ (RU). Заявка №2024665244. Дата гос. регистрации в Реестре программ для ЭВМ: 05 июля 2024 г. / Феклистова Е.В., Вильдеман В.Э.
6. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №202463004. Модуль учета деформационной анизотропии при численном моделировании процесса разрушения упруго-хрупкого тела. Правообладатель: ПНИПУ (RU). Заявка №2024682562. Дата гос. регистрации в Реестре программ для ЭВМ: 02 октября 2024 г. / Феклистова Е.В., Мугатаров А.И., Вильдеман В.Э.
7. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2024683014. Программа вычисления параметров для прогнозирования типа накопления повреждений при разрушении упруго-хрупкого тела. Правообладатель: ПНИПУ (RU). Заявка № 2024682714. Дата гос. регистрации в Реестре программ для ЭВМ: 03 октября 2024 г. / Феклистова Е.В., Мугатаров А.И., Вильдеман В.Э.

Статьи в других изданиях и материалах конференций

8. Feklistova E.V., Tretyakov, M.P., Wildemann, V.E. Studying the influence of numerical simulation parameters on the solutions of boundary value problems on the destruction of bodies with crack-like defects // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 747(1). – № 012110. DOI: 10.1088/1757-899X/747/1/012110
9. Feklistova, E.V., Tretyakov, M.P., Wildemann, V.E. Numerical implementation issues of the deformation and destruction process of bodies with stress concentrators

// AIP Conference Proceedings [this link is disabled](#). – 2021. – Vol. 2371. – № 050002.
DOI: 10.1063/5.0059553

10. Феклистова Е.В., Вильдеман В. Э., Мугатаров А. И. Численное моделирование процессов деформирования и разрушения упруго-хрупких тел с концентраторами напряжений при учете статистического разброса значений прочности структурных элементов // XVIII Международная конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций». – 2024. – С. 214.
11. Феклистова Е.В., Вильдеман В.Э., Мугатаров А.И. Аспекты организации алгоритмов численного моделирования процессов разрушения упруго-хрупких тел // XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. – 2023 – Т.3. – С. 727-729.
12. Агишев А.А., Феклистова Е.В., Мугатаров А.И., Вильдеман В.Э. Моделирование процесса разрушения изотропного тела с использованием совокупности критериев // XXXI Всероссийская школа-конференция «Математическое моделирование в естественных науках». – 2022. – С. 3-5.
13. Феклистова Е.В., Вильдеман В.Э. Численное исследование влияния нагружающей системы при разрушении пластин с концентраторами напряжений // XXXIII Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения (МИКМУС - 2021). – 2021. – С. 188-193.
14. Феклистова Е.В., Вильдеман В.Э., Третьяков М.П. Вопросы численной реализации процесса деформирования и разрушения тел с концентраторами напряжений // Материалы XXIX Всероссийской школы-конференции «Математическое моделирование в естественных науках». – 2020. – С.129.
15. Феклистова Е.В., Вильдеман В.Э., Третьяков М.П. Изучение влияния параметров численного моделирования на решения краевых задач о разрушении тел с трещиноподобными дефектами // Материалы XXXI Международной инновационной конференции молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения (МИКМУС - 2019). – 2019. – С. 872-875.
16. Феклистова Е.В., Вильдеман В.Э. Численное исследование формирования условий макроразрушения неоднородных пластин при случайном разбросе прочностных свойств структурных элементов // Материалы XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – 2019. – Т.3. – С. 819-820.
17. Феклистова Е.В., Вильдеман В.Э. Численное моделирование процесса разрушения пластины с концентратором напряжений // Материалы XXV Всероссийской школы-конференции молодых учёных и студентов «Математическое моделирование в естественных науках». – 2016. – С. 401-403.