

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Пермский государственный национальный
исследовательский университет»

На правах рукописи

Москалев Дмитрий Николаевич

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНИЗОТРОПНОГО КОЛЬЦЕВОГО
РЕЗОНАТОРА НА ОСНОВЕ ТОНКОПЛЕНЧНОГО НИОБАТА
ЛИТИЯ**

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

по специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

Научный руководитель
Доктор физико-математических наук,
профессор Волынцев Анатолий Борисович

ПЕРМЬ – 2025

Содержание

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 Технологии интегральной фотоники	12
1.1 Фотонные интегральные схемы на основе тонкопленочного ниобата лития	14
1.1.1 Оптические кольцевые резонаторы на основе тонкопленочного ниобата лития	16
1.2 Методы моделирования в интегральной фотонике	18
1.2.1 Методы моделирования кольцевых резонаторов	19
1.2.2 Методы моделирования прямых канальных волноводов	23
1.2.3 Методы моделирования оптических делителей	28
1.2.4 Методы моделирования изогнутого волновода	33
2 Моделирование волноводов на основе тонкопленочного ниобата лития....	36
2.1 Метод моделирования волноводов на основе метода конечных разностей	36
2.2 Моделирование волноводов на основе Х-среза тонкопленочного ниобата лития	38
2.3 Моделирование волноводов методом эффективного показателя преломления.....	47
2.4 Моделирование волноводов на основе тонкопленочного ниобата лития методом эффективного показателя преломления	50
2.5 Оценка влияния особенностей изготовления на оптические свойства волноводов на основе тонкопленочного ниобата лития	52
2.5.1 Оценка оптических потерь, вызванных шероховатостью боковой стенки, в волноводах на основе тонкопленочного ниобата лития.....	53
2.6. Выводы по главе.....	57
3. Моделирование оптических делителей на основе тонкопленочного ниобата лития	59
3.1 Метод распространяющегося пучка для моделирования распространения излучения в оптических делителях	59
3.2 Моделирование оптических делителей на основе Х-среза тонкопленочного ниобата лития.....	61
3.2.1 Моделирование направленного ответвителя	62
3.2.2 Моделирование многомодового интерференционного делителя 2×2	64

3.3	Разработка модели распространения излучения в многомодовом интерференционном делителе	67
3.3.1	Основные положения разрабатываемой математической модели многомодового интерференционного делителя.....	67
3.3.2	Аналитическое вычисление интегралов перекрытия	70
3.3.3	Методика применения математической модели многомодового интерференционного делителя	75
3.4	Проверка разработанной модели многомодового интерференционного делителя.....	77
3.5	Выводы по главе.....	86
4.	Моделирование изогнутых волноводов на основе тонкопленочного ниобата лития	88
4.1	Метод конечных разностей в частотной области для моделирования изогнутых оптических волноводов	88
4.2	Расчет параметров оптических мод в изогнутых волноводах на основе тонкопленочного ниобата лития.....	91
4.3	Теория связанных мод для анизотропных оптических волноводов	95
4.4	Моделирование связи мод в изогнутых волноводах на основе тонкопленочного ниобата лития.....	98
4.5	Результаты моделирования межмодовой связи	100
4.6	Выводы по главе.....	108
5	Разработка математической модели анизотропного кольцевого резонатора	110
5.1	Вывод уравнений передаточной функции кольцевого резонатора	110
5.2	Проверка разработанной математической модели	114
5.2.1	Моделирование прямого волновода.....	114
5.2.2	Моделирование распространения излучения по кольцу.....	117
5.2.3	Расчет спектра пропускания кольцевого резонатора	121
5.2.4	Анализ возможных источников ошибок	125
5.3	Выводы по главе.....	126
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	129
	ПРИЛОЖЕНИЕ А	131
	Список использованных источников	132

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

Создание современных приборов, устройств и комплексов требует применения новых технологий и подходов. Одной из таких новых технологий, позволяющих изготавливать принципиально новые устройства и системы, является интегральная фотоника, способствующая уменьшению размеров оптических систем, повышению их надежности и энергоэффективности за счет интеграции множества отдельных оптических элементов на одном чипе – фотонной интегральной схеме (ФИС).

ФИС как конструктор собирается из отдельных базовых элементов с заданными характеристиками. Существует большое число различных базовых элементов ФИС. Одним из них является кольцевой резонатор. Кольцевые резонаторы применяются для задач фильтрации оптического спектра, мультиплексирования и демultipлексирования сигналов, выступают в качестве датчиков температуры, давления и концентрации. Основной характеристикой оптического резонатора является его спектр пропускания. Определение требуемых характеристик кольцевого резонатора только с помощью эксперимента потребовало бы больших затрат времени и денег, поэтому в фотонике широко применяются методы математического моделирования. Задача расчета спектра пропускания кольцевого резонатора, может решаться методами прямого моделирования, когда моделируется распространение излучения в резонаторе целиком. В таких случаях часто пользуются трехмерными методами конечных разностей во временной области или различными вариациями метода конечных элементов так как они обеспечивают наибольшую точность моделирования и не используют каких-либо упрощений уравнений Максвелла. Также задача расчета спектра пропускания может решаться схемотехническими методами на основе теории матрицы передачи (Т-матрицы), теории связанных мод (ТСМ), а также рядом других методов и подходов.

Одним из материалов, на основе которого изготавливают кольцевые резонаторы, является тонкопленочный ниобат лития (ТНЛ), ставший за последнее время одним из ключевых материалов в фотонике. Прогнозирование оптических характеристик кольцевого резонатора на этом материале затруднено вследствие влияния оптической анизотропии на процесс распространения излучения в нем. Объемное исследование оптических свойств кольцевых резонаторов на основе ТНЛ с применением трехмерного моделирования, изготовления и эксперимента было выполнено А Паном и коллегами в Хуачжунском университете науки и технологии. Одной из задач, которые решались в этом исследовании было показать, как влияет оптическая анизотропия на спектр резонатора.

При проектировании устройств на основе ФИС и, в частности, кольцевых резонаторов, требуется проведения десятков итераций расчетов, поэтому трехмерное моделирование ввиду его высоких требований к вычислительным ресурсам подходит плохо. В качестве примера можно рассмотреть трехмерное моделирование изотропного кольцевого резонатора методом конечных разностей во временной области с размером расчетной ячейки $25 \times 20 \times 5$ мкм, с шагом сетки 20 нм ($1250 \times 1000 \times 250$ точек). Моделирование выполнялось с помощью высокопроизводительного кластера на основе 100 вычислительных узлов и потребовало 24 Гб памяти и 59 часов работы. Существующие эффективные схемотехнические методы расчета спектра пропускания на основе теории матриц передачи не применимы в случае моделирования кольцевых резонаторов на основе анизотропных волноводов (например, на основе Х-среза тонкопленочного ниобата лития) в которых поляризационно-оптические характеристики излучения зависят от направления распространения.

В литературе были опубликованы результаты исследований, посвященные анализу межмодовой связи, вызванной влиянием оптической анизотропии на процесс распространения излучения, в резонаторах на основе Х-среза ТНЛ (Кортес-Херрера и Агравал, университет Рочестера). Однако

моделей и методов для расчета спектра пропускания анизотропного кольцевого резонатора наподобие тех, что были разработаны для изотропных резонаторов на данный момент представлено не было.

Таким образом, **объектом исследования** диссертационной работы является процесс распространения излучения в оптически анизотропном кольцевом резонаторе; **предметом исследования** является влияние оптической анизотропии Х-среза ТНЛ на характеристики излучения, распространяющегося в кольцевом резонаторе.

Целью диссертационной работы является разработка математической модели процесса распространения излучения в оптически анизотропном кольцевом резонаторе.

Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи**:

- 1) разработка программных модулей для расчета оптических свойств волноводов и делителей мощности методом конечных разностей в частотной области и методом эффективного показателя преломления (ЭПП);
- 2) численное исследование оптических свойств и поиск допустимых геометрических параметров волноводов и делителей мощности, изготовленных на основе Х-среза ТНЛ с учетом технологических ограничений;
- 3) вывод уравнений передаточной функции кольцевого резонатора;
- 4) разработка программного модуля для исследования оптических свойств анизотропного кольцевого резонатора.

Научная новизна результатов исследования состоит в следующем:

- 1) впервые применен метод эффективного показателя преломления для моделирования канальных волноводов на основе Х-среза ТНЛ;
- 2) впервые предложена математическая модель, позволяющая моделировать многомодовый интерференционный делитель с произвольным числом входных и выходных волноводов без ограничения на количество распространяющихся мод;

3) впервые получены результаты численного исследования характера взаимной перекачки мощности между модами в канальных волноводах на основе ТНЛ при изменении угла наклона боковой стенки и материала покровного слоя;

4) впервые разработана математическая модель для расчета оптического спектра пропускания анизотропного кольцевого резонатора.

Практическая значимость работы:

1) применение метода эффективного показателя преломления позволяет ускорить оценку параметров оптических мод волноводов из ТНЛ;

2) с помощью разработанной математической модели многомодового интерференционного делителя были получены матрицы S-параметров для делителей 1×2 и 2×2 на основе ТНЛ; данные матрицы в дальнейшем будут применяться в схемном моделировании комплексных ФИС;

3) результаты выполненного моделирования перекачки мощности между фундаментальными модами в изогнутых волноводах могут быть использованы для определения параметров поперечного сечения и длин волн, соответствующих минимальной перекачке;

4) разработанная модель позволяет рассчитывать спектр пропускания анизотропного кольцевого резонатора большого радиуса на персональном компьютере без необходимости использования вычислительных кластеров;

5) разработанные программные модули для моделирования распространения излучения в прямых и изогнутых волноводах, оптических делителях и других оптических элементах внедрены в виде комплекса программ в российское программное обеспечение для моделирования и проектирования фотонных интегральных схем Difra.

Методология и методы исследования

При выполнении поставленных задач использовались хорошо апробированные теоретические методы и подходы, а именно, теория

связанных мод, метод модового согласования, метод распространяющегося пучка, метод эффективного показателя преломления. В ходе численного решения краевых задач и задачи Коши использовались стандартные методы вычислительной алгебры, в частности, метод конечных разностей, метод Рунге-Кутты, итерация Арнольди. Численная реализация комплексов программ и обработка полученных результатов были выполнены на языке программирования Python. Также ряд программ были реализованы в программном обеспечении Phoenix Optodesigner.

Основные положения, выносимые на защиту:

1) диапазон геометрических параметров поперечного сечения канальных волноводов из тонкопленочного ниобата лития X-среза, в пределах которого применим метод эффективного показателя преломления для расчета оптических свойств фундаментальных мод;

2) методика расчета S-параметров многомодовых интерференционных делителей с произвольным числом входных и выходных волноводов, позволяющая аналитически вычислять коэффициенты разложения в методе модового согласования;

3) вид зависимостей коэффициентов связи фундаментальных мод, учитывающих длину волны, оптическую анизотропию и геометрические параметры поперечного сечения канального волновода из тонкопленочного ниобата лития X-среза;

4) метод расчета спектра кольцевого резонатора на основе матричной математической модели процесса распространения излучения, учитывающей оптическую анизотропию материала резонатора.

Обоснованность полученных результатов подтверждается корректным применением известных положений физической оптики и электродинамики в рассматриваемых задачах. **Достоверность** разработанных моделей обеспечивается проверкой результатов методом конечных разностей в частотной области, методом распространяющегося пучка; достоверность численных расчетов подтверждается тем, что они выполнены для ряда

тестовых примеров с известными результатами и сходятся с известными экспериментальными данными, полученными другими авторами. Также достоверность разработанной модели для расчета оптического спектра анизотропного кольцевого резонатора подтверждается совпадением с моделью для расчета оптического спектра изотропного кольцевого резонатора в предельном случае отсутствия связи между модами.

Апробация работы. Результаты исследования были представлены на различных научных конференциях: на Международной научно-практической конференции «Optical reflectometry, metrology and sensing» (г.Пермь, 2018); на Семинаре по теоретической физике (рук., д.ф.-м.н. В.А. Демин, г. Пермь, 2021); на Всероссийской научной конференции с международным участием Невская фотоника (г. Санкт-Петербург, 2023); на международной конференции IEEE 24th International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM) (Эрлагол, 2023 г.); на Всероссийской Диановской конференции по волоконной оптике ВКВО-2023 (г. Пермь, 2023); на 26-й Всероссийской молодежной научной конференции «Актуальные проблемы физической и функциональной электроники» (г. Ульяновск, 2023); на 21-ой международной конференции по лазерной оптике ICLO-2024 (г. Санкт-Петербург, 2024), на XIII, XIV Международной конференции по фотонике и информационной оптике (г. Москва, 2024, 2025 гг.).

Публикации. По тематике диссертационного исследования опубликовано 21 печатная работа, в том числе 5 статей в изданиях, входящих в международные базы цитирования Web of Science, Scopus, 16 работ в других изданиях; получено 9 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ, 1 патент.

Личный вклад автора. Численное моделирование прямых и изогнутых волноводов, оптических делителей, оптической связи в изогнутых волноводах, кольцевых резонаторов, тестирование конечно-разностных сеток для задач моделирования прямых и изогнутых волноводов. Разработка программ для моделирования прямых и изогнутых волноводов, оптических делителей на

основе метода конечных разностей, разработка математических моделей, их реализация в программном коде, обработка результатов моделирования проведены автором лично. Постановка задач и интерпретация результатов проводилась с участием соавторов и руководителя.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, 5 глав, заключения и списка цитированной литературы, включающая 149 наименования, Общий объем работы 146 страниц, включая 67 рисунков, 1 таблицу, 1 приложение.

Благодарности. Автор благодарит за помощь и поддержку в подготовке диссертации д.ф.-м.н., профессора **А.Б. Волинцева**; своего коллегу, друга и старшего товарища д.ф.-м.н., профессора **В.В. Криштопа** за мотивацию к выполнению диссертации, огромную помощь в подготовке защиты диссертации, публикации научных статей, обсуждению результатов и за приятное вне рабочее общение; свою жену **К.Г. Воронцову** за веру, понимание, терпение, поддержку и интерес к тому, чтобы слушать рассказы об оптической анизотропии, векторных модах и других аспектах физической оптики; своего друга и коллегу **А.А Козлова** за поддержку и дружескую конкуренцию в ходе подготовки наших диссертаций; своих коллег и друзей к.ф.-м.н. **У.О. Салгаеву, Е.Д. Вобликова, В.А. Журавлева** за помощь в обсуждении результатов, подготовку англоязычных рукописей статей и приятное совместное времяпровождение; д.ф.-м.н., профессора **В.А. Демина** за готовность прийти на помощь и поддержать, а также за замечательные лекции по электродинамике; д.ф.-м.н., профессора **С.В. Русакова** за ценные замечания и предложения, касающиеся вычислительных аспектов диссертационной работы; директора ООО «ДифраЛаб» **Б.В. Лихачева** за возможность совместной работы над российским программным обеспечением для моделирования и проектирования фотонных интегральных схем Difra; бывшего директора НИИ радиофотоники и оптоэлектроники ПАО «ПНППК», к.э.н. **В.К. Струка**, а также генерального директора ПАО «ПНППК», к.э.н. **А.Г. Андреева** за огромное число интересных

командировок и возможность развивать свои навыки и знания; заведующего молодежной лабораторией интегральной фотоники в ПГНИУ, научного руководителя, коллегу и товарища в ходе подготовки бакалаврских и магистерских выпускных квалификационных работ, к.ф.-м.н., **Р.С. Пономарева** за привитый на третьем курсе бакалавриата интерес к фотонике и веру в мою самостоятельность; д.ф.-м.н., профессора, **П.В. Трусова** и коллектив кафедры ММСП ПНИПУ за готовность рассмотреть диссертационную работу в совете; д.ф.-м.н., доцента **А.В. Перминова** за помощь с организацией защиты диссертации; ученого секретаря диссертационного совета, к.ф.-м.н., доцента **Е.Л. Кротову** за оказанную помощь с подготовкой документов для подачи диссертации в совет; д.ф.-м.н., профессора **В.Э. Вильдемана** и к.ф.-м.н. **С.В. Лекомцева**, а также коллективы кафедры экспериментальной механики конструкционного материаловедения ПНИПУ, центра экспериментальной механики ПНИПУ и ИМСС УрО РАН за доброжелательность и проведенные научные семинары; коллектив ФМИ ПГНИУ и **Е.А. Скачкову** за помощь с подготовкой документов; д.ф.-м.н. **Е.Ю. Злоказова** и **О.В. Боровкову** за оппонирование моей диссертации; ТУСУР в лице к.т.н., доцента **А.С. Перина** и коллег за готовность выступить в качестве Ведущей организации; Пермский государственный национальный исследовательский университет за замечательное время которое я провел в его стенах.

1 Технологии интегральной фотоники

Фотонная интегральная схема (ФИС) – это микрочип в состав которого входят от единиц до десятков и сотен взаимосвязанных оптических элементов, которые в совокупности образуют некоторую функциональную схему. В процессе своей работы ФИС преобразует оптическое излучение. Чаще всего в работе с ФИС используется излучение в видимом диапазоне и ближнем инфракрасном диапазоне длин волн. Это объясняется тем, что окна прозрачности оптического волокна и используемых для изготовления ФИС материалов, находятся в указанных диапазонах длин волн [1-3].

Преимуществами ФИС перед классическими микроэлектронными интегральными схемами (ИС) являются высокое быстродействие, помехозащищенность устройств, низкие потери мощности в системах на основе ФИС, малые массогабаритные параметры, пожаровзрывобезопасность, широкое окно пропускания и т.д. Более того современные тенденции развития ФИС и ИС указывают на то, что в будущем сложные системы будут изготавливаться в виде гибридных сборок классических интегральных микроэлектронных и фотонных чипов [4-6].

ФИС находят широкое применение в самых разных областях науки и технологии. Так, например, уже сейчас ФИС применяются в составе систем телекоммуникаций в гигабитных пассивных оптических сетях, в датчиках физических величин, лидарах и биосенсорах. Кроме того, ФИС являются ключевыми компонентами волоконно-оптических гироскопов, систем оптической когерентной томографии, а также систем мониторинга и анализа сигналов (Рисунок 1) [7-20].

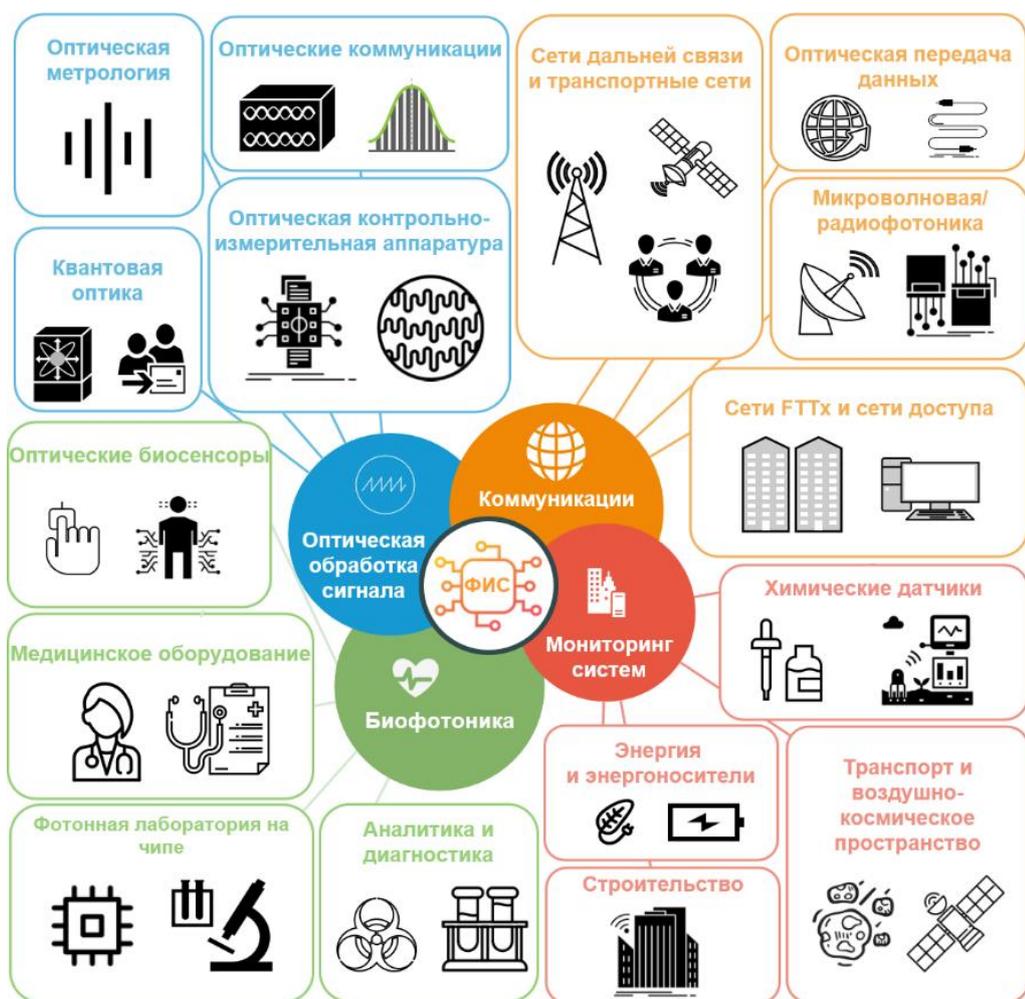


Рисунок 1 – Области применения фотонных интегральных схем

Обычно ФИС изготавливаются из материалов на основе диэлектриков или полупроводников. Перечень материалов, из которых могут быть изготовлены ФИС, весьма разнообразен. В него входят как изотропные материалы (наиболее распространенные – кремний-на-изоляторе, нитрид кремния, фосфид индия), так и анизотропные, наиболее важный из которых – ниобат лития [9, 13-16, 21, 22].

Существование широкого набора материалов объясняется наличием особенностей и преимуществ отдельных материалов в решении конкретной задачи, а также возможностью изготовления тех или иных элементов ФИС (например, лазеры и фотоприемники можно изготавливать на основе InP, но не на нитриде кремния) [23-25].

1.1 Фотонные интегральные схемы на основе тонкопленочного ниобата лития

Одним из ключевых анизотропных материалов, использующихся в фотонике, является ниобат лития (LiNbO_3). Он обладает выраженными нелинейными характеристиками и электрооптическим эффектом, широким окном прозрачности [26]. Ниобат лития представляет собой одноосный кристалл с тригональной сингонией и ромбоэдрической структурой (Рисунок 2) [21, 22].

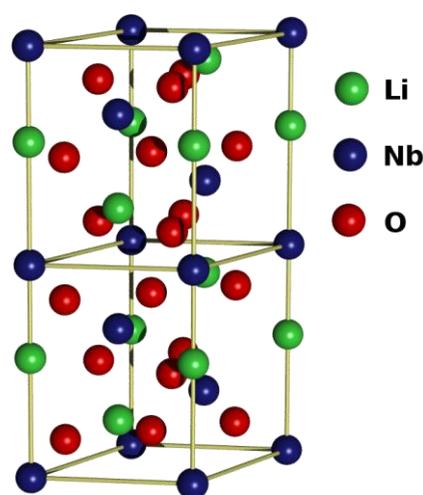


Рисунок 2 – Кристаллическая структура ниобата лития [27]

Монокристалл ниобата лития выращивают методом Чохральского, после чего получившуюся заготовку (рисунок 3.а)резают на отдельные пластины (рисунок 3.б) [21]. Такие пластины ниобата лития в фотонике еще называют объемным ниобатом лития.

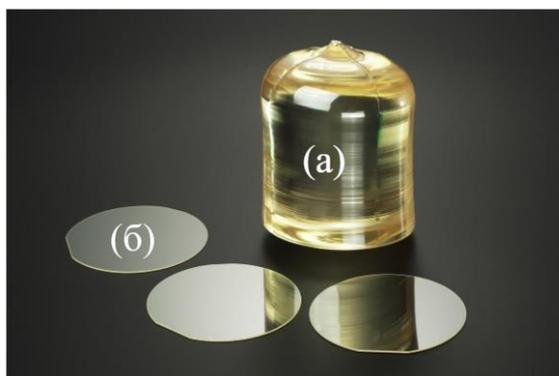


Рисунок 3 – Монокристалл ниобата лития [28]

Получившиеся пластины различаются по типу среза в зависимости от ориентации кристаллофизических осей в затравочном кристалле. Чаще всего используются пластины Z, X, или Y срезов (тип среза определяется по кристаллофизической оси ортогональной к плоскости пластины) [21].

Различные устройства, такие как модуляторы фазы и интенсивности, делители мощности, делители поляризации, уже долгое время изготавливаются на ниобате лития [29, 30]. Однако, классические технологии протонного обмена и диффузии титана не позволяли создавать сложные ФИС в объемном ниобате лития.

Настоящим прорывом стало появление тонкопленочного ниобата лития (ТНЛ). ТНЛ представляет собой монокристаллическую пленку толщиной порядка сотни нанометров на подложке из оксидированного кремния (Рисунок 4).

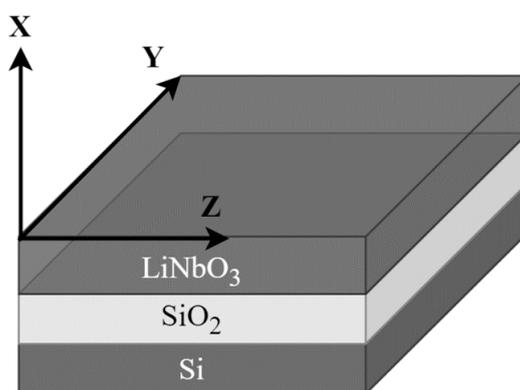


Рисунок 4 – Схематическое изображение пластины тонкопленочного ниобата лития (X, Y, Z – кристаллофизические оси)

Волноводы на тонкопленочном ниобате лития являются высококонтрастными ($0.75 \leq \Delta n \leq 1.21$, где Δn – разница в величине показателей преломления) со ступенчатым профилем показателя преломления. Обычно такие волноводы изготавливаются методом реактивного ионного травления в отличие от волноводов в объемном LiNbO_3 , формируемых с помощью диффузии. Высокий контраст показателя преломления позволяет изготавливать ФИС с большой плотностью интеграции элементов на одном чипе [31-33].

Уже сейчас ФИС на основе ТНЛ находят широкое применение в нелинейной оптике, создании модуляторов, пассивных схем и т.д [32-37]. Таким образом, ТНЛ объединяет в себе преимущества объемного ниобата лития и высококонтрастных волноводов.

1.1.1 Оптические кольцевые резонаторы на основе тонкопленочного ниобата лития

Одним из ключевых элементов ФИС является кольцевой резонатор, представляющий собой прямой волновод, оптический делитель и кольцевой волновод (Рисунок 5) [38].

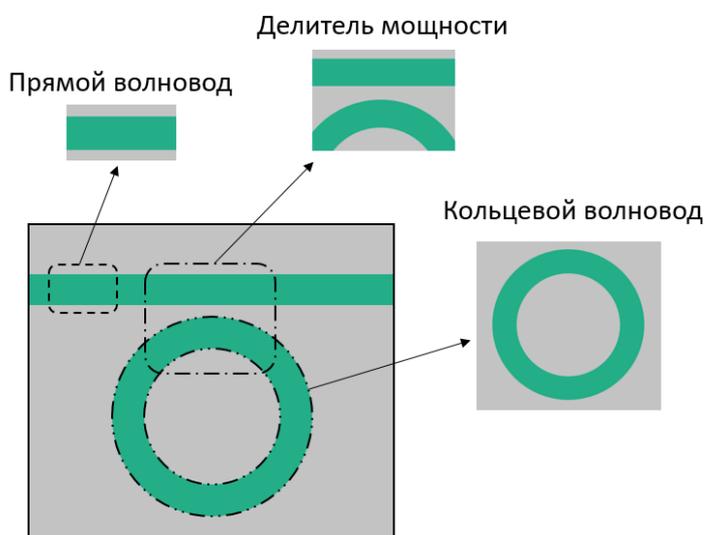


Рисунок 5 – Схематическое изображение кольцевого резонатора

По прямому волноводу распространяется входное излучение, часть которого через оптический делитель попадает в кольцевой волновод. Излучение, внутри кольцевого волновода формирует стоячую волну при выполнении условия резонанса $m\lambda_{рез} = n_{eff}L$, где m – целое число, $\lambda_{рез}$ – длина волны резонанса, n_{eff} – эффективный показатель преломления (безразмерная величина, характеризующая скорость накопления фазы распространяющегося в волноводе излучения), L – длина контура. Условие резонанса показывает, что для возникновения стоячей волны требуется, чтобы оптический путь для распространяющегося излучения был равен целому числу длин волн. Наличие резонансных длин волн у кольцевого резонатора приводит к тому, что в

спектре излучения, после прохождения резонатора, возникают резонансные вырезы (Рисунок 6.а). Излучение на резонансных длинах волн циркулирует внутри резонатора, формируя резонансные пики (Рисунок 6.б). Резонансные пики и вырезы характеризуются свободным спектральным диапазоном (Free spectral range, FSR), показывающим спектральное расстояние между соседними пиками или вырезами, а также шириной на полувысоте (Full width half maximum, FWHM) [38].

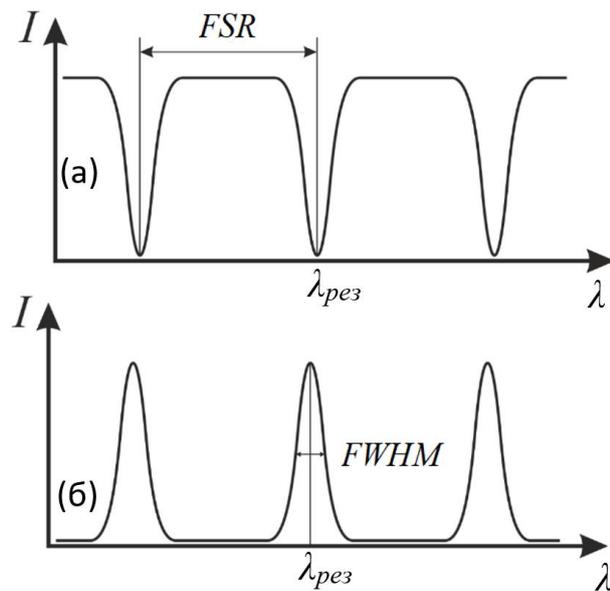


Рисунок 6 – Спектр пропускания кольцевого резонатора (а); спектр отражения кольцевого резонатора (б)

Оптические кольцевые резонаторы являются составной частью множества комплексных устройств, благодаря таким свойствам как спектральная селективность, компактность, чувствительность спектра к внешним воздействиям [38, 39]. Одним из таких устройств является модулятор на основе кольцевого резонатора. Модуляторы на основе кольцевых резонаторов используются, когда необходимо обеспечить малые размеры устройства (порядка сотни микрометров), суб-пикосекундное время отклика, низкое энергопотребление и высокую эффективность модуляции [40-43]. Другим типом устройств являются различного рода датчики. Например, на их основе могут быть изготовлены датчики электрического потенциала. В данном

случае кольцевые резонаторы могут обеспечить как высокую чувствительность, так и устойчивость к мощным внешним электромагнитным полям [44, 45]. Также оптические кольцевые резонаторы на основе ТНЛ используются как составной элемент лазеров и других активных компонентов [46]. Отдельным важным направлением, где применяются кольцевые резонаторы на основе ТНЛ является нелинейная фотоника [35]. В частности, на основе кольцевых резонаторов были реализованы устройства для генерации второй гармоники, формирования оптических гребенок [35, 47, 48].

Работоспособность комплексных ФИС в состав которых входят кольцевые резонаторы во многом зависит от того насколько точно были рассчитаны его оптические характеристики. Для предсказания оптических свойств кольцевых резонаторов активно применяются методы численного моделирования.

1.2 Методы моделирования в интегральной фотонике

Методы моделирования в фотонике разделяются на моделирование на физическом уровне и на схемное моделирование. В первом случае в том или ином виде решаются уравнения Максвелла для конкретного элемента интегральной фотоники с учетом его геометрии и материальных параметров. Во-втором случае отдельные элементы ФИС рассматриваются как черные ящики, для которых известен амплитудно-фазовый отклик на входное воздействие (входящее в них излучение) [49-53].

Чаще всего прямое решение уравнений Максвелла выполняется при моделировании отдельных элементов ФИС, тогда как схемное моделирование применяется при расчете результирующих оптических характеристик ФИС либо составных элементов [49, 53].

При моделировании отдельных элементов на физическом уровне точные аналитические решения получаются только для самых простых структур, тогда как моделирование используемых на практике элементов ФИС требует привлечения численных методов, в частности сеточных методов [54].

Сеточные методы для прямого решения уравнений Максвелла позволяют моделировать элементы ФИС с геометрией любой сложности и с произвольными материальными параметрами [55, 56]. Однако ключевой проблемой сеточных методов являются высокие требования к вычислительным ресурсам, которые обусловлены большим размером решаемых систем линейных алгебраических уравнений [55]. Это является следствием того, что обычно моделируемый объект имеет характерные размеры порядка десятков и сотен мкм в продольном направлении и несколько мкм в поперечных направлениях, тогда как шаг дискретизации составляет значения в несколько раз меньше длины волны (длина волны обычно порядка 1 мкм) [57, 58].

Для преодоления данной проблемы исследователями были сформулированы и предложены методы на основе различных аппроксимаций уравнений Максвелла и т.д [58-61]. Тем не менее задача разработки новых методов и подходов к моделированию все еще не исчерпала себя.

При схемотехническом моделировании отдельные элементы ФИС характеризуются матрицами, содержащими амплитуды и фазы выходных мод. Комбинирование матриц друг с другом позволяет охарактеризовать схему целиком. Иногда с помощью матрицы также рассматриваются отдельные элементы ФИС [38, 49, 62-66].

Далее в тексте приводится обзор методов моделирования кольцевых резонаторов и их составных элементов.

1.2.1 Методы моделирования кольцевых резонаторов

Основная задача моделирования кольцевых резонаторов заключается в расчете их оптического спектра с учетом длины волны, геометрических и материальных параметров [38]. Все методы, использующиеся для решения данной задачи, можно разделить на две группы: одна группа нацелена на моделирование кольцевого резонатора целиком, другая требует декомпозирования кольцевого резонатора на составные элементы,

моделирования этих элементов с последующим объединением полученных результатов с целью расчета спектра (подход на основе схемотехнического моделирования).

Методы прямого моделирования кольцевых резонаторов

Наиболее популярным методом из первой группы является метод конечных разностей во временной области (finite difference time domain, FDTD). Данный метод широко применяется как для моделирования изотропных, так и анизотропных элементов ФИС и в частности кольцевых резонаторов. Собственные реализации FDTD есть практически у каждой компании-разработчика программного обеспечения для моделирования ФИС [67-70]. Помимо коммерческих программ, существуют реализации FDTD открытым исходным кодом [71].

Главным преимуществом данного метода является то, в решаемых уравнениях не применяется каких-либо приближений (за исключением аппроксимаций производных). Это означает, что электромагнитная задача решается точно, что позволяет учесть все эффекты (в том числе нелинейные), связанные с распространением излучения [55]. Кроме того, при моделировании изотропных структур возможно вместо 3D моделирования выполнять 2.5D моделирование, что значительно снижает вычислительную сложность задачи при сохранении достаточной точности получаемых результатов [72-77]. Тем не менее, когда в плоскости кольцевого резонатора материал является анизотропным, то применение 2.5D моделирования является некорректным, поэтому требуется выполнение 3D моделирования.

Часто трехмерное моделирование элементов ФИС методом FDTD выполняется на высокопроизводительных вычислительных кластерах. В качестве примера можно рассмотреть задачу трехмерного моделирования изотропного кольцевого резонатора в расчетном объеме $25 \times 20 \times 5$ мкм. Для выполнения моделирования высокопроизводительному кластеру на основе 100 вычислительных узлов потребовалось затратить 59 часов, 29 Гб памяти

[78]. Другой пример – двумерное моделирование кольцевого резонатора с бреговской решеткой где моделирование области связи с волноводной структурой шириной 3,4 мкм и длиной 300 мкм потребовало 113 часов вычислительного времени [77].

Метод конечных элементов во временной области (finite element timed domain, FETD) имеет преимущество перед FDTD в точности отображения исследуемой геометрии, однако также требователен к вычислительным возможностям компьютера или кластера [56, 79, 80].

Еще одним методом решения уравнений Максвелла во временной области является метод адаптивных совмещенных вейвлетов (adaptive wavelet collocation method, AWCM). Ключевыми преимуществами AWCM перед FDTD и FETD методами является гораздо большая экономичность памяти, требуемой для сохранения данных моделирования, возможность на каждом временном шаге производить подстройку сетки дискретизации. Однако на данный момент развития AWCM его вычислительная эффективность сопоставима с FDTD [81, 82]. Кроме того, не были разработаны подходы для выполнения моделирования распространения излучения по анизотропным элементам ФИС с помощью AWCM.

Гораздо более эффективным с точки зрения вычислений является разрывный метод Галеркина во временной области (discontinuous Galerkin time-domain, DGTD), позволяющий моделировать сложные геометрические структуры большого размера [82-85]. Однако, данный метод характеризуется высокими требованиями к уровню математических знаний, которые необходимы для понимания метода и для его реализации. Также при рассмотрении расчетных задач с относительно малыми размерами расчетной области FDTD может давать более точные результаты по сравнению с DGTD.

Для частотной области также существуют вариации методов конечных разностей (Finite difference frequency domain, FDFD). Их основное отличие от методов во временной области заключается в относительной простоте интерпретации получаемых результатов без необходимости дополнительной

постобработки. Тем не менее, ввиду того, что для получения спектра резонатора требуется проведение десятков итерация моделирования для разных длин волн, FDFD и FEFD становятся неэффективными [86, 87].

Также недавно был разработан современный метод моделирования кольцевых резонаторов на основе разложения по собственным модам (Eigenmode expansion, EME). Данный метод требует меньше времени моделирования чем методы на основе конечных разностей и конечных элементов, а также дает глубокое понимание процессов, происходящих в области связи резонатора и делителя, что является важным для приложений нелинейной оптики [88].

Методы схемотехнического моделирования кольцевых резонаторов

Методы поэтапного схемотехнического моделирования в большинстве своем основаны на теории многополюсников [89]. Идея заключается в моделировании отдельных элементов, входящих в состав кольцевого резонатора, с целью получения их матричного описания [38, 65, 78]. Суть такого описания заключается в том, что каждый элемент ФИС описывается матрицей, содержащей фазы и амплитуды выходного излучения. Другими словами, матрица элемента задает взаимосвязи между входными и выходными величинами амплитуд и фаз. Комбинируя матрицы отдельных элементов между собой, возможно получить матрицу комплексного элемента ФИС [62, 65, 66, 78, 89].

Существует два основных способа описания элементов ФИС с помощью матриц: первый использует матрицы передачи (Т-матрицы) [65, 78], второй матрицы рассеяния S-матрицы [89]. Важное различие между двумя методами заключается в том, что S-матрицы рассматривают как отраженное, так и прошедшее излучение, тогда как Т-матрицы связывают только параметры входного и выходного излучения. Однако комбинирование S-матриц является более сложным процессом, требующим вычисления обратных матриц, тогда

как описание комплексных устройств с помощью Т-матриц часто сводится к простому перемножению матриц отдельных элементов [90].

Несмотря на то, что при использовании матричных методов невозможно полностью отказаться от численного расчета отдельных элементов, процесс моделирования кольцевых резонаторов упрощается. Достигается это за счет того, что набор доступных эффективных и точных методов моделирования отдельных элементов (прямой волновод, изогнутый волновод, делитель мощности), входящих в кольцевой резонатор, обширнее по сравнению с набором методов для моделирования целого резонатора.

Ко всему прочему, интерес к матричным методам объясняется еще и тем, что часто удается рассчитывать спектр резонатора с точностью не хуже, чем у методов прямого моделирования (прежде всего не хуже FDTD) при значительно меньших вычислительных затратах [78]. Однако существующие матричные методы позволяют моделировать только изотропные в горизонтальной плоскости ФИС кольцевые резонаторы.

Конкретные методы моделирования элементов ФИС, входящих в состав кольцевого резонатора, будут рассмотрены ниже.

1.2.2 Методы моделирования прямых канальных волноводов

Обычно моделирование прямых волноводов заключается в решении задачи на собственные значения для векторного стационарного волнового уравнения. Причем если волновод имеет цилиндрическую симметрию, то постановка задачи происходит в цилиндрической системе координат, если волновод не имеет цилиндрической симметрии, то используется декартова система координат [91]. Искомые собственные функции в волноводе называют оптическими модами (или просто модами), а собственные значения эффективными показателями преломления. Оптическая мода представляет собой распределение амплитуд компонент напряженностей электрического и магнитного полей в поперечном сечении. Эффективный показатель преломления является безразмерной величиной и показывает, как быстро

накапливается фаза при распространении моды по волноводу. Ключевой задачей такого моделирования является поиск волноводных оптических мод – таких мод, энергия которых сосредоточена в сердцевине волновода. Волноводные моды способны направленно распространяться внутри волновода, благодаря эффекту полного внутреннего отражения, потому исследование их характеристик представляет первостепенный интерес [91-93].

Из уравнений Максвелла в комплексных амплитудах без источников могут быть получены векторные волновые уравнения, описывающие стационарные электромагнитные поля в анизотропном неоднородном волноводе [94]:

$$\begin{aligned} \nabla \times ([\boldsymbol{\varepsilon}]^{-1} \nabla \times \mathbf{H}) - k_0^2 [\boldsymbol{\mu}] \mathbf{H} &= 0, \\ \nabla \times ([\boldsymbol{\mu}]^{-1} \nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 [\boldsymbol{\varepsilon}] \mathbf{E} &= 0, \end{aligned} \tag{1.1}$$

где \mathbf{H} , \mathbf{E} – векторы напряженностей магнитного и электрического полей; k_0 – волновое число в вакууме; ε_0 , μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\mu}$ – тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости (не обязательно диагональные). Граничные условия, накладываемые на напряженности электрического и магнитного полей, гласят, что касательные компоненты полей должны быть непрерывны, а нормальные компоненты могут иметь разрывы вследствие скачков значений $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\mu}$. Обычно исследуемые волноводы имеют $\mu = 1$, поэтому чаще всего в расчетах решается векторное волновое уравнение относительно напряженности магнитного поля \mathbf{H} (так как не требуется отдельно анализировать граничные условия).

При численном решении уравнений (1.1) существует проблема, связанная с появлением нефизичных решений. Было замечено, что нефизичные решения не удовлетворяют условию о равенстве нулю дивергенции напряженности магнитного поля. Таким образом решение уравнений (1.1) усложняется проверкой полученных результатов с помощью дополнительных (часто определяемых эвристически) условий [94-97].

В задаче моделирования прямого канального волновода часто справедливо предположение, что волновод бесконечный и однородный. В

таком случае в уравнениях (1.1) излучение, распространяющееся вдоль оси z представляет собой плоскую волну, тогда $\partial/\partial z = -ik_0 n_{eff}$, где n_{eff} – эффективный показатель преломления. В результате, уравнения (1.1) упрощаются до векторных волновых уравнений для однородного волновода (1.2). Векторное волновое уравнение для однородного волновода относительно напряженности электрического поля принимает следующий вид [94]:

$$\nabla_t^2 \mathbf{E}_t + k_0^2 (\boldsymbol{\varepsilon} - n_{eff}) \mathbf{E}_t = -\nabla_t \left[\mathbf{E}_t \cdot \frac{\nabla_t \boldsymbol{\varepsilon}}{\boldsymbol{\varepsilon}} \right], \quad (1.2)$$

где индекс t – означает поперечные компоненты полей, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – диагональный тензор диэлектрической проницаемости.

Если предположить, что x - и y -компоненты напряженности электрического поля не связаны друг с другом, тогда Уравнение (1.2) преобразуется в два уравнения относительно x - и y -компоненты [94]:

$$\nabla_t^2 E_x + k_0^2 (\varepsilon_x - n_{eff}) E_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{E_x}{\varepsilon_x} \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x} \right], \quad (1.3)$$

$$\nabla_t^2 E_y + k_0^2 (\varepsilon_y - n_{eff}) E_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{E_y}{\varepsilon_y} \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial y} \right], \quad (1.4)$$

где ε_x и ε_y – диэлектрические проницаемости вдоль x - и y - осей. Левая часть уравнений (1.3) и (1.4) соответствует скалярному волновому уравнению, а правая часть содержит поляризационные поправки. Решениями уравнений (1.3) и (1.4) являются моды у которых вектор напряженности электрического поля преимущественно направлен либо вдоль x -, либо вдоль y -оси. Такие моды называются квази-ТЕ- и квази-ТМ-модами (Далее по тексту при описании мод в канальных волноводах квази-ТЕ- и квази-ТМ-моды будут обозначаться как ТЕ- и ТМ-моды) [91, 92].

В случае, когда волновод является геометрически симметричным в поперечном сечении (оптическое волокно), либо, когда волновод характеризуется низким контрастом показателя преломления ($\Delta n < 0,1$), то для исследования его оптических свойств справедливо использовать скалярное волновое уравнение [91, 92]:

$$\nabla_t^2 \psi + k_0^2 (\varepsilon - n_{eff}) \psi = 0, \quad (1.5)$$

где ψ – любая поперечная компонента электромагнитного поля.

Численные методы решения волнового уравнения

Для решения волнового уравнения было предложено большое множество различных численных методов. Были разработаны методы решения волнового уравнения на основе конечных элементов [56, 98-100], в частности на основе метода Галеркина [101, 102]. Неоспоримым преимуществом методов на основе конечных элементов является возможность моделирования волноводов сложной геометрии с ее высокоточным отображением на сетке дискретизации. Также важной особенностью данной группы методов является возможность моделирования анизотропных и неоднородных волноводов [56, 94].

Кроме метода конечных элементов в моделировании волноводов активно используется метод конечных разностей. Методы решения волнового уравнения на основе конечных разностей относительно просто программируются, хорошо подходят для простой геометрии волноводов (трапеции, прямоугольники и т.д.), позволяют моделировать как изотропные, так и анизотропные волноводы [86, 103-105]. Однако у методов моделирования волноводов на основе конечных разностей есть ряд недостатков: сложность моделирования волноводов с изогнутой границей, появление численных ошибок вследствие наличия скачка показателя преломления на границе волновода. Тем не менее на данный момент уже предложены различные способы решения указанных проблем, а также разрабатываются новые [106, 107].

Еще одна группа методов моделирования волноводов основана на решении интегрального уравнения, которое получается из волнового уравнения с помощью теоремы Грина [108]. Преимуществами данной группы методов является точность в задачах моделирования открытых волноводов (волноводов которые в расчетной задаче не окружены граничными условиями Дирихле), меньшее число элементов в соответствующем матричном

уравнении по сравнению с методами конечных элементов и разностей. Однако глобальная проблема методов на основе интегрального уравнения заключается в использовании специальных функций, которые в конкретном расчетном примере могут иметь особые точки. Кроме того, поиск оптических мод при решении интегрального уравнения становится дополнительной сложной задачей [94].

Большая группа методов решения волнового уравнения основана на разложении искомой функции в ряд. Одним из наиболее распространенных методов является метод модового согласования (Mode-matching technique, ММТ). Идея ММТ заключается в разбиении волновода на прямоугольные секции в которых ищутся локальные моды планарного волновода. Затем поля в отдельных секциях сшиваются друг с другом на основе граничных условий. ММТ вычислительно более эффективен по сравнению с сеточными методами. Однако моделирование волноводов с произвольной геометрией методом ММТ высокой плотности разбиения [109, 110].

Метод на основе глобального разложения (спектральные методы), такие как метод Галеркина вычислительно эффективнее многих других методов, так-как соответствующие матричные уравнения получаются сравнительно малого размера [111, 112]. Однако эти методы имеют ряд недостатков, сильно сужающих их область применения. Эти недостатки связаны с выбором базисных функций, размером расчетного окна, а также с рассматриваемыми конфигурациями поперечного сечения волновода.

Полуаналитические методы решения волнового уравнения

К полуаналитическим методам относятся метод эффективного показателя преломления (метод ЭПП), метод Маркатили и их разнообразные вариации [91]. Неоспоримым преимуществом полуаналитических методов являются простота и возможность выполнения сотен итераций моделирования практически мгновенно на современных компьютерах. Тем не менее, данные методы дают достаточную точность только для волноводов с модами простой

структуры у которых только одна компонента напряженности электрического поля является преобладающей.

Из всех полуаналитических методов метод ЭПП наиболее активно используется в фотонике по двум причинам: первая – это возможность расчета параметров оптических мод с достаточной точностью, вторая – возможность вычисления эквивалентных материальных параметров элементов ФИС, что позволяет вместо решения трехмерной задачи распространения оптического излучения обойтись двумерным моделированием [86, 91, 113-115].

В случае применения метода ЭПП для упрощения трехмерной задачи моделирования распространения излучения в элементе ФИС алгоритм обрывается на этапе вычисления эффективных показателей преломления оболочки и волноводного слоя [86, 113-115].

Однако, в литературе не было представлено работ, в которых бы с помощью метода ЭПП моделировались оптические анизотропные волноводы на основе тонкопленочного ниобата лития.

1.2.3 Методы моделирования оптических делителей

Функция оптических делителей, как составной части кольцевого оптического резонатора, заключается в передаче части входной мощности в кольцевой волновод [38]. Обычно в качестве делителей в составе кольцевого резонатора используют либо направленный ответвитель [61], либо многомодовый интерференционный делитель (Multi-mode interference coupler, MMI-делитель) [116] с двумя входными и двумя выходными волноводами (MMI 2×2). Топологии направленного ответвителя и MMI представлены на рисунке 7. MMI 2×2 (Рисунок 7.а) характеризуется положением входных и выходных волноводов относительно центра s , шириной многомодовой области D , длиной многомодовой области L_c , ширинами тейпера d и w , длиной тейпера L_t расстоянием между входными и выходными волноводами g . Направленный ответвитель (Рисунок 7.б) характеризуется расстоянием между

волноводами g , шириной волноводов w , длиной области связи L и радиусом изгиба подводящих волноводов R .

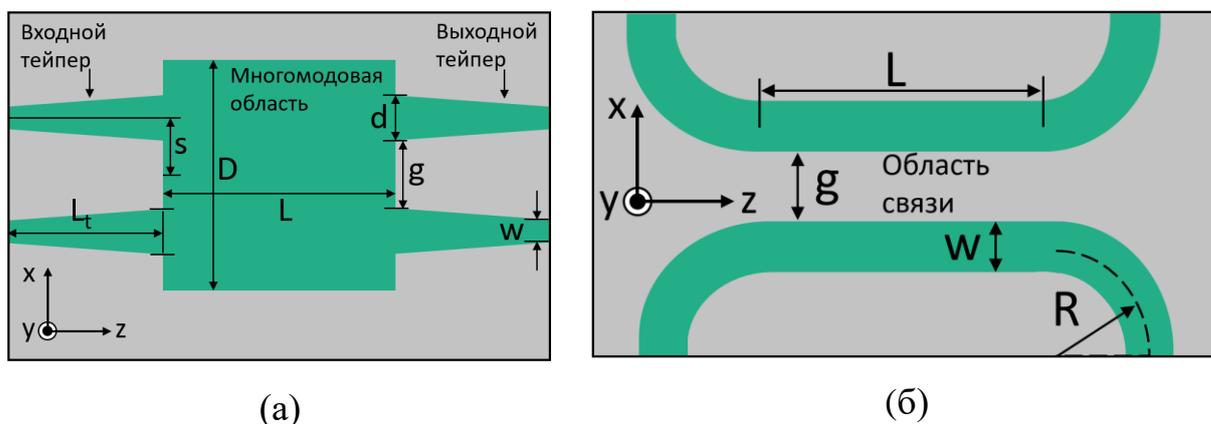


Рисунок 7 – Схема топологии MMI-делителя 2×2 (а); Схема топологии направленного ответвителя (б)

Выбор того или другого делителя определяется возможностями используемой технологии изготовления ФИС (в частности, разрешающей способностью литографии), а также требованиями к коэффициенту передачи (той величине мощности, которая будет попадать в кольцевой волновод).

Основная задача моделирования направленного ответвителя и MMI-делителя заключается в разработке топологии данных элементов и расчете распространения излучения через эту топологию с целью определения оптимальных геометрических параметров, обеспечивающих требуемый коэффициент связи и минимальные вносимые оптические потери.

Первый этап заключается в вычислении длины связи. С помощью одного из методов моделирования прямого волновода ищутся две первые моды для требуемой поляризации в поперечном сечении делителей (рисунок 8).

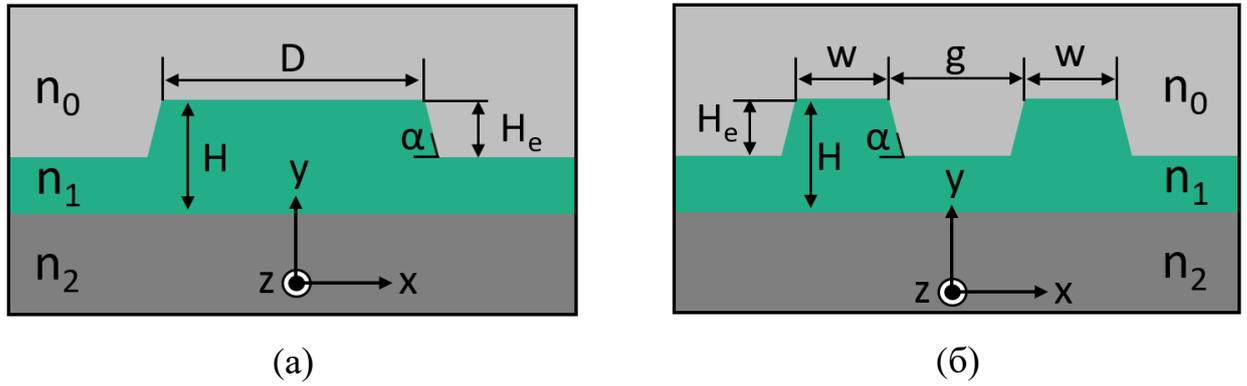


Рисунок 8 – Схема поперечного сечения многомодовой области ММІ-делителя (а); Схема поперечного сечения области связи направленного ответвителя

Затем длина связи рассчитывается по формуле [61]:

$$L_c = \frac{\lambda}{2(n_{neff0} - n_{neff1})}, \quad (1.6)$$

где n_{eff0} и n_{eff1} – эффективные показатели преломления мод нулевого и первого порядка, λ – длина волны излучения. Используя уравнение (1.6), можно вычислить необходимую длину L для ММІ и для направленного ответвителя, которые будут обеспечивать необходимый коэффициент связи.

На втором этапе расчета делителей выполняется моделирование распространения излучения в топологии делителей. Цель данного моделирования заключается в подборе параметров делителей L_t , d , s , R таким образом, чтобы вносимые делителями потери были минимальными. Мощность в выходных волноводах вычисляется с помощью интеграла перекрытия [117]:

$$O = \frac{\frac{1}{4} \iint_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E}_v \times \mathbf{H}_t^* + \mathbf{H}_v \times \mathbf{E}_t^*) \cdot \mathbf{z} dS}{\frac{1}{2} \iint_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E}_{in} \times \mathbf{H}_{in}^*) \cdot \mathbf{z} dS}, \quad (1.7)$$

где \mathbf{E}_t , \mathbf{H}_t – рассчитанные в ходе моделирования поперечные компоненты напряженностей электрического и магнитного полей в некоторой произвольно выбранной области расчетного объема, \mathbf{E}_v , \mathbf{H}_v – поперечные компоненты напряженностей электрического и магнитного полей оптической моды вычисленные для волноводной структуры (обычно интеграл перекрытия

рассчитывается для фундаментальной моды) в некоторой произвольно выбранной области расчетного объема, E_{in} , H_{in} – начальное распределение напряженностей электрического и магнитного полей, z – единичный вектор, направленный вдоль оси распространения. Знаменатель в уравнении (1.7) имеет смысл входной мощности, попадающей в делитель, а числитель представляет собой порцию мощности прошедшего через делитель излучения, которая попадает в v -ю моду.

Наиболее популярными методами моделирования распространения излучения в делителях являются метод распространяющегося пучка (Beam propagation method, BPM) и ММТ [58, 59, 118-122]. Предпочтение данным методам отдается по причине их более высокой вычислительной эффективности по сравнению с методами FDTD, FDFD, и другими рассмотренными методами в разделе 1.2.1.

Существующие формулировки метода распространяющегося пучка позволяют решать, как скалярные, так и векторные волновые уравнения в том числе для анизотропных волноводов. Большим преимуществом BPM перед другими методами является его высокая вычислительная эффективность благодаря тому, что в методе используются экономичные разностные схемы. Так в двумерном моделировании используется метод прогонки, а для трехмерного моделирования применяется метод переменных направлений.

Основным недостатком BPM является то, что метод позволяет рассчитать распространение излучения только в одном направлении без учета обратных отражений, оптической связи вперед- и назад-распространяющихся мод. Также применение параксиального приближения при выводе уравнений BPM приводит к тому, что метод может применяться только в том случае, если излучение в процессе своего распространения сосредоточено вдоль оси распространения. Помимо этого, параксиальное приближение в совокупности с приближением медленно меняющейся амплитуды ограничивают круг задач, которые могут быть решены с помощью BPM только низкоконтрастными волноводами [58, 91]. Исследователями были предложены различные

варианты снятия данных ограничений. В частности, была разработана итерационная схема реализующая двунаправленный BPM который способен учитывать обратные отражения [91]. Однако данный подход, во-первых, снижает вычислительную эффективность исходного BPM, и, во-вторых, чувствителен к выбору волнового числа. Для моделирования высококонтрастных волноводов были разработаны широкоугольный BPM и эффективный метод его численной реализации [58, 91].

Существующие формулировки метода модового согласования строятся на разложении электромагнитного поля по локальным оптическим модам. Сшивка найденных решений происходит с применением граничных условий Максвелла для поперечных компонент электромагнитного поля. Метод ММТ в отличие от многих других методов имеет ряд важных преимуществ. Во-первых, простота вычисления S-параметров моделируемого элемента, которые затем могут использоваться в схемном моделировании. Во-вторых, данный метод дает глубокое понимание физических процессов, происходящих внутри элемента ФИС, так как метод отслеживает преобразование каждой отдельной моды вдоль всего элемента. В-третьих, при построении ММТ не используются аппроксимации медленно меняющейся амплитуды или параксиального приближения, поэтому метод подходит для моделирования высококонтрастных волноводов. В-четвертых, дискретизации подвергается не вся область моделирования. В-пятых, если моделируемый объект состоит из повторяющихся элементов, то достаточно провести расчет только для одного элемента [118-122].

Однако помимо преимуществ есть ряд недостатков. Прежде всего когда моделируются элементы ФИС с высокой степенью отражения и рассеяния излучения, то для получения точного результата требуется значительно увеличивать число оптических мод в разложении, то приводит к повышенному потреблению вычислительных ресурсов. Также при большом шаге дискретизации вдоль оси распространения излучения могут возникать нефизичные обратные отражения [59]. Моделирование протяженных структур

с меняющейся геометрией с помощью данного метода также может быть затруднительно. Несмотря на это, метод ММТ активно применяется для трехмерного и двумерного моделирования оптических делителей. В частности, для двумерного моделирования ММТ существует формулировка метода ММТ, учитывающая особенности данного типа делителей, что позволяет снижать требования к вычислительным ресурсам. Тем не менее все расчеты все равно происходят численно [123].

1.2.4 Методы моделирования изогнутого волновода

Матричные методы моделирования кольцевых резонаторов требуют расчета параметров оптических мод в кольцевом волноводе. Для анализа изотропных и анизотропных волноводов были разработаны различные методы на основе конечных разностей или конечных элементов в частотной области. для решения как векторного волнового уравнения [107, 124-129], так и волнового уравнения в приближении ТЕМ-мод в цилиндрической системе координат [130].

В случае моделирования волноводов с большим радиусом изгиба часто применяются методы на основе конформного отображения профиля показателя преломления прямого волновода [128, 130]. Преимуществом таких методов является то, что для моделирования требуется решение волнового уравнения для прямого волновода в декартовой системе координат с преобразованным профилем показателя преломления. Ключевым недостатком является тот факт, что данный метод дает ошибочные результаты при вычислении эффективных показателей преломления и оптических потерь на изгибе у волноводов с малым радиусом кривизны. Также данная группа методов недостаточно точно работает в случае моделирования высококонтрастных волноводов [129].

Более точным способом вычисления параметров мод изогнутых волноводов является решение волновых уравнений в цилиндрической системе координат. Это позволяет точно вычислять величины эффективных

показателей преломления, определять оптические потери на изгибе [107, 124-127]. Однако соответствующие уравнения в цилиндрической системе координат являются более сложными, чем в декартовой. Кроме того, если в область расчетного окна попадает нулевой радиус необходимо накладывать дополнительные условия, чтобы избавиться от особенности.

Также был предложен метод моделирования изогнутого волновода в своей основе использующий преобразование координат и последующую модификацию тензора диэлектрической проницаемости [129]. Предложенная модель изогнутого волновода требует решения волнового уравнения для прямого волновода в декартовой системе координат. Тем не менее, данный подход приводит к тому, что даже для изначально изотропного волновода тензор диэлектрической проницаемости становится анизотропным.

Решение волнового уравнения для поиска мод в изогнутых волноводах предполагает, что оптические моды являются ортогональными и не взаимодействуют друг с другом на протяжении всей длины волновода. Однако при определенных условиях, например, при малом радиусе кривизны, наличии анизотропии, а также при малых углах наклона боковых стенок между модами может возникать оптическая связь [131, 132]. Оптическая связь приводит к периодической перекачке мощности из одной моды в другую [61, 131, 132]. Эффективным методом исследования оптической связи в волноводах является теория связанных мод. Суть метода заключается в выборе некоторого базового поперечного сечения волновода и поиска базисных оптических мод в данном волноводе. Затем выполняется моделирование изменения амплитуд отдельных базисных мод в волноводе вследствие либо изменения исходной геометрии волновода, либо изменения параметров материала и т.д [61]. Существуют различные методики получения уравнения связанных мод для различных условий и приложений [61, 92, 133]. Применительно к моделированию связи между модами в изогнутых анизотропных волноводах на основе тонкопленочного нибата лития важна работа [136]. В данной работе на основе положений квантовой механики строится теория связанных мод,

которая затем применяется для анализа связи ТЕ- и ТМ-мод. Также авторы данной статьи разработали «модель нулевого изгиба», которая позволяет моделировать анизотропию Х-среза тонкопленочного ниобата лития при повороте волновода в плоскости пластины. Недостатком разработанной модели оптической межмодовой связи в анизотропном изогнутом волноводе является ограничения на величину отклонения материальных и геометрических параметров моделируемого волновода от базового.

2 Моделирование волноводов на основе тонкопленочного ниобата лития

2.1 Метод моделирования волноводов на основе метода конечных разностей

В настоящей работе для точного моделирования анизотропных оптических волноводов была разработана программа на основе метода конечных разностей в частотной области с шаблоном дискретизации Йи [86, 104, 105]. Данный шаблон дискретизации изначально был разработан для метода FDTD, однако потом стал использоваться в том числе для решения задач поиска оптических мод в волноводе. Выбранный шаблон дискретизации имеет ряд преимуществ: во-первых, вычисление производных происходит с помощью центральной разности с сохранением второго порядка точности, во-вторых, граничные условия Максвелла естественным образом выполняются, в-третьих, дискретизировать требуется только роторы напряженностей электрического и магнитного полей [55, 86].

К недостаткам данного шаблона дискретизации относится необходимость дополнительной интерполяции полей в одну точку, так как в исходном шаблоне компоненты электромагнитного поля пространственно разнесены друг относительно друга (Рисунок 9).

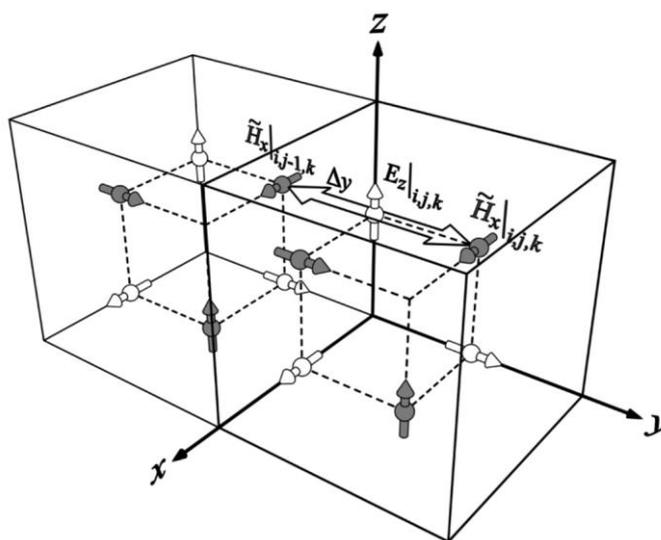


Рисунок 9 – Шаблон дискретизации Йи [86]

С целью получения уравнений для решения задачи на собственные значения роторы напряженностей электрического и магнитного полей представляются в виде системы из шести скалярных уравнений [86]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_z}{\partial y'} - \frac{\partial E_y}{\partial z'} &= H'_x, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z'} - \frac{\partial E_z}{\partial x'} &= H'_y, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x'} - \frac{\partial E_x}{\partial y'} &= H'_z,\end{aligned}\tag{2.1}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H'_z}{\partial y'} - \frac{\partial H'_y}{\partial z'} &= \varepsilon_{xx} E_x, \\ \frac{\partial H'_x}{\partial z'} - \frac{\partial H'_z}{\partial x'} &= \varepsilon_{yy} E_y, \\ \frac{\partial H'_y}{\partial x'} - \frac{\partial H'_x}{\partial y'} &= \varepsilon_{zz} E_z,\end{aligned}\tag{2.2}$$

где $x' = k_0 x$, $y' = k_0 y$, $z' = k_0 z$, $\mathbf{H}' = -i\eta_0 \mathbf{H}$, $\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$. Дискретизация уравнений выполняется согласно шаблону Йи (Рисунок 9).

Предполагая, что волновод вдоль оси распространения излучения однороден, тогда напряженности магнитного и электрического полей будут представлять собой плоские волны $\mathbf{E}(x', y', z') = \mathbf{e}(x', y') e^{-in_{eff} z'}$, $\mathbf{H}'(x', y', z') = \mathbf{h}'(x', y') e^{-in_{eff} z'}$. В таком случае, в операторном виде уравнения (2.1) и (2.2) запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned}D_y^e e_z + n_{eff} e_y &= h'_x, \\ -n_{eff} e_x - D_x^e e_z &= h'_y,\end{aligned}\tag{2.3}$$

$$\begin{aligned}D_x^e e_y - D_y^e e_x &= h'_z, \\ D_y^h h'_z + n_{eff} h'_y &= \varepsilon_{xx} e_x, \\ -n_{eff} h'_x - D_x^h h'_z &= \varepsilon_{yy} e_y, \\ D_x^h h'_y - D_y^h h'_x &= \varepsilon_{zz} e_z,\end{aligned}\tag{2.4}$$

где D_i^j - оператор дифференцирования по i -й координате j -го поля, i – координата x, y, z , j – поле h , либо e . Граничные условия (обычно это

граничные условия Дирихле включены в операторы D_i^j). Из уравнения (2.3) можно выразить h_z , а из уравнения (2.4) e_z . Подставляя h_z в уравнения (2.4), а e_z в уравнения (2.3), можно получить систему уравнений относительно поперечных компонент напряженностей электрического и магнитного полей. Исключив из уравнений поперечные компоненты напряженности магнитного поля, получается результирующее матричное уравнение, описывающее задачу на собственные значения [86]:

$$PQ \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = -n_{eff}^2 \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

где P и Q – блочные матрицы:

$$P = \begin{bmatrix} D_x^e \varepsilon_{zz}^{-1} D_y^h & -(D_x^e \varepsilon_{zz}^{-1} D_x^h + I) \\ D_y^e \varepsilon_{zz}^{-1} D_y^h + I & -D_y^e \varepsilon_{zz}^{-1} D_x^h \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

$$Q = \begin{bmatrix} D_x^h D_y^e & -(D_x^h D_x^e + \varepsilon_{yy}) \\ D_y^h D_y^e + \varepsilon_{xx} & -D_y^h D_x^e \end{bmatrix},$$

где I – единичная матрица.

С целью получения решения системы (2.5) использовался хорошо оптимизированный метод итерации Арнольди, реализованный в библиотеке ARPACK, доступ к которому происходил через Python библиотеку SciPy.

Разработанная программа на основе метода FDFD с шаблоном дискретизации Υ и тестировалась на известных примерах, опубликованных в статьях.

2.2 Моделирование волноводов на основе X-среза тонкопленочного ниобата лития

В настоящей работе рассматриваются оптические волноводы на основе X-среза тонкопленочного ниобата лития, окруженные воздухом и направленные вдоль кристаллофизической оси Y . Поперечное сечение волновода в общем случае представляет собой волновод с шириной волновода W_t , толщиной H_f , углом наклона боковой стенки θ , глубиной травления H_e (Рисунок 10).

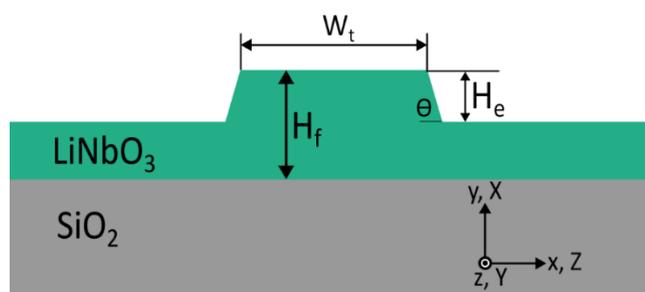


Рисунок 10 – Схема поперечного сечения оптического волновода (X, Y, Z – кристаллофизическая система координат; x, y, z – геометрическая система координат)

В зависимости от геометрических параметров поперечного сечения в волноводе могут распространяться волноводные моды разного порядка и разной поляризации. С физической точки зрения волноводные моды представляют собой суперпозицию плоских волн, распространяющихся вдоль горизонтальной оси z и вдоль поперечных осей x и y . Волны, бегущие вдоль поперечных осей, формируют стоячую волну, для которой выполняется условие поперечного резонанса. Когда условие поперечного резонанса не выполняется, то говорят об излучательных (радиационных) модах.

Решение системы (2.5) позволяет определить собственные функции, представляющие собой оптические моды волновода (как волноводные, так и излучательные), и собственные значения, являющиеся эффективными показателями преломления соответствующих мод. Простой способ отличить волноводную моду от излучательной в численных расчетах заключается в исследовании распределения интенсивности излучения в поперечном сечении волновода и величины эффективного показателя преломления. Если максимум интенсивности сосредоточен вблизи центра волновода, и она экспоненциально уменьшается при отдалении от центра, а также если величина эффективного показателя преломления больше показателей преломления буферного слоя подложки и покровного слоя, то мода является волноводной (Рисунок 11.а).

Если мода имеет эффективный показатель преломления больше показателей преломления подложки и покровного слоя, но интенсивность

сосредоточена в волноводной пленке, а не в волноводном канале, то такая мода является волноводной модой планарного волновода (Рисунок 11.б).

Если величина эффективного показателя преломления меньше чем показатель преломления подложки или покровного слоя, то такая мода является излучательной (Рисунок 11.в).

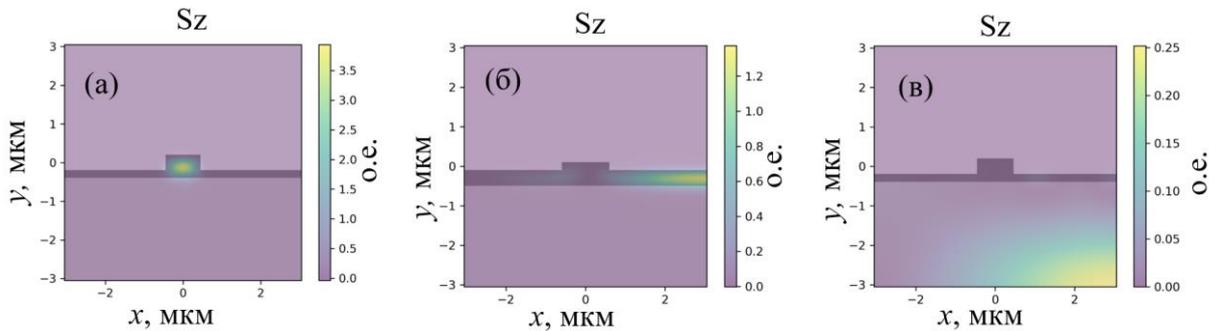


Рисунок 11 – Распределение вектора Умова-Пойнтинга: волноводной моды канального волновода (а); волноводной моды планарного волновода (б); излучательной моды подложки (в)

Обычно геометрические параметры волновода выбираются таким образом, чтобы обеспечивать режим одномодового распространения излучения для всех поддерживаемых состояний поляризации. Это позволяет избежать различных паразитных оптических эффектов.

С целью поиска диапазона геометрических параметров, соответствующих одномодовому режиму распространения излучения, часть параметров фиксировалась, а часть варьировалась. В частности, толщина пленки была выбрана 600 нм, что соответствует толщине пластины, из которой планируется изготавливать реальные волноводы. Обыкновенный (n_o) и необыкновенный (n_e) показатели преломления ниобата лития рассчитывались с помощью дисперсионных соотношений для объемного ниобата лития [134]:

$$n_{LiNbO_3}^o = \sqrt{1 + \frac{2,6734\lambda^2}{\lambda^2 - 0,018} + \frac{1,229\lambda^2}{\lambda^2 - 0,059} + \frac{12,614\lambda^2}{\lambda^2 - 474,6}},$$

$$n_{LiNbO_3}^e = \sqrt{1 + \frac{2,9804\lambda^2}{\lambda^2 - 0,0205} + \frac{0,5981\lambda^2}{\lambda^2 - 0,066} + \frac{8,9543\lambda^2}{\lambda^2 - 416,08}}.$$
(2.7)

Показатель преломления оксида кремния n_{SiO_2} рассчитывались с помощью дисперсионного соотношения:

$$n_{SiO_2} = \sqrt{1 + \frac{0,6961663\lambda^2}{\lambda^2 - 0,0684^2} + \frac{0,4079426\lambda^2}{\lambda^2 - 0,1162^2} + \frac{8,9543\lambda^2}{\lambda^2 - 9,8962^2}} \quad (2.8)$$

Угол наклона боковой стенки варьировался от 60° до 90° с шагом 10° , что соответствует технологическим возможностям изготовления; глубина травления H_e варьировалась от 100 до 600 нм с шагом 100 нм. Начальное значение ширины волновода составляло 100 нм, которое затем с каждой итерацией моделирования увеличивалось на 100 нм до тех пор, пока не будет получен многомодовый режим распространения хотя бы для одной из поддерживаемых поляризаций. Тип поляризации определялся с помощью вычисления доли горизонтальной поляризации γ_{TE} :

$$\gamma_{TE} = \frac{\iint |e_x|^2 dx dy}{\iint (|e_x|^2 + |e_y|^2) dx dy}, \quad (2.9)$$

когда $\gamma_{TE} > 0,6$, то мода является ТЕ-модой, $\gamma_{TE} < 0,3$ соответствует ТМ-моду, а $0,3 \leq \gamma_{TE} \leq 0,6$ характеризует гибридную моду в том смысле, что ее нельзя отнести ни к ТЕ-, ни к ТМ-моду.

Диапазон длин волн для которого проектировались волноводы составлял значения от 1,5 мкм до 1,6 мкм с центральной длиной волны 1,55 мкм. Для поиска геометрических параметров поперечного сечения, соответствующих одномодовому режиму распространения излучения, моделирование проводилось для минимальной и максимальной длин волн. В результате были найдены требуемые параметры поперечных сечений волновода (Таблица 1) [135].

Таблица 1 – Геометрические параметры поперечного сечения, соответствующие одномодовому режиму

Глубина травления H_e , мкм	Ширина волновода W_t , мкм	Угол наклона боковой стенки θ , °
0,1	2,1	60 - 90
0,2	1,5	
0,3	1,1	
0,4	0,9	
0,5	0,8	
0,6	0,7	

Также в ходе моделирования вычислялась доля горизонтальной поляризации излучения (2.9) и зависимость эффективного показателя преломления от глубины травления, угла наклона боковой стенки с соответствующей шириной волновода, которая выбиралась из таблицы 1. Полученные результаты показали, что доля горизонтальной поляризации ТЕ-моды снижается при увеличении глубины травления и уменьшении угла наклона боковой стенки (Рисунок 12.a). Тем не менее значение доли горизонтальной поляризации остается близким к 100%. Эффективный показатель преломления также падает с увеличением глубины травления и уменьшением. Однако, для углов наклона боковой стенки равным 70-90° ЭПП остается высоким даже для глубины травления 0,6 мкм, тогда как для 60° значение ЭПП моды близко к показателю преломления подложки из SiO₂ (Рисунок 12.b) [135].

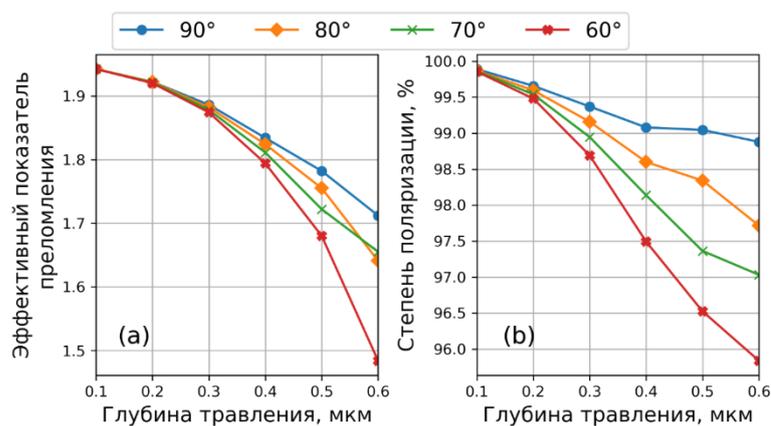


Рисунок 12 – Результаты моделирования для ТЕ-моды: зависимость ЭПП от глубины травления (а); зависимость степени поляризации от глубины травления (б)

ЭПП моды падает со значений около 1,9 до примерно 1,7 для волноводов с углом наклона боковой стенки от 70 до 90°, тогда как для волновода с углом наклона 60° до 1,55 (Рисунок 13.а). При вычислении доли вертикальной поляризации ТМ-моды. Для глубины травления 100 нм доля вертикальной поляризации ограничена диапазоном от 60 до 70% в зависимости от угла наклона боковой стенки и быстро увеличивается до более чем 95% и далее слабо меняется (Рисунок 13б) [135].

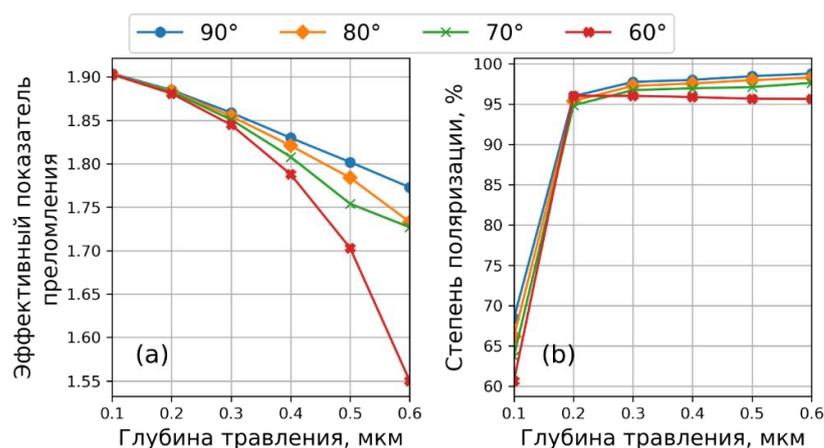


Рисунок 13 – Результаты моделирования для квази-ТМ-моды: зависимость ЭПП от глубины травления (а); зависимость степени поляризации от глубины травления (б)

Также из результатов выполненного моделирования видно, что при глубине травления от 0,4 мкм до 0,5 мкм (в зависимости от угла наклона боковой стенки) на длине волны 1,55 мкм происходит модовая гибридизация, выражающаяся в совпадении эффективных показателей преломления ТЕ- и ТМ-мод (Рисунок 14) [135]. Модовая гибридизация также характеризуется тем, что направление поляризации излучения не совпадает с одной из ортогональных осей. Все это может приводить к оптической связи мод, приводящей к периодическому обмену мощности между модами, который может приводить к оптическим перекрестным помехам в ФИС.

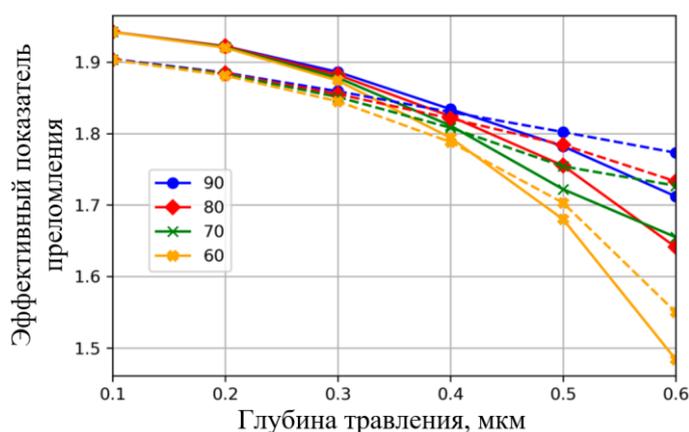


Рисунок 14 – Зависимость эффективного показателя преломления от глубины травления (сплошная линия соответствует ТЕ-моду, штриховая линия соответствует ТМ-моду)

Основываясь на результатах выполненного моделирования можно сделать вывод, что оптимальными глубинами травления волновода будут являться значения в диапазоне от 0,2 до 0,4 мкм. При таких глубинах как ТЕ-, так и ТМ-моды будут преимущественно поляризованы вдоль ортогональных осей. Также травление в указанных пределах позволит избежать появления модовой гибридизации и оптической связи мод.

Приведенные результаты были получены для волноводов, направленных вдоль Y-кристаллофизической оси. Другим предельным случаем является направление волновода вдоль Z-кристаллофизической оси. При этом тензор диэлектрической проницаемости будет отличаться от рассмотренного ранее

случая. Отсюда следует, что, вообще говоря, параметры распространения (границы одномодовости, распространяющиеся моды, величины эффективных показателей преломления) могут отличаться от уже полученных.

С целью уточнения допустимых параметров поперечного сечения было проведено моделирование волноводов, направленных вдоль Z -кристаллофизической оси. Моделирование выполнялось для волноводов с глубинами травления от 0,2 мкм до 0,4 мкм, углами наклона боковой стенки от 60 до 90° на длине волны 1,55 мкм. Ширина волноводов для каждой глубины травления выбиралась из Таблицы 1.

Результаты моделирования волновода с глубиной травления 0,2 мкм показали, что, во-первых, волновод поддерживает только TE -поляризацию, а, во-вторых, является многомодовым (Рисунок 15). Причем многомодовым волновод является для всех выбранных углов наклона боковой стенки. Тем не менее, необходимо отметить, что TE_1 -мода является переходной между модой, соответствующей каналному волноводу и модой планарного волновода. На рисунке 15.а и рисунке 15.б это выражается в виде мощности сосредоточенной как в сердцевине канального волновода, так и в окружающей его пленке. Поэтому чтобы волновод был одномодовый необходимо ширину с 1,5 мкм уменьшить до 1,2 мкм.

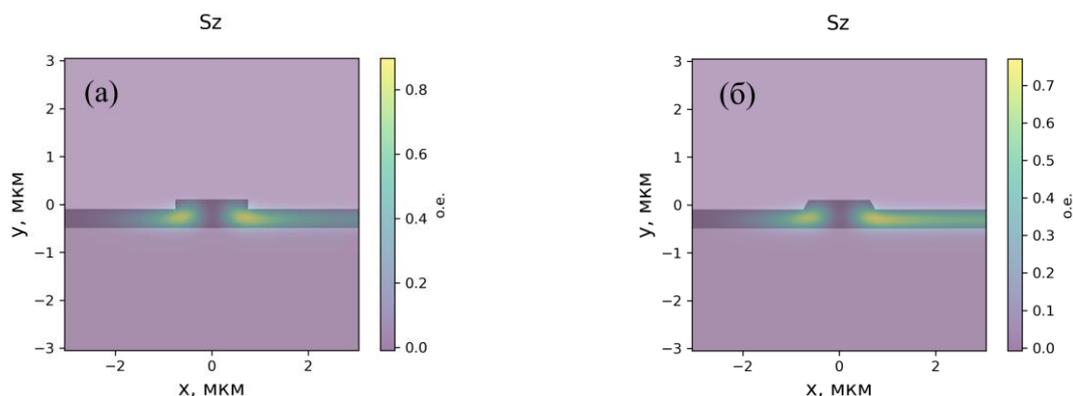


Рисунок 15 – Распределение вектора Умова-Пойнтинга для TE_1 -моды в поперечном сечении волновода с углом наклона боковой стенки $\theta = 90^\circ$ (а); с углом наклона боковой стенки $\theta = 60^\circ$ (б)

Моделирование волноводов с глубиной травления 0,3 мкм показало, что волновод поддерживает как TE_0 -моду, так и TM_0 -моду. Однако, для достижения одномодовости необходимо, чтобы ширина волновода была равна 1 мкм.

В случае с волноводами глубина травления которых составляла 0,4 мкм потребовалось уменьшить ширину до 0,8 мкм, ввиду того, что в волноводе с исходной шириной и углами наклона боковой стенки от 70 до 90° не генерировалась TM_1 -мода.

Значения эффективных показателей преломления TE_0 -моды для рассматриваемых волноводов с измененной шириной превосходят значения, полученные для волноводов, направленных вдоль кристаллофизической оси Y (Рисунок 16.а). Диапазон значений степени поляризации остался тем же (Рисунок 16.б).

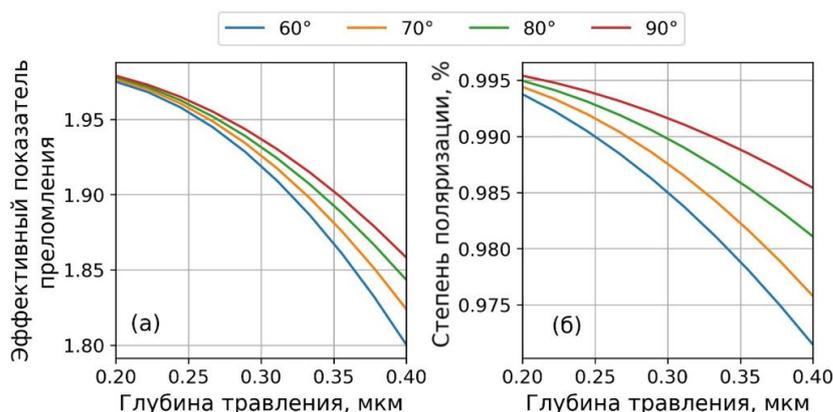


Рисунок 16 – Результаты моделирования оптических свойств TE_0 -моды: зависимость эффективных показателей преломления от глубины травления (а); зависимость степени поляризации от глубины травления (б)

Значения эффективных показателей преломления TM_0 -моды наоборот получились меньше чем, полученные для волноводов, направленных вдоль кристаллофизической оси Y (Рисунок 17.а). Диапазон значений степени поляризации остался также снизился (Рисунок 17.б).

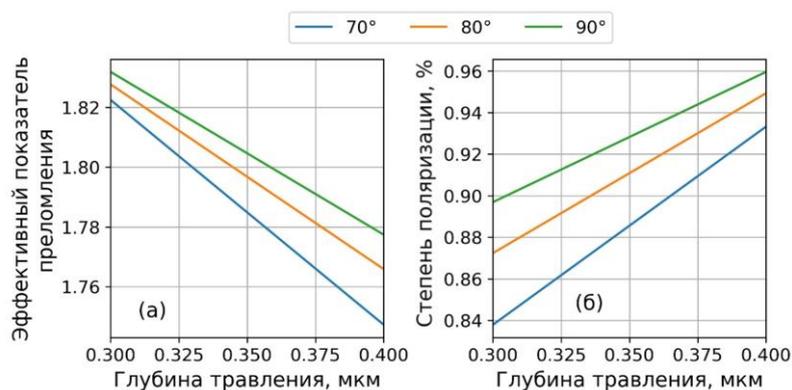


Рисунок 17 – Результаты моделирования оптических свойств TM_0 -моды: зависимость эффективных показателей преломления от глубины травления (а); зависимость степени поляризации от глубины травления (б)

Несмотря на то, что прямое сравнение результатов моделирования волноводов с отличающимися геометрическими параметрами не совсем корректно, это дает возможность выявить некоторые закономерности. Прежде всего то, изменение ориентации волноводов довольно сильно влияет на величины эффективных показателей преломления TE_0 -моды, а также на условия распространения TM_0 -моды. Отсюда следует, что эту разницу необходимо обязательно учитывать при проектировании сложных ФИС ввиду того, что невозможно все элементы всегда ориентировать вдоль одно кристаллофизической оси.

2.3 Моделирование волноводов методом эффективного показателя преломления

Скалярное волновое уравнение (1.5) может быть решено с помощью метода эффективного показателя преломления. Идея метода ЭПП заключается в решении двумерного скалярного волнового уравнения методом разделения переменных [91, 113]. С этой целью делается ряд предположений: моды волновода преимущественно поляризованы вдоль одной из поперечных осей, x - и y -компоненты полей не связаны друг с другом. Тогда функция $\psi(x, y)$ в скалярном волновом уравнении (1.5), описывающая распределение одной из поперечных компонент напряженности электрического поля, может быть

представлена как произведение $\psi(x, y) = f(x)g(y)$. В результате уравнение (1.5) примет вид [91]:

$$\frac{1}{f(x)} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{g(y)} \frac{\partial^2 g(y)}{\partial y^2} + k_0^2 (\varepsilon(x, y) - n_{eff}^2) = 0. \quad (2.10)$$

Уравнение (2.7) разделяется на два уравнения:

$$\frac{1}{g(y)} \frac{\partial^2 g(y)}{\partial y^2} + k_0^2 \varepsilon(x, y) = k_0^2 N^2(x), \quad (2.11)$$

$$\frac{1}{f(x)} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} - k_0^2 n_{eff}^2 = -k_0^2 N^2(x), \quad (2.12)$$

где $k_0^2 N^2(x)$ – константа разделения переменных. Теперь если правые части уравнений (2.8) и (2.9) перенести влево, то получаются два независимых скалярных волновых уравнений:

$$\frac{\partial^2 g(y)}{\partial y^2} + k_0^2 (\varepsilon(x, y) - N^2(x))g(y) = 0, \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + k_0^2 (N^2(x) - n_{eff}^2)f(x) = 0, \quad (2.14)$$

где $N(x)$ – эквивалентный профиль показателя преломления.

Скалярные волновые уравнения (2.13) и (2.14) описывают оптические моды планарного волновода. Решение данных уравнений может быть найдено аналитически и представляет собой дисперсионное соотношение для моды, связывающее эффективный показатель преломления с толщиной волноводной пленки, длиной волны и материальными параметрами [91].

Метод ЭПП также может применяться в случае, когда требуется учесть в решении влияние поляризационных эффектов на вычисляемое значение эффективного показателя преломления (то есть найти эффективные показатели преломления ТЕ- и ТМ-мод) [91, 113].

Алгоритм применения метода ЭПП к расчету оптических мод канального волновода предполагает последовательный поиск эффективных показателей преломления для планарных волноводов. Сначала фиксируется длина волны излучения и поляризация. Затем рассматриваемый канальный волновод

разбивается на три планарных волновода (однородные волноводы вдоль оси x) – два с толщинами h (эквивалентные друг другу) и один с толщиной H .

Для каждого планарного волновода решается соответствующее дисперсионное уравнение для поиска эффективного показателя преломления N фундаментальной моды. Найденный N для планарного волновода с толщиной h обозначается как n_{effBG} и является эффективным показателем преломления подложки. Найденный N для планарного волновода с толщиной H обозначается как n_{effWG} и является эффективным показателем преломления волноводного слоя (Рисунок 18).

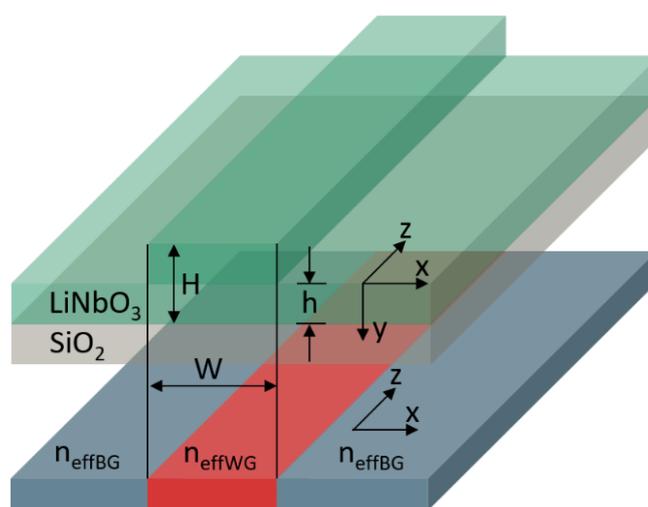


Рисунок 18 – Представление трехмерного канального волновода в виде двумерного с помощью метода эффективного показателя преломления

Заключительный шаг алгоритма заключается в решении дисперсионного уравнения планарного волновода для противоположной поляризации (если изначально была задана ТЕ-поляризация, то на заключительном шаге должна быть ТМ-поляризация и наоборот) с толщиной волноводной пленки W , показателем преломления подложки и покровного слоя n_{effBG} и показателем преломления волноводного слоя n_{effWG} . Результатом такого расчета являются эффективные показатели преломления оптических мод с заданной на начальном этапе поляризацией [91, 113].

2.4 Моделирование волноводов на основе тонкопленочного ниобата лития методом эффективного показателя преломления

Метод ЭПП дает широкие возможности для быстрой оценки параметров оптических мод волноводов и двумерного моделирования элементов ФИС (различных делителей, интерферометров и т.д.).

В случае анизотропных волноводов задача решения векторного волнового уравнения может быть упрощена, если рассматривается оптический волновод, направленный вдоль одной из кристаллофизических осей. Тогда тензор диэлектрической проницаемости становится диагональным. В случае, если излучение в анизотропном волноводе преимущественно поляризовано вдоль ортогональных осей, то вместо решения векторного волнового уравнения можно воспользоваться скалярным волновым уравнением с поляризационными поправками. Так как указанные требования выполняются для рассматриваемых в пункте 2.2 волноводов, то для расчета эффективных показателей преломления справедливо использовать метод ЭПП.

С помощью разработанной программы, реализующей метод ЭПП, были рассчитаны эффективные показатели преломления фундаментальных квази-ТЕ- и квази-ТМ-мод на длине волны 1,55 мкм для волноводов из таблицы 1, ориентированных вдоль Y-кристаллофизической оси [135]. Чтобы оценить точность метода ЭПП вычислялись относительные погрешности для эффективных показателей преломления. Результаты, приведенные на рисунке 19, показали, что относительная ошибка растет с увеличением глубины травления и уменьшением угла наклона боковой стенки. Нарастание ошибки при уменьшении угла наклона боковой стенки связано с тем, что метод ЭПП его не учитывает. Также видно, что ошибка вычисления значений ЭПП ТМ-моды меньше, чем для ТЕ-моды, что скорее всего связано с меньшим влиянием латерального контраста показателя преломления волновода [135].

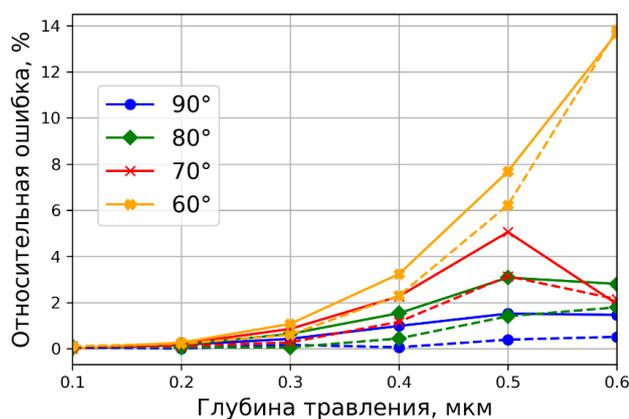


Рисунок 19 – График зависимости относительной ошибки вычисления ЭПП фундаментальных мод от глубины травления и угла наклона боковой стенки (сплошной линией обозначена TE-мода, штриховкой обозначена TM-мода)

Отдельно для целевого поперечного сечения проводилось сравнение результатов, получаемых методами ЭПП и FDFD, в диапазоне длин волн от 1,5 до 1,6 мкм. Результаты моделирования показали, что абсолютная ошибка вычисления ЭПП для TE-моды составляет значение около 0,012, а для TM-моды около 0,002 (Рисунок 20.а). В свою очередь относительная ошибка вычисления ЭПП TE-моды находится в пределах от 0,6 до 0,7 %, а относительная ошибка вычисления ЭПП TM-моды составляет значение около 0,1% во всем диапазоне длин волн (Рисунок 20.б) [135].

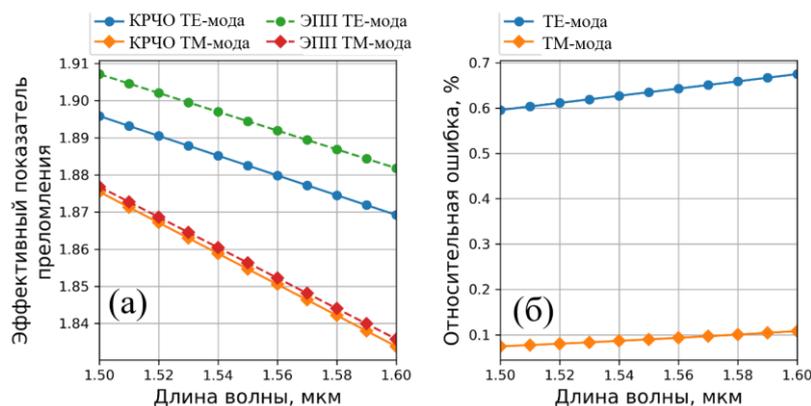


Рисунок 20 – Зависимость относительной ошибки вычисления эффективных показателей преломления TE-моды (а) и TM-мод (б) от длины волны

С помощью метода ЭПП также анализировались моды в волноводах, ориентированных вдоль Z -кристаллофизической оси. В качестве геометрических параметров поперечного сечения использовались значения, полученные в ходе численного моделирования методом FDFD. Проверялась точность вычисления эффективных показателей преломления методом ЭПП относительно результатов FDFD. Расчеты показали, что точность вычисления значений эффективных показателей преломления в случае волноводов, направленных вдоль Z -кристаллофизической оси, ниже чем та, которую удалось достичь для ортогонально направленных волноводов (Рисунок 21).

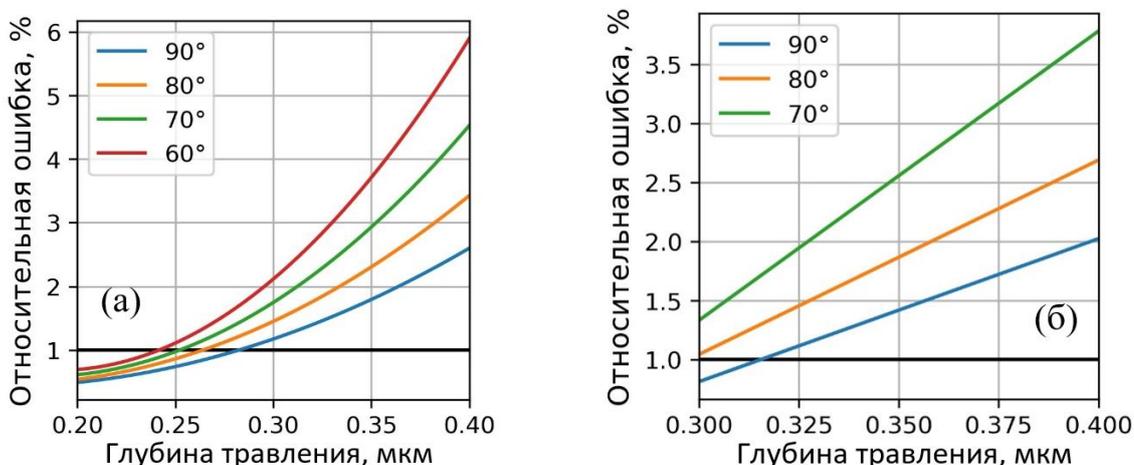


Рисунок 21 – Зависимость относительной ошибки вычисления эффективного показателя преломления от глубины травления и угла наклона боковой стенки: для ТЕ-моды (а), для ТМ-моды (б)

Такой результат, по всей видимости, прежде всего связан с поляризацией мод вдоль поперечных осей.

2.5 Оценка влияния особенностей изготовления на оптические свойства волноводов на основе тонкопленочного ниобата лития

В процессе численного исследования оптических свойств волноводов обычно рассматривается их идеализированное модельное представление. Это означает, что многие особенности изготовления (шероховатость боковой стенки, вариация показателей преломления, поля механических напряжений и т.д.) не учитываются в процессе моделирования. Однако, в реальности все эти

особенности по отдельности или в совокупности могут приводить к изменению условий распространения излучения (генерация мод высших порядков), к повышению оптических потерь (рассеяние излучения на шероховатостях боковой стенки волновода), к изменению состояния поляризации излучения (оптическая межмодовая связь). Влияние части этих особенностей возможно проанализировать с помощью моделирования, влияние другой части возможно исследовать только экспериментально.

2.5.1 Оценка оптических потерь, вызванных шероховатостью боковой стенки, в волноводах на основе тонкопленочного ниобата лития

Как было показано ранее в статье [137], геометрия поперечного сечения и форма реальных оптических волноводов после изготовления отличается от идеальных модельных. Прежде всего реальные волноводы характеризуются шероховатостью боковой стенки, которая приводит к оптическим потерям вследствие рассеяния излучения. Параметр, численно описывающий неровность боковой стенки, называется неровностью края линии волновода (Linear edge roughness, LER). Зная значения LER можно с помощью модели Пейна-Ленси, основанной на методе эффективного показателя преломления, оценить величину оптических потерь, вызванных шероховатостью боковых стенок волновода.

LER наследуется волноводом в ходе реактивного ионного травления от металлической маски, по которой происходит процесс травления [138]. Измерение LER проводилось при помощи сканирующего электронного микроскопа. В ходе травления волновод наследует LER маски, при этом стенки волновода приобретают некоторый наклон. Это усложняет вычисление LER. Поэтому анализ проводился по изображениям полученных на СЭМ самой металлической маски. Такой подход справедлив, поскольку при формировании профиля волновода в ходе травления картина, соответствующая неровности края, будет идентичной в любом плоскопараллельном слое. Поэтому для анализа LER достаточно

рассматривать распределение отклонения точек линии края от средней линии в любой плоскости [138].

Процесс осаждения тонкой пленки хрома для формирования маски для травления производится методом магнетронного напыления при помощи магнетрона постоянного тока. Процесс осаждения металлической пленки хрома является одним из ключевых при формировании маски. После процесса магнетронного осаждения тонкой пленки проводится процесс высокотемпературного отжига образцов для снятия остаточных напряжений в пленке хрома. Стадия магнетронного осаждения является одной из определяющих в формировании определенной LER, которая может быть определенным образом связана с размером зерна металла.

Далее производится этап контактной фотолитографии для формирования маски для травления слоя металла. На этапе контактной литографии может появляться еще один источник возникновения неровности края, связанный с размером зерна хрома.

Затем производится селективное травление слоя хрома по маске из фоторезиста. В ходе жидкостного травления материала металлической маски возможно возникновение дополнительных неоднородностей, связанных с различной смачиваемостью материалов маски, фоторезиста. Что также может приводить к увеличению LER.

Результирующая металлическая маска, по которой производился процесс травление в плазме, представлена на рисунке 22.

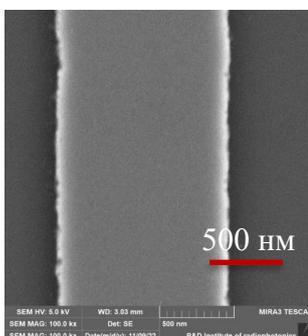


Рисунок 22 – Cr металлическая маска (вид сверху)

Для анализа LER изображение хромовой маски получали при помощи СЭМ Tescan Mira3. Все изображения получались при увеличении 100кх. Для анализа LER производилось накопление изображений при одном увеличении в трех различных точках для одной волноводной структуры. Затем проводилась попиксельная обработка изображений при помощи модуля OpenCV2 на языке программирования Python. В ходе обработки изображения снимок переводился в градации серого, а затем в каждой пиксельной линии изображения определялись максимумы интенсивности, которые на снимке при помощи детектора вторичных электронов довольно точно соответствовали краям маски. После определения краев правой и левой линии волновода для проверки строился график, повторяющий изображение СЭМ. Также стоит отметить, что такая обработка позволяет нивелировать человеческий фактор в определении края линии. Для наглядной демонстрации приведено изображение с СЭМ и контрольный график для области с относительно высоким LER (рисунок 23) [137].

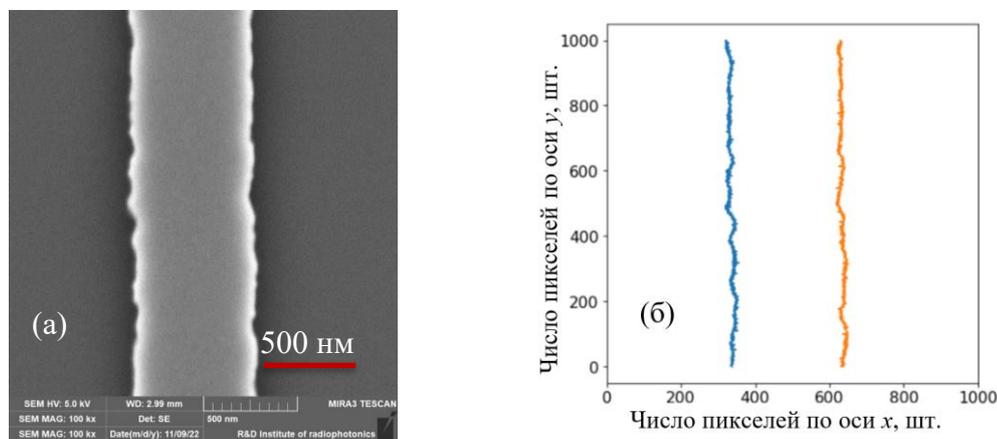


Рисунок 23 – Этапы обработки изображения маски: изображение маски с СЭМ (а); контрольный график после обработки изображения (б)

Далее для вычисления LER по данным графика, приведенного выше, строилась средняя линия для левого и правого края хромовой маски. Вычисление LER проводилось по следующей формуле [139]:

$$LER_k = 3 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_k)^2}{n}} \quad (2.15)$$

где i – это точка линии края, $k = 1, 2$ – левая и правая линия края хромовой маски. Предполагается, что LER укладывается в диапазон трех средних квадратичных отклонений от средней линии профиля (для левого и правого края вычисляется отдельно). Для всей линии LER вычисляется по формуле:

$$LER = \sqrt{\frac{LER_1^2 + LER_2^2}{2}} \quad (2.16)$$

Для перехода от пикселей в нм LER умножалось на коэффициент 2.5, который соответствовал пересчету 2.5 нм/пиксель при снятии изображений при увеличении 100 кх.

Для каждой волноводной структуры производился расчет LER в трех местах, после чего производилось усреднение значения.

Значения LER, для техпроцесса формирования твердотельной хромовой маски, приведенного в статье [137], варьировались в диапазоне от 20 до 40 нм.

Полученные значения LER использовались для вычисления оптических потерь на распространение излучения в волноводах, связанных с рассеянием излучения. Расчет потерь проводился с помощью модели, приведенной в [140, 141], для волновода с целевой геометрией поперечного сечения, полученной на предыдущих этапах. Полученный график зависимости оптических потерь от длины волны (Рисунок 24) показал, что мощность ТМ-моды сильнее подвержена рассеянию. Кроме того, видно, что влияние шероховатости боковой стенки является значительным даже для LER равным 20 нм [137].

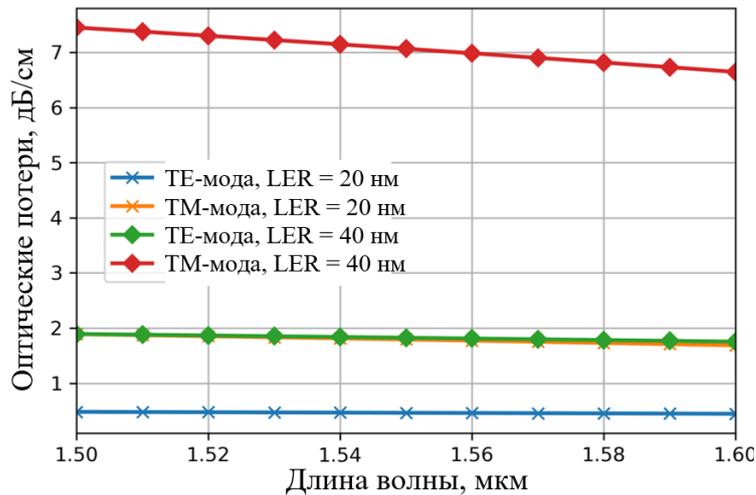


Рисунок 24 – Зависимость оптических потерь от длины волны вследствие рассеяния излучения на шероховатостях боковой стенки волновода

2.6. Выводы по главе

Результаты моделирования анизотропных волноводов на основе X-среза тонкопленочного ниобата лития, направленных вдоль кристаллофизической оси Y, методами FDFD и метод ЭПП показывают, что метод ЭПП применим для анализа анизотропных волноводов, в случае, когда рассматриваемые моды преимущественно поляризованы вдоль поперечных осей и когда волновод располагается вдоль одной из кристаллофизических осей. Применительно к волноводам на основе тонкопленочного ниобата лития метод ЭПП дает хорошие результаты (относительная ошибка вычисления эффективного показателя преломления около 1%) для волноводов с глубинами травления от 0,1 мкм до 0,3 мкм и углами наклона боковых стенок от 60° до 90°. Основываясь на результатах, представленных на рисунке 14 можно сделать предположение, что относительная ошибка вычисления эффективного показателя преломления методом ЭПП для фиксированных параметрах поперечного сечения волновода будет нарастать медленно для широкого набора длин волн [135]. Для волноводов, направленных вдоль Z-кристаллофизической оси ошибка вычисления ЭПП фундаментальных не

превышает 3% для волноводов с глубиной травления до 300 нм и углами наклона боковых стенок от 70° до 90°.

При моделировании волноводов с глубиной травления более 0,3 мкм и наклона боковых стенок волновода менее 60° относительная ошибка вычисления эффективного показателя преломления начинает возрастать. В настоящей работе наклон стенок в методе ЭПП не учитывался, однако применение обобщенного метода ЭПП будет давать более точный результат. Тем не менее попытка применить ЭПП была обусловлена желанием повысить скорость расчета эффективных показателей преломления для анизотропных волноводов, поэтому в данном случае усложнение расчетной программы было принято нецелесообразным [135]. Как показано в диссертации [123] полуаналитические методы могут интегрироваться в программы для схемного моделирования на основе S-матриц.

Кроме того, возможность применения ЭПП для расчета анизотропных волноводов дает возможность использования двумерных методов моделирования распространения излучения в топологии элементов ФИС (ММИ делители, направленные ответвители, Y-разветвители и т.д.), ориентированных вдоль одной из кристаллофизических осей. Таким образом, в процессе разработки новых элементов ФИС может быть сокращено время моделирования, затрачиваемое для поиска оптимальных параметров элементов, ввиду того, что начальные параметры можно будет получить с помощью быстрых методов моделирования (ЭПП, 2D-BPM, ТММ).

Также возможность использования метода ЭПП для анизотропных волноводов позволяет провести оценки оптических потерь с помощью модели Пейна-Ленси [140, 141], вызванных рассеянием излучения на шероховатостях боковых стенок.

3. Моделирование оптических делителей на основе тонкопленочного ниобата лития

3.1 Метод распространяющегося пучка для моделирования распространения излучения в оптических делителях

В ходе проведения диссертационных исследований для моделирования делителей применялся двумерный метод ВРМ в совокупности с методом ЭПП [114, 115]. Двумерные векторные волновые уравнения [91]:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + k_0^2 \varepsilon E_y = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) + k_0^2 \varepsilon H_y = 0. \quad (3.2)$$

Уравнение (3.1) описывает ТЕ-моду, а уравнение (3.2) описывает ТМ-моду. Предполагая, что излучение распространяется в элементе ФИС, у которого геометрические параметры меняются слабо, напряженность электрического и магнитного полей можно представить, как произведение медленно меняющейся амплитуды и быстро осциллирующей фазы:

$$\begin{aligned} E_y(x, y, z) &= \varphi(x, y) e^{-ik_0 n_{eff} z}, \\ H_y(x, y, z) &= \varphi(x, y) e^{-ik_0 n_{eff} z}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где $\varphi(x, y)$ – медленно меняющаяся амплитуда, а множитель с экспонентой отвечает за фазу. На основе выражений (3.3) уравнения (3.1) и (3.2) преобразуются следующим образом [91]:

$$2k_0 n_{eff} \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + k_0^2 (\varepsilon - n_{eff}^2) \varphi = 0, \quad (3.4)$$

$$2k_0 n_{eff} \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + k_0^2 (\varepsilon - n_{eff}^2) \varphi = 0. \quad (3.5)$$

Применение параксиального приближения, которое требует распространения излучения вдоль одной оси, позволяет приравнять к нулю вторые производные по z в уравнениях (3.4) и (3.5). Таким образом, получаются Френелевские волновые уравнения:

$$2k_0 n_{eff} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + k_0^2 (\varepsilon - n_{eff}^2) \varphi = 0, \quad (3.6)$$

$$2k_0 n_{eff} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + k_0^2 (\varepsilon - n_{eff}^2) \varphi = 0. \quad (3.7)$$

Дискретизация уравнений (3.6) и (3.7) выполняется согласно схеме Кранка-Николсон [91]:

$$\begin{aligned} -\alpha_w^{l+1} \varphi_{p-1}^{l+1} + \left(-\alpha_x^{l+1} + \frac{4ik_0 n_{eff}}{\Delta z} - k_0^2 [\varepsilon^{l+1}(p) - n_{eff}^2] \right) \varphi_p^{l+1} - \\ \alpha_e^{l+1} \varphi_{p+1}^{l+1} = \alpha_w^l \varphi_{p-1}^l + \left(\alpha_x^l + \frac{4ik_0 n_{eff}}{\Delta z} - k_0^2 [\varepsilon^l(p) - n_{eff}^2] \right) \varphi_p^l + \\ \alpha_e^l \varphi_{p+1}^l. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Для ТЕ-моды коэффициенты α_w , α_x , α_e вычисляются так:

$$\begin{aligned} \alpha_w = \alpha_e = \frac{1}{(\Delta x)^2}, \\ \alpha_x = -\frac{2}{(\Delta x)^2}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Для ТМ-моды коэффициенты α_w , α_x , α_e вычисляются так [91]:

$$\begin{aligned} \alpha_w = \frac{1}{(\Delta x)^2} \frac{2\varepsilon(p)}{\varepsilon(p) - \varepsilon(p-1)}, \\ \alpha_e = \frac{1}{(\Delta x)^2} \frac{2\varepsilon(p)}{\varepsilon(p) + \varepsilon(p+1)}, \\ \alpha_x = -\alpha_e - \alpha_w. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Для каждого l -го слоя формируется матричное уравнение, которое решается методом трехдиагональной прогонки [58, 91].

С целью ослабления ограничений, вызванных применением параксиального приближения, производная $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$ может быть аппроксимирована с помощью полиномов Паде [58, 91].

3.2 Моделирование оптических делителей на основе X-среза тонкопленочного ниобата лития

В качестве элемента ввода излучения в кольцевой волновод кольцевого резонатора обычно используются либо MMI-делители 2×2 , либо направленный ответвитель.

MMI-делитель 2×2 имеет преимущества перед направленным ответвителем в простоте изготовления (так как не требуется использование литографии с высоким разрешением в процессе изготовления), а также в устойчивости оптических параметров к ошибкам изготовления MMI-делителя. С другой стороны, с помощью MMI-делителя довольно сложно добиться произвольного коэффициента связи мощности между выходными волноводами (коэффициент связи показывает в какой пропорции распределяется мощность излучения между выходными волноводами делителя), что требуется при изготовлении высокочастотных кольцевых резонаторов. В свою очередь, направленный ответвитель может обеспечить произвольный коэффициент связи. Однако его изготовление часто требует высокой разрешающей способности литографии. Кроме того, оптические характеристики направленного ответвителя чувствительнее к ошибкам изготовления по сравнению с MMI-делителями.

Задача проектирования оптических делителей направлена на то, чтобы разработать топологию делителей, удовлетворяющую предъявляемым требованиям, с учетом технологических возможностей изготовления ФИС. Методика моделирования оптических делителей была рассмотрена в Главе 1 в пункте 1.2.3, поэтому в данной главе она не дублируется.

В качестве волноводов, составляющих направленный ответвитель и MMI-делитель использовались волноводы с поперечным сечением, полученным в Главе 2. Волноводы были ориентированы вдоль Y-кристаллофизической оси, а угол наклона боковых стенок волновода равнялся 70° , так как приблизительно такой угол будет получаться при изготовлении волноводов [137]

3.2.1 Моделирование направленного ответвителя

В ходе первого этапа моделирования, численно рассчитывались оптические моды в поперечном сечении ответвителя и на основе полученных результатов строилась зависимость длины связи L_c от зазора между волноводами и от длины волны. Длина связи L_c в направленном ответвителе характеризует ту длину области связи делителя при которой мощность полностью перекачивается из одного волновода в другой.

Результаты показали, что длина связи в большей степени зависит от зазора между волноводами и в меньшей степени от длины волны. Причем чем меньше длина волны, тем больше длина связи. Связано это с тем, что излучение на коротких длинах волн сильнее локализовано внутри волновода, поэтому перекрытие полей мод двух соседних волноводов выражено слабее (Рисунок 25).

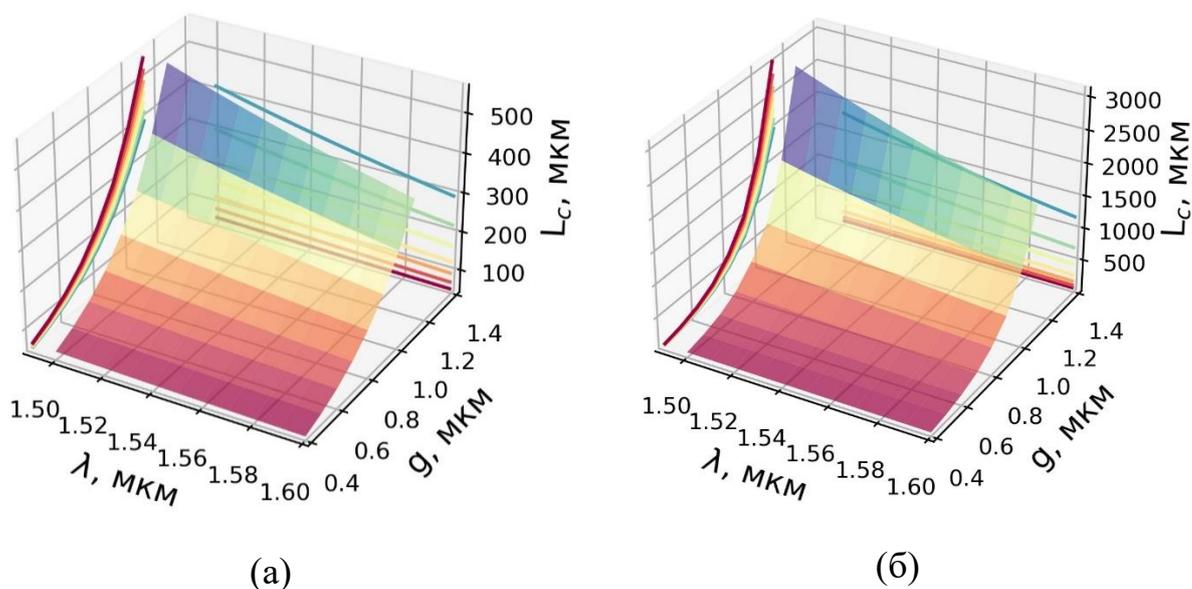


Рисунок 25 – Зависимость длины связи от длины волны и зазора g между волноводами: результаты для ТЕ-моды (а); результаты для ТМ-моды (б)

Любые оптические делители проектируются для определенной центральной длины волны, которая выбирается исходя из параметров источника излучения, материалов, требований к делителю и т.д. На центральной длине волны достигаются наилучшие оптические параметры

делителя (коэффициент связи и вносимые оптические потери). При отклонении длины волны от центральной в первую очередь изменяется коэффициент связи. Однородность коэффициента связи оптических делителей является важным параметром при разработке различных устройств на основе ФИС.

С целью качественной оценки однородности коэффициента связи строился график зависимости коэффициента связи от длины волны и зазора между волноводами. Коэффициент связи вычислялся по формуле [117]:

$$K = \sin^2 \left(\frac{\pi L}{2 L_c} \right), \quad (3.11)$$

где L – длина области связи направленного ответвителя, L_c – рассчитанная длина связи. L выбирается в зависимости от требований к конкретному направленному ответвителю. В данном случае центральная длина волны была выбрана равной 1,55 мкм. Длина области связи L выбиралась равной L_c для каждого значения зазора g .

Результаты показали, что максимальная неоднородность коэффициента связи для ТЕ-моды составляет около 0,1 и наблюдается на длинах волн около 1,50 мкм и зазорах 0,9 – 1,1 мкм (Рисунок 26.а). В случае ТМ-моды максимальная неоднородность коэффициента связи составляет около 0,12 и также наблюдается на длинах волн около 1,50 мкм и зазорах 0,9 – 1,1 мкм (Рисунок 26.б).

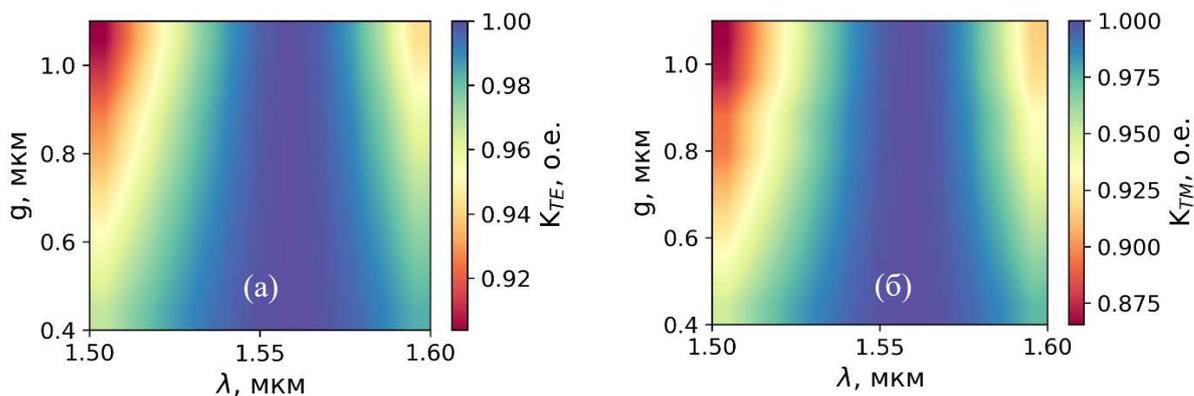


Рисунок 26 – Зависимость коэффициента связи от длины волны и зазора между волноводами: результаты для ТМ-моды (а);
результаты для ТМ-моды (б)

На данный момент с технологической точки зрения на ПАО «ПНППК» невозможно создавать направленные ответвители с зазором меньшим, чем 1 мкм. Более того, даже для направленных ответвителей с зазором около 1 мкм сложно добиться однородности параметров поперечного сечения по длине направленного ответвителя. Эти ограничения связаны с разрешающей способностью используемой литографии, а также с процессом плазменного травления пластин ТНЛ.

Если проектировать направленный ответвитель с зазором большим, чем 1 мкм, тогда он будет иметь сильную неоднородность коэффициента связи в диапазоне длин волн от 1,5 мкм до 1,6 мкм. Из чего следует, что на текущем уровне технологии производства ФИС на ТНЛ в ПАО ПНППК направленный ответвитель целесообразно использовать либо в узком диапазоне длин волн, либо в приложениях, где однородность коэффициента связи не критична.

3.2.2 Моделирование многомодового интерференционного делителя 2×2

Как в случае с направленным ответвителем при моделировании ММІ-делителя, численно рассчитывались оптические моды в поперечном сечении ответвителя (схематическое изображение приведено на рисунке из главы 1) и на основе полученных результатов строилась зависимость длины связи L_c от ширины многомодовой области и от длины волны. Длина связи L_c в ММІ-

делителе характеризует ту длину, при которой входящее в многомодовую область излучение пройдет один цикл биений (Рисунок 27, где p/q – отношение длины многомодовой области к длине связи).

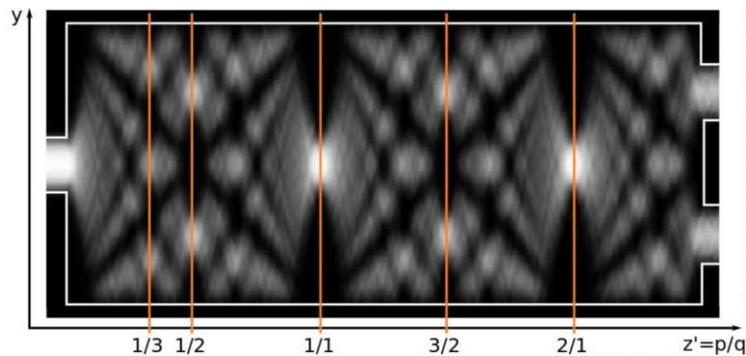


Рисунок 27 – Схема биений излучения в ММД-делителе

Результаты расчетов показали, что, во-первых, ММД-делитель с выбранным поперечным сечением может работать только для ТЕ-моды (ТМ-моды порядка выше фундаментального не распространяются). Во-вторых, из рисунка 28 видно, что длина связи в меньшей степени зависит от длины волны, чем в случае направленного ответвителя. Так, например, разница $\Delta = L_c(1,5) - L_c(1,6) = 30$ мкм (для ширины многомодовой области 14 мкм где наблюдается наибольшее изменение L_c), тогда как для направленного ответвителя Δ составляет более 150 мкм для ТЕ-моды и более 1000 мкм для ТМ-моды (для зазора между волноводами 1,1 мкм где наблюдается наибольшее изменение L_c).

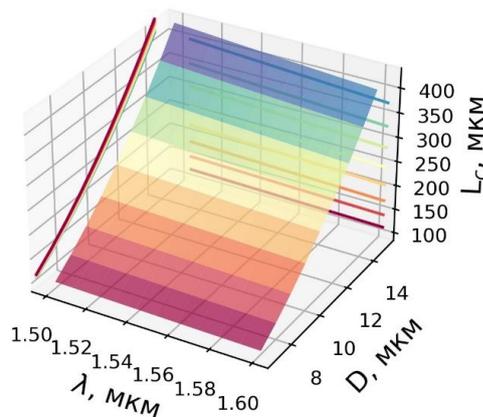


Рисунок 28 – Зависимость длины связи от длины волны и ширины многомодовой области

Следующим шагом была разработка топологии MMI-делителя 2×2 , а также моделирование распространения излучения через топологию с целью определения ее параметров, обеспечивающих минимальные вносимые оптические потери.

Из теории многомодовых интерференционных делителей известно, что в топологии с двумя входными и двумя выходными волноводами для обеспечения деления 50/50 необходимо выбирать длину многомодовой области L , равную половине длины связи L_c . Также необходимо, чтобы положение центров входных и выходных волноводов s составляло значение $D/6$. Данные условия, в совокупности с ограничением на минимально допустимый зазор между волноводами (не менее 1 мкм исходя из технологических возможностей предприятия), требовалось учитывать при разработке MMI-делителя 2×2 . Исходя из этого, была выбрана ширина многомодовой области равной 14 мкм. Соответствующие этой ширине длина связи и длина многомодовой области составили 368 мкм и 184 мкм.

С помощью метода эффективного показателя преломления были найдены эффективные материальные показатели преломления волноводного слоя $n_{\text{effWG}} = 1,96859$ и окружающего пространства $n_{\text{effBG}} = 1,87401$ для проведения 2D моделирования методом BPM. Далее на этапе моделирования распространения излучения с ТЕ-поляризацией на длине волны 1,55 мкм в MMI-делителе подбирались параметры входных и выходных тейперов, их расположение относительно центра многомодовой области. Параметры топологии были следующими: ширина тейперов $d = 3$ мкм, длина тейперов $L_t = 15$ мкм, скорректированное расстояние между центрами многомодовой области и тейперов $s = 2,5$ мкм. В результате вносимые оптические потери составили около 3% от входной мощности, соответствующее распределение интенсивности излучения приведено на рисунке 29.

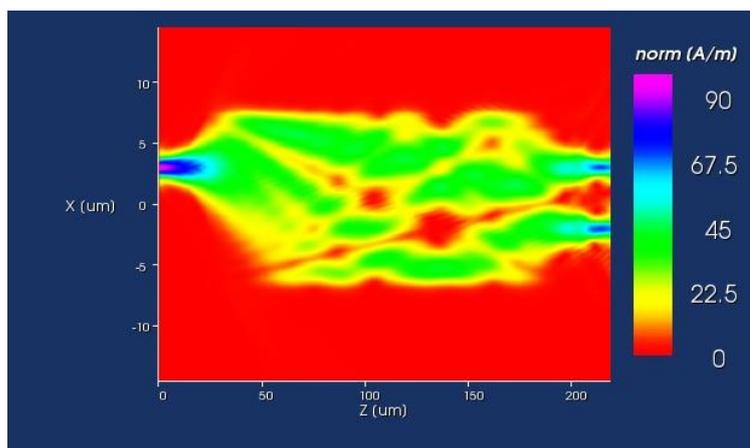


Рисунок 29 – Распределение интенсивности излучения в ММИ-делителя 2×2

3.3 Разработка модели распространения излучения в многомодовом интерференционном делителе

3.3.1 Основные положения разрабатываемой математической модели многомодового интерференционного делителя

Метод модового согласования является универсальным, эффективным и высокоточным методом моделирования элементов ФИС, в частности многомодовых интерференционных делителей. Ключевое положение, на котором базируется данный метод, заключается в разложении произвольного электромагнитного поля E_t , H_t по ортонормальным дискретному набору вперед- и назад-распространяющихся волноводных мод E_j , H_j и непрерывному спектру излучательных мод E_{rad} , H_{rad} [92]:

$$\begin{aligned}
 E_t(x, y) &= \sum_j (a_j + b_j) E_j + E_{rad}, \\
 H_t(x, y) &= \sum_j (a_j - b_j) H_j + H_{rad},
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

где a_j – комплексная амплитуда j -ой волноводной вперед-распространяющейся моды, а b_j – комплексная амплитуда j -ой назад-распространяющейся моды, вычисляющиеся так:

$$a_j = \iint_{-\infty}^{\infty} (E_t \times H_j^* + E_j^* \times H_t) dS,
 \tag{3.13}$$

$$b_j = \iint_{-\infty}^{\infty} (E_t \times H_j^* - E_j^* \times H_t) dS.$$

Результирующая мощность, переносимая полем, есть сумма мощностей в каждой отдельной волноводной моде и мощности, заключенной в поле излучения [92]:

$$P = \sum (a_j a_j^* - b_j b_j^*) + P_{rad}. \quad (3.14)$$

Согласно классическому подходу к анализу MMI-делителей отраженными от торца назад-распространяющимися модами, а также излучательными модами часто пренебрегают [116]. В таком случае разложение (3.12) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} E_t(x, y) &\approx \sum_j a_j E_j, \\ H_t(x, y) &\approx \sum_j a_j H_j. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Тогда распространение излучения в MMI-делителе можно представить следующим образом. Мода входного волновода E_{inc} на границе раздела с многомодовой областью распадается на сумму вперед-распространяющихся волноводных мод многомодовой области. Между модами в многомодовой области возникают биения вследствие отличающихся постоянных распространения, приводящие к характерной интерференционной картине.

В таком случае, результирующее поле в каждой точке многомодовой области принимает вид:

$$U(x, y, z) = \sum_j a_j U_j(x, y) \exp(-i\beta_j z), \quad (3.16)$$

где U_j – либо электрическое, либо магнитное поле j -ой волноводной моды. Результирующее поле $U(x, y, z)$ на границе многомодовой области и выходных волноводов может быть представлено в виде:

$$U_{out}(x, y, z) = \sum_k a_k U(x, y, z), \quad (3.17)$$

где суммирование ведется по волноводным модам выходного волновода [15].

В общем случае, каналный оптический волновод поддерживает гибридные моды, то есть моды у которых все шесть компонент электромагнитного поля являются ненулевыми. Однако, при определенных

условиях, когда моды поляризованы преимущественно вдоль ортогональных осей, говорят о распространении ТЕ- и ТМ- мод в волноводе [92].

Отсюда следует, что x и y компоненты поля можно разделить, воспользовавшись методом эффективного показателя преломления [91]. В таком случае реальная трехмерная волноводная структура может быть представлена в виде эквивалентной двумерной структуры показателя преломления которой задаются некоторыми эффективными материальными параметрами [114, 115]. Рассмотрение двумерной волноводной структуры позволяет записать в виде точной кусочно-заданной аналитической функции распределение амплитуды или интенсивности произвольной волноводной моды эквивалентного планарного волновода [123]:

$$U(x) = C \begin{cases} \cos\left(\frac{u}{2} - \varphi\right) \exp\left(\frac{v}{2} + \frac{vx}{d}\right) & \text{для } x < -\frac{d}{2} \\ \cos\left(\frac{ux}{d} + \varphi\right) & \text{для } |x| \leq \frac{d}{2} \\ \cos\left(\frac{u}{2} + \varphi\right) \exp\left(\frac{w}{2} - \frac{wx}{d}\right) & \text{для } x > \frac{d}{2} \end{cases}, \quad (3.18)$$

$$U(x) = C \begin{cases} \cos\left(\frac{u}{2} - \varphi\right) \exp\left(\frac{v}{2} + \frac{vx}{d}\right) & \text{для } x < -\frac{d}{2} \\ \cos\left(\frac{ux}{d} + \varphi\right) & \text{для } |x| \leq \frac{d}{2} \\ \cos\left(\frac{u}{2} + \varphi\right) \exp\left(\frac{w}{2} - \frac{wx}{d}\right) & \text{для } x > \frac{d}{2} \end{cases}, \quad (3.19)$$

$$U(x) = C \begin{cases} \cos\left(\frac{u}{2} - \varphi\right) \exp\left(\frac{v}{2} + \frac{vx}{d}\right) & \text{для } x < -\frac{d}{2} \\ \cos\left(\frac{ux}{d} + \varphi\right) & \text{для } |x| \leq \frac{d}{2} \\ \cos\left(\frac{u}{2} + \varphi\right) \exp\left(\frac{w}{2} - \frac{wx}{d}\right) & \text{для } x > \frac{d}{2} \end{cases}, \quad (3.20)$$

где $U(x)$ – либо электрическое, либо магнитное поле, C – нормировочный коэффициент:

$$C = \sqrt{\frac{2}{d}} \left(1 + \frac{\cos\left(\frac{u}{2} - \varphi\right)^2}{v} + \frac{\cos(u)\cos(2\varphi)}{v} + \frac{\cos\left(\frac{u}{2} + \varphi\right)^2}{w} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (3.21)$$

u, v, w – постоянные затухания, задающиеся уравнениями:

$$\begin{aligned} v &= k_0 d \sqrt{N^2 - n_2^2}, \\ u &= k_0 d \sqrt{n_1^2 - N^2}, \\ w &= k_0 d \sqrt{N^2 - n_0^2}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

k_0 – волновое число в вакууме, d – толщина планарного волновода, N – эффективный показатель преломления моды, n_1 – показатель преломления сердцевины, n_2 – показатель преломления подложки, n_0 – показатель преломления покровного слоя, φ – фазовое слагаемое определяющееся порядком и поляризацией моды:

$$\varphi = \frac{1}{2} \begin{cases} \arctan\left(\frac{w}{u}\right) - \arctan\left(\frac{v}{u}\right) + m\pi & \text{для ТЕ поляризации} \\ \arctan\left(\frac{n_1^2 w}{n_2^2 u}\right) - \arctan\left(\frac{v}{u}\right) + m\pi & \text{для ТМ поляризации} \end{cases}, \quad (3.23)$$

где m – порядок моды [13]. Коэффициенты разложения поля a_k, a_j для волноводных мод планарного волновода запишутся, как интегралы перекрытия для ортонормальных мод:

$$a_{jk} = \int_{-\infty}^{\infty} U_k(x)U_j(x)dx. \quad (3.24)$$

Справедливость формулы (3.21) следует из предположения о том, что моды в волноводе могут быть представлены в виде ТЕ- и ТМ-мод [91].

Важно отметить, что приведенные выше рассуждения касаются только перехода моды из входного волновода в многомодовую область с последующим распространением излучения в многомодовой области ММІ-делителя и никак не характеризуют процесс распространения и преобразования излучения в самих входных и выходных волноводах. Другими словами, предполагается, что входные и выходные волноводы являются адиабатическими, то есть сохраняющие одномодовый режим распространения излучения с заданной поляризацией.

Таким образом, задача построения математической модели ММІ-делителя разбивается на несколько подзадач: аналитическое взятие интеграла перекрытия (3.24) для мод планарного волновода, описываемыми уравнениями (3.18) - (3.23); вывод суммарного распределения амплитуды в многомодовой области (3.16), аналитическое взятие интегралов (3.24) между модами выходных волноводов и результирующим распределением амплитуды (3.16) на границе многомодовой области и выходных волноводов. Заранее не накладывается ограничений на количество мод в многомодовой области и входных и выходных волноводах, а также на их месторасположение.

3.3.2 Аналитическое вычисление интегралов перекрытия

Рассмотрим область перехода входного тейпера (волновода) в многомодовую область ММІ-делителя АВ (Рисунок 30). Амплитуда моды

входного волновода с распределением U_{wg} на области перехода АВ будет перераспределяться между модами многомодовой области, одну из которых обозначим U_{mmi} (Рисунок 30) [142].

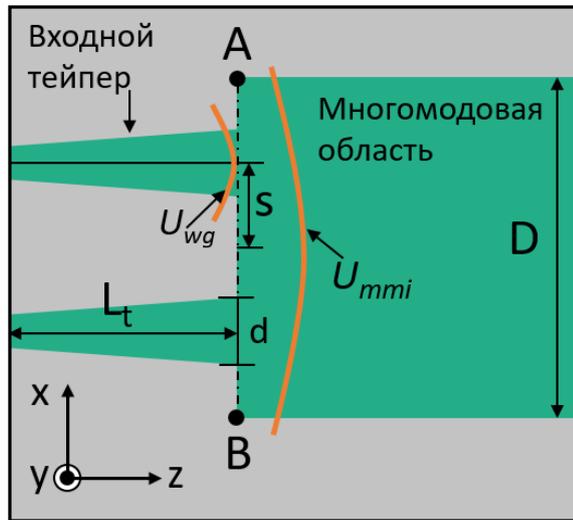


Рисунок 30 – Схема области перехода входного тейпера (волновода) в многомодовую область MMI-делителя

Заранее не делается никаких предположений о порядках моды входного волновода и моды многомодовой области, а также о величине смещения входного волновода относительно центра многомодовой области.

Так как моды U_{wg} и U_{mmi} являются кусочно-заданными функциями, то интеграл перекрытия (3.21) запишется в виде суммы интегралов [142]:

$$0 = \int_{-\infty}^{-D/2} U_{wg} U_{mmi} dx + \int_{-D/2}^{-d/2+s} U_{wg} U_{mmi} dx + \int_{-d/2+s}^{d/2+s} U_{wg} U_{mmi} dx + \int_{d/2+s}^{D/2} U_{wg} U_{mmi} dx + \int_{D/2}^{\infty} U_{wg} U_{mmi} dx, \quad (3.25)$$

где D – ширина многомодовой области, d – ширина входного или выходного волновода, s – смещение входного или выходного волновода вдоль торца многомодовой области. Первый интеграл в уравнении (3.25) описывает перекрытие экспоненциальных хвостов затухания полей мод U_{wg} и U_{mmi} , задающихся уравнениями (3.18) – (3.23):

$$I_1 = \int_{-\infty}^{-D/2} U_{wg} U_{mmi} dx = \int_{-\infty}^{-D/2} C_{wg} C_{mmi} \cos\left(\frac{u_{wg}}{2} - \varphi_{wg}\right) \cos\left(\frac{u_{mmi}}{2} - \varphi_{mmi}\right) \exp\left(\frac{v_{wg}}{2} + \frac{v_{wg}[x-s]}{d}\right) \exp\left(\frac{v_{mmi}}{2} + \frac{v_{mmi}x}{D}\right) dx. \quad (3.26)$$

Вынесем все константы за знак интегрирования, произведение экспонент представим в виде экспоненты от суммы степеней:

$$I_1 = C_{wg} C_{mmi} \cos\left(\frac{u_{wg}}{2} - \varphi_{wg}\right) \cos\left(\frac{u_{mmi}}{2} - \varphi_{mmi}\right) \exp\left(\frac{v_{wg}}{2} - \frac{v_{wg}S}{d} + \frac{v_{mmi}}{2}\right) \int_{-\infty}^{-D/2} \exp\left(\left\{\frac{Dv_{wg}+dv_{mmi}}{dD}\right\}x\right) dx. \quad (3.27)$$

проинтегрируем получившееся выражение в заданных пределах:

$$I_1 = A_1 \exp\left(-\frac{Dv_{wg}+dv_{mmi}}{2d}\right),$$

$$A_1 = C_{wg} C_{mmi} \cos\left(\frac{u_{wg}}{2} - \varphi_{wg}\right) \cos\left(\frac{u_{mmi}}{2} - \varphi_{mmi}\right) \exp\left(\frac{v_{wg}}{2} + \frac{v_{mmi}}{2} - \frac{v_{wg}S}{d}\right) \frac{dD}{Dv_{wg}+dv_{mmi}}. \quad (3.28)$$

Когда входной или выходной волновод находится вдали от края многомодовой области, то вклад данного интеграла в общее значение интеграла перекрытия (3.25) будет минимальным. Однако, если волновод располагается вблизи края многомодовой области, то вкладом (3.28) нельзя пренебрегать, и он будет возрастать с увеличением порядка моды. Второй интеграл в уравнении (3.25) описывает перекрытие между экспоненциальным хвостом затухания моды входного или выходного волновода и частью моды многомодовой области, находящейся в сердцевине:

$$I_2 = \int_{-D/2}^{-d/2+s} U_{wg} U_{mmi} dx = \int_{-D/2}^{-d/2+s} C_{wg} C_{mmi} \cos\left(\frac{u_{wg}}{2} - \varphi_{wg}\right) \exp\left(\frac{v_{wg}}{2} + \frac{v_{wg}[x-s]}{d}\right) \cos\left(\frac{u_{mmi}x}{D} + \varphi_{mmi}\right) dx. \quad (3.29)$$

Вынесем все константы за знак интегрирования:

$$I_2 = A_2 \int_{-D/2}^{-d/2+s} \exp\left(\frac{v_{wg}x}{d}\right) \cos\left(\frac{u_{mmi}x}{D} + \varphi_{mmi}\right) dx,$$

$$A_2 = C_{wg} C_{mmi} \cos\left(\frac{u_{wg}}{2} - \varphi_{wg}\right) \exp\left(\frac{v_{wg}}{2} - \frac{v_{wg}S}{d}\right). \quad (3.30)$$

Для вычисления данного интеграла воспользуемся методом интегрированием по частям согласно формуле $\int u dv = uv - \int v du$. С этой целью в качестве функции u возьмем косинус, а в качестве дифференциала dv экспоненту:

$$u_1 = \cos\left(\frac{u_{mmi}x}{D} + \varphi_{mmi}\right), \quad dv_1 = \exp\left(\frac{v_{wg}x}{d}\right), \quad (3.31)$$

$$du_1 = -\frac{u_{mmi}}{D} \sin\left(\frac{u_{mmi}x}{D} + \varphi_{mmi}\right) dx, \quad v_1 = \frac{d}{v_{wg}} \exp\left(\frac{v_{wg}x}{d}\right).$$

После применения формулы интегрирования по частям увидим, что в правой части под знаком интеграла стоит произведение экспоненты на синус:

$$I_2 = A_2 \int_{-D/2}^{-d/2+s} \exp\left(\frac{v_{wg}x}{d}\right) \cos\left(\frac{u_{mmi}x}{D} + \varphi_{mmi}\right) dx =$$

$$A_2 u_1 v_1 \left[\begin{array}{l} -\frac{d}{2} + s \\ \frac{D}{2} \\ -\frac{D}{2} \end{array} \right] + A_2 \frac{u_{mmi}}{D} \frac{d}{v_{wg}} \int_{-D/2}^{-d/2+s} \exp\left(\frac{v_{wg}x}{d}\right) \sin\left(\frac{u_{mmi}x}{D} + \varphi_{mmi}\right) dx. \quad (3.32)$$

Теперь если повторно применить формулу интегрирования по частям к интегралу в правой части, тогда функции u и v будут определяться так:

$$u_2 = \sin\left(\frac{u_{mmi}x}{D} + \varphi_{mmi}\right), \quad dv_2 = \exp\left(\frac{v_{wg}x}{d}\right),$$

$$du_2 = \frac{u_{mmi}}{D} \cos\left(\frac{u_{mmi}x}{D} + \varphi_{mmi}\right) dx, \quad v_2 = \frac{d}{v_{wg}} \exp\left(\frac{v_{wg}x}{d}\right). \quad (3.33)$$

Произведение uv в данном случае представляет собой произведения синуса на экспоненту, а под знаком интеграла исходный интеграл, умноженный на константу:

$$I_2 = A_2 u_1 v_1 \left[\begin{array}{l} -\frac{d}{2} + s \\ \frac{D}{2} \\ -\frac{D}{2} \end{array} \right] + A_2 \left\{ \frac{u_{mmi}}{D} \frac{d}{v_{wg}} u_2 v_2 \left[\begin{array}{l} -\frac{d}{2} + s \\ \frac{D}{2} \\ -\frac{D}{2} \end{array} \right] - \right.$$

$$\left. \int_{-D/2}^{-d/2+s} \left(\frac{u_{mmi}}{D} \frac{d}{v_{wg}}\right)^2 \exp\left(\frac{v_{wg}x}{d}\right) \cos\left(\frac{u_{mmi}x}{D} + \varphi_{mmi}\right) dx \right\}. \quad (3.34)$$

Перенеся интеграл из правой части в левую, выделив общий множитель и разделив на него правую часть, получим значение искомого интеграла:

$$I_2 = \int_{-D/2}^{-d/2+s} U_{wg} U_{mmi} dx = A_2 \left[\frac{\exp\left(\eta\left(s - \frac{d}{2}\right)\right)}{\eta^2 + \xi^2} \left\{ \eta \cos\left(\xi\left[s - \frac{d}{2}\right] + \varphi_{mmi}\right) + \xi \sin\left(\xi\left[s - \frac{d}{2}\right] + \varphi_{mmi}\right) \right\} - \frac{\exp\left(\eta\left(\frac{D}{2}\right)\right)}{\eta^2 + \xi^2} \left\{ \eta \cos\left(-\frac{\xi D}{2} + \varphi_{mmi}\right) + \xi \sin\left(-\frac{\xi D}{2} + \varphi_{mmi}\right) \right\} \right], \quad (3.35)$$

$$A_2 = C_{wg} C_{mmi} \cos\left(\frac{u_{wg}}{2} - \varphi_{wg}\right) \exp\left(\frac{v_{wg}}{2} - \frac{v_{wg}s}{d}\right),$$

где $\eta=v_{wg}/d$, $\xi=u_{mmi}/D$.

Третий интеграл в (3.25) описывает перекрытие моды входного или выходного волновода в сердцевине и моды в сердцевине многомодовой области:

$$I_3 = \int_{-d/2+s}^{d/2+s} U_{wg} U_{mmi} dx = \int_{-d/2+s}^{d/2+s} C_{wg} C_{mmi} \cos\left(\frac{u_{wg}[x-s]}{d} + \varphi_{wg}\right) \cos\left(\frac{u_{mmi}x}{D} + \varphi_{mmi}\right) dx. \quad (3.36)$$

Подынтегральная функция в I_3 представляет собой произведение косинусов, которые можно представить в виде $\cos(\alpha)\cos(\beta) = 1/2[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$. В результате интегрирования получается следующее уравнение:

$$I_3 = \int_{-d/2+s}^{d/2+s} U_{wg} U_{mmi} dx = \sum_{n=1}^2 C_{mmi} C_{wg} \left(\frac{dD}{(-1)^n du_{mmi} + Du_{wg}}\right) \sin\left(\frac{(-1)^n du_{mmi} + Du_{wg}}{2D}\right) \cos\left((-1)^n \varphi_{wg} + \varphi_{mmi} + \frac{u_{mmi}}{D} s\right). \quad (3.37)$$

Четвертый интеграл вычисляется аналогично второму в (3.25):

$$I_4 = \int_{d/2+s}^{D/2} U_{wg} U_{mmi} dx = A_4 \left[\frac{\exp(-\zeta(s+\frac{d}{2}))}{\zeta^2 + \xi^2} \left\{ \zeta \cos\left(\xi\left[s + \frac{d}{2}\right] + \varphi_{mmi}\right) - \xi \sin\left(\xi\left[s + \frac{d}{2}\right] + \varphi_{mmi}\right) \right\} + \frac{\exp(-\frac{\zeta D}{2})}{\zeta^2 + \xi^2} \left\{ \xi \sin\left(\frac{\xi D}{2} + \varphi_{mmi}\right) - \zeta \cos\left(\frac{\xi D}{2} + \varphi_{mmi}\right) \right\} \right], \quad (3.38)$$

$$A_4 = C_{wg} C_{mmi} \cos\left(\frac{u_{wg}}{2} + \varphi_{wg}\right) \exp\left(\frac{w_{wg}}{2} + \frac{w_{wg} s}{d}\right),$$

где $\zeta=w_{wg}/d$. Пятый интеграл вычисляется аналогично первому:

$$I_5 = \int_{D/2}^{\infty} U_{wg} U_{mmi} dx = A_5 \exp\left(-\frac{Dw_{wg} + dw_{mmi}}{2d}\right) A_5 = C_{wg} C_{mmi} \cos\left(\frac{u_{wg}}{2} + \varphi_{wg}\right) \cos\left(\frac{u_{mmi}}{2} + \varphi_{mmi}\right) \exp\left(\frac{w_{wg}}{2} + \frac{w_{mmi}}{2} + \frac{w_{wg} s}{d}\right) \frac{dD}{Dw_{wg} + dw_{mmi}}. \quad (3.39)$$

Полученные уравнения позволяют аналитически вычислить интеграл перекрытия между произвольными модами входного или выходного волновода с многомодовой областью MMI-делителя [142].

3.3.3 Методика применения математической модели многомодового интерференционного делителя

В первую очередь, необходимо удостовериться, что волноводные моды в тейперах и в многомодовой области преимущественно поляризованы вдоль ортогональных осей. Такую проверку можно выполнить с помощью векторного модового решателя. Необходимо найти моды в поперечных сечениях тейперов и многомодовой области делителя и вычислить для них долю поляризации по формуле (2.9).

Далее требуется выбрать тип поляризации (ТЕ- или ТМ-поляризацию) для которой будет проектироваться MMI-делитель и рассчитать длину связи L_c по формуле (1.6) на основе значений эффективных показателей преломления, полученных одним из численных модовых решателей и методом ЭПП. Длину связи, вычисленную с помощью численного модового решателя, назовем точной длиной связи и обозначим $L_c^{\text{точ}}$, а длину связи, найденную с помощью метода ЭПП, назовем приближенной длиной связи и обозначим $L_c^{\text{приб}}$.

Если разница $\Delta = L_c^{\text{точ}} - L_c^{\text{приб}}$ близка к нулю, тогда с помощью метода ЭПП находятся эффективные показатели всех мод в многомодовой области, а также эффективные показатели преломления фундаментальных мод (либо, при необходимости, мод более высокого порядка) во входных и выходных тейперах (если тейперы идентичны, то расчет следует проводить один раз). Также с помощью метода ЭПП должны быть вычислены эффективные показатели преломления волноводного слоя и подложки $n_{\text{eff}WG}$ и $n_{\text{eff}BG}$ соответственно (причем для многомодовой области и для тейперов эти значения будут разными).

С помощью уравнений (3.18) - (3.23) и (3.28), (3.35), (3.37) – (3.39) вычисляются интегралы перекрытия между модой входного тейпера и j -ми модами в многомодовой области. Рассчитанные значения являются амплитудами a_j j -х мод в многомодовой области.

Зная эффективные показатели преломления мод, эффективные показатели преломления волноводного слоя и подложки n_{effWG} и n_{effBG} , а также амплитуды a_j , можно с помощью уравнений (3.18) - (3.23), задающих распределение поля мод в планарном волноводе, построить суммарное распределение поля (3.16).

Чтобы вычислить амплитуду и фазу которые приобретет мода выходного тейпера необходимо с помощью уравнений (3.18) - (3.23) и (3.28), (3.35), (3.37) – (3.39) рассчитать интегралы перекрытия между модой выходного тейпера и модами многомодовой области, образующих суммарное распределение поля (3.16).

Если разница $\Delta = L_c^{точ} - L_c^{приб}$ отличается от нуля, тогда необходимо варьировать n_{effBG} в многомодовой области до тех пор, пока Δ не будет равна нулю. Данный подход был представлен в [114, 115] и его различные вариации активно используются в фотонике. Суть подхода заключается в том, что необходимо обнулить Δ . Так как считается, что $L_c^{точ}$ наиболее точно характеризует длину связи в делителе, то необходимо менять $L_c^{приб}$. Это делается за счет изменения n_{effBG} с последующим расчетом оптических мод в многомодовой области методом ЭПП. Обычно поиск нужного значения n_{effBG} выполняют методом половинного деления. Необходимо отметить, что решение для уравнения $\Delta = L_c^{точ} - L_c^{приб}(n_{effBG})$ существует не всегда, поэтому не всегда можно точно отобразить трехмерный моделируемый делитель в виде двумерного.

3.4 Проверка разработанной модели многомодового интерференционного делителя

С целью проверки разработанной модели результаты, полученные с ее помощью, сравнивались с численным двумерным ВРМ. ВРМ с высокой точностью моделирует MMI-делители, так как данный элемент ФИС представляет собой протяженную структуру где электромагнитное поле в основном распространяется вдоль оптической оси делителя с минимальными обратными отражениями, что обеспечивается применением тейпированных волноводов в качестве входных и выходных волноводов.

Моделируемая структуры представляла собой несколько вариаций MMI-делителя 1×2 на основе X-срез тонкопленочного ниобата лития (ТНЛ) (Рисунок 31) [142].

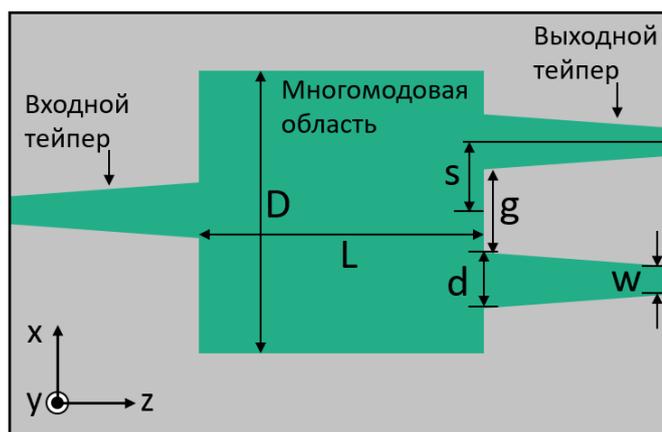


Рисунок 31 – Схема моделируемого MMI-делителя 1×2

Рассматривались волноводы неглубокого травления с толщиной пленки ТНЛ 600 нм, глубиной травления 300 нм и наклоном боковых стенок 70° с воздушным покровным слоем.

Основным количественным параметром, характеризующим правильность модели, выбирался коэффициент передачи мощности от входного волновода к выходным волноводам, вычисляющийся как квадрат модуля интеграла перекрытия между модой выходного волновода и результирующем полем в MMI-делителе. Также качественно оценивалась

схожесть интерференционных картин в многомодовой области, полученных с помощью разработанной модели и BPM [142].

С помощью метода ЭПП трехмерная задача была представлена в виде эквивалентной двумерной путем ввода эффективных показателей преломления волноводного слоя и подложки со значениями n_{effWG} и n_{effBG} 1,96859 и 1,87401 соответственно (значения получены для ТЕ-поляризации электромагнитного поля, распространяющегося в многомодовой области с шириной $D = 14$ мкм). Величина эффективного показателя преломления подложки уточнялась методами, предложенными в статьях [114, 115] с целью снижения ошибки аппроксимации трехмерной структуры двумерной методом ЭПП.

Плотность сетки дискретизации в 2D-BPM определялась постепенным уплотнением сетки пока изменение интегралов перекрытия в выходных волноводах не понизилось до 0,001. Для расчетного окна длиной 240 мкм и шириной 24 мкм шаги дискретизации составили 0,01 мкм по оси x и 0,1 мкм по оси z . В качестве граничных условий использовался идеально согласованный слой толщиной 1 мкм и отражательной способностью 10^{-6} .

В первую очередь моделировался MMI-делитель 1×2 с тейперами на входе и выходе делителя. Задачей данного моделирования была проверка коэффициентов передачи, получаемых с помощью модели. Геометрические параметры топологии MMI-делителя 1×2 были следующими: длина многомодовой области L , соответствующая коэффициенту деления $1/2$, 138 мкм, ширина многомодовой области $D = 14$ мкм, ширина тейперов $d = 3$ мкм, ширина волноводов 1 мкм, длина тейперов 25 мкм, расстояние между выходными тейперами $g = 3,68$ мкм.

Моделирование с помощью 2D BPM показало, что для выбранной топологии потери на рассеяние и обратные отражения являются минимальными. Значения коэффициентов передачи для каждого выходного тейпера составили 0,497 (входное излучение было нормировано на единичную мощность). С помощью разработанной модели были получены аналогичные

результаты как в части значений коэффициентов передачи, так и в части распределения излучения внутри топологии многомодовой области (Рисунок 32) [142].

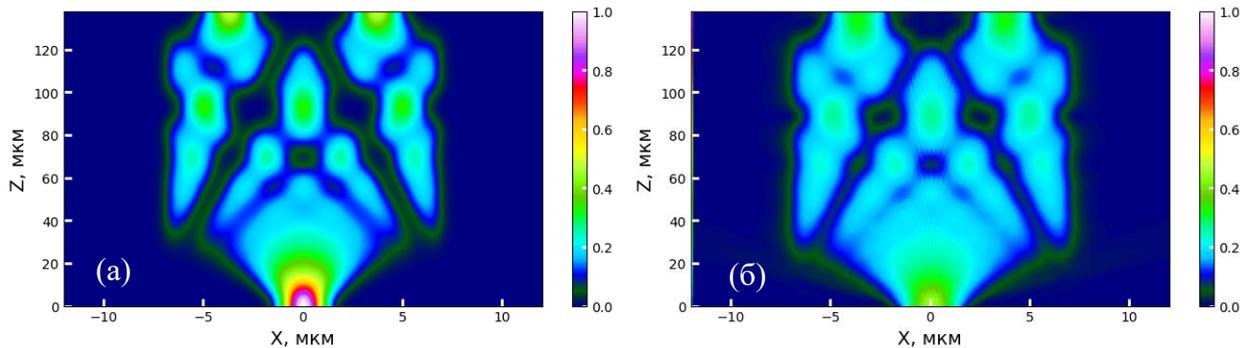


Рисунок 32 – Распределение интенсивности поля в топологии MMI-делителя 1×2 : полученное с помощью разработанной модели (а); полученное с помощью BPM (б)

Также, для схемного моделирования очень важным является точность вычисления коэффициентов передачи в широком диапазоне длин волн. С целью проверки точности вычисления коэффициентов передачи проводилось моделирование рассматриваемого MMI-делителя 1×2 в диапазоне длин волн от 1,5 до 1,6 мкм. Моделирование показало, что в выбранном диапазоне длин волн есть хорошая согласованность результатов, полученных с помощью модели и с помощью метода BPM (Рисунок 33) [142].

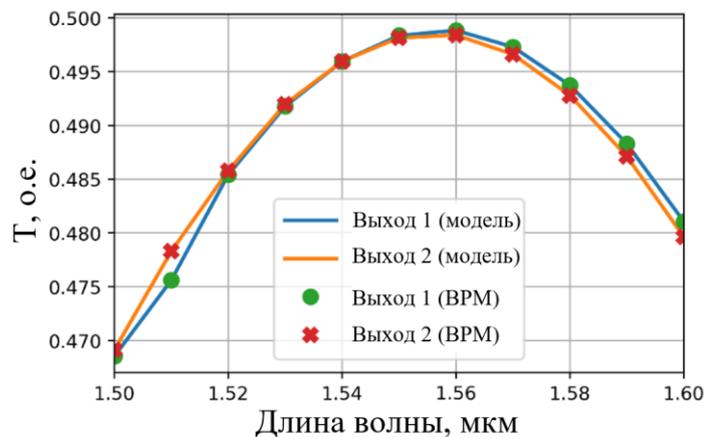


Рисунок 33 – График зависимости мощности в выходных волноводах от длины волны

При построении математической модели было сделано предположение, что в разложении (3.9) достаточно обойтись только волноводными модами, а излучательными модами можно пренебречь. Чтобы убедиться в обоснованности сделанного предположения моделировался MMI-делитель 1×2 без тейперов.

Результаты, полученные с помощью 2D BPM, показали, что в таком случае появляется высвечивание излучения (излучательные моды) в областях перехода многомодовой области в тейперы (рисунок 34.а). Значения коэффициентов передачи составили 0,453 в каждом выходном тейпере. С помощью модели были получены схожие результаты 0,446, также в каждом выходном волноводе (рисунок 34.б). Однако вследствие того, что в модели не учитываются излучательные моды, распределение интенсивности, полученное с помощью модели, не отображает высвечивание излучения (рисунок 34.б) [142].

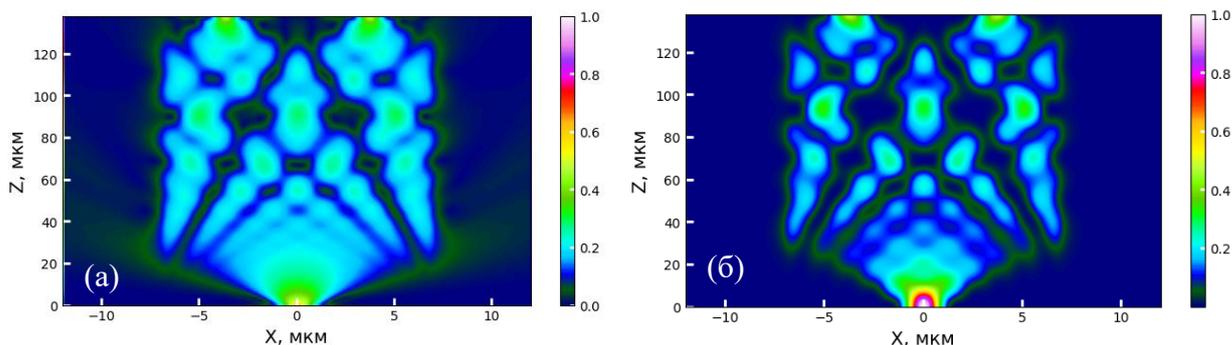


Рисунок 34 – Распределение интенсивности поля в топологии MMI-делителя 1×2 без тейперов: полученное с помощью BPM (а); полученное с помощью разработанной модели (б)

Далее, для проверки модели, длина многомодовой области была увеличена на 25 мкм. В данной конфигурации результирующее поле попадает на торец многомодовой области в рассогласованном виде без выраженных интерференционных максимумов, поэтому большая часть мощности излучения должна переходить в излучательные моды (Рисунок 35.а). Распределение интенсивности, полученное с помощью модели, не отображает

высвечивание излучения, тем не менее структура интерференции внутри многомодовой области соответствует наблюдаемой в результатах метода ВРМ (Рисунок 35.б) [142].

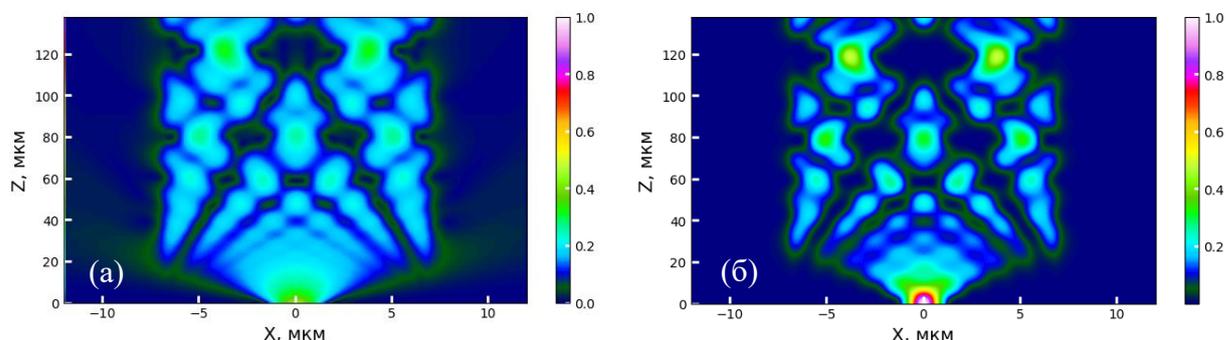


Рисунок 35 – Распределение интенсивности поля в топологии MMI-делителя 1×2 с длиной многомодовой области 163 мкм: полученное с помощью ВРМ (а); полученное с помощью разработанной модели (б)

Коэффициенты передачи, полученные с помощью ВРМ и с помощью разработанной модели, составили 0,160 и 0,162 соответственно.

Таким образом, можно сделать вывод, что разложение результирующего поля только по волноводным модам дает точный результат в вычислении коэффициентов передачи. Однако, такой подход никак не описывает высвечивание излучения из многомодовой области, что следует иметь ввиду в некоторых задачах, где используются многомодовые интерференционные делители [142].

В предыдущих примерах расположение входных и выходных волноводов было выбрано таким образом, чтобы в многомодовой области возникала согласованная картина интерференции. В случае, когда входные или выходные волноводы произвольным образом смещены от центра картина интерференции будет несогласованной. С целью проверки предсказательной способности разработанной модели, моделирование проводилось для топологии делителя, когда входной волновод смещался от одного края многомодовой области до другого с шагом 1 мкм. Для каждой итерации моделирования вычислялись коэффициенты передачи. Как видно из

рисунка 36 разница в значениях коэффициентов передачи между результатами модели и ВРМ незначительная [142].

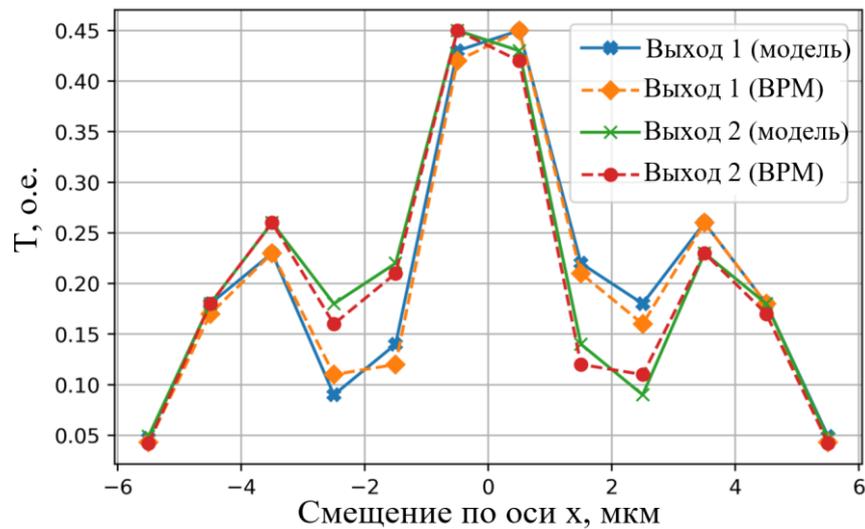


Рисунок 36 – Коэффициенты передачи в зависимости от смещения входного волновода

С целью удостовериться, что разработанная математическая модель подходит для различных материалов, было проведено численное моделирование MMI-делителя 2×2 методом 2D-ВРМ на основе волноводов из нитрида кремния (Рисунок 37) [143].

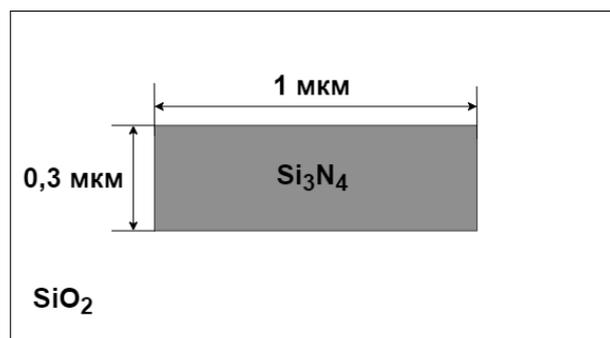


Рисунок 37 – Схема поперечного сечения волновода из нитрида кремния (W – ширина волновода)

Геометрия MMI делителя была следующей: длина L и ширина D MMI бокса 60 и 9 мкм соответственно, смещения входных S_{in} и выходных волноводов S_{out} относительно центра MMI бокса 1,57 мкм, длина тейперов $L_t = 5$ мкм, ширина тейперов $d = 2$ мкм, ширина волноводов $w = 1$ мкм (Рисунок 38) [143].

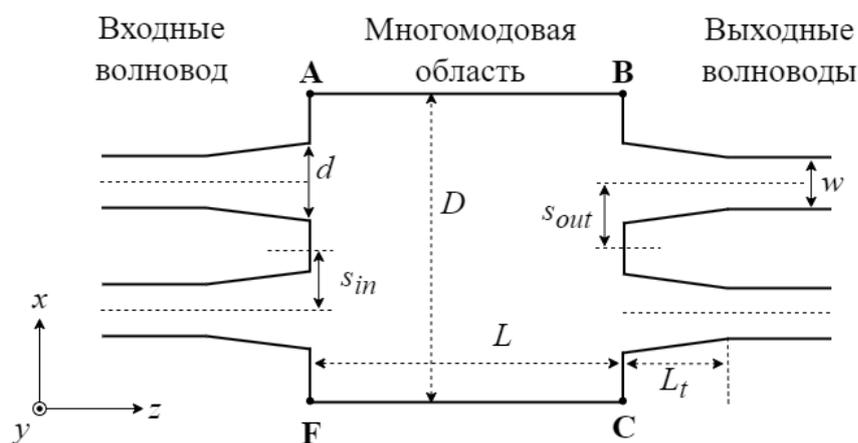


Рисунок 38 – Схема MMI делителя 2×2

Моделирование MMI делителя 2×2 на длине волны 1,55 мкм показало, что распределение интенсивности в MMI-боксе, полученное с помощью разработанной модели (Рисунок 39.а), качественно совпадает с результатом, полученным методом BPM (Рисунок 39.б) [143].

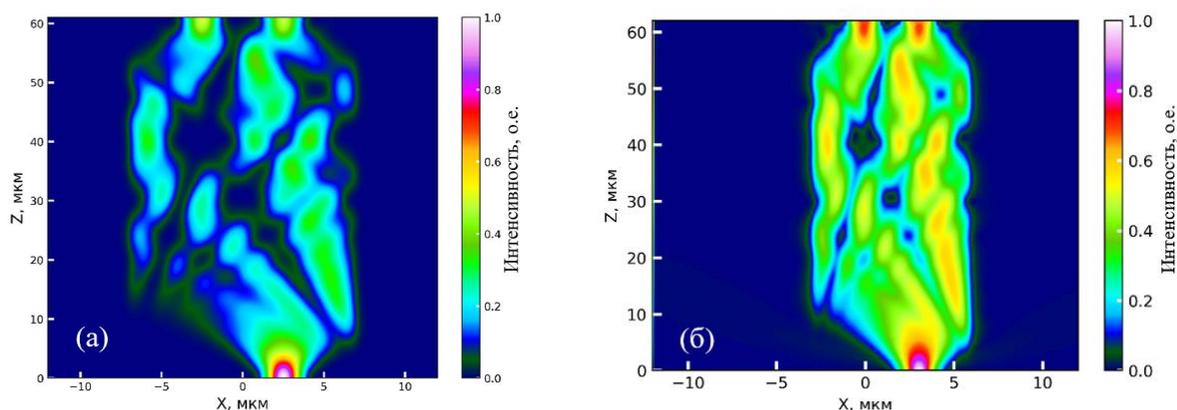


Рисунок 39 – Распределение интенсивности поля на длине волны 1,55 мкм, полученное с помощью полуаналитической модели (а) и с помощью BPM (б) в MMI-делителе 2×2

Разница между мощностью в каждом выходном волноводе, полученной в полуаналитическом методе и в BPM составила около 0,01 (входная мощность была нормирована на 1 Вт).

Далее аналогичное моделирование проводилось для диапазона длин волн от 1,5 до 1,6 мкм с целью получения зависимости мощности излучения в выходных волноводах от длины волны. Построенная зависимость показала, согласованность результатов (Рисунок 40) [143].

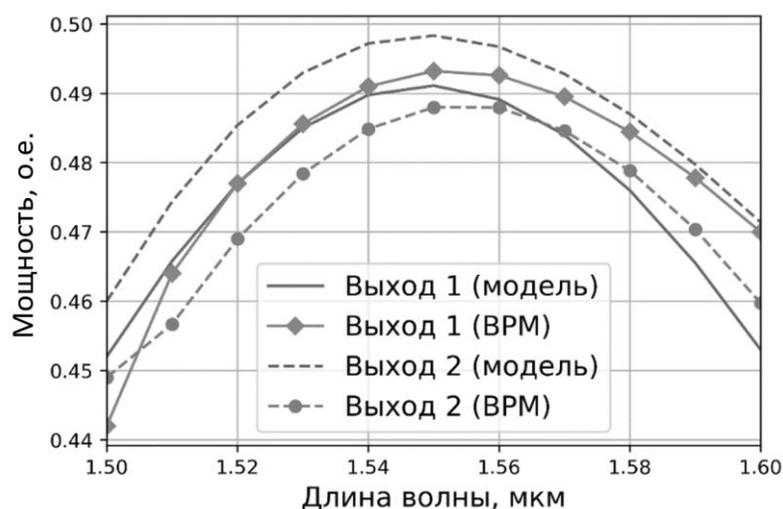


Рисунок 40 – График зависимости выходной мощности в ММІ 2×2 от длины волны

Чтобы оценить насколько сильно различаются результаты, соответствующие полуаналитической модели и ВРМ, был построен график зависимости относительной ошибки, рассчитанной по формуле $\Delta = (P_{\text{модель}} - P_{\text{врм}})/P_{\text{врм}}$, где $P_{\text{модель}}$ – мощность излучения в выходном волноводе, полученная в полуаналитической модели, а $P_{\text{врм}}$ – мощность излучения в выходном волноводе, полученная в ВРМ. Ошибка вычислялась для мощности в каждом выходном волноводе [143].

Из рисунка 41 видно, что для выходного волновода 1 ошибка начинает нарастать с ростом длины волны (в области от 1,52 до 1,6 мкм), тогда как для выходного волновода 2 ошибка сначала спадает (в области от 1,52 до 1,58 мкм), а потом нарастает. Также зависимость показывает, что в выходном волноводе происходит недооценка мощности, которая рассчитывается с помощью разработанная модель, а в выходном волноводе 2 переоценивает [143].

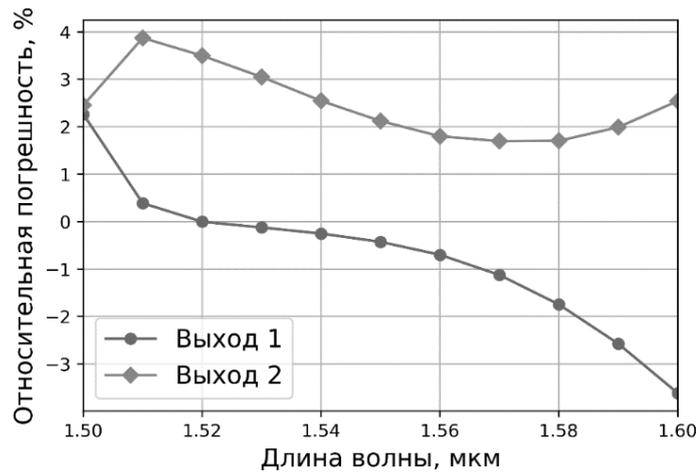


Рисунок 41 – График зависимости относительной ошибки вычисления выходной мощности от длины волны

Чтобы выяснить, связана ли ошибка вычисления мощности в выходных волноводах с точностью расчета распределения электромагнитного поля внутри многомодовой области делителя, строилось распределение интенсивности в сечении на границе с выходными волноводами и многомодовой областью (Сечение ВС, рисунок 38). Результаты сравнения показали, что распределение интенсивности, полученное с помощью разработанной модели и методом 2D-BPM полностью согласуются (Рисунок 42) [143].

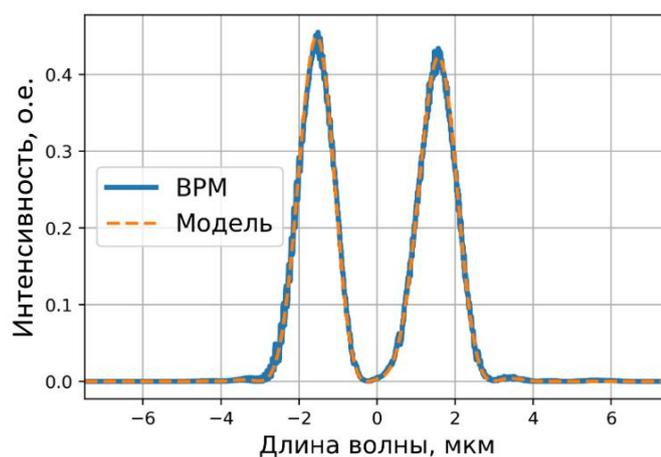


Рисунок 42 – Распределение интенсивности в сечении MMI-делителя 2×2

По всей видимости, различие результатов объясняется тем, что разработанная модель никак не учитывает процесс распространения излучения по тейперам [143].

3.5 Выводы по главе

В данной главе приведены результаты моделирования и анализа оптических делителей – направленного ответвителя и ММІ-делителя 2×2 .

Для направленного ответвителя исследована зависимость длины связи, а также коэффициента связи от зазора между волноводами и длины волны. Результаты показали, что наибольшая однородность коэффициента связи соответствует зазорам 0,4 – 0,6 мкм для ТЕ-моды и 0,4 – 0,5 мкм для ТМ-моды.

Также в настоящей была разработана математическая модель ММІ-делителя $N \times M$, позволяющая моделировать распределение интенсивности излучения в топологии делителя и рассчитывать интегралы перекрытия между модами выходных волноводов и результирующем полем в многомодовой области. Модель не накладывает ограничений на количество входных мод, а также на расположение входных и выходных волноводов [142].

Так как разработанная модель построена на принципах метода модового согласования, то она может легко применяться для построения матриц передачи ММІ-делителей, на основе которых, в свою очередь, возможно проводить схемное моделирование. Кроме того, модель может применяться для моделирования ММІ-тейперов при моделировании дифракционных решеток на основе массива волноводов (arrayed waveguide grating, AWG).

Разработанная математическая модель использует метод ЭПП, поэтому для ее корректной работы необходимо, чтобы излучение в волноводе было преимущественно поляризовано вдоль поперечных осей, то есть чтобы распространяющиеся моды могли считаться ТЕ- и ТМ-модами. Для некоторых высококонтрастных волноводов, например, на основе кремния на изоляторе данное условие не всегда выполняется, так как в общем случае моды таких

канальных волноводов являются гибридными и направление колебания электрического поля не всегда совпадает с поперечными осями [142].

Гибридность мод повышается, когда распространяющиеся моды близки к условию отсечки, стенки волновода не являются перпендикулярными или, когда присутствует анизотропия материала. В свою очередь, когда моды находятся вдали от условия отсечки и когда волновод характеризуется большим отношением ширины к высоте, то метод эффективного показателя преломления работает с высокой точностью. На практике и входные и выходные волноводы, а также многомодовая область MMI-делителя достаточно широки, чтобы обеспечивать высокую точность метода ЭПП. Таким образом, разработанная модель дает результаты сопоставимые с ВРМ, позволяет моделировать MMI-делители с любым числом входных и выходных волноводов любой конфигурации, может применяться в составе схемного моделирования.

Разработанная модель может быть расширена, например, добавлением в модовое разложение (3.12) излучательных мод с целью более точного представления распределения полей. Это может быть полезно, если входные и выходные волноводы не являются адиабатическими, то есть их топология меняется быстро, что приводит к генерации радиационных мод. Преобразование мод в выходных волноводах может быть оценено с помощью теории связанных локальных мод. Также модель может быть расширена модами распространяющимися назад.

4. Моделирование изогнутых волноводов на основе тонкопленочного ниобата лития

Моделирование изогнутых волноводов на основе тонкопленочного ниобата лития ставит перед собой две задачи: определение оптических потерь на изгибе волновода и вычисление зависимости эффективного показателя преломления от радиуса изгиба волновода; расчет перекачки мощности из ТЕ-моды в ТМ-моду вследствие оптической анизотропии ниобата лития.

Первая задача обычно решается с помощью применения метода FDFD для решения векторного волнового уравнения (роторов напряженностей электрического и магнитного полей в случае применения шаблона дискретизации \mathcal{Y}_i) в цилиндрической системе координат. Вторая задача может решаться универсальными методами наподобие FDTD, либо с помощью теории связанных мод.

4.1 Метод конечных разностей в частотной области для моделирования изогнутых оптических волноводов

Оптическая мода может существовать только в однородных вдоль оси распространения волноводов. В случае с прямым волноводом предполагается, что волновод однороден вдоль оси распространения излучения z (остаются постоянными геометрические параметры поперечного сечения волновода и показатели преломления материалов). Однако, в случае с изогнутым волноводом на основе X-среза ТНЛ, заданным в цилиндрической системе координат (Рисунок 43.а), геометрические параметры поперечного сечения сохраняются, но показатель преломления (диэлектрическая проницаемость) ниобата лития (Рисунок 43.б) зависит от угла поворота θ . Отсюда следует, что для каждого угла θ будут существовать свои моды (моды в некотором сечении неоднородного волновода еще называют локальными модами).

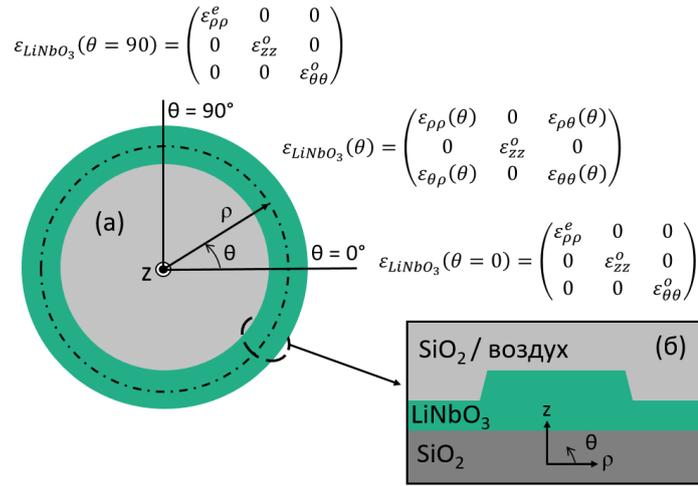


Рисунок 43 – Схема изогнутого волновода: вид сверху (а); поперечное сечение (б)

Для простоты можно обойтись анализом мод изогнутого волновода для углов θ равных 0 и 90° .

Для анализа характеристик оптических мод изогнутых волноводов была разработана программа на основе метода FDFD с сеткой дискретизации Йи [86, 124].

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \frac{\partial E_\theta}{\partial z} &= k_0 H'_\rho, \\
 \frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} &= k_0 H'_\theta, \\
 \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho E_\theta)}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \theta} \right] &= k_0 H'_z,
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\rho} \frac{\partial H'_z}{\partial \theta} - \frac{\partial H'_\theta}{\partial z} &= k_0 \varepsilon_{\rho\rho} E_\rho, \\
 \frac{\partial H'_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H'_z}{\partial \rho} &= k_0 \varepsilon_{\theta\theta} E_\theta, \\
 \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho H'_\theta)}{\partial \rho} - \frac{\partial H'_\rho}{\partial \theta} \right] &= k_0 \varepsilon_{zz} E_z,
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

где координата ρ – радиус, координата z – высота, координата θ – угол поворота. Магнитное поле нормировано на волновое сопротивление вакуума

$\mathbf{H}' = -i\eta_0 \mathbf{H}$, $\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$. Форма решения предполагается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\rho, \theta, z) &= \mathbf{e}(\rho, z) e^{-ik_0 n_{eff} \rho \theta}, \\ \mathbf{H}'(\rho, \theta, z) &= \mathbf{h}'(\rho, z) e^{-ik_0 n_{eff} \rho \theta}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Когда решения в виде уравнений (4.3) подставляются в роторы напряженностей электрического (4.1) и магнитного полей (4.2), получаются уравнения, описывающие моду в любом сечении изогнутого волновода (Рисунок 43). Тогда уравнения, описывающие оптические моды в волноводе в операторном виде, полагая, что рассматривается сечение $\theta = 0$, выглядят так [86, 124]:

$$\begin{aligned} in_{eff} e_z - D_z^e e_\theta &= h'_\rho, \\ D_z^e e_\rho - D_\rho^e e_z &= h'_\theta, \\ D_\rho^e e_\theta + \rho^{-1} e_\theta - in_{eff} e_\rho &= h'_z, \\ in_{eff} h'_z - D_z^e h'_\theta &= \varepsilon_{\rho\rho} e_\rho, \\ D_z^e h'_\rho - D_\rho^e h'_z &= \varepsilon_{\theta\theta} e_\theta, \\ D_\rho^e h'_\theta + \rho^{-1} h'_\theta - in_{eff} h'_\rho &= \varepsilon_{zz} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Теперь, если исключить продольные компоненты h_θ и e_θ , можно получить операторное уравнение относительно поперечных компонент напряженности электрического поля [86, 124]:

$$PQ \begin{bmatrix} e_\rho \\ e_z \end{bmatrix} = -in_{eff}^2 \begin{bmatrix} e_\rho \\ e_z \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

где P и Q – блочные матрицы:

$$\begin{aligned} P &= \begin{bmatrix} (D_\rho^e \varepsilon_{\theta\theta}^{-1} D_z^h + \rho^{-1} \varepsilon_{\theta\theta}^{-1} D_z^h) & -(I + D_\rho^e \varepsilon_{\theta\theta}^{-1} D_\rho^h + \rho^{-1} \varepsilon_{\theta\theta}^{-1} D_\rho^h) \\ (I + D_z^e \varepsilon_{\theta\theta}^{-1} D_z^h) & -D_z^e \varepsilon_{\theta\theta}^{-1} D_\rho^h \end{bmatrix}, \\ Q &= \begin{bmatrix} (D_\rho^h D_z^e + \rho^{-1} D_z^e) & -(\varepsilon_{zz} + D_\rho^h D_\rho^e + \rho^{-1} D_\rho^e) \\ (\varepsilon_{\rho\rho} + D_z^h D_z^e) & -D_z^h D_\rho^e \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Таким образом, уравнение (4.6) представляет собой задачу на собственные значения, результатом решения которой являются оптические моды изогнутого волновода.

4.2 Расчет параметров оптических мод в изогнутых волноводах на основе тонкопленочного ниобата лития

В ходе моделирования исследовался изогнутый волновод с шириной 1 мкм, углом наклона боковой стенки 70° , толщиной волноводной пленки 0,6 мкм и глубиной травления 0,3 мкм, волновод был ориентирован вдоль Y-кристаллофизической оси. Основными задачами данного моделирования было определение критического радиуса изгиба (когда излучение перестает каналироваться волноводом), оптических потерь на изгибе и эффективных показателей преломления от радиуса изгиба.

Сначала выполнялся поиск критического радиуса изгиба. Для этого последовательно с шагом 10 мкм уменьшался радиус изгиба волновода. Стартовым значением было выбрано 100 мкм, так как для волноводов с контрастом $\Delta n \approx 0,6$ такой радиус практически не влияет на распространение излучения. В ходе моделирования было выявлено, что фундаментальная TE-мода перестает каналироваться при радиусе изгиба 10 мкм (Рисунок 44.а). В свою очередь фундаментальная TM-мода продолжает каналироваться даже при радиусе изгиба 5 мкм (рассматривать меньшие радиусы не целесообразно, так как практически сложно изготавливать такие структуры) (Рисунок 44.б).

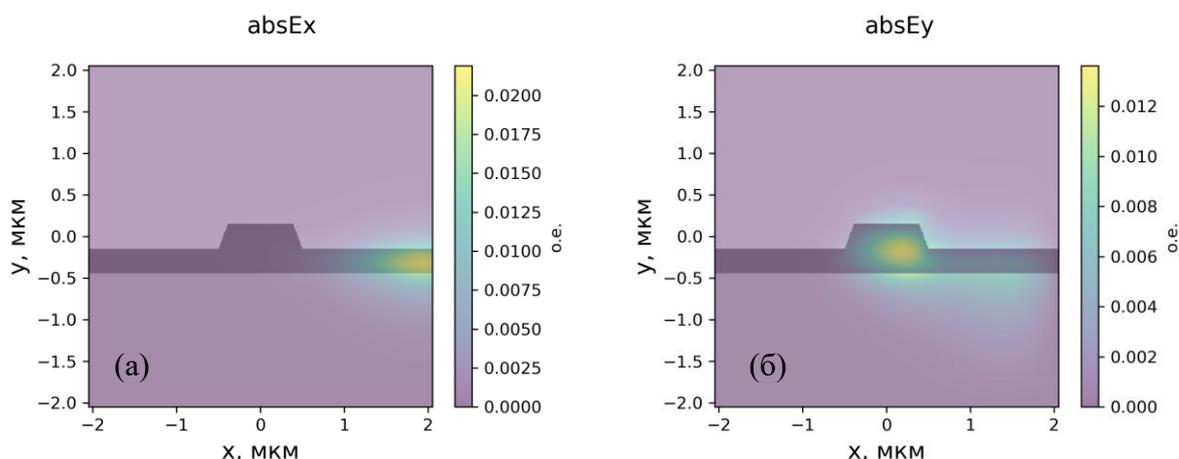


Рисунок 44 – Распределение интенсивности фундаментальных ТЕ- и ТМ-мод в поперечном сечении изогнутого волновода: ТЕ-мода на длине волны 1,55 мкм с радиусом изгиба $R = 10$ мкм; ТМ-мода на длине волны 1,55 мкм с радиусом изгиба $R = 5$ мкм

Полученный результат объясняется тем, что для существования волноводной ТЕ-моды важны условия, определяющие поперечный резонанс вдоль оси x . Эти условия могут сильно меняться при изменении радиуса изгиба в случае с ТЕ-модой. С другой стороны, для существования ТМ-моды прежде всего важны условия поперечного резонанса вдоль оси y , которые изменяются в меньшей степени при изменении радиуса изгиба.

Далее исследовалась зависимость эффективных показателей преломления и оптических потерь на изгибе фундаментальных мод от радиуса изгиба и длины волны излучения. Радиус изгиба варьировался от 70 до 20 мкм с шагом 10 мкм. Полученные результаты показали, что оптические потери на изгибе для ТЕ-моды начинают возрастать, начиная с радиуса 50 мкм, но основной скачок потерь происходит в диапазоне от 30 до 20 мкм (Рисунок 45.а.). Зависимость эффективных показателей преломления также показывает плавное нарастание значений при уменьшении радиуса изгиба (Рисунок 45.б).

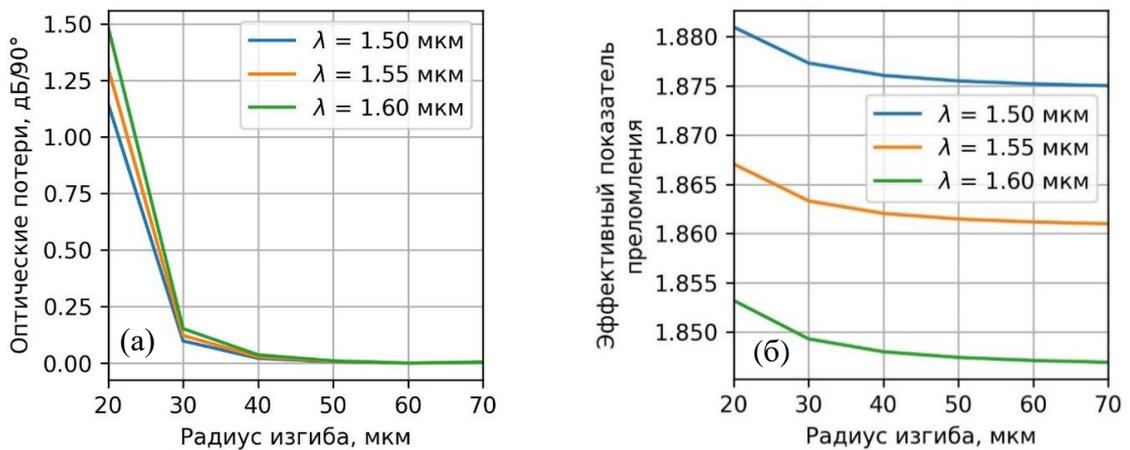


Рисунок 45 – Результаты расчета ТЕ-моды в изогнутом волноводе: зависимость оптических потерь (а) и эффективного показателя преломления (б) от радиуса изгиба

Значение оптических потерь на изгибе радиусом 20 мкм составляет значения в пределах от 1 до 1,5 дБ/90°. При таком радиусе изгиба происходит смещение моды во внешнюю сторону волновода, и часть мощности утекает из волновода по недотравленной пленке ниобата лития (Рисунок 46).

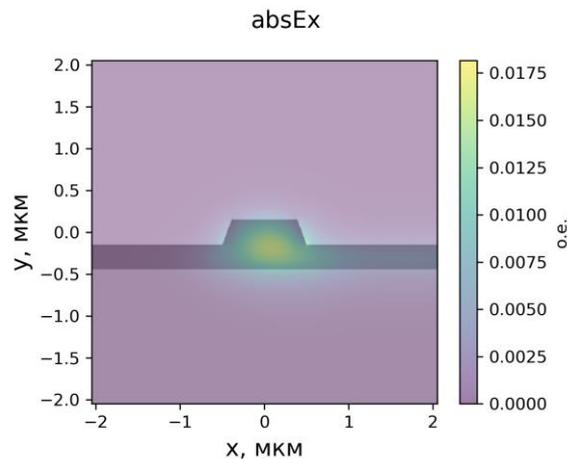


Рисунок 46 - Распределение модуля x-компоненты напряженности электрического поля ТЕ-моды на длине волны 1,55 мкм при радиусе изгиба $R = 20$ мкм

Влияние радиуса изгиба на ТМ-моду проявляется в меньшей степени. Так оптические потери не превышают 0,15 дБ/90° даже для малых радиусов кривизны 20 и 30 мкм (Рисунок 47.а). Изменение величины эффективного

показателя преломления также выражено гораздо слабее и в рассматриваемом диапазоне радиусов изгиба практически не проявляется (Рисунок 47.б).

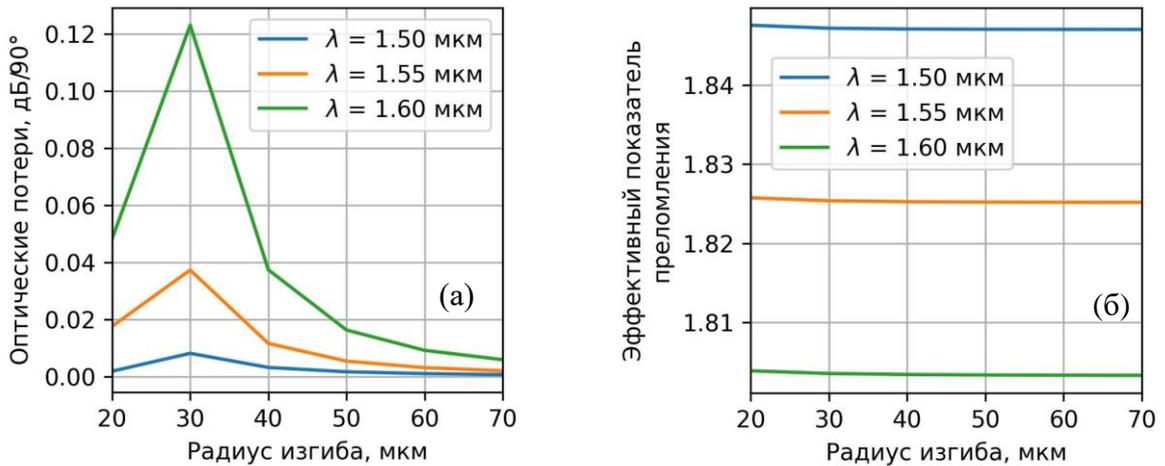


Рисунок 47 – Результаты моделирования ТМ-моды в изогнутом волноводе: зависимость оптических потерь от радиуса изгиба (а) и эффективного показателя преломления (б) от радиуса изгиба

Смещение ТМ-моды на изгибе волновода также незначительно (Рисунок 48).

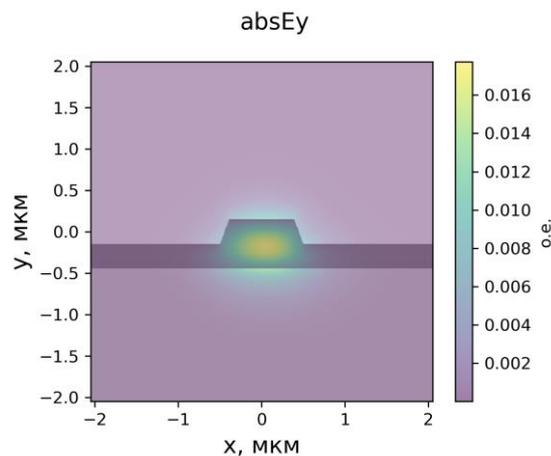


Рисунок 48 - Распределение y-компоненты напряженности электрического поля ТМ-моды на длине волны 1,55 мкм при радиусе изгиба $R = 20$ мкм

Полученные результаты показывают, что волноводы с радиусом изгиба 70 мкм имеют минимальные оптические потери на изгибе, эффективные показатели преломления фундаментальных мод такие же, как в прямом волноводе. Пограничное значение радиуса изгиба является 50 мкм. Такие

волноводы еще имеют достаточно низкие потери, эффективные показатели преломления близкие к значениям прямого волновода и слабое смещение мод относительно центра волновода.

4.3 Теория связанных мод для анизотропных оптических волноводов

Как было показано в литературном обзоре моделирование связи оптических мод и обмена мощностью между ними можно выполнять с помощью теории связанных мод (ТСМ).

Ключевыми этапами алгоритма применения ТСМ является выбор некоторого базового волновода (в качестве примера рассматривается волновод с шириной W на рисунке 49), описывающегося распределением значений элементов тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon(x, y)$. В выбранном базовом волноводе рассчитываются его оптические моды и эффективные показатели преломления. Найденные моды используются для построения распределения электромагнитного поля в другом волноводе (назовем его «новый» волновод) с шириной $W - \Delta W$, который описывается распределением значений элементов тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon'(x, y)$ (Рисунок 49).

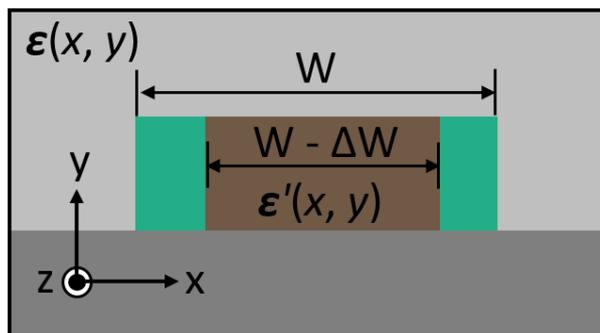


Рисунок 49 – Схематическое изображение базисного и нового волноводов

Распределение электромагнитного поля внутри нового волновода представляет собой взвешенную сумму базисных мод (3.9). Весовые коэффициенты этого разложения представляют собой амплитуды базисных мод. В ходе распространения излучения по новому волноводу может происходить изменение величин амплитуд базисных мод. Изменение

амплитуд базисных мод описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{da_\mu}{dz} = -i\beta_\mu a_\mu + \sum_v K_{\mu\nu} a_\nu, \quad (4.8)$$

где a_μ, a_ν – комплексные амплитуды μ -ой и ν -ой моды соответственно, β_μ – постоянная распространения μ -ой моды, $K_{\mu\nu}$ – коэффициент связи между μ -ой и ν -ой модами. Коэффициент связи $K_{\mu\nu}$ математически выражает проекцию одной базисной моды на другую и в некотором роде показывает величину взаимодействия между модами в областях где базисный волновод и новый волновод отличаются друг от друга (Рисунок 50).

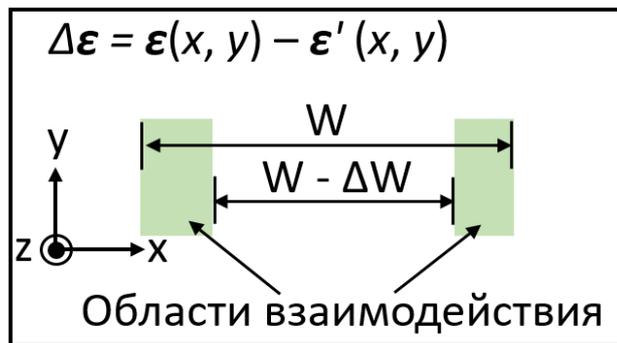


Рисунок 50 – Схематическое изображение разности значений элементов тензоров базисного и нового волновода

Существуют различные вариации ТСМ, в основном различающиеся тем, как выводится коэффициент связи. Зачастую при моделировании связи мод в волноводах справедливо считать, что величина $\Delta\epsilon$ мала (новый волновод слабо отличается от базисного). В таком случае коэффициент связи между модами можно вычислять по формуле:

$$K_{\mu\nu} = \frac{\omega}{4iP} \iint \mathbf{E}_\mu^* \cdot \Delta\epsilon \cdot \mathbf{E}_\nu dx dy, \quad (4.9)$$

где $\Delta\epsilon$ – изменение тензора диэлектрической проницаемости, $\mathbf{E}_\mu, \mathbf{E}_\nu$ – векторы напряженности электрического поля μ -ой и ν -ой моды, * - комплексное сопряжение, \cdot - скалярное произведение. Однако Маркузе показал, что коэффициент связи может быть получен строго, без предположений о малости

$\Delta\epsilon$ [133]. Коэффициента связи для произвольной величины $\Delta\epsilon$ задается уравнением:

$$\begin{aligned}
 K_{\mu\nu} = \frac{i\omega}{4P} \iint \left\{ \mathbf{E}_{\mu t}^* \cdot \left[\left(\frac{\boldsymbol{\epsilon}_t \cdot \boldsymbol{\epsilon}_z}{\epsilon_{zz}} - \frac{\boldsymbol{\epsilon}'_t \cdot \boldsymbol{\epsilon}'_z}{\epsilon'_{zz}} \right) - (\boldsymbol{\epsilon}_t - \boldsymbol{\epsilon}'_t) \right] \cdot \mathbf{E}_{\nu t} - \mathbf{E}_{\mu t}^* \right. \\
 \cdot \left(\frac{\epsilon'_{zz}}{\epsilon_{zz}} \boldsymbol{\epsilon}_t - \boldsymbol{\epsilon}'_t \right) \cdot \left(\frac{\boldsymbol{\epsilon}'_z}{\epsilon'_{zz}} \mathbf{E}_{\nu t} + E_{\nu z} \right) + (\boldsymbol{\epsilon}'_z \cdot \mathbf{E}_{\mu t}^* - \epsilon'_{zz} E_{\mu z}^*) \\
 \left. \cdot \left[\left(\frac{\epsilon'_{zz}}{\epsilon_{zz}} - 1 \right) \left(\frac{\boldsymbol{\epsilon}_z}{\epsilon_{zz}} \mathbf{E}_{\nu t} + E_{\nu z} \right) - \left(\frac{\boldsymbol{\epsilon}_z}{\epsilon_{zz}} - \frac{\boldsymbol{\epsilon}'_z}{\epsilon'_{zz}} \right) \cdot \mathbf{E}_{\nu t} \right] \right\} dx dy, \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

Где \mathbf{E}_μ , \mathbf{E}_ν – векторы напряженности электрического поля μ -ой и ν -ой моды (индекс t обозначает, что x и y компоненты вектора ненулевые, индекс z – обозначает что только z компонента вектора ненулевая), $*$ – комплексное сопряжение, $\boldsymbol{\epsilon}_t$ – тензор диэлектрической проницаемости с ненулевыми строками, соответствующими x и y компонентам:

$$\boldsymbol{\epsilon}_t = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\boldsymbol{\epsilon}_z$ – тензор диэлектрической проницаемости с ненулевой строкой, соответствующей z компоненте:

$$\boldsymbol{\epsilon}_z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix},$$

ϵ_{zz} – z компонента тензора диэлектрической проницаемости. Тензор диэлектрической проницаемости $\boldsymbol{\epsilon}$ без апострофа описывает волновод с возмущениями, тензор диэлектрической проницаемости с апострофом $\boldsymbol{\epsilon}'$ описывает базовый волновод.

Теория Маркузе потенциально применима к более широкому классу задач (например, данный способ может быть применен к задаче моделирования изогнутого гофрированного волновода на основе анизотропного материала) так как не делается никаких предположений относительно величины возмущения тензора диэлектрической проницаемости $\Delta\epsilon$.

4.4 Моделирование связи мод в изогнутых волноводах на основе тонкопленочного ниобата лития

В волноводах на основе Х-среза ТНЛ одним из источников связи мод выступает оптическая анизотропия кристалла ниобата лития. Другой источник – малый радиус изгиба волновода. Как было показано ранее, малые радиусы изгиба приводят к смещению от центра волновода максимума интенсивности в распределении поля моды, изменению эффективных показателей преломления и появлению оптических потерь. Все вышеперечисленное также может приводить появлению оптической связи между модами.

В настоящей работе эффекты, обусловленные малыми радиусами кривизны, не рассматривались. В моделировании связи фундаментальной ТЕ- и фундаментальной ТМ-моды учитывалось только влияние анизотропии материала. Такой подход справедлив, когда изгиб волновода не приводит к изменению характеристик распространяющихся мод. Определить соответствующий радиус можно с помощью расчета мод в изогнутом волноводе. В данном случае можно пренебречь эффектами, вызванными изгибом волновода, а рассматривать только влияние анизотропии на оптические свойства мод [144].

Тензор диэлектрической проницаемости изогнутого волновода зависит от угла поворота θ (Рисунок 51). Эта зависимость задается поворотом системы координат, связанной с поперечным сечением волновода относительно кристаллофизической системы координат ниобата лития [136]:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\theta) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \cos^2 \theta + \varepsilon_{zz} \sin^2 \theta & 0 & \varepsilon_{zz} \cos \theta \sin \theta - \varepsilon_{xx} \cos \theta \sin \theta \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ \varepsilon_{zz} \cos \theta \sin \theta - \varepsilon_{xx} \cos \theta \sin \theta & 0 & \varepsilon_{xx} \sin^2 \theta + \varepsilon_{zz} \cos^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

где ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{zz} – значения диэлектрической проницаемости вдоль x , y , z осей, θ – угол поворота системы координат вокруг y -оси.

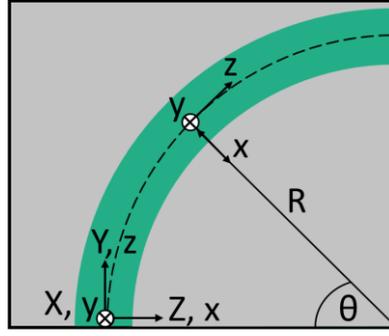


Рисунок 51 - Схема изогнутого волновода

Принимая во внимание уравнение (4.11), коэффициент связи для случая $\Delta\varepsilon$ произвольной величины запишется следующим образом:

$$K_{\mu\nu}(\theta) = \frac{i\omega}{4P} \iint \left\{ \left(\frac{\varepsilon_{xz}^2}{\varepsilon_{zz}} - \Delta\varepsilon_{xx} \right) E_{vx} E_{\mu x}^* - \frac{\varepsilon'_{zz}}{\varepsilon_{zz}} \varepsilon_{xz} E_{vz} E_{\mu x}^* + \varepsilon'_{zz} E_{\mu z}^* \left[\left(\frac{\varepsilon'_{zz}}{\varepsilon_{zz}} - 1 \right) E_{vz} - \frac{\varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zz}} E_{vx} \right] \right\} dx dy. \quad (4.12)$$

Коэффициент связи, определяющийся уравнении (4.9), примет вид:

$$K_{\mu\nu}(\theta) = \frac{\omega}{4iP} \iint \left[E_{\mu x}^* (\Delta\varepsilon_{xx} E_{vx} + \varepsilon_{xz} E_{vz}) + E_{\mu z}^* (\varepsilon_{zx} E_{vx} + \Delta\varepsilon_{zz} E_{vz}) \right] dx dy. \quad (4.13)$$

Необходимо отметить, что в коэффициенте связи (уравнения (4.12) и (4.13)) отсутствует y -компонента напряженности электрического поля, так как отсутствует зависимость ε_{yy} от угла, то есть вклад в значение коэффициента связи вносят только x и z компоненты напряженностей электрических полей μ -ой и ν -ой моды.

Расчет коэффициентов связи требует нахождения модовых полей и постоянных распространения μ -ой и ν -ой моды невозмущенного волновода, которые могут быть получены с помощью модового решателя.

В ходе моделирования оптических мод применялась однородная сетка дискретизации с размером расчетного окна 5×5 мкм и числом точек дискретизации 301×301 . На границе расчетной области использовались граничные условия Дирихле [144].

Параметры поперечного сечения исследуемых волноводов были следующие: ориентация вдоль Y-кристаллофизической оси, W – ширина волновода 1 мкм, h – глубина травления 0,3 мкм, H_{LN} – толщина слоя $LiNbO_3$ 0,6 мкм, H_{SiO_2} – толщина слоя SiO_2 4.7 мкм, θ – угол наклона боковой стенки.

Параметры поперечного сечения канального волновода были получены в Главе 2. В процессе моделирования варьировались наклон боковой стенки от 60° до 90° и материал покровного слоя (воздух и SiO_2) для оценки влияния данных параметров на гибридизацию мод и перекачку мощности между модами [144].

4.5 Результаты моделирования межмодовой связи

С целью вычисления эффективных показателей преломления и распределения полей фундаментальных TE- и TM-мод было проведено моделирование волноводов с вариацией угла наклона боковых стенок и материала покровного слоя для диапазона длин волн от 1,5 до 1,6 мкм [144].

Из рисунков 52.a и 52.b видно, что для рассматриваемых конфигураций поперечного сечения не происходит модовой гибридизации и разница между эффективными показателями преломления TE- и TM-мод растет с увеличением длины волны в волноводах.

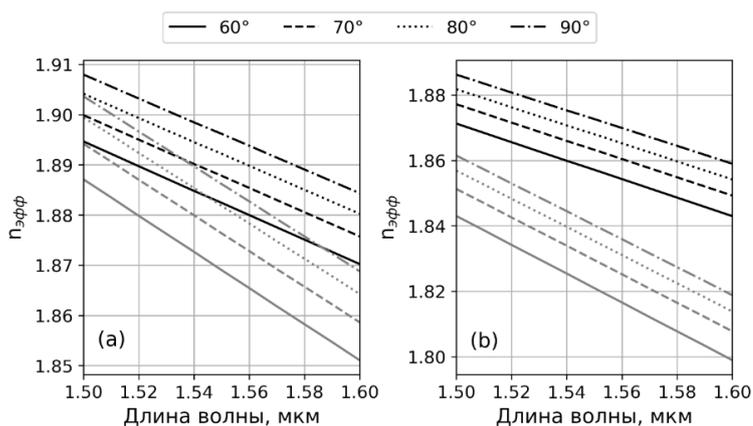


Рисунок 52 - Зависимость эффективных показателей преломления TE- и TM-мод от длины волны и угла наклона боковой стенки: волновод с покровным слоем из SiO_2 (a); волновод с покровным слоем из воздуха (b) (линии черного цвета соответствуют TE-модам, линии серого цвета, соответствуют TM-модами)

Известно, что для обмена мощностью между модами требуется, чтобы их эффективные показатели преломления были близки по значению [61]. Однако равенство эффективных показателей преломления мод в базисном волноводе не гарантирует одинаковой эффективности обмена мощностью между модами на всей длине изогнутого волновода. Это связано с зависимостью коэффициента связи и эффективных показателей преломления от угла поворота волновода.

Зависимость эффективных показателей преломления от угла поворота волновода учитывается в уравнениях связанных мод с помощью добавления собственных коэффициентов связи K_{TM-TM} , K_{TE-TE} :

$$\begin{aligned}\frac{da_{TM}}{dz} &= -i\beta_{TM}a_{TM} + K_{TM-TM}a_{TM} + K_{TM-TE}a_{TE}, \\ \frac{da_{TE}}{dz} &= -i\beta_{TE}a_{TE} + K_{TE-TE}a_{TE} + K_{TE-TM}a_{TM},\end{aligned}\tag{4.14}$$

где a_{TM} , a_{TE} – комплексные амплитуды фундаментальных ТМ- и ТЕ-мод соответственно, β_{TM} – постоянная распространения μ -ой моды, β_{TE} – постоянная распространения ТЕ-моды, K_{TM-TE} , K_{TE-TM} – коэффициенты связи фундаментальных ТМ- и ТЕ-мод между собой.

Коэффициенты K_{TE-TE} , K_{TM-TM} можно рассматривать как изменение постоянной распространения мод вследствие изменения тензора диэлектрической проницаемости: $\Delta\beta = 1/i * K_{\nu\nu}$, где ν – либо ТЕ-, либо ТМ-моды.

Таким образом, для каждой длины волны и каждой конфигурации поперечного сечения волновода вычислялись значения изменений постоянных распространения ТЕ- и ТМ-мод и коэффициенты связи между ТЕ- и ТМ-модами для углов поворота волновода от 0 до 360° (все графики ниже по тексту приводятся для диапазона углов от 0 до 180°, так как являются симметричными относительно точки 180°). Также для каждого случая рассчитывался коэффициент фазового рассогласования δ , качественно показывающий изменение эффективности связи между модами в зависимости от угла поворота волновода:

$$\delta = \frac{\beta_{TE} + \Delta\beta_{TE} - \beta_{TM} - \Delta\beta_{TM}}{2}. \quad (4.15)$$

На рисунке 53 приведены графики зависимости изменения ЭПП от угла поворота волновода с воздушным покровным слоем и углом наклона боковой стенки 90° . Кривые, лежащие в положительной полуплоскости (черный цвет), соответствуют TE-модам, кривые, лежащие в отрицательной полуплоскости (серый цвет), соответствуют TM-модам.

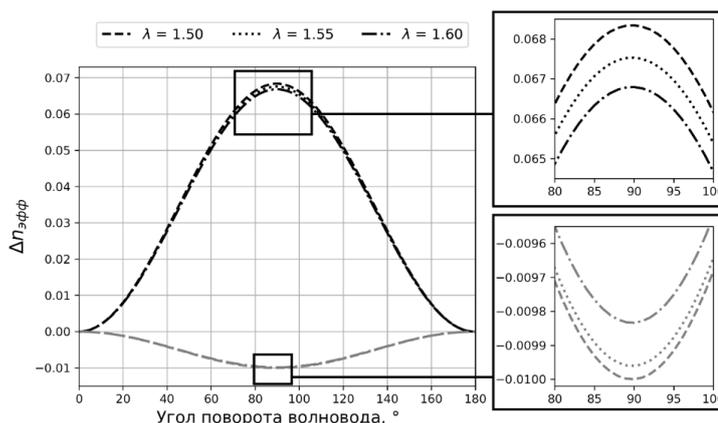


Рисунок 53 - Зависимости изменения ЭПП от угла поворота волновода с воздушным покровным слоем и углом наклона боковой стенки 90°

На рисунке 54 приведены графики зависимости изменения ЭПП от угла поворота волновода с покровным слоем из SiO_2 и углом наклона боковой стенки 90° . Кривые, лежащие в положительной полуплоскости (черный цвет), соответствуют TE-модам, кривые, лежащие в отрицательной полуплоскости (серый цвет), соответствуют TM-модам.

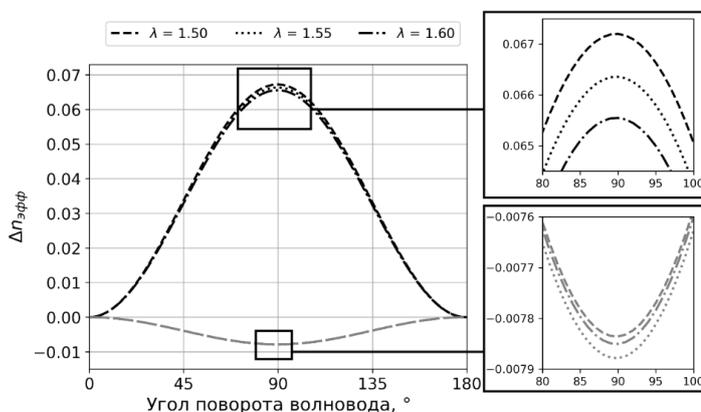


Рисунок 54 - Зависимости изменения ЭПП от угла поворота волновода с покровным слоем из SiO_2 и углом наклона боковой стенки 90°

Величина изменения эффективных показателей преломления определяется направлением колебания вектора напряженности электрического поля и тензором диэлектрической проницаемости. Так как в действительности в канальных волноводах распространяются гибридные моды (то есть напряженность электрического поля имеет три ненулевых компоненты), то каждая мода всегда имеет ненулевые проекции напряженности электрического поля на каждую кристаллофизическую ось (Рисунок 55).

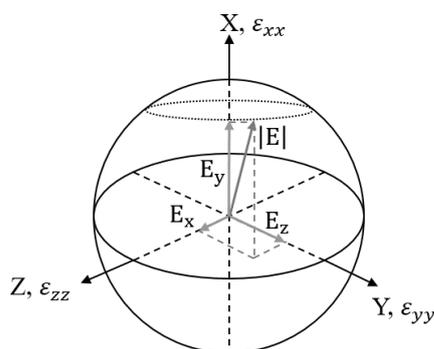


Рисунок 55 - Проекция вектора напряженности электрического поля на оси x, y, z

Поэтому изменение постоянной распространения определяется всеми ненулевыми элементами тензора диэлектрической проницаемости.

Из графиков на рисунках 53 и 54 видно, что изменение ЭПП равны нулю для углов 0° и 180° , что соответствует волноводу, направленному вдоль Y -кристаллофизической оси (волновод, который в настоящей статье выбран базисным для расчетов с помощью теории связанных мод). Максимальное изменение наблюдается для углов 90° и 270° - это соответствует волноводам, направленным вдоль Z -кристаллофизической оси.

Зависимость изменения ЭПП фундаментальных ТЕ- и ТМ-мод слабо зависит от угла наклона боковых стенок, максимальная разница не превышает 0,001 (покровный слой SiO_2) и 0,002 (покровный слой воздух), поэтому графики, показанные на рисунках 53 и 54, были приведены только для угла наклона боковой стенки 90° .

Далее были рассчитаны коэффициенты фазового рассогласования. На рисунке 56 приведены зависимости фазового рассогласования между ТЕ- и ТМ-модами от угла поворота волновода с углом наклона боковых стенок 90° и покровным слоем SiO_2 .

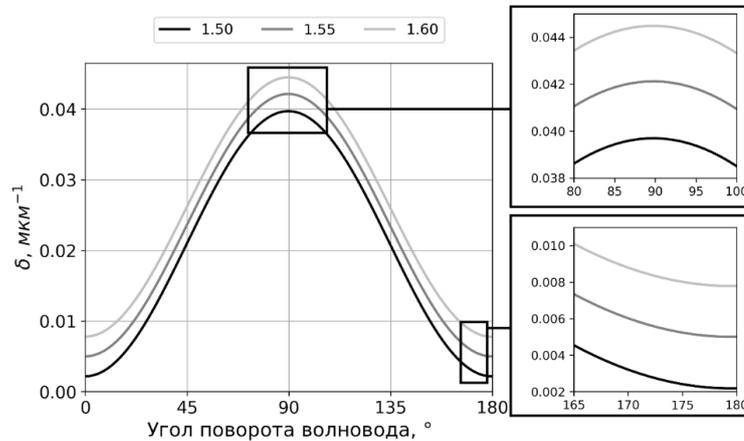


Рисунок 56 - Зависимости фазового рассогласования между ТЕ- и ТМ-модами от угла поворота волновода с углом наклона боковых стенок 90° и покровным слоем SiO_2 .

На рисунке 57 показаны зависимости фазового рассогласования между ТЕ- и ТМ-модами от угла поворота волновода с углом наклона боковых стенок 90° и с воздушным покровным слоем.

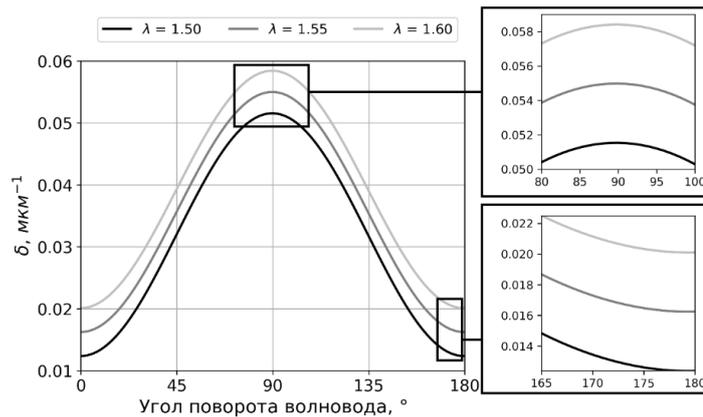


Рисунок 57 - Зависимости фазового рассогласования между ТЕ- и ТМ-модами от угла поворота волновода с углом наклона боковых стенок 90° и с воздушным покровным слоем

Моды имеют близкие эффективные показатели преломления и слабое фазовое рассогласование в диапазоне углов близких к Y-направлению волновода, что обуславливает возможность обмена мощностью между модами. Однако фазовое рассогласование быстро нарастает с увеличением угла поворота, что должно приводить к ослаблению связи.

Также из графиков видно, что зависимость фазового рассогласования от длины волны в выбранных пределах достаточно слабая и не превышает 0,01. Зависимость фазового рассогласования фундаментальных TE- и ТМ-мод слабо зависит от угла наклона боковых стенок, максимальная разница составила 0,001 как для воздушного покровного слоя, так и для покровного слоя из SiO₂ поэтому графики, показанные на рисунках 56 и 57, были приведены только для угла наклона боковой стенки 90°.

На рисунке 58 представлены зависимости модуля коэффициента связи от угла поворота для волноводов с углом наклона боковых стенок 60 и 90° и покровным слоем из SiO₂. Точками обозначены результаты вычисления коэффициента связи по формуле 4.12, сплошные линии соответствуют формуле 4.13.

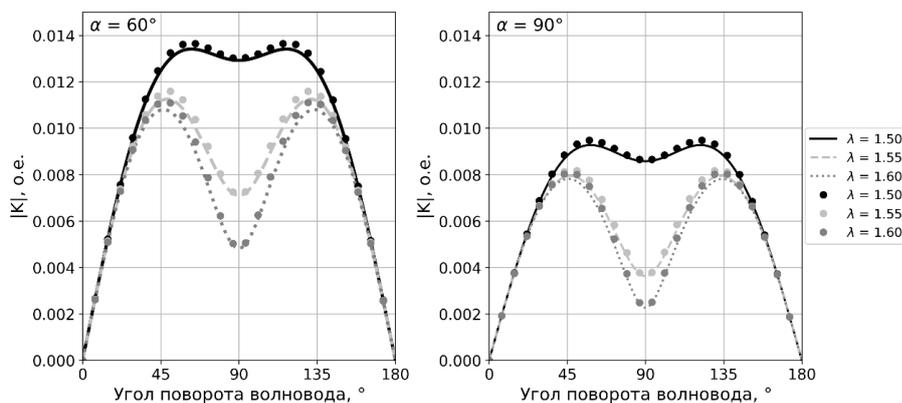


Рисунок 58 - Зависимости модуля коэффициента связи от угла поворота для волноводов с углом наклона боковых стенок 60 и 90° и покровным слоем из SiO₂. Точками обозначены результаты вычисления коэффициента связи по формуле (4.12), сплошные линии соответствуют формуле (4.13)

На рисунке 59 представлены зависимости модуля коэффициента связи от угла поворота для волноводов с углом наклона боковых стенок 60 и 90° и

воздушным покровным слоем. Точками обозначены результаты вычисления коэффициента связи по формуле 4.12, сплошные линии соответствуют формуле 4.13.

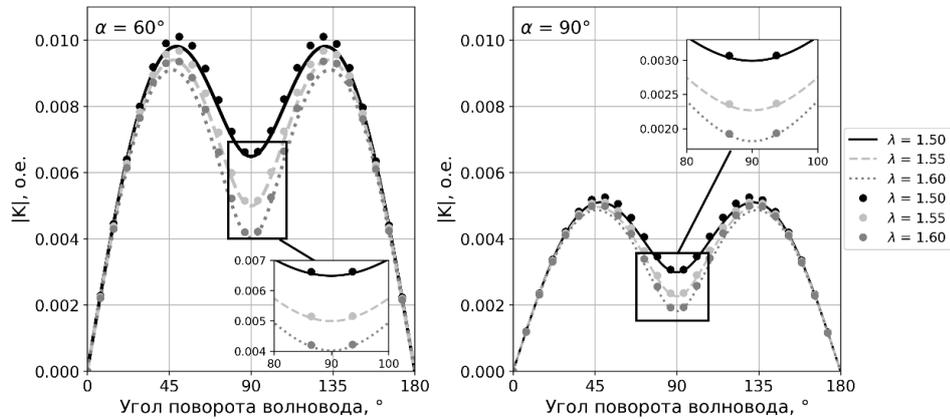


Рисунок 59 - Зависимости модуля коэффициента связи от угла поворота для волноводов с углом наклона боковых стенок 60 и 90° и воздушным покровным слоем. Точками обозначены результаты вычисления коэффициента связи по формуле (4.12), сплошные линии соответствуют формуле (4.13)

Зависимости для углов наклона боковой стенки 70° и 80° имеют схожий вид с кривыми для углов наклона 60° и 90° и лежат между ними, поэтому отдельно не приводятся.

Величина модулей коэффициентов связи в диапазоне углов от 40° до 140° изменяется в зависимости от длины волны и от материала покровного слоя. Если рассмотреть коэффициент связи для угла поворота 90°, то уравнения (4.12) и (4.13) будут содержать только диагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости:

$$K_{\mu\nu}(90^\circ) = \frac{\omega}{4iP} \iint [E_{\mu x}^* \Delta \varepsilon_{xx} E_{\nu x} + E_{\mu z}^* \Delta \varepsilon_{zz} E_{\nu z}] dx dy, \quad (4.16)$$

$$K_{\mu\nu}(90^\circ) = \frac{i\omega}{4P} \iint \left\{ -\Delta \varepsilon_{xx} E_{\nu x} E_{\mu x}^* + \varepsilon'_{zz} E_{\mu z}^* \left(\frac{\varepsilon'_{zz}}{\varepsilon_{zz}} - 1 \right) E_{\nu z} \right\} dx dy. \quad (4.17)$$

Величина коэффициента связи в данном случае будет определяться суммой x и z компонент. Так как $\Delta \varepsilon_{xx}$ и $\Delta \varepsilon_{zz}$ по модулю равны, то величина x и z компонент коэффициента связи зависит от амплитуд компонент

напряженностей электрических полей ТЕ- и ТМ-мод. При этом для рассматриваемых волноводов вклад x компоненты в коэффициент связи на порядок больше, чем z компоненты. Это следует из того факта, что рассматриваемые моды преимущественно поляризованы вдоль поперечных осей и характеризуются малой величиной проекции вектора напряженности электрического поля на ось z . Таким образом, величину коэффициента связи в окрестности угла 90° определяет в основном x компоненты напряженностей ТЕ- и ТМ-мод.

Уравнения связанных мод решались методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Начальные условия определяли амплитуды ТЕ- и ТМ-мод, которые были равны 1 и 0. В моделировании рассматривался кольцевой волновод, в который излучение вводится вдоль Y -кристаллофизической оси. На рисунке 60 изображены результаты моделирования перекачки мощности из ТЕ-моды в ТМ-моду в волноводах с покровным слоем из SiO_2 (Рисунок 60.а) и воздуха (Рисунок 60.б) с радиусом изгиба 50 мкм (Длина волновода 314 мкм) [144].

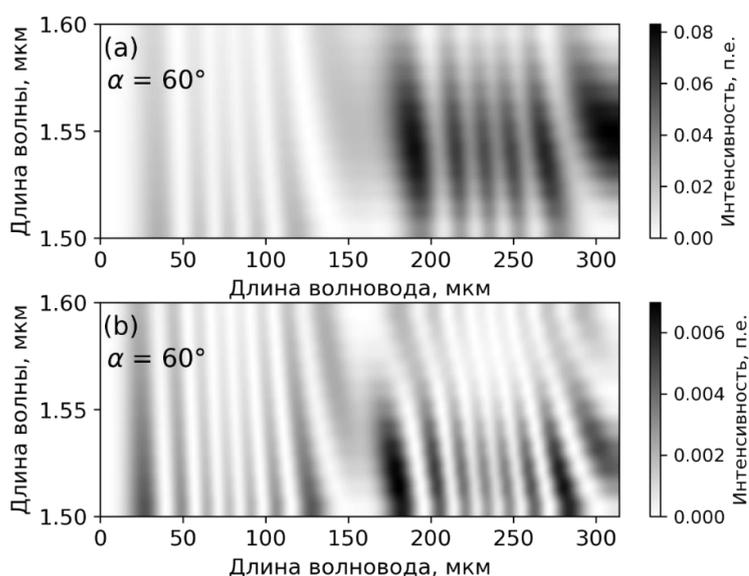


Рисунок 60 - Зависимость интенсивности ТМ-моды от длины волны и от координаты: покровный слой SiO_2 (а), воздушный покровный слой (б)

Из рисунка 60.а видно, что максимальная доля мощности, которая перекачивается в ТМ-моду составляет около 8 % от входной мощности, при

этом наибольший обмен мощностью происходит во второй половине кольцевого волновода (150-314 мкм, что соответствует углам поворота волновода 180-360°). На рисунке 60.b изображены результаты моделирования перекачки мощности из TE-моды в TM-моду в волноводах с воздушным покровным слоем. В данном случае доля мощности, перекачиваемая в TM-моду, не превышает 1 %, что объясняется сильной изначальной разницей в значениях ЭПП рассматриваемых мод.

Полученные результаты показывают, что длины волн, для которых наблюдается максимальная перекачка после прохождения кольца, смещаются в длинноволновую область при увеличении угла наклона боковых стенок. Для случая покровного слоя из SiO₂ смещение максимума перекачки из окрестности длины волны 1,55 мкм составляет 34 нм (рисунок 61.a). В случае волновода воздушным покровным слоем, максимум перекачки смещается из окрестности длины волны 1,52 мкм на 20 нм (рисунок 61.b).

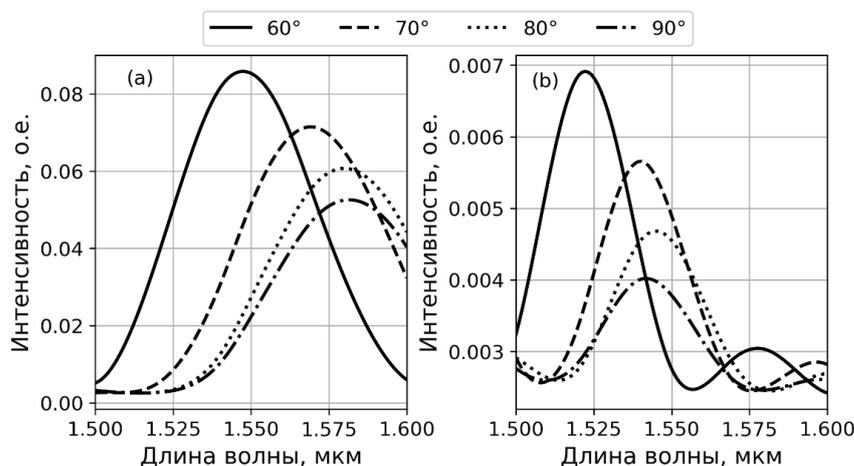


Рисунок 61 - Зависимость интенсивности TM-моды от длины волны после прохождения кольца: покровный слой SiO₂ (a), воздушный покровный слой (b)

4.6 Выводы по главе

В настоящей статье был проведен анализ межмодового взаимодействия в изогнутых канальных волноводах на основе X-среза тонкопленочного ниобата лития с помощью ТСМ. В моделировании использовались постановки

ТСМ для произвольной и для малой величины возмущения тензора диэлектрической проницаемости. Результаты показали, что при рассмотрении только материальной анизотропии обе теории дают почти эквивалентные результаты при вычислении коэффициентов связи (максимальная разница составила сотые доли процента). Было показано, что вследствие наличия анизотропии кристалла фазовое рассогласование между модами является переменной величиной, поэтому гибридизация мод наблюдается только для отдельных углов поворота волновода. Вид зависимости коэффициента связи фундаментальных ТЕ- и ТМ-мод прежде всего наследуется от вида зависимости тензора диэлектрической проницаемости, но также определяется амплитудами x и z компонент напряженностей электрического поля мод. Что, как следствие, выражается в величине коэффициента связи для углов изгиба волновода в окрестности 90° . Перекачка мощности в рассматриваемых волноводах является сравнительно сильной только для волноводов с покровным слоем из SiO_2 и максимальными значениями от 5 до 8 % от входной мощности. В случае волноводов с покровным слоем из воздуха моды практически не обменивались мощностью, максимальное значение составило около 0,6 % [144]. Необходимо отметить, что для больших, чем 50 мкм радиусов кривизны, величина перекачки мощности в ТМ моду будет ниже [132]. Также в волноводах наблюдается смещение максимума перекачки из области коротких длин волн в область больших длин волн при увеличении угла наклона боковых стенок. Для волновода с покровным слоем из SiO_2 смещение составило 34 нм, а для волновода с воздушным покровным слоем 20 нм. Таким образом, в случае распространения по волноводам излучения с широким спектром необходимо учитывать неоднородность перекачки для разных длин волн при проектировании отдельных элементов и систем на их основе [144].

5 Разработка математической модели анизотропного кольцевого резонатора

В данной главе рассматривается классическая конфигурация кольцевого резонатора, представляющая собой область связи (направленный ответвитель) и расположенный рядом кольцевой волновод (в тексте работы кольцевой волновод будет обозначаться просто кольцом) (Рисунок 62). Распространение излучения происходит вдоль положительного направления z -оси. Начальные условия определяют фазы и амплитуды входных ТЕ- и ТМ-моды (На рисунке 62 входные амплитуды обозначены как E_{i1}).

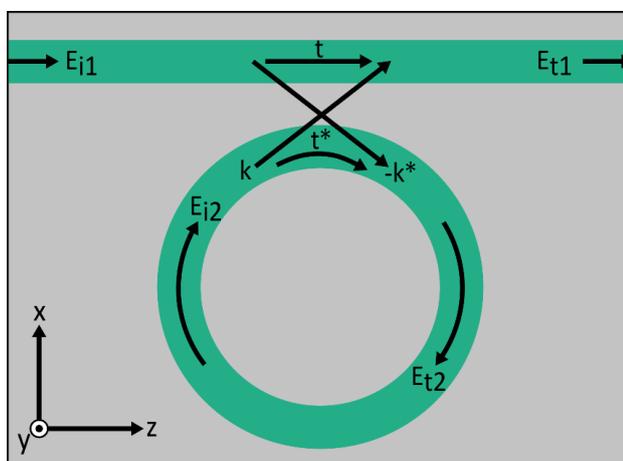


Рисунок 62 - Схематическое изображение кольцевого резонатора. E_{i1} – амплитуда входной моды, t – амплитудный коэффициент прохождения, k – амплитудный коэффициент связи, E_{t1} – амплитуды прошедшего излучения, E_{t2} – амплитуда излучения, которое входит в кольцо, E_{i2} – амплитуда излучения, прошедшего кольцо

5.1 Вывод уравнений передаточной функции кольцевого резонатора

При разработке модели были сделаны следующие упрощения [145]:

- перекачка мощности в делителе из ТЕ-моды в ТМ-моду много меньше перекачки из ТЕ-моды в ТЕ-моду, поэтому в матрице делителя можно пренебречь коэффициентами связи между ТЕ и ТМ-модами;

- основной обмен мощностью между модами происходит в кольце вследствие влияния анизотропии на распространение излучения;
- перекачка мощности происходит только между фундаментальными модами;
- радиус кольца достаточно большой, поэтому моду изогнутого волновода можно аппроксимировать модой прямого волновода;
- рассеяния излучения в кольце отсутствует (можно пренебречь связью между волноводными и радиационными модами);
- обратные отражения отсутствуют (можно пренебречь связью между вперед- и назад-распространяющимися модами);
- поглощение излучения в материале отсутствует.

Матрица передачи делителя для двух поляризаций записывается следующим образом (учитывая сделанные выше упрощения):

$$\begin{bmatrix} E_{t1}^{TE} \\ E_{t2}^{TE} \\ E_{t1}^{TM} \\ E_{t2}^{TM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{TE} & k_{TE} & 0 & 0 \\ -k_{TE}^* & k_{TE}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t_{TE} & k_{TE} \\ 0 & 0 & -k_{TE}^* & -k_{TE}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{i1}^{TE} \\ E_{i2}^{TE} \\ E_{i1}^{TM} \\ E_{i2}^{TM} \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

Матрица передачи кольца, описывающая процесс распространения излучения по кольцу и перекачки мощности из одной моды в другую, определяется следующим матричным уравнением:

$$\begin{bmatrix} E_{i2}^{TE} \\ E_{i2}^{TM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{t2}^{TE} \\ E_{t2}^{TM} \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

где T_{11} и T_{22} – коэффициенты прямой передачи ТЕ- и ТМ-моды соответственно, а T_{12} и T_{21} – коэффициенты перекрестной передачи из ТЕ- в ТМ-моду и из ТМ- в ТЕ-моду. Далее требуется связать матрицу передачи делителя с матрицей передачи кольца [145]. Для этого уравнения для E_{i2}^{TE} и E_{i2}^{TM} подставляются в уравнения для E_{t2}^{TE} и E_{t2}^{TM} и приводятся подобные. В результате получаются следующие уравнения:

$$E_{t2}^{TE} = \frac{-k_{TE}^* E_{i1}^{TE} + t_{TE}^* T_{12} E_{t2}^{TM}}{1 - t_{TE}^* T_{11}}, \quad (5.3)$$

$$E_{t2}^{TM} = \frac{-k_{TM}^* E_{i1}^{TM} + t_{TM}^* T_{21} E_{t2}^{TE}}{1 - t_{TM}^* T_{22}}. \quad (5.4)$$

Теперь уравнение (5.4) подставляется в уравнение (5.3), а уравнение (5.3) подставляется в уравнение (5.4) чтобы получить уравнения для E_{t2}^{TE} и E_{t2}^{TM} относительно входных амплитуд E_{i1}^{TE} и E_{i1}^{TM} . После приведения подобных и некоторых преобразований уравнения принимают вид [145]:

$$E_{t2}^{TE} = \frac{-k_{TE}^* (1 - t_{TM}^* T_{22}) E_{i1}^{TE} - k_{TM}^* t_{TE}^* T_{12} E_{i1}^{TM}}{(1 - t_{TE}^* T_{11})(1 - t_{TM}^* T_{22}) - t_{TE}^* T_{12} t_{TM}^* T_{21}}, \quad (5.5)$$

$$E_{t2}^{TM} = \frac{-k_{TM}^* (1 - t_{TE}^* T_{11}) E_{i1}^{TM} - k_{TE}^* t_{TM}^* T_{21} E_{i1}^{TE}}{(1 - t_{TE}^* T_{11})(1 - t_{TM}^* T_{22}) - t_{TE}^* T_{12} t_{TM}^* T_{21}}. \quad (5.6)$$

Амплитуды полей, циркулирующих в кольцевом резонаторе, находятся путем подстановки в (5.2) уравнений (5.5) и (5.6):

$$E_{i2}^{TE} = T_{11} \frac{-k_{TE}^* (1 - t_{TM}^* T_{22}) E_{i1}^{TE} - k_{TM}^* t_{TE}^* T_{12} E_{i1}^{TM}}{(1 - t_{TE}^* T_{11})(1 - t_{TM}^* T_{22}) - t_{TE}^* T_{12} t_{TM}^* T_{21}} + T_{12} \frac{-k_{TM}^* (1 - t_{TE}^* T_{11}) E_{i1}^{TM} - k_{TE}^* t_{TM}^* T_{21} E_{i1}^{TE}}{(1 - t_{TE}^* T_{11})(1 - t_{TM}^* T_{22}) - t_{TE}^* T_{12} t_{TM}^* T_{21}}, \quad (5.7)$$

$$E_{i2}^{TM} = T_{21} \frac{-k_{TE}^* (1 - t_{TM}^* T_{22}) E_{i1}^{TE} - k_{TM}^* t_{TE}^* T_{12} E_{i1}^{TM}}{(1 - t_{TE}^* T_{11})(1 - t_{TM}^* T_{22}) - t_{TE}^* T_{12} t_{TM}^* T_{21}} + T_{22} \frac{-k_{TM}^* (1 - t_{TE}^* T_{11}) E_{i1}^{TM} - k_{TE}^* t_{TM}^* T_{21} E_{i1}^{TE}}{(1 - t_{TE}^* T_{11})(1 - t_{TM}^* T_{22}) - t_{TE}^* T_{12} t_{TM}^* T_{21}}. \quad (5.8)$$

В свою очередь, излучение с амплитудами E_{t1}^{TE} и E_{t1}^{TM} , проходящее кольцевой резонатор, описываются уравнениями:

$$E_{t1}^{TE} = t_{TE} E_{i1}^{TE} + \frac{-|k_{TE}|^2 E_{i1}^{TE} [(1 - t_{TM}^* T_{22}) T_{11} + t_{TM}^* T_{21} T_{12}] - k_{TE} k_{TM}^* E_{i1}^{TM} [(1 - t_{TE}^* T_{11}) T_{12} + t_{TE}^* T_{11} T_{12}]}{(1 - t_{TE}^* T_{11})(1 - t_{TM}^* T_{22}) - t_{TE}^* T_{12} t_{TM}^* T_{21}}, \quad (5.9)$$

$$E_{t1}^{TM} = t_{TM} E_{i1}^{TM} + \frac{-k_{TM} k_{TE}^* E_{i1}^{TE} [(1 - t_{TM}^* T_{22}) T_{21} + t_{TM}^* T_{21} T_{22}] - |k_{TM}|^2 E_{i1}^{TM} [(1 - t_{TE}^* T_{11}) T_{22} + t_{TE}^* T_{12} T_{21}]}{(1 - t_{TE}^* T_{11})(1 - t_{TM}^* T_{22}) - t_{TE}^* T_{12} t_{TM}^* T_{21}}. \quad (5.10)$$

Методика расчета коэффициентов T_{11} , T_{12} , T_{22} , T_{21} была приведена в Главе 4.

Если амплитуды ТМ- или ТЕ-моды и соответствующие им перекрестные коэффициенты передачи кольца T_{12} и T_{21} приравнять к нулю, то уравнения (5.7) – (5.10) преобразуются следующим образом:

$$E_{i2}^{TE} = T_{11} \frac{-k_{TE}^* E_{i1}^{TE}}{(1 - t_{TE}^* T_{11})}, \quad (5.11)$$

$$E_{i2}^{TM} = T_{22} \frac{-k_{TM}^* E_{i1}^{TM}}{(1 - t_{TM}^* T_{22})}, \quad (5.12)$$

$$E_{t1}^{TE} = t_{TE} E_{i1}^{TE} + \frac{-|k_{TE}|^2 E_{i1}^{TE} T_{11}}{(1 - t_{TE}^* T_{11})}, \quad (5.13)$$

$$E_{t1}^{TM} = t_{TM} E_{i1}^{TM} + \frac{-|k_{TM}|^2 E_{i1}^{TM} T_{22}}{(1 - t_{TM}^* T_{22})}. \quad (5.14)$$

Полученные уравнения описывают амплитуды ТЕ- и ТМ-мод, когда можно пренебречь межмодовой связью, но необходимо учитывать влияние оптической анизотропии, выражающейся в изменении эффективного показателя преломления. Коэффициенты T_{11} и T_{22} можно найти с помощью решение обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{da_{TE}}{dz} = -ia_{TE}(\beta_{TE} - K_{TE-TE}), \quad (5.15)$$

$$\frac{da_{TM}}{dz} = -ia_{TM}(\beta_{TM} - K_{TM-TM}). \quad (5.16)$$

Теперь если предположить, что материал из которого сделан кольцевой резонатор является изотропным, то уравнения (5.11) – (5.14) примут вид:

$$E_{i2} = \frac{-k^*}{(e^{ik_0 n_{eff} L} - t^*)} E_{i1}, \quad (5.17)$$

$$E_{t1} = \frac{te^{ik_0 n_{eff} L} - 1}{e^{ik_0 n_{eff} L} - t^*} E_{i1}, \quad (5.18)$$

где L – периметр кольца.

Уравнения (5.17) и (5.18) представляют собой классические уравнения, описывающие амплитуды излучения в изотропных кольцевых резонаторах. Так как волновод предполагается изотропным в плоскости чипа, то ненужно дополнительно решать обыкновенные дифференциальные уравнения (5.15) и

(5.16). Достаточно найти эффективные показатели преломления мод и рассчитать набег фазы в кольце.

5.2 Проверка разработанной математической модели

Для проверки разработанной модели распространения излучения в кольцевом анизотропном резонаторе была выбрана структура, исследованная экспериментально и теоретически в [132]. Выбранный кольцевой резонатор был изготовлен авторами статьи [132] на основе волноводов из X-срезе THLN со следующими параметрами поперечного сечения: подводный волновод в кольцевом резонаторе ориентирован вдоль Y-кристаллофизической оси, ширина волновода $W_t = 1,4$ мкм, толщина волноводной пленки $H_f = 0,7$ мкм, глубина травления $H_e = 0,4$ мкм и угол наклона боковой стенки $\theta = 72^\circ$.

5.2.1 Моделирование прямого волновода

На первом шаге с помощью векторного модового решателя на основе сетки дискретизации \mathbb{Y} моделировался прямой волновод для диапазона длин волн $1,545 - 1,572$ мкм [145]. Показатели преломления для SiO_2 и THLN вычислялись с помощью дисперсионных уравнений [134]. Необходимо отметить, что при вычислении показателей преломления THLN использовались уравнения для объемного ниобата лития (предположительно показатели преломления тонкопленочного ниобата лития могут отличаться).

Параметры моделирования были следующими: расчетное окно 5×5 мкм с однородной сеткой дискретизации 501×501 точек, граничные условия Дирихле. В результате были получены зависимости эффективного показателя преломления от длины волны для двух фундаментальных мод, а также собственные K_{00} , K_{11} и перекрестные K_{01} и K_{10} коэффициенты связи. Индекс 0 в коэффициенте связи означает ТЕ-моду, индекс 1 означает ТМ-моду [145].

Графики зависимости ЭПП мод от длины волны показывают, что область гибридизации (моды на длинах волн из области гибридизации перестают быть преимущественно поляризованными вдоль поперечных осей x и y) находится

в окрестности длины волны 1,5388 мкм (Рисунок 63.а). Вдали от области гибридизации ($\lambda > 1,545$ и $\lambda < 1,535$) фундаментальные моды преимущественно поляризованы вдоль ортогональных осей (интенсивности x -компоненты напряженности электрического поля ТЕ- и ТМ-мод равны $I_x^{\text{TE}} \approx 1$ и $I_x^{\text{TM}} \approx 0$ соответственно). При этом эффективный показатель преломления ТМ-моды превосходит эффективный показатель преломления ТЕ-моды.

Эффективные показатели преломления ТЕ- и ТМ-мод изменяются при распространении излучения по кольцу вследствие влияния анизотропии THLN. Это изменение численно выражается в ненулевых значениях собственных коэффициентов связи K_{00} и K_{11} . При этом видно, что изменение ЭПП наиболее сильно выражено для ТЕ- моды (так как вектор напряженности электрического поля лежит в плоскости чипа), тогда как ЭПП ТМ моды меняется менее выражено (Рисунок 63.b-c). Ненулевое изменение ЭПП ТМ моды связано с тем, что мода имеет ненулевую проекцию вектора напряженности электрического поля на оси z и x (в пределе ЭПП ТМ моды не менялось бы вообще, мода имела бы только вертикальную составляющую напряженности электрического поля, тогда эта мода была бы плоской ТЕМ-модой).

Тот факт, что ТЕ- и ТМ-моды преимущественно поляризованы вдоль ортогональных осей приводит к тому, что перекрестный коэффициент связи, отражающий проекцию одной моды на другую, практически равен нулю.

Перекрестный коэффициент связи состоит из мнимой и вещественной части. Мнимая часть перекрестного коэффициента связи на порядок больше, чем вещественная часть (вещественная часть практически не меняет своих значений во всем спектральном диапазоне), поэтому главный вклад в связь между модами вносит мнимая часть (Рисунок 63.d-e).

В области гибридизации ($1,535 < \lambda < 1,545$) значения проекций вектора напряженности электрического поля на x и y оси становятся сопоставимы по величине. В результате фундаментальные моды уже не являются ТЕ- и ТМ-модами (моды становятся гибридными) и их ЭПП совпадают. Таким образом,

чем ближе длина волны к длине волны гибридизации, тем больше отклонение векторов напряженности электрического поля фундаментальных мод от ортогональных осей. Как следствие, увеличивается перекрытие мод друг с другом (Рисунок 63.е). В дополнение к этому гибридные моды испытывают одинаковое влияние анизотропии кристалла, что выражается в том, что собственные коэффициенты связи K_{00} и K_{11} на длине волны гибридизации совпадают (Рисунок 63.a-b) [145].

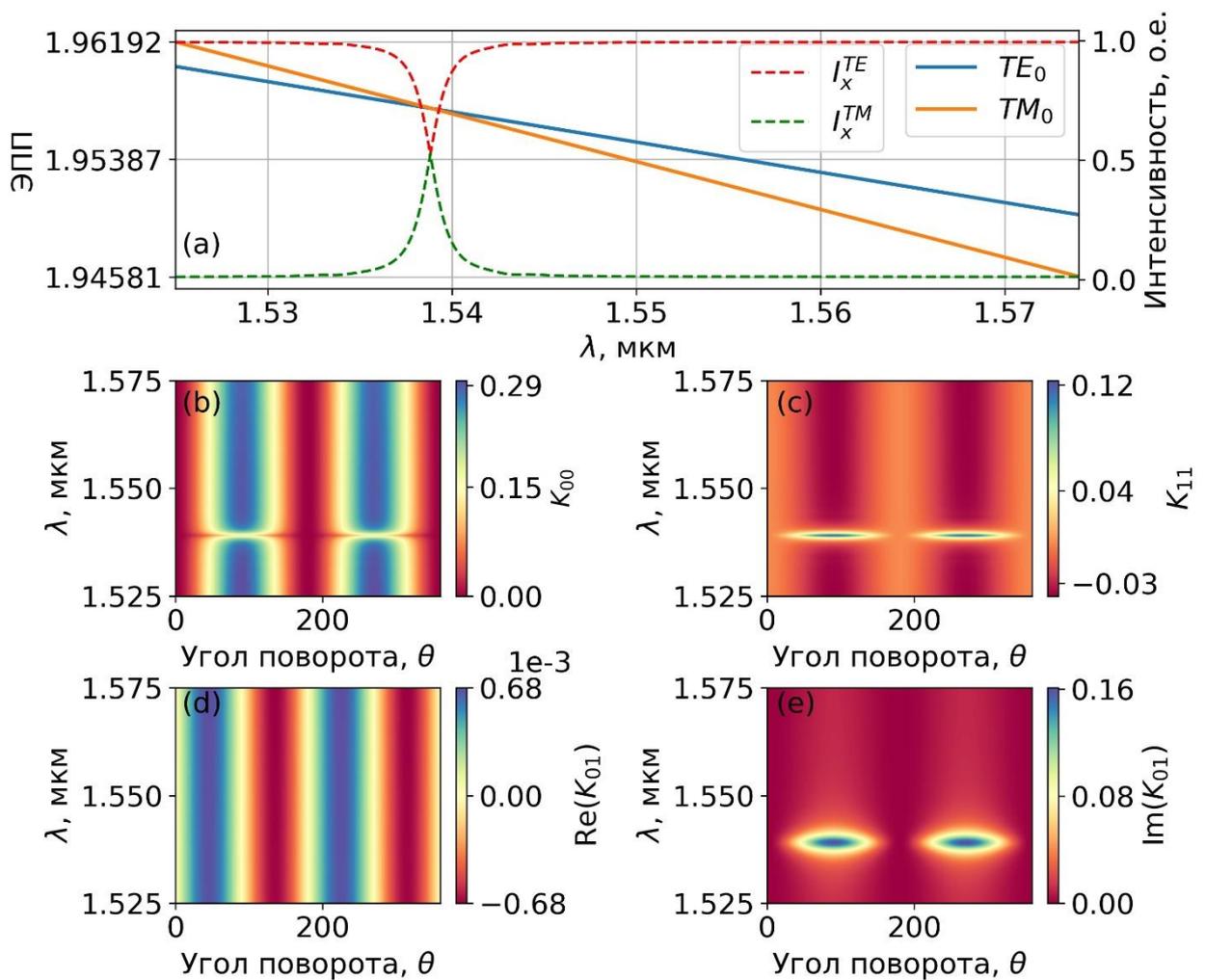


Рисунок 63 - Зависимость эффективных показателей преломления фундаментальных мод от длины волны (сплошные линии); зависимость интенсивности x-компоненты напряженности электрического поля TE_0 и TM_0 мод (а); собственные коэффициенты связи TE_0 моды и TM_0 моды соответственно (b-c); перекрестный коэффициент связи TE_0 моды с TM_0 модой (d-e)

Авторы статьи [132] показали, что длина волны гибридизации равна 1,562 мкм в моделировании и 1,537 мкм в эксперименте. В расчетах, которые были проделаны в настоящей работе, показано, что длина волны гибридизации составляет 1,5388 мкм. Видно, что данный результат согласуется с экспериментальным результатом и довольно сильно расходится с результатом моделирования.

5.2.2 Моделирование распространения излучения по кольцу

Известно, что моды с совпадающими ЭПП, а также с ненулевыми перекрестными коэффициентами связи обмениваются мощностью. Причем чем меньше фазовое рассогласование между модами, тем большее значение мощности они могут передавать друг другу [61]. Из результатов, представленных на рисунке 63, видно, что наибольшее фазовое согласование и коэффициент связи достигается вблизи длины волны гибридизации и именно там наиболее эффективно будет происходить обмен мощностью между модами.

С целью получения передаточной характеристики кольца для двух фундаментальных мод решалась система уравнений связанных мод с помощью метода Рунге-Кутты четвертого порядка для всего спектра длин волн. В каждой пространственной точке волновода сохранялись комплексные амплитуды ТЕ- и ТМ- мод.

Результаты моделирования показали, что во всем рассматриваемом диапазоне длин волн присутствует перекачка мощности между модами. На рисунке 64.а показана зависимость интенсивности ТЕ-моды от длины волн и угла поворота волновода, на рисунке 64.б такая же зависимость показана для ТМ-моды. Как и ожидалось, наиболее выражено перекачка проявляется в области гибридизации ($1,535 < \lambda < 1,545$ мкм). Также из результатов видно, что происходит 16-17 циклов перекачки между модами и это количество сохраняется для всего диапазона длин волн.

Отдельно следует рассмотреть процесс перекачки на длине волны гибридизации ($\lambda = 1,5388$ мкм). Состояние поляризации излучения полностью согласуется с входным состоянием поляризации на данной длине волны после распространения по кольцу.

Следующим шагом в изучении особенностей распространения излучения по кольцу стало исследование состояния поляризации в каждой точке кольца. С целью наглядной визуализации состояния поляризации использовалась сфера Пуанкаре. Ввиду того, что излучение в поперечном сечении волновода не является строго поляризационно-однородным, во-первых, было необходимо оценить величину проекции векторов напряженностей электрического поля фундаментальных мод на ось распространения. Для этого величина проекции вычислялась по формуле:

$$\gamma_{\perp} = \frac{\iint |E_{\perp}|^2 ds}{\iint (|E_{\perp}|^2 + |E_{\parallel}|^2) ds}, \quad (5.19)$$

где E_{\perp} - z-компонента напряженности электрического поля, E_{\parallel} - x- и y-компоненты напряженностей электрического поля. В результате, вычисления показали, что проекция вектора напряженности электрического поля на ось z не превышала 0,08. То есть распространяющиеся моды можно считать квази-плоскими волнами, для которых состояние поляризации определяется в первую очередь поперечными компонентами напряженности электрического поля. Таким образом, отображение состояния поляризации на сфере Пуанкаре с помощью параметров Стокса будет справедливо.

Напряженность электрического поля в любой точке кольца в настоящей работе аппроксимируется суммой фундаментальных мод:

$$\mathbf{E}(x, y) = a_{TE} \mathbf{E}_{TE}(x, y) + a_{TM} \mathbf{E}_{TM}(x, y), \quad (5.20)$$

где a_{TE} и a_{TM} – амплитуды TE и TM-моды в зависимости от z (результат расчета уравнений связанных мод методом Рунге-Кутты), \mathbf{E}_{TE} , \mathbf{E}_{TM} пространственное распределение вектора напряженности электрического поля TE- и TM-моды. Данное уравнение можно переписать относительно x и y компонент напряженности электрического поля:

$$\mathbf{E}(x, y) = a_{TE}E_{TE}^x(x, y) + a_{TM}E_{TM}^x(x, y) + a_{TE}E_{TE}^y(x, y) + a_{TM}E_{TM}^y(x, y).$$

С целью снять пространственную зависимость компонент вектора напряженности электрического поля для ТЕ- и ТМ-моды вычислялись проекции вектора на ортогональные оси с помощью уравнения (5.19). Тогда вектор Джонса, компоненты которого используются для расчета параметров Стокса, записывается так:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{TE}\sqrt{I_{TE}^x} + a_{TM}\sqrt{I_{TM}^x} \\ a_{TE}\sqrt{I_{TE}^y} + a_{TM}\sqrt{I_{TM}^y} \end{bmatrix}. \quad (5.21)$$

Ввиду того, что наибольший интерес представляет только состояние поляризации, то параметры Стокса нормируются на интенсивность в каждой точке кольца (иначе говоря для каждого угла поворота θ). На рисунке 64.с изображено состояние поляризации для излучения с длиной волны 1,525 мкм, соответствующее левому краю спектра, а также для излучения с длинами волн 1,5372 мкм, 1,5379 мкм, 1,5384 мкм, которые соответствуют длинам волн из области гибридизации. Дополнительно указано состояние поляризации для излучения на длине волны гибридизации 1,5388 мкм.

Как видно из рисунка, состояние поляризации внутри кольца меняется циклично, образуя окружности на сфере Пуанкаре, для всех длин волн кроме длины волны гибридизации (Рисунок 64.с). Состояние поляризации на длине волны гибридизации не меняется при распространении излучения по кольцу и представляет собой линейную поляризацию под углом 45° . В некотором смысле, для любого угла поворота волновода направление распространения излучения в кольце является оптической осью кристалла (не происходит возникновения обыкновенного и необыкновенного лучей). Так как моды гибридные, то в пределе распространяются с одинаковой фазовой скоростью и во всех точках кольца находятся в фазе, поэтому поляризация не меняется [145].

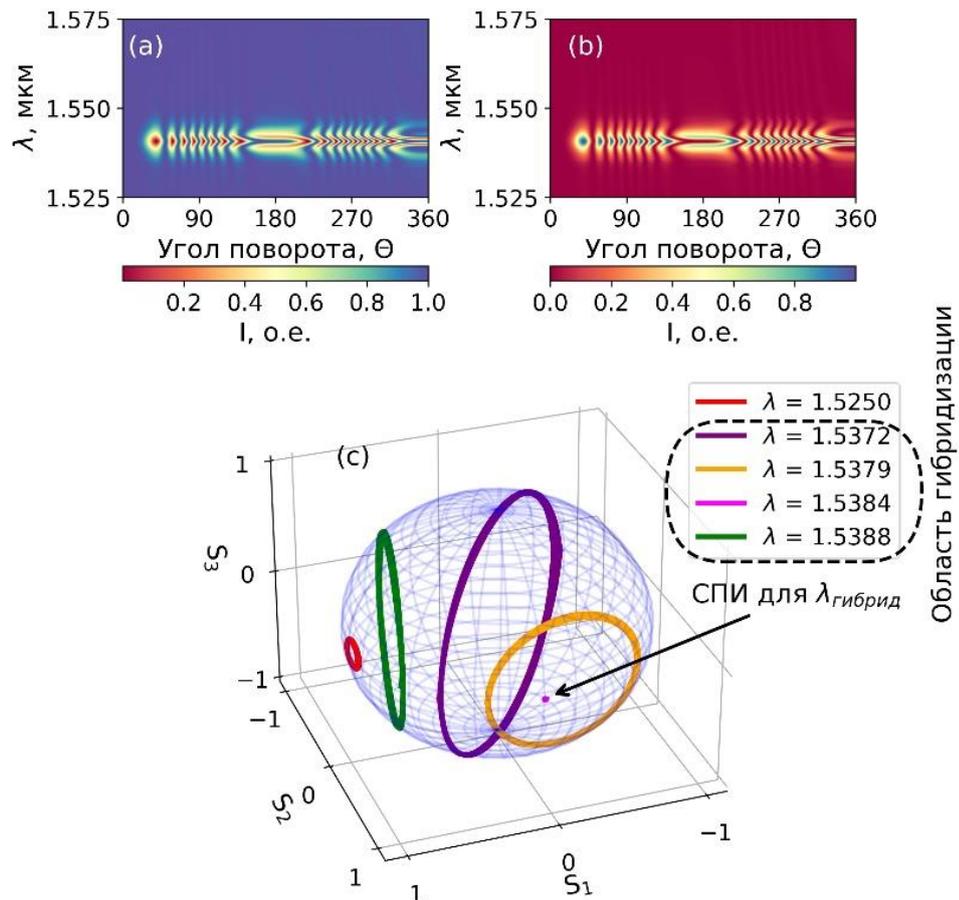


Рисунок 64 - Зависимость интенсивности ТЕ-моды от длины волны и угла поворота волновода (а); зависимость интенсивности ТМ-моды от длины волны и угла поворота волновода (б); сфера Пуанкаре на которой отображены состояние поляризации для края спектра ($\lambda = 1,525$), длины волны гибридизации ($\lambda = 1,5388$), промежуточных длин волны в области гибридизации ($\lambda = 1,5384$ и $\lambda = 1,5372$) (с)

На длине волны 1,525 мкм излучение переходит из линейно поляризованного состояния в эллиптическое, при этом углы, характеризующие эллиптичность и азимут, меняются слабо. Состояние поляризации излучения остается почти без изменений до тех пор, пока длина волны не приблизится к области гибридизации (примерно 1,535 мкм). Тогда состояние поляризации быстро меняется от одной длины волны к другой. Это изменение характеризуется сначала увеличением радиуса окружности (Рисунок 64.с, длины волн 1,5372 и 1,5379 мкм), затем окружность стягивается в точку на длине волны гибридизации (Рисунок 64.с, длина волны 1,5388 мкм).

При этом начальное состояние поляризации в кольце всегда линейное и точка, соответствующая начальному состоянию поляризации, движется от полностью горизонтальной поляризации к линейной поляризации под углом 45° . При дальнейшем увеличении длины волны, изменение состояния поляризации происходит в обратном порядке.

5.2.3 Расчет спектра пропускания кольцевого резонатора

На предыдущем шаге были получены коэффициенты передачи кольцевого резонатора для рассматриваемого спектрального диапазона. Далее с помощью уравнений (5.9) и (5.10) рассчитывалась спектральная характеристика кольцевого резонатора [145]. Полученные с помощью численного моделирования теоретические результаты сравниваются с экспериментальными [132] по значению свободного спектрального диапазона (FSR), на который коэффициенты связи не оказывают влияния. Поэтому значения коэффициентов связи не вычислялись, а были заданы постоянными (для TE-моды коэффициент связи был выбран 4%, а для TM-моды 1%). Полученный спектр для диапазона длин волн 1,525 – 1,530 мкм (Рисунок 65.а) по количеству резонансных вырезов совпадает с экспериментальными результатами, полученными авторами статьи [132]. Однако, резонансные длины волн смещены относительно экспериментальных. FSR для TM-моды составил 193 и 196 ГГц, а для TE-моды 211 и 198 ГГц (При расчете FSR за вырезы, соответствующие TE-моды, выбирались резонансные длины волн, где наблюдается наибольшая глубина вырезов, резонансные вырезы с меньшей глубиной соответствовали TM-моды).

Спектры для длин волн 1,530 – 1,536 мкм (Рисунок 65.б) показывают, что FSR для TM-моды равны 197 ГГц, для TE-моды 194 ГГц, 217 ГГц 190 ГГц. Видно, что при приближении к области гибридизации FSR TM-моды начал увеличиваться, что согласуется с экспериментом, тогда как значения FSR TE-моды расходятся с результатами эксперимента.

В области гибридизации (длины волн 1,536 – 1,542 мкм) результаты, полученные с помощью разработанной модели, представлены на Рисунок 65.с. Данные результаты сильно отличаются от результатов эксперимента [132]. Согласно описанию экспериментальных данных, представленных в [132], в области гибридизации ожидается что FSR TE- и TM-мод должны быть равны.

Однако модель показывает, что на участке I области гибридизации нарушается линейность изменения FSR с увеличением порядка резонанса. Резонансные вырезы двух отдельных мод сближаются друг с другом и смещаются к длине волны гибридизации.

В области II резонансные вырезы гибридных мод полностью сливаются друг с другом при этом FSR равняется 103 ГГц, что составляет половину FSR TE-моды вне области гибридизации.

В области III наблюдается поведение спектра аналогичное области I.

При удалении от области гибридизации вправо по спектру (Рисунок 65.d – Рисунок 65.g) картина аналогична, представленной на рисунке 65.a и рисунке 65.b. FSR TM-моды равен около 192 ГГц в спектре на рисунке 65.d, а для TE-моды варьируется от 202 до 209 ГГц.

Результаты на рисунке 65.e для длин волн 1,55 – 1,56 мкм показывают, что для TE-моды FSR составляет около 206 ГГц для рассматриваемого диапазона, FSR TM-моды составляет около 193 ГГц. FSR TE- и TM-моды в диапазоне 1,56 – 1,57 мкм составляют около 206 ГГц и 193 ГГц соответственно (Рисунок 65.f). Похожий результат наблюдается для спектров на длинах волн 1,57-1,575 мкм для TE-моды 200 и 209 ГГц, а для TM-моды FSR составляет 194 ГГц (Рисунок 65.g).

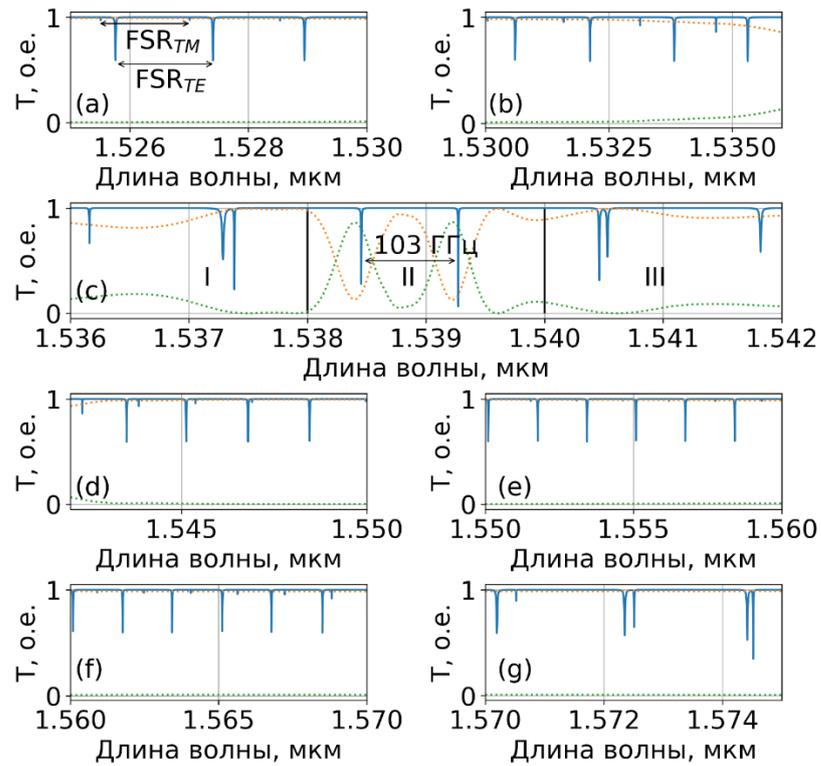


Рисунок 65 - Спектры пропускания резонатора для различных длин волн (а-г); Оранжевым выделена зависимость интенсивности ТЕ-моды, зеленым зависимость интенсивности ТМ-моды от длины волны

Отдельно для наглядности был построен график зависимости FSR ТЕ- и ТМ-мод от длины волны (Рисунок 66).

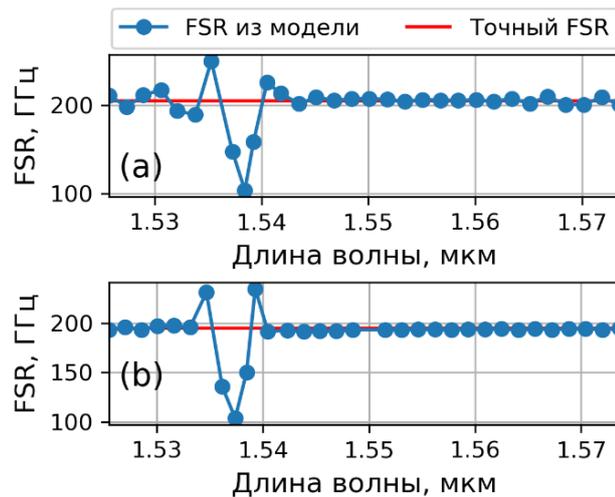


Рисунок 66 – Зависимость FSR ТЕ-моды от длины волны (а); зависимость FSR ТМ-моды от длины волны (б)

Полученные результаты вероятно могут быть объяснены следующим образом. Из [146] известно, что циклическое изменение состояния поляризации приводит к появлению так называемой геометрической фазы. Условие резонанса усложняется, и помимо динамической фазы, связанной с распространением излучения по кольцу, добавляется геометрическая фаза. Таким образом, наличие геометрической фазы приводит к смещению резонансных длин волн оптического резонатора [147].

Также данный эффект наблюдался в волоконных оптических резонаторах на основе волокна с сохранением поляризации Panda [148]. Если резонатор изготовить из волокна Panda у которой оптические оси будут повернуты под некоторым углом друг к другу, то в резонаторе будет наблюдаться два смещенных друг относительно друга спектра (один для ТЕ-моды, другой для ТМ-моды). Величина смещения спектров ТЕ- и ТМ-моды друг относительно друга зависит от угла поворота оптических осей волокна.

В случае сварки волокна под 90 градусов спектральное расстояние между резонансными длинами волн ТЕ- и ТМ-моды будет равняться половине FSR [149]. По-видимому, похожая картина наблюдается в интегральном кольцевом резонаторе на основе тонкопленочного ниобата лития. В интегральном резонаторе связь между модами является аналогом сварки волокна. Различие лишь в том, что перекрестный коэффициент связи, характеризующий перекачку мощности из моды в моду, - это распределенная по кольцу величина, а сварка в волоконном резонаторе – это точечная «мгновенная» связь между модами. Помимо этого, коэффициент связи зависит от длины волны (другими словами, для каждой длины волны будет генерироваться своя величина геометрической фазы), тогда как сварка характеризуется постоянной величиной связи для любой длины волны. В спектре рассматриваемого КР в области гибридизации есть только два резонансных выреза, отстоящих друг от друга на 103 ГГц, то есть на половину FSR ТЕ-моды.

На полученных спектрах пропускания (Рисунок 65) пунктирными линиями обозначены интенсивности ТЕ- и ТМ-моды после однократного

прохождения излучения по кольцу в зависимости от длины волны. Видно, что если интенсивность ТМ-моды отличается от нуля, то происходит смещение резонансных вырезов. При этом чем больше интенсивность ТМ-моды, тем более сильное смещение резонансных вырезов наблюдается в спектре (Рисунок 65.с). Данное наблюдение также согласуется с тем, что представлено в статьях [146-149]

5.2.4 Анализ возможных источников ошибок

Анализ полученных в моделировании спектров показал, что вдали от области гибридизации в среднем FSR TE-моды составляет 206 ГГц, а FSR ТМ-моды 193 ГГц. Если сравнивать с экспериментальными результатами [132], то видно, что относительная ошибка составляет около 1%, как для TE-моды, так и для ТМ-моды. Тем не менее, некоторые значения FSR отличаются от экспериментальных более сильно. Максимальное отклонение от экспериментальных данных для TE-моды составило 15 ГГц, а для ТМ-моды максимальное отклонение составило около 2 ГГц (относительная ошибка 6 и 1% соответственно). Вероятно, что эти ошибки связаны с численными ошибками при вычислении распределения полей и ЭПП оптических мод волновода, а также интегралов перекрытия. Полученные значения мнимой и вещественной частей коэффициентов связи имели разброс относительно некоторой осредненной линии тренда (Рисунок 67). Данные для вещественной части коэффициента связи аппроксимировались прямой, а для мнимой части интерполировались кубическими сплайнами [145].

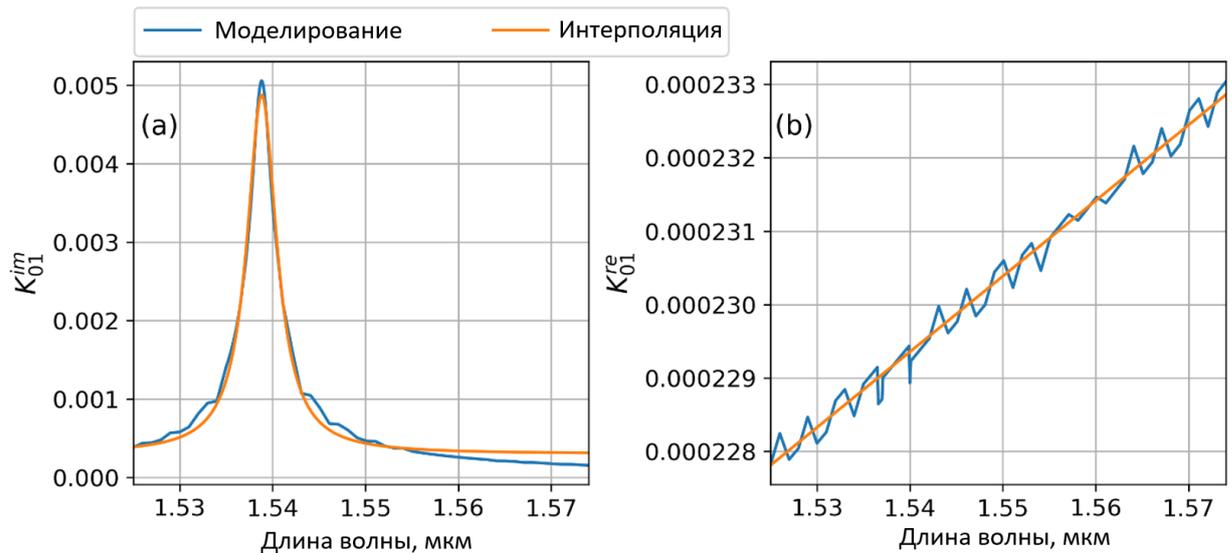


Рисунок 67 -зависимость вещественной части коэффициента связи от длины волны для угла поворота волновода на 10° (а); зависимость мнимой части коэффициента связи от длины волны для угла поворота волновода на 10° (б)

Также необходимо обратить внимание на то, что в полученных с помощью разработанной модели спектрах для диапазона длин волн от 1,570 до 1,575 мкм имеются резонансные вырезы как для ТЕ-моды, так и для ТМ-моды, тогда как в эксперименте резонансные вырезы наблюдалась только для ТЕ-моды. По-видимому, наличие резонансов ТМ-моды связано с тем, что в результате интерполяции коэффициент связи на длинах волн от 1,554 мкм до 1,575 мкм практически не меняется, в то время как данные, полученные из моделирования, показывают снижение величины коэффициента связи (Рисунок 67.а).

5.3 Выводы по главе

В результате работы над моделью анизотропного кольцевого резонатора, изготовленного на основе пластины X-среза тонкопленочного ниобата, были получены следующие результаты [145]:

1. Составлена система уравнений, описывающая спектральную характеристику кольцевого резонатора, для ее вывода были использованы теория матриц передачи, а также теория связанных мод. Разработанная модель

может быть применима для широкого класса задач так как может учитывать не только материальную, но и наведенную температурными и электрическими полями анизотропию.

2. Моделирование прямого волновода показало, что область гибридизации, где поляризации фундаментальных мод не ортогональны, соответствует длинам волн 1,535 – 1,545 мкм. В указанной области наблюдается наиболее сильная перекачка мощности из моды в моду. Найденная длина волны гибридизации равна 1,5388 мкм.

3. Анализ поляризации излучения в кольце с помощью формализма параметров Стокса и сферы Пуанкаре показал, что состояние поляризации внутри кольца меняется циклично, образуя окружности, для всех длин волн кроме длины волны гибридизации. На длине волны гибридизации излучение не испытывает двулучепреломления (в некотором смысле, для любого угла поворота волновода направление распространения излучения в кольце является оптической осью кристалла).

4. Спектральные зависимости кольцевого резонатора, представленные в статье, показали, что вдали от области гибридизации имеется хорошее соответствие экспериментальным данным, представленным в литературе (наибольшая ошибка в FSR составила около 1%). Однако в спектрах присутствуют единичные резонансные вырезы с большей величиной относительной ошибки (около 6% для TE-моды) вследствие того, что в проделанных расчетах коэффициенты связи имеют численный разброс. В области гибридизации полученные нами результаты качественно согласуются с экспериментальными, полученных для кольцевых резонаторов на основе сохраняющего поляризацию волокна [147-149], однако полностью расходятся с теми результатами, которые представили авторы статьи [132]. Поэтому необходимо провести дополнительные теоретические и экспериментальные исследования спектров в этой области.

Таким образом, разработанный метод применим для моделирования анизотропных кольцевых резонаторов. Особенно метод будет полезен при

расчете резонаторов с большим радиусом, когда более точные методы (например, FDTD) будут требовать много вычислительных ресурсов. Также к преимуществам метода можно отнести простоту распараллеливания вычислений, так как расчет передаточной характеристики кольца (наиболее вычислительно емкой части задачи) для каждой длины волны происходит независимо.

Дальнейшие исследования будут направлены на проверку результатов, полученных для области гибридизации. Необходимо точно рассчитать геометрическую фазу в области гибридизации, возникающую при распространении излучения по кольцу, сравнить результаты разработанной модели с результатами FDTD расчета. Темой отдельного исследования может стать экспериментальная проверка и уточнение характера спектра в области гибридизации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненная работа посвящена исследованию поляризационно-оптических характеристик интегральных кольцевых резонаторов, изготовленных на основе X-среза тонкопленочного ниобата лития. В ходе работы были получены следующие результаты:

1. Разработаны и внедрены в российское программное обеспечение Difra программные модули для моделирования оптических волноводов и делителей мощности методом КРЧО и методом эффективного показателя преломления. Численная реализация комплексов программ и обработка полученных результатов были выполнены на языке программирования Python.

2. Найдены допустимые с точки зрения возможностей изготовления параметры поперечного сечения волноводов, определены зависимости эффективных показателей преломления от длины волны, угла наклона боковых стенок волновода и глубины травления, вычислена степень поляризации фундаментальных мод.

3. Определен диапазон геометрических параметров поперечного сечения канальных волноводов из тонкопленочного ниобата лития X-среза, в пределах которого применим метод эффективного показателя преломления для расчета оптических свойств фундаментальных мод.

4. Разработана математическая модель и методика для расчета распределения интенсивности излучения и S-параметров многомодового интерференционного делителя с произвольным числом входных и выходных волноводов. Результаты расчета многомодового интерференционного делителя 1×2 на основе тонкопленочного ниобата лития, полученные с помощью разработанной модели, показали высокую степень согласованности с результатами метода распространяющегося пучка, максимальная разница в величине выходной мощности составила доли процента.

5. Установлен вид зависимости коэффициентов связи от параметров поперечного сечения волновода, материала покровного слоя и длины волны; выполнен расчет взаимной перекачки мощности между модами в кольцевом

волноводе. Показано, что изменение угла наклона боковой стенки волноводов приводит к смещению длины волны, на которой наблюдается максимальная интенсивность ТМ-моды. При этом смещение происходит в длинноволновую область. Кроме того, на величину перекачиваемой между модами мощности сильно влияет материал покровного слоя. Когда в качестве покровного слоя был выбран SiO_2 максимальная интенсивность ТМ-моды достигала 8% от входной мощности ТЕ-моды. В случае, когда сверху волновода был воздух, то моды практически не обменивались мощностью (максимальная интенсивность ТМ-моды была около 0,7% от входной мощности ТЕ-моды).

6. Разработана модель анизотропного кольцевого резонатора на основе теории связанных мод и метода матрицы передачи, а также метод расчета спектра резонатора. Разработан программный модуль для исследования оптических свойств анизотропного кольцевого резонатора. Выполнена валидация модели на экспериментальных результатах, опубликованных в литературе (А. Пан, [132]). Показано, что вдали от области гибридизации значения FSR, вычисленные с помощью разработанного метода, хорошо согласуются с экспериментальными данными, максимальная ошибка составляет 6 %. В области гибридизации наблюдается сильное несоответствие результатов модели и эксперимента, что может быть связано с влиянием геометрической фазы на условие резонанса в кольцевом резонаторе, так как ранее подобные эффекты наблюдались в волоконных и других кольцевых резонаторах.

ПРИЛОЖЕНИЕ А



ООО «ДИФРА ЛАБ»
www.difralab.ru e-mail: info@difralab.ru тел.+7(961) 758-28-08
ИНН:5904398803 КПП:590401001 ОГРН:1215900019950 ОКТМО:57701000001
614007, г Пермь, ул. Рабоче-крестьянская, 22-41



УТВЕРЖДАЮ

Директор ООО «Дифра Лаб»

Лихачев Б.В.

Лихачев 2025 г.

АКТ ВНЕДРЕНИЯ

Настоящий акт подтверждает, что результаты, полученные Д.Н. Москалевым в ходе выполнения диссертационной работы «Математическая модель анизотропного кольцевого резонатора на основе тонкопленочного ниобата лития» внедрены в российское программное обеспечение для моделирования и проектирования фотонных интегральных схем Difra. В частности, в Difra внедрены программные модули на основе метода конечных разностей в частотной области для моделирования процесса распространения излучения в прямых и изогнутых волноводах, делителях оптической мощности и других элементах фотонных интегральных схем.

Директор ООО «Дифра Лаб»



(Лихачев Б. В.)

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Hunsperger R.G. Photonic devices and systems. – 1 изд. – New York: Routledge, 1994. – 448 с.
2. Osgood Jr R., Meng X. Principles of Photonic Integrated Circuits. – 1 изд. – Cham: Springer, 2021. – 369 с.
3. Lifante G. Integrated photonics: fundamentals. – 1 изд. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2003. – 208 с.
4. Xiang C., Bowers J. E. Building 3D integrated circuits with electronics and photonics //Nature Electronics. – 2024. – Т. 7. – №. 6. – С. 422-424.
5. Carroll L. et al. Photonic packaging: transforming silicon photonic integrated circuits into photonic devices //Applied Sciences. – 2016. – Т. 6. – №. 12. – С. 426.
6. Kimerling L. C. et al. Electronic-photonic integrated circuits on the CMOS platform //Silicon photonics. – SPIE, 2006. – Т. 6125. – С. 6-15.
7. Гилев Д.Г., Журавлёв А.А., Москалёв Д.Н., Чувызгалов А.А., Криштоп В.В. Характеристики различных чувствительных элементов миниатюрного резонансного оптического гироскопа // Оптический журнал. 2022. Т. 89. № 4. С. 59–69 (WoS, Scopus)
8. Dong P. et al. Silicon photonic devices and integrated circuits //Nanophotonics. – 2014. – Т. 3. – №. 4-5. – С. 215-228.
9. Chen R. T. Polymer-based photonic integrated circuits //Optics & Laser Technology. – 1993. – Т. 25. – №. 6. – С. 347-365.
10. Chandrasekar R. et al. Photonic integrated circuits for Department of Defense-relevant chemical and biological sensing applications: state-of-the-art and future outlooks //Optical Engineering. – 2019. – Т. 58. – №. 2. – С. 020901-020901.
11. Ye J. et al. Reconfigurable application-specific photonic integrated circuit for solving partial differential equations //Nanophotonics. – 2024. – Т. 13. – №. 12. – С. 2231-2239.

12. Chovan J., Uherek F. Photonic integrated circuits for communication systems //Radioengineering. – 2018. – T. 27. – №. 2. – C. 357-363.
13. Xiao Z. et al. Recent progress in silicon-based photonic integrated circuits and emerging applications //Advanced Optical Materials. – 2023. – T. 11. – №. 20. – C. 2301028.
14. Xiang C., Jin W., Bowers J. E. Silicon nitride passive and active photonic integrated circuits: trends and prospects //Photonics Research. – 2022. – T. 10. – №. 6. – C. A82-A96.
15. Dietrich C. P. et al. GaAs integrated quantum photonics: towards compact and multi-functional quantum photonic integrated circuits //Laser & Photonics Reviews. – 2016. – T. 10. – №. 6. – C. 870-894.
16. Smit M., Williams K., Van Der Tol J. Past, present, and future of InP-based photonic integration //Apl Photonics. – 2019. – T. 4. – №. 5.
17. Wang L. et al. Low-cost, high-end tactical-grade fiber optic gyroscope based on photonic integrated circuit //2019 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL). – IEEE, 2019. – C. 1-2.
18. Yuan Z. et al. An Ultra-Low-Loss Waveguide Based on BIC Used for an On-Chip Integrated Optical Gyroscope //Photonics. – MDPI, 2023. – T. 10. – №. 4. – C. 453.
19. Rank E. A. et al. Toward optical coherence tomography on a chip: in vivo three-dimensional human retinal imaging using photonic integrated circuit-based arrayed waveguide gratings //Light: Science & Applications. – 2021. – T. 10. – №. 1. – C. 6.
20. Hainberger R. et al. Silicon nitride photonic integrated circuits for optical coherence tomography //Smart Photonic and Optoelectronic Integrated Circuits 2024. – SPIE, 2024. – T. 12890. – C. 32-44.
21. Lawrence M. Lithium niobate integrated optics //Reports on Progress in Physics. – 1993. – T. 56. – №. 3. – C. 363.

22. Heismann F., Korotky S. K., Veselka J. J. Lithium niobate integrated optics: Selected contemporary devices and system applications //Optical fiber telecommunications III B. – 1997. – С. 377-462.
23. El Shamy R. S., Swillam M. A., Li X. Comparative Study of Photonic Platforms and Devices for On-Chip Sensing //Photonics. – MDPI, 2023. – Т. 10. – №. 11. – С. 1233.
24. Butt M. A. et al. Optical thin films fabrication techniques—Towards a low-cost solution for the integrated photonic platform: A review of the current status //Materials. – 2022. – Т. 15. – №. 13. – С. 4591.
25. Yoo S. J. B. Hybrid integrated photonic platforms: opinion //Optical Materials Express. – 2021. – Т. 11. – №. 10. – С. 3528-3534.
26. Arizmendi L. Photonic applications of lithium niobate crystals //Physica status solidi (a). – 2004. – Т. 201. – №. 2. – С. 253-283.
27. Ниобат лития // Wikipedia URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Ниобат_лития (дата обращения: 17.08.2023).
28. LiNbO₃ (Ниобат лития) – Часто задаваемые вопросы и ответы // MetaLaser URL: <https://ru.meta-laser.com/news/linbo3-lithium-niobate-frequently-asked-qu-73740415.html> (Дата обращения: 21.07.2024).
29. Li Y. et al. TE/TM mode electro-optic conversion based on a titanium diffusion lithium niobate waveguide with a polarization-maintained fiber structure //Applied Optics. – 2023. – Т. 62. – №. 32. – С. 8661-8669.
30. Kuneva M. Optical waveguides obtained via proton exchange technology in LiNbO₃ and LiTaO₃—a short review //International Journal of Scientific Research in Science and Technology. – 2016. – Т. 2. – №. 6. – С. 40-50.
31. Xie Z., Zhu S. LiNbO₃ crystals: from bulk to film //Advanced Photonics. – 2022. – Т. 4. – №. 3. – С. 030502-030502.
32. Poberaj G. et al. Lithium niobate on insulator (LNOI) for micro-photonic devices //Laser & photonics reviews. – 2012. – Т. 6. – №. 4. – С. 488-503.

33. Jia Y., Wang L., Chen F. Ion-cut lithium niobate on insulator technology: Recent advances and perspectives // *Applied Physics Reviews*. – 2021. – Т. 8. – №. 1.
34. Lin J. et al. Advances in on-chip photonic devices based on lithium niobate on insulator // *Photonics Research*. – 2020. – Т. 8. – №. 12. – С. 1910-1936.
35. Vazimali M. G., Fathpour S. Applications of thin-film lithium niobate in nonlinear integrated photonics // *Advanced Photonics*. – 2022. – Т. 4. – №. 3. – С. 034001-034001.
36. Saravi S., Pertsch T., Setzpfandt F. Lithium niobate on insulator: an emerging platform for integrated quantum photonics // *Advanced Optical Materials*. – 2021. – Т. 9. – №. 22. – С. 2100789.
37. Luo Q. et al. Advances in lithium niobate thin-film lasers and amplifiers: a review // *Advanced Photonics*. – 2023. – Т. 5. – №. 3. – С. 034002-034002.
38. Rabus D.G., Sada C. *Integrated Ring Resonators: A Compendium*. – 2 изд. – Cham: Springer, 2020. – 360с.
39. Van V. *Optical microring resonators: theory, techniques, and applications*. – CRC Press, 2016.
40. Hou S. et al. High-Speed Electro-Optic Modulators Based on Thin-Film Lithium Niobate // *Nanomaterials*. – 2024. – Т. 14. – №. 10. – С. 867.
41. Lin Q. et al. Versatile Tuning of Compact Microring Waveguide Resonator Based on Lithium Niobate Thin Films // *Photonics*. – MDPI, 2023. – Т. 10. – №. 4. – С. 424.
42. Wang T. J., Chu C. H., Lin C. Y. Electro-optically tunable microring resonators on lithium niobate // *Optics letters*. – 2007. – Т. 32. – №. 19. – С. 2777-2779.
43. Bahadori M. et al. Ultra-efficient and fully isotropic monolithic microring modulators in a thin-film lithium niobate photonics platform // *Optics Express*. – 2020. – Т. 28. – №. 20. – С. 29644-29661.

44. Wu Z. et al. Simulation and analysis of microring electric field sensor based on a lithium niobate-on-insulator //Crystals. – 2021. – T. 11. – №. 4. – C. 359.
45. Babayigit C., Esfandyarpour R., Boyraz O. LiNbO₃-based Synaptic Sensors via Microring Resonator Modulators //IEEE Sensors Journal. – 2024.
46. Wang M. et al. Integrated active lithium niobate photonic devices //Japanese Journal of Applied Physics. – 2023. – T. 62. – №. SC. – C. SC0801.
47. Wu X. et al. Second-Harmonic Generation with a 440 000% W– 1 Conversion Efficiency in a Lithium Niobate Microcavity without Periodic Poling //Laser & Photonics Reviews. – 2024. – T. 18. – №. 7. – C. 2300951.
48. Song Y. et al. Octave-spanning Kerr soliton frequency combs in dispersion-and-dissipation-engineered lithium niobate microresonators //Light: Science & Applications. – 2024. – T. 13. – №. 1. – C. 225.
49. Bogaerts W., Chrostowski L. Silicon photonics circuit design: methods, tools and challenges //Laser & Photonics Reviews. – 2018. – T. 12. – №. 4. – C. 1700237.
50. Chrostowski L. et al. Design and simulation of silicon photonic schematics and layouts //Silicon Photonics and Photonic Integrated Circuits V. – SPIE, 2016. – T. 9891. – C. 185-195.
51. Pond J. et al. A complete design flow for silicon photonics //Silicon Photonics and Photonic Integrated Circuits IV. – SPIE, 2014. – T. 9133. – C. 138-154.
52. Khan M. U. et al. Photonic integrated circuit design in a foundry+ fabless ecosystem //IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. – 2019. – T. 25. – №. 5. – C. 1-14.
53. Pond J., Lamant G. S. C., Goldman R. Software tools for integrated photonics //Optical Fiber Telecommunications VII. – Academic Press, 2020. – C. 195-231.
54. Sujecki S. Photonics modelling and design. – 1 изд. – Boca Raton: CRC press, 2015. – 410 с.

55. Kunz K. S., Luebbers R. J. The finite difference time domain method for electromagnetics. – 1 изд., – Boca Raton: CRC press, 1993. – 464 с.
56. Rahman B. M. A., Agrawal A. Finite element modeling methods for photonics. – 1 изд., – Norwood: Artech House, 2013. – 268 с.
57. Liu Y. et al. Acceleration technique of FDTD model with high accuracy for nanostructure photonics //Progress In Electromagnetics Research M. – 2011. – Т. 19. – С. 105-120.
58. Pedrola G. L. Beam propagation method for design of optical waveguide devices. – 1 изд., – Hoboken: John Wiley & Sons, 2015. – 408 с.
59. Gallagher D. F. G., Felici T. P. Eigenmode expansion methods for simulation of optical propagation in photonics: pros and cons //Integrated optics: devices, materials, and technologies VII. – SPIE, 2003. – Т. 4987. – С. 69-82.
60. Pregla R. Analysis of electromagnetic fields and waves: the method of lines. – 1 изд., – Hoboken: John Wiley & Sons, 2008. – 522 с.
61. Huang W. P. Coupled-mode theory for optical waveguides: an overview //JOSA A. – 1994. – Т. 11. – №. 3. – С. 963-983.
62. Leijtens X. J. M., Smit M. K. S-matrix-oriented CAD tool for photonic integrated circuits //Integrated Optic Devices II. – SPIE, 1998. – Т. 3278. – С. 6-12.
63. Balili R. B. Transfer matrix method in nanophotonics //International Journal of Modern Physics: Conference Series. – World Scientific Publishing Company, 2012. – Т. 17. – С. 159-168.
64. Capmany J. et al. Apodized coupled resonator waveguides //Optics express. – 2007. – Т. 15. – №. 16. – С. 10196-10206.
65. Capmany J., Muriel M. A. A new transfer matrix formalism for the analysis of fiber ring resonators: compound coupled structures for FDMA demultiplexing //Journal of lightwave technology. – 1990. – Т. 8. – №. 12. – С. 1904-1919.

66. Arellano C. et al. The power of circuit simulations for designing photonic integrated circuits //Concurrency and Computation: Practice and Experience. – 2014. – Т. 26. – №. 15. – С. 2518-2529.
67. FDTD Simulation Software with OmniSim // PhotonDesign URL: https://www.photond.com/products/omnisim/omnisim_features_fDTD_01.htm (Дата обращения: 05.11.2024).
68. OptiFDTD Overview // Optiwave URL: <https://optiwave.com/optifdtd-overview/> (Дата обращения 05.11.2024).
69. Nalimov A. G. et al. Three-dimensional simulation of a nanophotonics device with use of fullwave software //Optical Memory and Neural Networks. – 2009. – Т. 18. – С. 85-92.
70. FDTD product reference manual // Ansys Optics URL: <https://optics.ansys.com/hc/en-us/articles/360033154434-FDTD-product-reference-manual>. (Дата обращения: 05.11.2024).
71. Oskooi A. F. et al. MEEP: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method //Computer Physics Communications. – 2010. – Т. 181. – №. 3. – С. 687-702.
72. Belli K. et al. Effectiveness of 2-D and 2.5-D FDTD ground-penetrating radar modeling for bridge-deck deterioration evaluated by 3-D FDTD //IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – 2009. – Т. 47. – №. 11. – С. 3656-3663.
73. Jiang Z., Liu S., Malekian R. Analysis of a whole-space transient electromagnetic field in 2.5-dimensional FDTD geoelectric modeling //IEEE Access. – 2017. – Т. 5. – С. 18707-18714.
74. Hammer M., Ivanova O. V. Effective index approximations of photonic crystal slabs: a 2-to-1-D assessment //Optical and quantum electronics. – 2009. – Т. 41. – С. 267-283.

75. Ivanova A. et al. Variational effective index method for 3D vectorial scattering problems in photonics: TE polarization //26th Progress In Electromagnetics Research Symposium, PIERS 2009. – The Electromagnetics Academy, 2009. – С. 1038-1042.
76. Ivanova O. V. A., Stoffer R., Hammer M. A dimensionality reduction technique for 2D scattering problems in photonics //Journal of optics. – 2010. – Т. 12. – №. 3. – С. 035502.
77. Brunetti G. et al. Comprehensive mathematical modelling of ultra-high Q grating-assisted ring resonators //Journal of optics. – 2020. – Т. 22. – №. 3. – С. 035802.
78. Doménech Gómez J. D. Apodized Coupled Resonator Optical Waveguides: Theory, design and characterization : дис. PhD. – Universitat Politècnica de València, 2013. – 140 с.
79. Gallinet B., Butet J., Martin O. J. F. Numerical methods for nanophotonics: standard problems and future challenges //Laser & Photonics Reviews. – 2015. – Т. 9. – №. 6. – С. 577-603.
80. Teixeira F. L. Time-domain finite-difference and finite-element methods for Maxwell equations in complex media //IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2008. – Т. 56. – №. 8. – С. 2150-2166.
81. Li H. et al. Adaptive wavelet collocation method for simulation of a 2D micro-ring resonator //Optik. – 2017. – Т. 131. – С. 655-670.
82. Li M. S. H. Numerical Simulation of a Micro-ring Resonator with adaptive wavelet collocation method: дис. PhD. – Karlsruher Institut für Technologie, 2011. – 117 с.
83. Chen J., Liu Q. H. Discontinuous Galerkin time-domain methods for multiscale electromagnetic simulations: A review //Proceedings of the IEEE. – 2012. – Т. 101. – №. 2. – С. 242-254.

84. Alvarez J. et al. 3-D discontinuous Galerkin time-domain method for anisotropic materials //IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. – 2012. – Т. 11. – С. 1182-1185.
85. Angulo L. D. et al. Discontinuous Galerkin time domain methods in computational electrodynamics: State of the art //Forum Electromagn. Res. Methods Appl. Technol. – 2015. – Т. 10. – №. 4.
86. Rumpf R. C. Electromagnetic and Photonic Simulation for the Beginner: Finite-Difference Frequency-Domain in MATLAB®. – 1 изд. – Norwood: Artech House, 2022. – 355 с.
87. Ivinskaya A. M., Lavrinenko A. V., Shyroki D. M. Modeling of nanophotonic resonators with the finite-difference frequency-domain method //IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2011. – Т. 59. – №. 11. – С. 4155-4161.
88. Akimov Y. et al. Eigenmode decomposition method for full-wave modeling of microring resonators //Physical Review A. – 2024. – Т. 109. – №. 4. – С. 043514.
89. Ploeg S., Gunther H., Camacho R. M. Symphony: An open-source photonic integrated circuit simulation framework //Computing in Science & Engineering. – 2020. – Т. 23. – №. 1. – С. 65-74.
90. Силаев М. А., Брянцев С. Ф. Приложение матриц и графов к анализу СВЧ устройств. – 1 изд. – М.: Сов. радио, 1970. – 248 с.
91. Kawano K., Kitch T. Introduction to optical waveguide analysis: Solving maxwell's equation and the schrödinger equation. – 1 изд. – Hoboken: John wiley & sons, 2001. – 280 с.
92. Снайдер А., Лав Д. Теория оптических волноводов. Пер. с англ. под редакцией Е.М. Дианова и В.В. Шевченко. – М.: Радио и связь, 1987. – 655 с.
93. Панов М. Ф., Соломонов А. В. Физические основы фотоники. – 2 изд. испр. – СПб.: Лань, 2018. – 564 с.

94. Chiang K. S. Review of numerical and approximate methods for the modal analysis of general optical dielectric waveguides //Optical and Quantum Electronics. – 1994. – T. 26. – C. S113-S134.
95. Angkaew T., Matsuhara M., Kumagai N. Finite-element analysis of waveguide modes: A novel approach that eliminates spurious modes //IEEE transactions on microwave theory and techniques. – 1987. – T. 35. – №. 2. – C. 117-123.
96. Schulz N. et al. Finite-difference method without spurious solutions for the hybrid-mode analysis of diffused channel waveguides //IEEE transactions on microwave theory and techniques. – 1990. – T. 38. – №. 6. – C. 722-729.
97. Winkler J. R., Davies J. B. Elimination of spurious modes in finite element analysis //Journal of computational physics. – 1984. – T. 56. – №. 1. – C. 1-14.
98. Pintus P. Accurate vectorial finite element mode solver for magneto-optic and anisotropic waveguides //Optics express. – 2014. – T. 22. – №. 13. – C. 15737-15756.
99. Franco M. A. R. et al. Finite element analysis of anisotropic optical waveguide with arbitrary index profile //IEEE Transactions on Magnetics. – 1999. – T. 35. – №. 3. – C. 1546-1549.
100. Li D. U., Chang H. An efficient full-vectorial finite-element modal analysis of dielectric waveguides incorporating inhomogeneous elements across dielectric discontinuities //IEEE journal of quantum electronics. – 2000. – T. 36. – №. 11. – C. 1251-1261
101. Hayata K. et al. Novel finite-element formulation without any spurious solutions for dielectric waveguides //Electronics Letters. – 1986. – T. 22. – №. 6. – C. 295-296.
102. Su C. C. A combined method for dielectric waveguides using the finite-element technique and the surface integral equations method //IEEE transactions on microwave theory and techniques. – 1986. – T. 34. – №. 11. – C. 1140-1146.

103. Fallahkhair A. B., Li K. S., Murphy T. E. Vector finite difference modesolver for anisotropic dielectric waveguides //Journal of lightwave technology. – 2008. – Т. 26. – №. 11. – С. 1423-1431.
104. Singh V. A finite difference frequency domain based full vectorial transverse modesolver for anisotropic waveguides with arbitrary permittivity and permeability tensors //The Applied Computational Electromagnetics Society Journal (ACES). – 2018. – С. 806-809.
105. Zhu Z., Brown T. G. Full-vectorial finite-difference analysis of microstructured optical fibers //Optics express. – 2002. – Т. 10. – №. 17. – С. 853-864.
106. Chiang Y. C., Chiou Y. P., Chang H. C. Improved full-vectorial finite-difference mode solver for optical waveguides with step-index profiles //Journal of Lightwave technology. – 2002. – Т. 20. – №. 8. – С. 1609.
107. Krause M. Finite-difference mode solver for curved waveguides with angled and curved dielectric interfaces //Journal of lightwave technology. – 2011. – Т. 29. – №. 5. – С. 691-699.
108. Sader J. E. High accuracy perturbation methods for optical waveguides : дис. PhD – UNSW Sydney, 1991. – 230 с.
109. Peng S. T., Oliner A. A. Guidance and leakage properties of a class of open dielectric waveguides: Part I-Mathematical formulations //IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1981. – Т. 29. – №. 9. – С. 843-855.
110. Sudbo A. S. Film mode matching: a versatile numerical method for vector mode field calculations in dielectric waveguides //Pure and Applied Optics: Journal of the European Optical Society Part A. – 1993. – Т. 2. – №. 3. – С. 211.
111. Zhang N., Lu Y. Y. Spectral Galerkin mode-matching method for applications in photonics //Physical Review E. – 2024. – Т. 109. – №. 5. – С. 055303.

112. Marcuse D. Solution of the vector wave equation for general dielectric waveguides by the Galerkin method //IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1992. – Т. 28. – №. 2. – С. 459-465.
113. Benson T. M., Kendall P. C. Variational techniques including effective and weighted index methods //Progress In Electromagnetics Research. – 1995. – Т. 10. – С. 1-40.
114. Han Y. T. et al. A rigorous 2D approximation technique for 3D waveguide structures for BPM calculations //ETRI journal. – 2003. – Т. 25. – №. 6. – С. 535-537.
115. Wang Q., Farrell G., Freir T. Effective index method for planar lightwave circuits containing directional couplers //Optics communications. – 2006. – Т. 259. – №. 1. – С. 133-136.
116. Soldano L. B., Pennings E. C. M. Optical multi-mode interference devices based on self-imaging: principles and applications //Journal of lightwave technology. – 1995. – Т. 13. – №. 4. – С. 615-627.
117. Hunsperger R. G. et al. Integrated optics. – 4 изд. –Heidelberg : Springer Verlag, 1995. – 367 с.
118. Liang H. et al. An optical mode-matching method with improved accuracy and efficiency //IEEE Journal of Quantum Electronics. – 2014. – Т. 51. – №. 2. – С. 1-8.
119. Jiang K., Huang W. P. Finite-difference-based mode-matching method for 3-D waveguide structures under semivectorial approximation //Journal of lightwave technology. – 2005. – Т. 23. – №. 12. – С. 4239-4248.
120. Mu J., Huang W. P. Simulation of three-dimensional waveguide discontinuities by a full-vector mode-matching method based on finite-difference schemes //Optics express. – 2008. – Т. 16. – №. 22. – С. 18152-18163.

121. Hammer M. Quadridirectional eigenmode expansion scheme for 2-D modeling of wave propagation in integrated optics //Optics Communications. – 2004. – Т. 235. – №. 4-6. – С. 285-303.
122. Čtyroký J. A simple bi-directional mode expansion propagation algorithm based on modes of a parallel-plate waveguide //Optical and quantum electronics. – 2006. – Т. 38. – С. 45-62.
123. Kleijn E. Passive components in indium phosphide generic integration technologies: дис. PhD. – Eindhoven University of Technology, 2014. – 173 с.
124. Xiao J., Ni H., Sun X. Full-vector mode solver for bending waveguides based on the finite-difference frequency-domain method in cylindrical coordinate systems //Optics letters. – 2008. – Т. 33. – №. 16. – С. 1848-1850.
125. Wu X., Xiao J. Full-vector analysis of bending waveguides by using meshless finite cloud method in a local cylindrical coordinate system //Journal of Lightwave Technology. – 2021. – Т. 39. – №. 22. – С. 7199-7209.
126. Kakihara K. et al. Full-vectorial finite element method in a cylindrical coordinate system for loss analysis of photonic wire bends //Optics Express. – 2006. – Т. 14. – №. 23. – С. 11128-11141.
127. Tsuji Y. Complex modal analysis of curved optical waveguides using a full-vectorial finite element method with perfectly matched layer boundary conditions //Electromagnetics. – 2004. – Т. 24. – №. 1-2. – С. 39-48.
128. Lui W. W. et al. Full-vectorial wave propagation in semiconductor optical bending waveguides and equivalent straight waveguide approximations //Journal of lightwave technology. – 1998. – Т. 16. – №. 5. – С. 910.
129. Shyroki D. M. Exact equivalent straight waveguide model for bent and twisted waveguides //IEEE Transactions on microwave theory and techniques. – 2008. – Т. 56. – №. 2. – С. 414-419.

130. Heiblum M., Harris J. Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation //IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1975. – T. 11. – №. 2. – C. 75-83.
131. Lui W. W. et al. Polarization rotation in semiconductor bending waveguides: A coupled-mode theory formulation //Journal of lightwave technology. – 1998. – T. 16. – №. 5. – C. 929.
132. Pan A. et al. Fundamental mode hybridization in a thin film lithium niobate ridge waveguide //Optics express. – 2019. – T. 27. – №. 24. – C. 35659-35669.
133. Marcuse D. Coupled-mode theory for anisotropic optical waveguides //The Bell System Technical Journal. – 1975. – T. 54. – №. 6. – C. 985-995.
134. M. N. Polyanskiy. Refractiveindex.info database of optical constants. Sci. Data 11, 94 (2024)
135. Moskalev D., Kozlov A., Salgaeva U., Krishtop V., Volyntsev A. Applicability of the Effective Index Method for the Simulation of X-Cut LiNbO₃ Waveguides //Applied Sciences. – 2023. – T. 13. – №. 11. – C. 6374.
136. Cortes-Herrera L. et al. Coupled-mode theory of the polarization dynamics inside a microring resonator with a uniaxial core //Physical Review A. – 2021. – T. 103. – №. 6. – C. 063517.
137. Kozlov A., Moskalev D., et al. Reactive ion etching of x-cut LiNbO₃ in an ICP/TCP system for the fabrication of an optical ridge waveguide //Applied Sciences. – 2023. – T. 13. – №. 4. – C. 2097.
138. Baranov G. V., Milenin A. P., Baklanov M. P. Investigation of the impact of plasma etching steps on the roughness of the fin FET channel sidewalls in the scheme of hetero-integration //Russian Microelectronics. – 2016. – T. 45. – C. 186-190.
139. Sharapov A. A., Baranov G. V. Comparative analysis of nanoscale roughness measurement methods //Proc. Mosc. Inst. Phys. Technol. – 2018. – T. 10. – C. 72-75.

140. Payne F. P., Lacey J. P. R. A theoretical analysis of scattering loss from planar optical waveguides // *Optical and Quantum Electronics*. – 1994. – Т. 26. – С. 977-986.
141. Lacey J. P. R., Payne F. P. Radiation loss from planar waveguides with random wall imperfections // *IEEE Proceedings J (Optoelectronics)*. – 1990. – Т. 137. – №. 4. – С. 282-289.
142. Moskalev D., Kozlov A., Salgaeva U., Krishtop V, Perminov A., Venediktov V. A Semi-Analytical Method for the S-Parameter Calculations of an $N \times M$ Multimode Interference Coupler // *Photonics*. – 2023. – Т. 10. – №. 11. – С. 1260.
143. Москалев, Д.Н. Моделирование многомодового интерференционного делителя 2×2 // *Прикладная фотоника*. – 2023. – Т. 10, № 8. – С. 17–28.
144. Москалев Д.Н., Вобликов Е.Д., Криштоп В.В., Максименко В.А., Волынцев А.Б. Использование теории связанных мод при моделировании межмодовой связи в изогнутых волноводах на основе тонкопленочного ниобата лития // *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*. 2024. Т. 67. № 8. С. 697-712.
145. Moskalev D., Voblikov E., Kozlov A., Salgaeva U., V Maximenko, Krishtop V. Model of anisotropic ring resonator based on coupled mode theory // *Optics Continuum*. – 2025. – Т. 4. – №. 2. – С. 210-226.
146. Pancharatnam S. Generalized theory of interference, and its applications: Part I. Coherent pencils // *Proceedings of the Indian Academy of Sciences-Section A*. – New Delhi : Springer India, 1956. – Т. 44. – №. 5. – С. 247-262.
147. Wang J. et al. Experimental observation of Berry phases in optical Möbius-strip microcavities // *Nature Photonics*. – 2023. – Т. 17. – №. 1. – С. 120-125.
148. Chen Y. et al. Topological resonances in a Möbius ring resonator // *Communications Physics*. – 2023. – Т. 6. – №. 1. – С. 84.
149. Sanders G. A., Smith R. B., Rouse G. F. Novel polarization-rotating fiber resonator for rotation sensing applications // *Fiber Optic and Laser Sensors VII*. – SPIE, 1990. – Т. 1169. – С. 373-381.