

АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО «ОБЪЕДИНЕННАЯ
ДВИГАТЕЛЕСТРОИТЕЛЬНАЯ КОРПОРАЦИЯ – АВИАДВИГАТЕЛЬ»

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ПЕРМСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЯКОВКИН ВАДИМ НИКОЛАЕВИЧ

**ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ ДЕТАЛЕЙ ГТД
С ДЕМПФЕРАМИ СУХОГО ТРЕНИЯ**

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

2.5.15. Тепловые, электроракетные двигатели и энергоустановки летательных
аппаратов

Научный руководитель
доктор технических наук, профессор
Нихамкин Михаил Шмерович

Пермь – 2023

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. АНАЛИЗ ПОЛОЖЕНИЯ ДЕЛ ПО ПРОБЛЕМЕ РАСЧЕТА ДЕМПФИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ С СУХИМ ТРЕНИЕМ	13
1.1 Задачи исследования	13
1.2 Разновидность демпферов сухого трения для узлов ГТД	13
1.3 Постановка проблемы математического анализа системы с сухим трением	15
1.4 Простые модели для расчета демпфера сухого трения	16
1.5 Проблемы расчета моделей высокого порядка.....	19
1.6 Способы уменьшения размерности задачи	22
1.7 Применение метода прямого интегрирования по времени к задаче о демпфировании.....	24
1.8 Применение метода гармонического баланса к задаче о демпфировании	29
1.9 Проблемы моделирования контактного взаимодействия.....	40
Выводы по Главе 1	50
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА ДЕМПФИРУЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СИСТЕМЫ С СУХИМ ТРЕНИЕМ	52
2.1 Физическая постановка задачи. Принятые допущения	52
2.2 Свободные колебания осциллятора с сухим трением.....	55
2.3 Верификация линеаризованной математической модели	69
2.4 Методология использования линеаризованного решения в КЭ пакете ANSYS	76
Выводы по Главе 2	78

ГЛАВА 3. РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕМПФИРУЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ МОДЕЛЬНОГО ДЕМПФЕРА ДЛЯ ЛОПАТКИ ГТД В УСЛОВИЯХ ВИБРОСТЕНДА.....	80
3.1 Выбор конструкции демпфера	80
3.2 Описание экспериментальной установки.....	81
3.3 Расчет собственных форм и частот колебаний.....	85
3.4 Расчет демпфирующей способности модельного демпфера.....	87
3.5 Экспериментальное исследование системы без демпфера	93
3.6 Расчетно-экспериментальное исследование системы с демпфером при вынужденных колебаниях	95
3.7 Расчетно-экспериментальное исследование системы с демпфером при затухающих колебаниях	102
Выводы по Главе 3	106
ГЛАВА 4. РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕМПФИРУЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОНИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ЦЕНТРАЛЬНОГО ПРИВОДА И КОРОБКИ ПРИВОДНЫХ АГРЕГАТОВ	109
4.1 Проблемы резонансных колебаний зубчатых колес	109
4.2 Расчетно-экспериментальное исследование демпфирования зубчатого колеса коробки приводов	111
4.3 Расчетно-экспериментальное исследование демпфирования зубчатого колеса центрального привода	118
Выводы по Главе 4	121
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	122
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	125
ПРИЛОЖЕНИЕ А	139

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая диссертационная работа посвящена проблеме расчетной и экспериментальной оценки демпфирующей способности демпферов сухого трения в узлах газотурбинных двигателей (ГТД) при гашении резонансных колебаний.

ГТД представляет собой сложнейшую систему высокоскоростных и высоконагруженных деталей. Конструкция двигателя содержит роторные и статорные детали с множеством лопаток. Соответственно, в двигателе взаимодействует множество генерируемых сил периодического и вибрационного характера. Практически каждая деталь испытывает вибрационные нагрузки, приводящие к динамическим напряжениям. Уровень динамических напряжений в деталях ГТД определяет ресурс по многоцикловой усталости. Зачастую, основной причиной высоких динамических напряжений являются резонансные колебания, которые представляют особый интерес [1, 2, 3, 4]. Проблемы вибрационной прочности и резонансных колебаний деталей ГТД широко описаны в современной научно-технической литературе. В работах Годовского Д.В. (УГНТУ, г. Уфа) [5], Капралова В.М (СПбПУ Петра Великого, г. Санкт-Петербург) [6], Иноземцева А.А. (АО «ОДК-Авиадвигатель», г. Пермь) [7], Нихамкина М.Ш. (ПНИПУ, г. Пермь) [7], Г.С. Писаренко (институт проблем прочности им. Г.С. Писаренко, НИИ Украины, г. Киев) [8] сообщается, что усталостные поломки узлов ГТД, вызванные резонансными колебаниями, являются одной из распространенных проблем в газотурбостроении. Некоторые случаи усталостных поломок приведены в работах А.А. Шанявского [129, 130] и др. [1, 9].

Для снижения резонансных напряжений обычно применяют комплекс мер, первыми из которых являются отстройка собственных частот колебаний и уменьшение возбуждающей силы, либо уменьшение восприятия объектом этой силы. Полная отстройка от резонанса не всегда представляется возможной из-за

высокой плотности спектра собственных частот деталей ГТД и многорежимности работы двигателя [7].

Одним из способов снижения резонансных напряжений является повышение демпфирующей способности системы за счет конструкционного демпфирования – применения демпферов сухого трения. Конструкционное демпфирование обеспечивается потерей энергии в контактирующих местах и подразумевает под собой обширный класс различных конструкционных решений. В двигателе имеются элементы, на которые, как правило, устанавливаются демпферы – это рабочие лопатки ТВД и упругодемпферные опоры валов [7]. Анализом современных научно-технических работ установлено, что демпферы сухого трения могут быть применены в следующих деталях ГТД: блиски, лабиринтные уплотнения, лопатки ротора и статора, зубчатые колеса, в т.ч. конструкционное демпфирование в замковых соединениях [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 22, 23, 24].

Эффективность применения конструкционного демпфирования зависит от правильности настройки системы. Применительно к сложным и ответственным объектам, в особенности ГТД, экспериментальная настройка зачастую требует высоких финансовых и трудовых затрат. В этом случае, до проведения натурных испытаний, целесообразно проводить математическое моделирование эксперимента. Математическое моделирование позволяет определять требуемые параметры и производить расширенный анализ системы, в результате при натурных испытаниях будет использован уже проработанный вариант конструкции и потребуются лишь подтвердить результаты расчета.

Задача с моделированием контакта трущихся тел является нелинейной, это обусловлено наличием сухого трения (Кулоновское трение). Современные математические модели позволяют учитывать данную нелинейность, что повышает точность решения колебательной системы с демпфером, но в то же время усложняет систему. Как следствие, при решении практических задач, возникают трудности в понимании процесса демпфирования конструкции и в

понимании проектирования демпфера. С практической точки зрения существует потребность в инженерных методиках проектирования демпферов.

Анализом научно-технической литературы установлено, что простых расчетных методик проектирования демпфера и пригодных в инженерной практике, не существует. Поэтому, на сегодняшний день актуальной задачей является разработка инженерной методики проектирования демпфера сухого трения, содержащей математическую модель с меньшим числом неизвестных переменных и не требующей больших вычислительных затрат, необходимых для расчета демпфирующей способности демпфера.

Методика проектирования демпферов сухого трения для узлов ГТД содержит следующие основные составляющие:

- расчет демпфирующей способности демпфера с применением верифицированной математической модели, вычисление требуемых параметров демпфера на основе исходных данных о демпфируемом объекте;
- расчет прочности узла ГТД с демпфером в ожидаемых условиях эксплуатации;
- разработка конструкторской документации;
- экспериментальная проверка эффективности демпфера.

Диссертационная работа посвящена математической модели для расчета демпфирующей способности демпфера.

Целью диссертационного исследования, направленного на повышение надежности газотурбинных двигателей и снижение резонансных напряжений в деталях, является разработка инженерной методики проектирования демпферов сухого трения для элементов ГТД, основанной на экспериментально проверенной математической модели расчета демпфирующей способности демпферов и подходящей для применения в инженерной практике.

Задачи диссертационной работы.

1. Разработка математической модели для расчета демпфирующей способности демпферов сухого трения для узлов ГТД, позволяющей проводить

расчеты без использования большого вычислительного ресурса и больших временных затрат.

2. Верификация разработанной модели путем сравнения результатов с общепринятым расчетным методом прямого интегрирования по времени.

3. Разработка способа учета эффектов микроскольжения в математической модели.

4. Разработка и создание экспериментальной установки и методики эксперимента для исследования контактных пар и демпфера сухого трения в условиях вибростенда. Экспериментальное подтверждение работоспособности модели на примере демпфирования лопатки компрессора с трактовой полкой на вибростенде.

5. Расчетно-экспериментальное исследование демпферов тарельчатого типа для конических зубчатых колес центрального привода и коробки приводов в рабочих условиях на двигателе ПС-90А с целью подтверждения применимости инженерной методики для натуральных узлов ГТД.

6. Разработка рекомендаций по проектированию демпферов для различных узлов ГТД на основе разработанной методики.

Объект и предмет исследования

Объект исследования – математические модели определения демпфирующей способности конструкции с использованием демпфера сухого трения.

Предмет исследования – системы с сухим трением при резонансных колебаниях, лопатка компрессора с трактовой полкой, колесо зубчатое коническое.

Методология исследования базируется на теории механики деформируемого твердого тела, в том числе на известных способах расчетного и экспериментального определения собственных форм и частот колебаний и численном моделировании с использованием метода конечных элементов. Экспериментальные работы проведены на электродинамическом вибростенде

LDS 875 и в рабочих условиях на ГТД, регистрация данных эксперимента происходила на МПС, обработка данных эксперимента проводилась в программном пакете обработки сигналов WinPOS.

Научная новизна

1. Разработана математическая модель (далее «линеаризованная модель») для определения демпфирующей способности демпфера сухого трения для узлов ГТД. Модель отличается от известных тем, что содержит как минимум вдвое меньшее количество составляющих сил в уравнении движения. Модель основана на принципе линеаризации системы и описывается уравнением для расчета собственных форм и частот колебаний, это позволяет сфокусировать решение на резонансных частотах колебаний. Перечисленные особенности позволяют существенно сократить вычислительный ресурс и использовать модель как эффективный инструмент в методике проектирования демпферов сухого трения для гашения резонансных колебаний.

2. Определено, что задача о гашении амплитуды резонансных колебаний за счет демпфера сухого трения может быть описана малым числом решений, но достаточным для воспроизведения влияния демпфера на форму колебаний: в диапазоне от беспрепятственного взаимодействия демпфера и колебательной системы до заклинивания демпфера и нескольких промежуточных вариантов между двумя обозначенными состояниями. Решение при заданной жесткости системы впервые сведено к общему виду.

3. Проведена адаптация модели к натурным деталям ГТД. На примере демпфирования лопатки ГТД на вибростенде и зубчатых колес на авиационном двигателе экспериментально подтверждена работоспособность линеаризованной модели, и научно обоснована применимость инженерной методики на практике.

Практическая значимость работы заключается в создании эффективного инструмента для проектирования демпферов сухого трения для узлов ГТД, позволяющего сократить трудоемкость расчетов при

проектировании демпферов и объем экспериментальных работ при доводке двигателя.

Результаты диссертационной работы были применены при проектировании демпферов для лопаток и зубчатых колес в АО «ОДК-Авиадвигатель», г.Пермь, Россия (ПС-90А, ПД-14 и другие перспективные двигатели ГА).

Теоритическая значимость работы заключается в разработке подхода к оценке демпфирующей способности демпфера сухого трения в условиях резонансных колебаний, позволяющего свести решение к общему виду при заданных жесткостях колебательной системы.

Апробация результатов работы

Основные результаты диссертационной работы докладывались на конгрессе по двигателестроению «НТКД-2012» (Москва, 2012); IV Всероссийской научно-практической конференции «Современные наукоемкие инновационные технологии» (Дом науки и техники, Самара, 2012); XXII Всероссийской школе-конференции молодых ученых и студентов ММЕН (ПНИПУ, Пермь, 2013); XIV Всероссийской научно-технической конференции «Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации – 2013» (ПНИПУ, Пермь, 2013); XV Всероссийской научно-технической конференции, АКТТИ-2014; Международной научно-технической конференции «Проблемы и перспективы развития двигателестроения» (СГАУ, Самара, 2014); Международной научно-технической конференции «International Conference on Aviation Motors» (ICAM 2020) (Москва, 2021).

Публикации автора по теме диссертации

1. Яковкин, В.Н. Расчётная оценка эффективности демпфера сухого трения для полой широкохордной лопатки вентилятора / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // Известия Самарского научного центра РАН. – 2012.– Т. 14. – № 4(5). – С. 1394-1398.

2. Яковкин, В.Н. Проектирование демпфирующего устройства для конической шестерни коробки приводов / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // Современные проблемы науки и образования.– 2013. – № 3. – С. 28.

3. Яковкин, В.Н. Расчет демпфирующей способности тарельчатого демпфера для конической шестерни коробки приводов газотурбинного двигателя / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // Электронный журнал «Труды МАИ». – 2014. – № 76. – 19 с.

4. Yakovkin, V. N. Verification of a Mathematical Model of a Dry Friction Damper for a GTE Blade / V.N. Yakovkin, V.A. Besschetnov // Journal of Physics: Conference Series: materials of International Conference on Aviation Motors (ICAM 2020). (Moscow, 18-21 May 2021) – 2021.– Vol.1891. – Art. 012037.

5. Яковкин, В.Н. Математическое моделирование демпфера сухого трения для зубчатого колеса газотурбинных двигателей. Часть 1 / В.Н. Яковкин, М.Ш. Нихамкин, Н.А. Саженков // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2022. – № 70. – С. 140–149.

6. Яковкин, В.Н. Математическое моделирование демпфера сухого трения для зубчатого колеса газотурбинного двигателя. Часть 2 / В.Н. Яковкин, А.Б. Пищальников, И.И. Соколов, М.Ш. Нихамкин, Н.А. Саженков // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2022. – № 70. – С. 150–159.

7. Бессчетнов, В.А. Моделирование контактного взаимодействия в лопатках ГТД при вынужденных колебаниях / В.А. Бессчетнов, Н.В. Гладышева, В.Н. Яковкин, И.Г. Габов // 12-й международной салон «Двигатели-2012»: тезисы докладов научно-технического конгресса по двигателестроению (НТКД-2012). – 2012. – С. 195-197.

8. Яковкин, В.Н. Приближенные методы оценки демпфирующей способности прижимного демпфера для полый широкохордной лопатки вентилятора / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // «Математическое

моделирование в естественных науках»: тезисы докладов XXII Всероссийской школы-конференции молодых ученых и студентов ММЕН. – 2013. – Т. 1. – С. 189-190.

9. Яковкин, В.Н. Расчетное исследование демпфирующей способности уплотнительного кольца для рабочей лопатки КВД / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // «Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации (АКТТИ-2013)»: тезисы докладов XIV Всероссийской научно-технической конференции. – 2013. – Т. 1. – С. 158-159.

10. Яковкин, В.Н. Влияние жесткости прижимного демпфера сухого трения на динамические характеристики лопатки вентилятора / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // «Авиация и космонавтика - 2013»: тезисы докладов 12 Международной конференции. – 2013.

11. Яковкин, В.Н. Расчетно-экспериментальное определение демпфирующей способности тарельчатого демпфера для конической шестерни коробки приводов ГТД / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // 14-й международной салон «Двигатели-2014»: тезисы докладов научно-технического конгресса по двигателестроению (НТКД-2014). – 2014.

12. Бессчетнов, В.А. Отработка расчетного метода оценки демпфирующей способности межлопаточных демпферов рабочих лопаток ТВД / В.А. Бессчетнов, В.Н. Яковкин, Т.Ю. Королева // «Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации (АКТТИ-2014)»: тезисы докладов XV Всероссийской научно-технической конференции. – 2014. – Т. 1. – С. 33-38.

13. Яковкин, В.Н. Расчетный анализ демпфирующей способности демпфера сухого трения и демпфера на основе металлорезины для лопатки вентилятора на резонансе / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // «Проблемы и перспективы развития двигателестроения»: тезисы докладов Международной научно-технической конференции. Ч. 2. – С.148-150.

14. Besschetnov, V.A. The Calculated Research of Underplatform Damper Damping Capacity for Turbine Blades / V.N. Yakovkin, V.A. Besschetnov //

«Инновационные процессы в исследовательской и образовательной деятельности». –2014. – № 1. – С. 8-10.

15. Яковкин, В.Н. Математическая модель осциллятора с сухим трением при вынужденных колебаниях / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // «Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации (АКТТИ-2018)»: тезисы докладов XIX Всероссийской научно-технической конференции. – 2018. – Т. 1. – С. 355-358.

16. Яковкин, В.Н. Влияние эффектов микроскольжения на демпфирование колебаний лопаток / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // «Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации (АКТТИ-2019)»: тезисы докладов XX Всероссийской научно-технической конференции. – 2019. – Т. 1. – С. 172-175.

ГЛАВА 1. АНАЛИЗ ПОЛОЖЕНИЯ ДЕЛ ПО ПРОБЛЕМЕ РАСЧЕТА ДЕМПФИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ С СУХИМ ТРЕНИЕМ

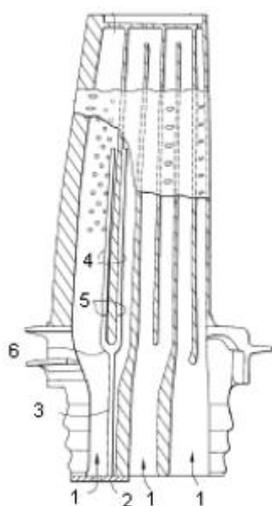
1.1 Задачи исследования

Задачи исследования научно-технической литературы следующие:

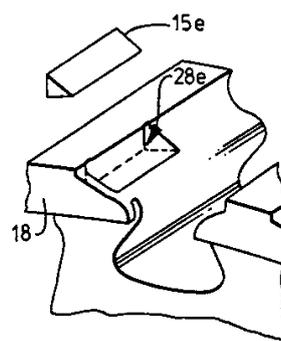
- определение математических моделей, применяемых в настоящее время, для решения задачи о расчете демпфера сухого трения для узлов ГТД;
- определение допущений и упрощений, применяемых в математических моделях;
- анализ возможностей существующих математических моделей для практического применения и основные проблемы сопоставления расчета с экспериментом;
- анализ возможностей сведения задачи о расчете демпфера сухого трения к общему виду – существенного сокращения области возможных решений задачи.

1.2 Разновидность демпферов сухого трения для узлов ГТД

1.2.1 Существует большое разнообразие демпферов сухого трения, спроектированных для деталей ГТД [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17], в частности: блиски, лабиринтные уплотнения, лопатки ротора и статора, зубчатые колеса. На рисунке 1.01 представлены некоторые конструкционные решения для демпфирования лопаток ГТД.

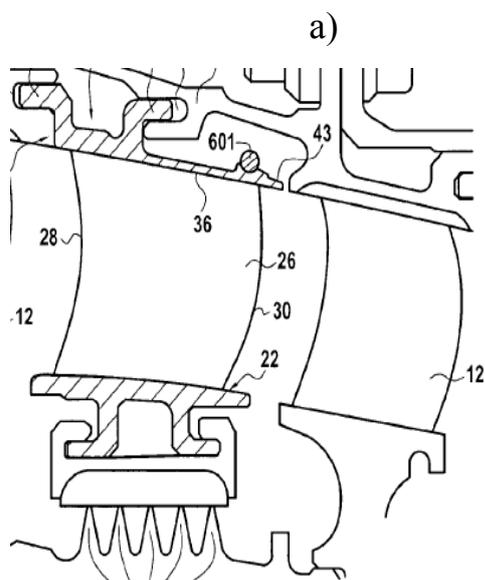


- 1- входные сечения
подвода
охлаждения;
2 – основание
демпфера;
3 – ножка;
4,5 – поверхности
трения;
6 – «вилка»



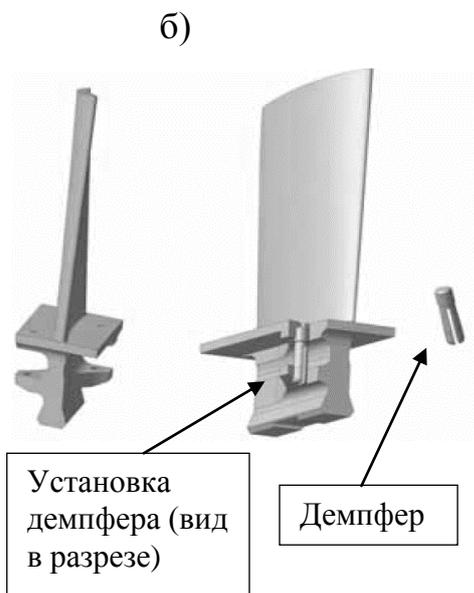
- 15e – демпфер;
26e – паз в диске
для установки
демпфера;
18 – обод диска

FIG. 8



- 601 – кольцевой
демпфер;
26 – перо лопатки;
30, 28 – кромки
пера;
36, 43 - полка
лопатки с
поверхностью
трения;
22 – полка на
концевом
сечении лопатки;
12 – рабочая
лопатка

в)



б)

г)

Рисунок 1.01 – Разновидности демпферов для лопаток ГТД: а) Демпфер во внутренней полости рабочей лопатки турбины: патент [118, 119], б) Демпферы для лопаток с трактовой полкой, патент. US 5226784 А, 1993 [102], в) Демпфер для направляющей лопатки, патент. US 2013/0223990 А1, Aug. 29, 2013 [12], [13], г) Рабочая лопатка 8-й ступени компрессора с демпфером штифтовым, двигатель семейства НК (г. Самара) [103]

На рисунке 1.02 представлены некоторые конструкционные решения для демпфирования узлов ГТД.

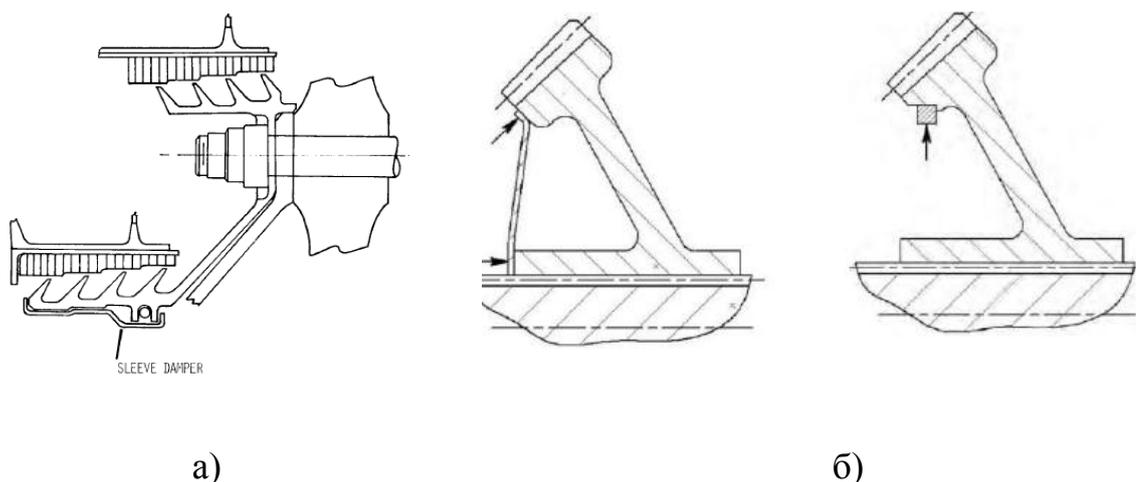


Рисунок 1.02 – Разновидности демпферов для узлов ГТД: а) Демпфирование лабиринтных уплотнений [11], б) Демпферы тарельчатого и кольцевого типа для зубчатых колес ГТД, обозначенные в стандарте AGMA [117].

Уровень эффективности демпферов оценивается по уровню снижения резонансных напряжений, так и по уровню относительного рассеяния энергии или логарифмическому декременту колебаний δ [19, 18]. Относительные характеристики демпфирования удобней использовать при проектировании демпфера и при использовании расчетных методов эффективности демпфера, т.к. позволяет разделять источники диссипации энергии. Особенности определения декремента колебаний описаны в Приложении А. Для справок, уровни демпфирования колебаний составляют в бандажированных лопатках турбины 15 % [122], 5 % [63], в бандажированных лопатках ТНД 4-8 % [8], в зубчатых колесах 0,7-1,2 % (см. главу 4), в рабочих лопатках турбины 3 % [124].

1.3 Постановка проблемы математического анализа системы с сухим трением.

1.3.1 Задача об определении динамического отклика модели конструкции с демпфером сухого трения является нелинейной, решение задачи аналитическим способом затруднено [18, 34]. В части прикладного исследования, в большинстве случаев целью решения задачи является определение амплитуды (или деформаций) колебаний конструкции на

резонансе. Сложность решения задачи состоит в наличии кусочно-нелинейной функции, описывающей закон трения [18]. Функция силы трения, удовлетворяющая данному условию, представлена на рисунке 1.03.

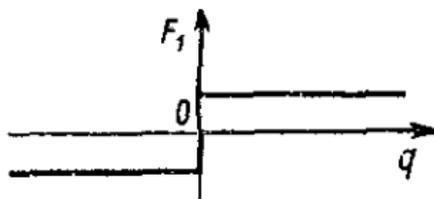


Рисунок 1.03 – Функция силы Кулоновского трения. F_1 – сила трения, q – величина проскальзывания [18]

Статус контакта на поверхности трения можно разделить на три случая: скольжение, слипание, отрыв (более сложный случай). За один период колебаний статус контакта может меняться - периодически переходить из состояния проскальзывания в слипание и наоборот [30, 128]. В свою очередь, уровень демпфирования колебаний зависит от количества совершенной работы силы трения [8, 18] за один период колебаний.

Таким образом, чтобы с достаточной точностью определить работу силы трения с нелинейным слагаемым необходимо использовать пошаговый итеративный процесс [30, 34, 58, 125, 126]. Если рассматриваемую систему приблизить к натурной конструкции - дополнить упругими связями и элементами с массой, то расчет динамического отклика существенно усложнится, в частности из-за требуемого машинного ресурса и времени.

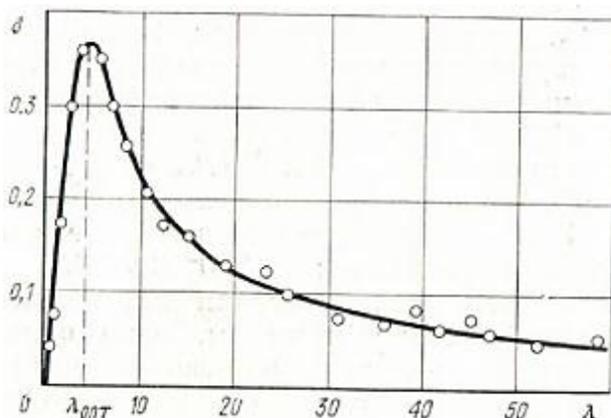
1.4 Простые модели для расчета демпфера сухого трения

1.4.1 В работах Г.С. Писаренко [8] описаны способы расчета демпфирования в замковых соединениях лопаток ГТД в статической постановке, где оценку демпфирующей способности оценивают по затраченной работе силы трения, отнесенной к потенциальной (или кинетической) энергии деформирования лопатки [19], [8]:

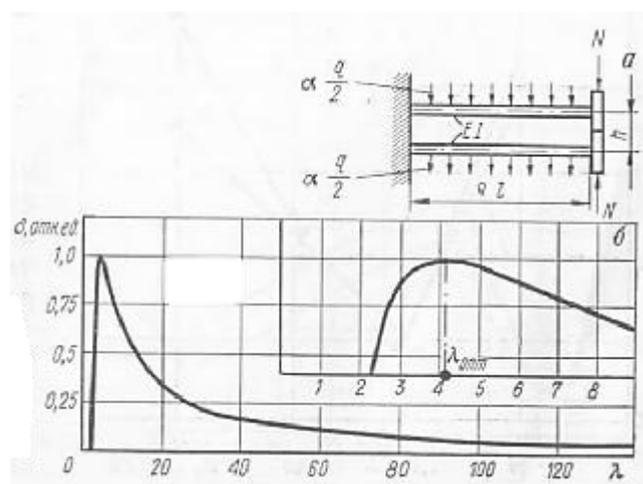
$$\delta_{\text{ТР}} = \frac{W_{\text{ТР}}}{2 \cdot W_{\text{ПОТ}}} \quad (1.1)$$

При расчетах использовалось допущение, что контактное взаимодействие может быть рассчитано в статической постановке: параметры рассеяния и упругости в демпферах сухого трения в широком диапазоне частот не зависят от скорости деформирования - этот принцип широко распространен при расчете демпфирования [20, 21, 22, 23, 24]. В работе И.В. Ананьева и Н.М. Колбина [25] описаны эксперименты по демпфированию балки с элементом сухого трения, из которых видно, что декремент колебаний не зависит от частоты колебаний, что также подтверждает гипотезу; похожие экспериментальные результаты получены Н.Н. Серебряковым [26].

В работах В.В. Матвеева и Г.С. Писаренко [8] для расчета демпфирования использовались уравнения равновесия, содержащие только силы, действующие в контакте – нормальные и касательные силы реакции, и силы, приходящие от колебаний лопатки в виде изгибающего момента. Так, например, проведен численный анализ конструкционного демпфирования в замковом соединении рабочих лопаток и в попарно бандажированных рабочих лопатках. Особый интерес представляют результаты, представленные в виде зависимости $\delta_{\text{отн.}}(\lambda)$, где $\delta_{\text{отн.}}$ – декремент системы без демпфера отнесенный к декременту системы с демпфером, $\lambda = \frac{M_{\text{изг}}}{M_{\text{тр}}}$, $M_{\text{изг}}$ – максимальный изгибающий момент в корне пера лопатки, $M_{\text{тр}}$ – момент сопротивления, обусловленный силами трения (рисунок 1.04). Авторы экспериментальным и численным способом получили правомерность зависимости $\delta_{\text{отн.}}(\lambda)$ в достаточно широком диапазоне амплитуд колебаний и сил трения. Это показано на примере экспериментального исследования лопаток с шарнирным соединением (рисунок 1.04а) и численного для попарно бандажированных лопаток (рисунок 1.04б). Авторы не приводят сопоставление результатов расчета с экспериментом, однако, для качественной оценки модель себя оправдывает. Таким образом, были рассчитаны лопатки с бандажными полками, шарнирным замком, турбинные лопатки с хвостовиком елочного типа, лопатки компрессора с ласточкиным хвостом.



а)



б)

Рисунок 1.04 – а) Зависимость декремента колебаний образцов с шарнирным соединением от параметра силового нагружения λ , кружок – экспериментальные данные, сплошная линия – аппроксимация экспериментальных точек [8]; б) Расчетная зависимость $\delta_{отн.}(\lambda)$ и схема нагружения П-образной рамы модель парных лопаток турбины ГТД [8]

Аналогичные способы расчета, основанные на вычислении работы силы трения, используются для демпфирования трубопроводов (в том числе трубопроводов ГТД) за счет использования материала типа металлорезина [27]: «Математически задача свелась к выделению бесконечно малого элемента материала каждой из конусных втулок, составлению для них условий равновесия, нахождению распределения давлений на виброизолятор и корпусные детали с учетом внутреннего гистерезиса в материале и распределенных сил трения в контакте элементов из материала МР (металлорезина) и корпусных деталей, и интегрирования всех распределенных сил по объему деформируемых элементов». Модель для расчета демпфирующих свойств МР (металлорезина) основана на экспериментальных данных, в которых определялась площадь петли гистерезиса.

1.4.2 В работах [28], [29] для расчета кольцевого демпфера для цилиндрического зубчатого колеса ГТД использовалась модель, основанная на оценке затраченной работы силы трения. В целом, идея расчета демпфирования

похожа на идеи, представленные в работах В.В. Матвеева [8], а также на модель, изложенную в работе [30]. Авторы проводят оценку двумя способами: демпфер как податливое кольцо и демпфер как частица на гармоническом основании (по аналогии с подходом, описанным И.И. Блехманом [31]). По результатам расчета получена зависимость декремента колебаний от реализуемой силы трения для формы колебаний ЗК с узловыми диаметрами. Достоверность модели не оценена.

1.4.3 Подход, предложенный Г.Я. Пановко [18], [32], [33] более известный как метод прямой линеаризации, можно отнести к недооцененным в прикладных исследованиях демпферов сухого трения. Идея метода представлена на рисунке 1.05 в виде сравнения функций силы трения с подобранным линейным аналогом - арктангенс. В уравнении движения нелинейное слагаемое заменяется линейным аналогом, таким образом, используемое уравнение становится линейным, что проще для вычисления, однако требуется адекватный подбор функции – линейного аналога. Применение метода прямой линеаризации для демпферов сухого трения (в том числе для демпферов ГТД) не встречено в технической литературе.

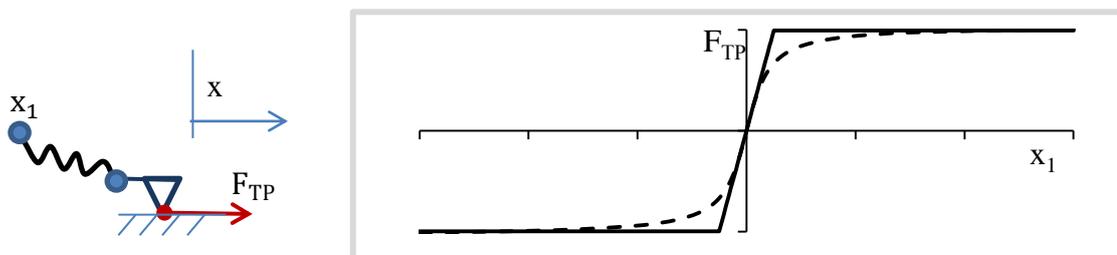


Рисунок 1.05 – Функция силы трения (сплошная) с наложением функции арктангенса (пунктир), x_1 – перемещение, $F_{\text{ТР}}$ – сила Кулоновского трения

1.5 Проблемы расчета моделей высокого порядка

1.5.1 Рассмотрение упрощенных систем в статической постановке оправдано, если известно поведение объекта в динамике и как демпфер влияет на собственную форму колебаний объекта. Если речь идет о сложной натурной конструкции, таких как охлаждаемые лопатки турбины с межлопаточными демпферами, то ее динамическое поведение с демпфером не известно и требует

расчета. Для повышения точности и достоверности результатов может быть применена динамическая модель на основе второго закона Ньютона [18]. Как правило, в качестве численного описания объекта используют метод конечных элементов (МКЭ) – наиболее удобный и надежный способ, где для каждого элемента составляется дифференциальное уравнение движения [37, 38]. Для достоверного описания колебаний системы с сухим трением достаточно использовать полное уравнение движения [127]:

$$[M] \cdot \{\ddot{X}\} + [\alpha] \cdot \{\dot{X}\} + [C] \cdot \{X\} + \{f_{\text{ТР}}(X, \dot{X})\} = \{Q_{\text{ВОЗБ}}\} + \{Q_{\text{СТАТ}}\} \quad (1.2)$$

где $[M]$, $[C]$ – обобщенные матрицы масс и жесткости; $\{\ddot{X}\}$, $\{\dot{X}\}$, $\{X\}$ – обобщенные векторы узловых ускорений, скоростей и перемещений; $\{f_{\text{ТР}}(X, \dot{X})\}$ – вектор нелинейных контактных усилий (сила сухого трения), $\{Q_{\text{ВОЗБ}}\}$ – вектор вынуждающей силы гармонического характера, $\{Q_{\text{СТАТ}}\}$ – вектор статических сил, $[\alpha]$ – матрица диссипативных сил. Точкой обозначено интегрирование по времени t . Матрица $[\alpha]$ характеризует демпфирование, отличное от сухого трения и, обычно, связанное с демпфированием в материале, аэродемпфированием и прочими силами, допускающих в первом приближении линейный закон сопротивления [8].

Как известно, система уравнений (1.2) может быть решена только численным способом [34] (не аналитическим). Современные вычислительные мощности позволяют решать полное уравнение движения прямым методом интегрирования по времени (например, методом Ньюмарка). Для поиска корней уравнения существует несколько методов. Одним из самых распространенных методов, применительно к моделям, построенным МКЭ, является метод Ньютона-Рафсона [35, 36, 34]. Особенности решения уравнения и применения МКЭ стоит описать отдельно.

МКЭ получил широкое распространение за способность адекватно передавать (воспроизводить) массово-жесткостную характеристику натурной конструкции в трехмерной постановке (в том числе) для задач механики деформированного твердого тела (МДТТ): чем мельче конечно-элементная

(КЭ) сетка относительно объекта, тем лучше воспроизводится массово-жесткостная характеристика [37, 38], однако существует устойчивость в решении, т.е. дальнейшее увеличение количества элементов не ведет к изменению результата. Рекомендации к построению КЭ сетки сводятся к измельчению элементов в местах концентрации напряжений и на контактных поверхностях, и применению элементов с квадратичной аппроксимацией перемещений. Рекомендации по необходимому количеству элементов на изучаемой области представлены в работах [39, 40, 37].

Измельчение КЭ сетки ведет к увеличению числа степеней свобод, следовательно, к увеличению размерности задачи. Современный вычислительный ресурс позволяет решать системы большой размерности (т.е. определять отклик установившихся колебаний полноразмерной конструкции методом интегрирования по времени). Важно отметить, что нелинейное контактное взаимодействие, инерционность колебаний и переменная жесткость требует частой дискретизации шага по времени. Если говорить об устойчивом решении (т.е. дальнейшее увеличение числа шагов не ведет к изменению результата), то количество шагов за один период колебаний должно быть более ста (по мнению автора диссертационной работы). Также, один расчетный шаг сопровождается итерационным процессом, что связано с определенными трудностями со сходимостью, вследствие нелинейного контактного взаимодействия.

С учетом вышесказанного время нахождения решения (амплитуды установившихся колебаний) значительно увеличивается [41, 42], особенно для моделей сложной натурной конструкции, так как для ее описания требуется большое количество узлов [39]. С точки зрения машинного ресурса ускорение возможно только с увеличением частоты процессора в десятки и сотни раз по сравнению с современными процессорами. Распараллеливание задачи неэффективно, что объясняется нелинейностью контактного взаимодействия и типом задачи механики деформируемого твердого тела.

По результатам обзора технической литературы определено, что для разрешения, либо частичного разрешения сложившейся ситуации с длительностью расчета (в том числе с применением метода конечных элементов для описания модели), прибегают к следующим способам:

- уменьшение размерности расчетной модели. В основном это комбинация двух способов: использование GAP-элементов в контакте и редукция матриц расчетной модели;

- использование приближенных методов расчета динамического отклика колебательных системы, таких как метод гармонического баланса (МГБ).

Способы уменьшения размерности задачи представлены ниже.

1.6 Способы уменьшения размерности задачи.

1.6.1 Редукция матриц.

Для определения динамических характеристик сложных конструкций с демпфером сухого трения применяют математические способы уменьшения размерности расчетной модели, построенной МКЭ: это редукция матриц по методу Guyan [43], и редукция на основе модели Крейга–Бэмптона [44, 45, 46].

Редукция матриц является способом уменьшения размера матриц модели и выполнения расчетов быстрее, и с меньшими затратами ресурсов. Основное предположение процедуры редуцирования Guyan заключается в утверждении, что для низких частот силы инерции в исключаемых степенях свободы являются незначительными по сравнению с упругими силами, передаваемыми управляющим степеням свобод. От количества назначенных степеней свобод зависит точность результатов собственных частот и форм колебаний. Матрица жесткости остается полной, а инерция концентрируется в отдельных узлах. Например, в статье Jean-Pierre Lombard и Pierrick Jean [47] для расчета демпфирования в замковом соединении лопатки вентилятора использовалась редуцированная модель, которая обеспечивала точное совпадение с исходной моделью по первым пяти собственным частотам колебаний лопатки вентилятора.

Метод редуцирования системы уравнений движения деформируемого тела, получаемых на основе МКЭ, Крейга-Бэмптона аппроксимирует малые упругие перемещения тела набором допустимых собственных форм. Например, в работе [48] представлено, что редуцированная модель дает близкое совпадение по первым 8 формам колебаний. Метод имеет преимущество по сравнению с предыдущим методом по уменьшенному (оптимизированному) числу назначенных степеней свобод. Доступным языком метод редуцирования на основе модели Крейга-Бэмптона описан в статье [49].

1.6.2 Использование GAP-элементов

Процедуре редуцирования не могут быть подвергнуты контактные узлы-элементы. Для контактной области применяют способ уменьшения размерности, заключающийся в замене контактных оболочечных элементов на GAP-элементы. GAP-элемент реализует контакт типа «узел с узлом». Использование оболочечных элементов требует мелкой сетки для правильной передачи контактных усилий при колебаниях и взаимном проскальзывании, тогда как GAP-элементов требуется на порядок меньше. Использование GAP-элементов требует, чтобы узлы двух противоположных поверхностей геометрически соответствовали друг другу, и чтобы относительное скольжение двух поверхностей было мало (это требование удовлетворяется для узлов ГТД). Методика применения GAP-элементов изложена в работе [50]. Элементы типа узел с узлом передают только усилия между узлами, в отличие от оболочечных контактных элементов. Эта особенность ограничивает их (GAP-элементов) применение исключительно элементами первого порядка. Из анализа литературных источников выявлено, что в основном используются GAP-элементы для моделирования контакта [51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 74].

В работах [59, 60] рассмотрена проблема выбора количества GAP-элементов на результат расчета. Авторы приходят к выводу, что сетка контактных элементов должна быть достаточно плотной (в несколько рядов) для получения надежного результата.

1.7 Применение метода прямого интегрирования по времени к задаче о демпфировании

Развитие вычислительной техники позволило использовать метод прямого интегрирования по времени для решения полного уравнения движения (1.4) в конечно-элементной постановке с нелинейным контактным взаимодействием для натуральных узлов ГТД. Метод широко используется отечественными авторами. Наиболее интересные и значимые работы принадлежат Б.Ф. Шору, Н.Н. Серебрякову, Ю.М. Темису, Е.В. Кожаринову, Н.А. Саженкову, М.А. Нихамкину [26, 42, 57, 58, 61, 63, 64, 65].

Методика расчета, как правило, следующая [42], [61]. Первым этапом происходит расчет динамического отклика системы без демпфера сухого трения. На данном этапе подбираются вынужденная сила и коэффициенты демпфирования (обусловленные для реальной системы аэродемпфированием, демпфированием в материале и прочих отличающихся от демпфера сухого трения) для исследуемого резонанса системы. Расчет может быть проведен в линейной постановке. На втором этапе рассчитывается система с демпфером. Поиск решения с демпфером сухого трения осуществляется на установившемся режиме колебаний. Применение демпфера сухого трения, как правило, сопровождается сдвигом резонансной частоты колебаний лопатки, тогда появляется необходимость проведения серии расчетов на разных частотах для одной силы прижатия, чтобы определить максимальную амплитуду колебаний. Система с демпфером рассчитывается при нескольких силах прижатия демпфера. По результатам расчета строится зависимость изменения амплитуды резонансных колебаний (либо напряжений в пере лопатки) от силы прижатия демпфера.

Одной из первых работ, где использована расчетная методика Б.Ф. Шорра и Г.В. Мельниковой для расчета эффективности демпфера для охлаждаемой турбинной лопатки, можно выделить работу Р.П. Придорожного [62]. Расчетная оценка проводилась с использованием трехмерной конечно-элементной модели

лопатки. Результаты расчета представлены на рисунке 1.06. Математическая модель позволила получить зависимость изменения резонансных напряжений в лопатке от силы прижатия демпфера с участком максимального демпфирования.

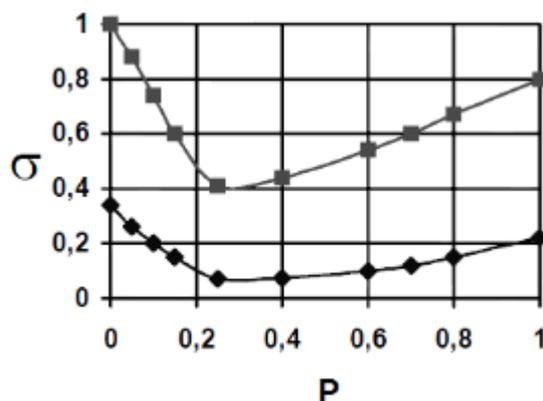


Рисунок 1.06 – Зависимости относительных изгибных напряжений от силы прижатия демпфера P , отнесенной к максимальному уровню, полученному в ходе расчетных исследований: - напряжения в заделке лопатки, отнесенные к максимальному уровню без демпфера, - относительные напряжения в зоне установки демпфера

Стоит отметить замечания авторов, что функциональная работоспособность демпфера существенно зависит от исходного демпфирования лопатки, определяемой возможными потерями в материале и узлах сочленения.

Большой вклад в расчетно-экспериментальное исследование внесли Н.Н. Серебряков, Б.Ф. Шорр [26], [63]. Авторами были исследованы в условиях вибростенда имитаторы лопатки (рисунок 1.07а), натурные лопатки ТВД (рисунок 1.07в). На рисунке 1.07б изображена зависимость относительных напряжений от силы прижатия демпфера. Результаты расчета прямым методом (пунктирная линия) получены при различных значениях коэффициента трения k , где кривая 1 соответствует $k=0,1$, кривая 2 – $k=0,2$, кривая 4 – $k=0,35$, сплошная линия – экспериментальные данные, полученные при силе прижатия

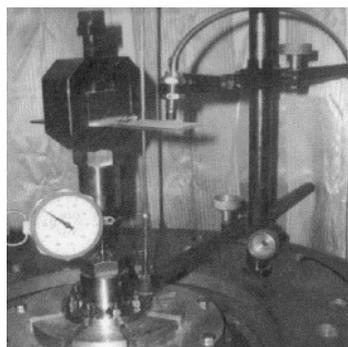
демпфера 10, 20, 30 и 40 Н. Для ускорения расчета применялись GAP-элементы в контакте.

На рисунке 1.07г представлена зависимость снижения относительных динамических напряжений при увеличении силы прижатия демпфера: пунктир – расчет при $k=0,2$, сплошная – расчет при $k=0,5$, маркер - эксперимент. Результаты расчетов, полученные для разных стендов, отличаются по закономерности при изменении коэффициента сухого трения, возможно это связано с особенностями настройки контакта, которые использовали авторы.

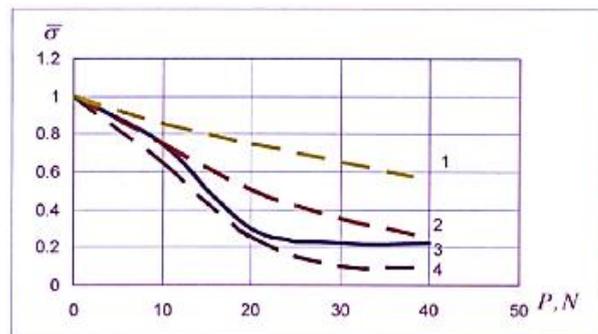
Из сопоставления результатов расчета с экспериментом можно сделать вывод, что модель, применяемая Н.Н. Серебряковым, дает удовлетворительный результат и позволяет качественно описать эксперимент.

Схожая модель применена Н.Н. Саженовым для настройки контактного взаимодействия трущихся пар для специальной установки, имитирующей работу межлопаточного демпфера [58]. Также Автор сообщает, что модель с применением редуцированных матриц и GAP-элементов позволяет сократить время расчета на 60-80% [42].

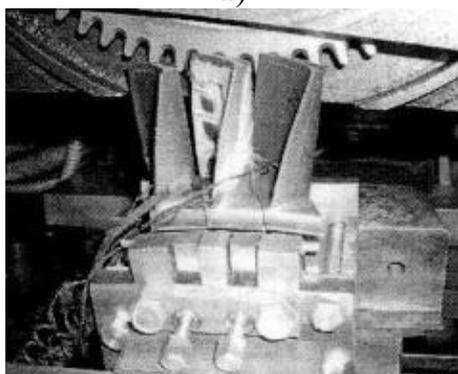
Отечественные авторы Н.Н. Серебряков, Н.А. Саженов, О.В. Репецкий обращают внимание на важность экспериментального определения коэффициента трения, а также определения контактной жесткости и учета микроскольжения.



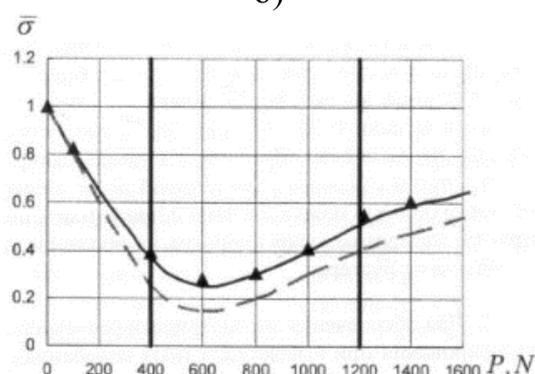
а)



б)



в)



г)

Рисунок 1.07 – а) Имитатор лопатки на вибростенде; б) Зависимость относительных напряжений от силы прижатия демпфера P : пунктир - результаты расчета для кривой 1 с коэффициентом сухого трения $k=0,1$, кривая 2 – $k=0,2$, кривая 4 – $k=0,35$, кривая 3 – эксперимент; в) Натурные лопатки ТВД для испытания в лабораторных условиях; г) Зависимость относительных динамических напряжений при увеличении силы прижатия демпфера P : пунктир – расчет при $k=0,2$, сплошная – расчет при $k=0,5$, маркер – эксперимент.

Е.В. Кожариновым и Ю.М. Темисом [64], [65] разработана редуцированная модель для расчета зубчатых колес (ЗК) ГТД с демпфером. Редукция модели основана на методе Бубнова-Галеркина, вынужденные колебания зубчатого колеса представлены в виде разложения перемещений по выбранным собственным формам ЗК. Нелинейная система уравнений (с силами сухого трения) решается методом Рунге-Кутты 4 порядка. Модель

позволяет получить АЧХ зубчатого колеса при различной силе прижатия демпфера (см. рисунок 1.08).

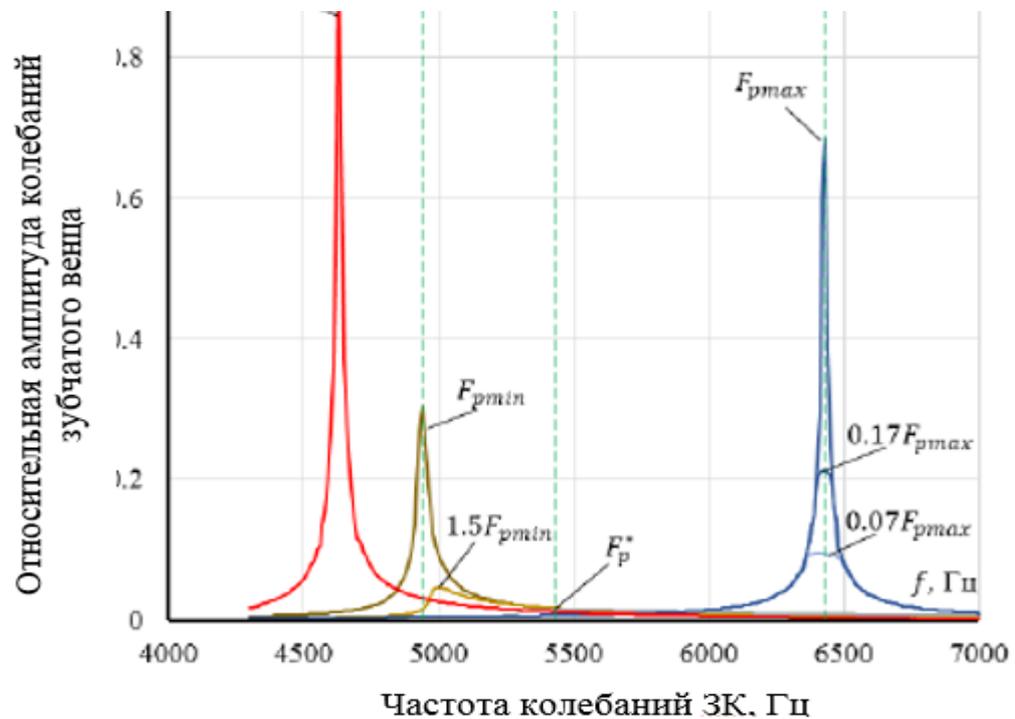


Рисунок 1.08 – Расчетная АЧХ зубчатого колеса с демпфером при различной величине поджатия демпфера. F_p - сила прижатия демпфера.

В работах [66, 67, 68, 69, 70] метод прямого интегрирования по времени используется в качестве настройки альтернативных методов (таких как метод гармонического баланса) определения демпфирующей способности конструкции или в качестве презентации, что модель дает близкий результат. Как правило, результаты, полученные прямым методом, считаются эталонными.

Также к прямому методу прибегают в случае сильной неопределенности системы. Например, в статье [71] проведена расчетно-экспериментальная оценка эффективности демпферной вставки для моносектора направляющих лопаток. Сильная нелинейность обуславливается тем, что демпфер находится в зоне максимальной амплитуды колебаний моносектора и не имеет упругой связи с ним (рисунок 1.09а). На рисунке 1.09б представлена амплитуда вынужденных колебаний системы с демпфером по времени.

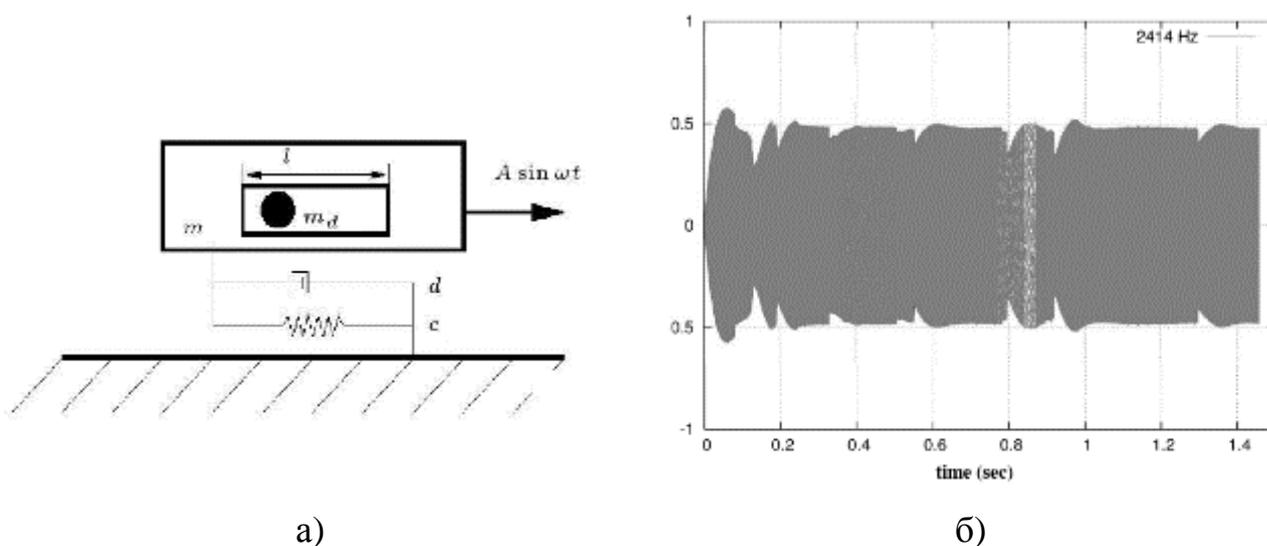


Рисунок 1.09 – а) Расчетная схема с демпфером без упругой связи,
б) Вынужденные колебания системы с демпфером

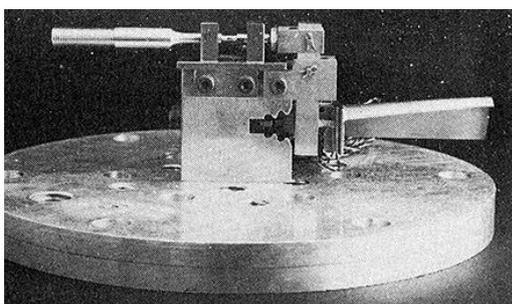
1.8 Применение метода гармонического баланса к задаче о демпфировании

1.8.1 Основные положения метода гармонического баланса с применением к расчету демпферов

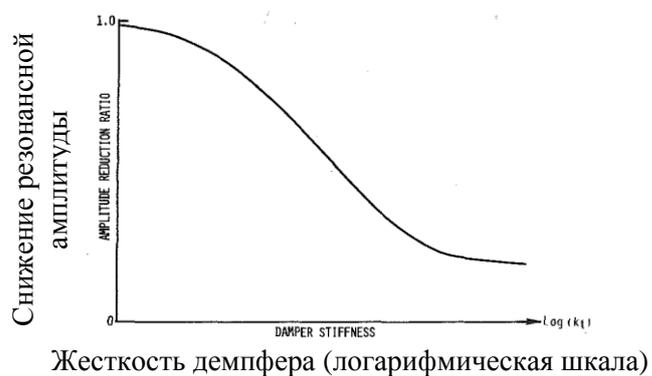
По результатам анализа зарубежной технической литературы определено, что авторы в подавляющем большинстве используют метод гармонического баланса (МГБ) с учетом нескольких гармоник в разложении ряда Фурье.

Одним из родоначальников применения МГБ для исследования лопатки ГТД с демпфером считается Гриффин [72]. В работе представлено расчетно-экспериментальное исследование эффективности прижимного демпфера. На

рисунке 1.10а представлена экспериментальная установка для исследования эффективности демпфера для лопатки ТВД в условиях вибростенда. Для поиска отклика системы в расчете использовалась только первая гармоника разложения ряда Фурье. Гриффин расчетным путем показал влияние жесткости демпфера на его демпфирующую способность: на рисунке 1.10б. представлена эффективность демпфера в зависимости от его жесткости - чем жестче демпфер, тем выше демпфирующая способность.



а)



б)

Рисунок 1.10 – а) Рабочая лопатка ТВД на вибростенде, б) Графическая зависимость влияния жесткости демпфера на коэффициент снижения амплитуды резонанса

На рисунке 1.11 представлено сопоставление результатов расчета с экспериментом: на рисунке 1.11а в виде зависимости собственной частоты колебаний от силы прижатия демпфера (для жесткого и податливого демпфера), на рисунке 1.11б в виде зависимости динамических напряжений от силы прижатия демпфера.

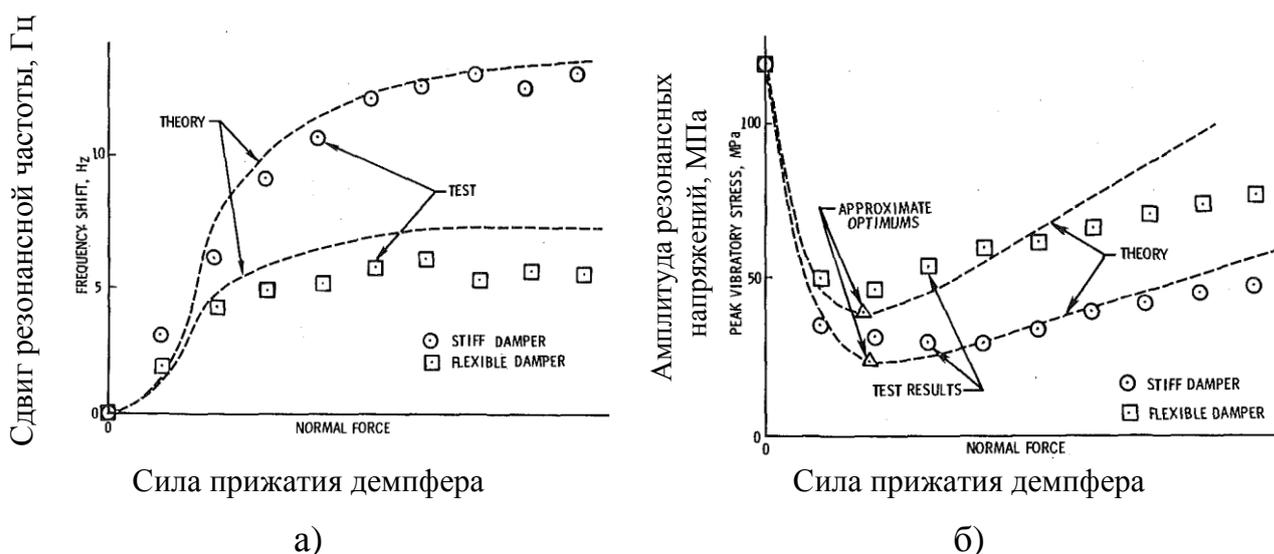


Рисунок 1.11 – Сопоставление результатов расчета с экспериментом [72], пунктирная линия – расчет, кружок – эксперимент с жестким демпфером, квадратик – эксперимент с податливым демпфером, треугольник – аппроксимация оптимальной силы прижатия.

Примечательно, что результаты расчета удовлетворительно сходятся с экспериментом, качественно повторяя характер зависимости, тогда как для расчета использовалась одномассовая модель, совершающая продольные колебания.

Как сообщается в работе Szwedowicz [17], результаты, полученные Гриффином, показали хорошую применимость МГБ для элементов ГТД, что подстегнуло интерес инженеров в области турбостроения для дальнейшего развития данного метода.

МГБ является общепризнанным методом исследования разнообразных нелинейных колебательных систем [18]. В случае расчета демпфера сухого трения МГБ позволяет получить решение в частотной области (метод прямого интегрирования – во временной области), которое будет представлять установившийся режим колебаний системы. Ниже представлены основные положения метода, взятые из работ [73, 74, 15, 52, 70, 18].

Для определения отклика системы с демпфером трения используется полное уравнение движения (1.2), где все силы и перемещения при колебаниях во временной области можно описать разложением в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} \{X(t)\} &= \{U_0 + \sum_{j=1}^n (U_j^C \cdot \cos(j \cdot \omega \cdot t) + U_j^S \cdot \sin(j \cdot \omega \cdot t))\} \\ \{Q(t)\} &= \{Q_0 + \sum_{j=1}^n (Q_j^C \cdot \cos(j \cdot \omega \cdot t) + Q_j^S \cdot \sin(j \cdot \omega \cdot t))\} \\ \{f_{\text{тр}}(X, \dot{X})\} &= \{F_{\text{тр}} + \sum_{j=1}^n (F_j^C \cdot \cos(j \cdot \omega \cdot t) + F_j^S \cdot \sin(j \cdot \omega \cdot t))\} \end{aligned} \quad (1.3)$$

где $U_0, Q_0, F_{\text{тр}}$ – векторы перемещений, вынуждающей силы и силы трения, $U_j^C, U_j^S, Q_j^C, Q_j^S, F_j^C, F_j^S$ – векторы коэффициентов гармоник, коэффициенты при косинусах имеют индекс «с», при синусах – «s», j – гармоники.

В работах часто используют термин «мультигармонический баланс», приставка «мульти» в данном случае означает использование нескольких гармоник.

Подстановка уравнения (1.3) в уравнение (1.2) дает уравнение движения, сменный параметр которого – частота колебаний, т.е. уравнение будет иметь решение в «частотной» области. Формулировка в «частотной» области позволяет избежать трудоемкого интегрирования уравнения движения в уравнении (1.2), вместо этого получатся вполне решаемая система нелинейных уравнений (1.4) по отношению к вектору коэффициентов гармоник U_j^C и U_j^S , хотя можно заметить, что размерность этих уравнений зависит от количества гармонических коэффициентов.

$$[Z(\omega)] \cdot \{U\} + \{F_{\text{тр}}\} = \{Q\} \quad (1.4)$$

где $[Z(\omega)]$ – матрица, сформированная матрицами жесткости, демпфирования и массы линейной системы;

$\{U\}$ – вектор коэффициентов гармоник перемещений системы;

$\{F_{\text{тр}}\}$ – вектор коэффициентов гармоник нелинейных сил;

$\{Q\}$ – вектор коэффициентов гармоник вынуждающих сил.

Система нелинейных уравнений (1.4) требует предварительного вычисления вектора $\{F_{\text{тр}}\}$, как функции вектора перемещений $\{U\}$, и может

быть решена с помощью метода Ньютона. Идеология (устоявшаяся по сей день) расчета вектора $\{F_{\text{тр}}\}$ была представлена в работе [75], и выглядит следующим образом:

- мультигармонический вектор перемещений преобразуется для получения перемещений во «временной» области при помощи метода обратного преобразования Фурье;

- во «временной» области определяются нелинейные силы;

- вычисленные нелинейные силы преобразуются при помощи прямого преобразования Фурье.

Определение нелинейных сил во «временной» области достаточно проводить в статической постановке [68]. Подходы для расчета контактных усилий во временной области весьма различны [76, 74, 77, 52] и у каждого автора они свои.

Как правило, результаты расчетов, полученных МГБ, выводятся в виде АЧХ и/или зависимости снижения амплитуды колебаний (или напряжений) от силы прижатия демпфера. Хорошие обзорные статьи по расчету демпфера при помощи метода гармонического баланса представлены J. Szwedowicz [17] и С. Firrone [68].

Поскольку используется разложение в ряд Фурье, существует проблема выбора нужного количества гармонических функций для того, чтобы правильно аппроксимировать установившийся периодический режим нелинейной системы. Проблема также решается разными способами, самым простым из которых является перебор числа гармоник вручную, до момента сходимости решения с прямым методом. На рисунке 1.12 представлен результат, полученный Фан Ван Туан и О.В. Репецким [78]. Из рисунка видно, как количество гармоник влияет на описание силы трения за один период осцилляции. Авторами утверждается, что достаточно 3-5 гармоник, чтобы спектры сигналов контактного усилия, полученных ЧВ методом и прямым методом, практически точно совпадали.

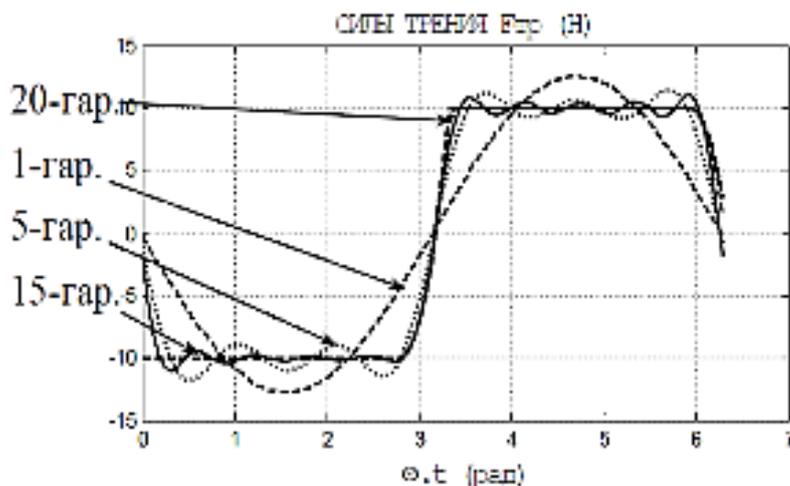


Рисунок 1.12 – Расчетное описание силы трения гармоническими функциями за один период колебаний

Также Фан Ван Туан и О.В. Репецким [41, 78] на примере системы, имитирующей колебания лопатки с межлопаточным демпфером (аналогичная разработанной Panning L. [79, 80]), получено, что применение МГБ позволяет в 4-8 раз сэкономить машинное время, по сравнению с прямым методом (см. рисунке 1.13).

Время вычисления (с)		Метод ПЧИ (Ньюмарка)
Метод ГБВО		
1 гармоника	35,11 (9 %)	389,70 (100%)
5 гармоник	49,32 (12,7%)	
10 гармоник	56,98 (14,6%)	
20 гармоник	79,65 (20,4%)	

Рисунок 1.13 – Результаты сравнения затраченного времени расчета МГБ и прямым методом [78]

В работе J. Szwedowicz [17] сообщается, что применение GAP элементов позволило значительно сократить размерность задачи и тем самым дало возможность увеличить число используемых гармоник разложения в ряд Фурье, что было продемонстрировано E. Petrov [74, 81, 82].

Некоторые авторы [52] применяют корректировку требуемого количества гармонических функций при помощи отслеживания ошибки между «точными» нелинейными силами временной области и аппроксимированным мультигармоническим рядом Фурье.

В работе [68] сообщается, что достаточно трех гармоник, чтобы решение МГБ соответствовало прямому моделированию, однако модель должна быть преднагруженной статическими силами. В расчете исследовался имитатор лопаток с межлопаточным демпфером. На рисунке 1.14 представлена АЧХ, полученная различными способами: МГБ с использованием только первой гармоники (мелкие точки), МГБ с использованием трех первых гармоник (сплошная линия), метод прямого интегрирования по времени (маркер).

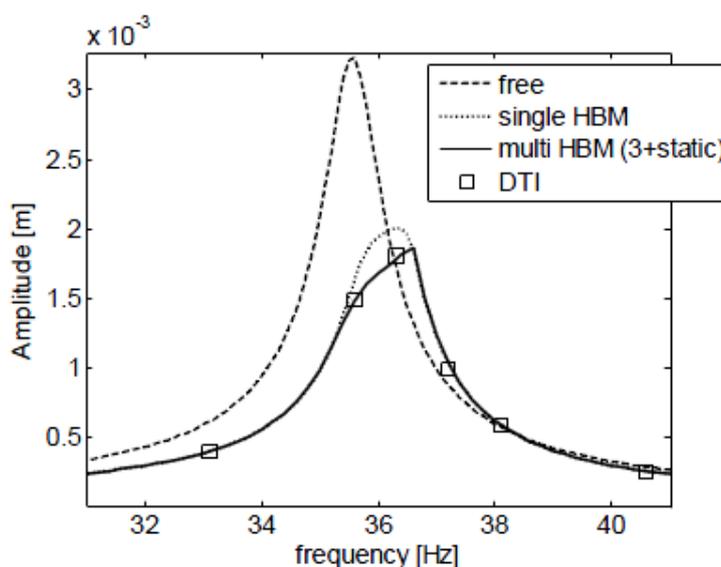


Рисунок 1.14 – Расчетная АЧХ, полученная различными способами: МГБ с использованием только первой гармоники (мелкие точки), МГБ с использованием трех первых гармоник (сплошная линия), прямое интегрирование по времени (маркер), система без демпфера (пунктир)

Математическая модель на основе МГБ продемонстрировала полезность в выборе конструкции демпфера. Например, в работе L. Panning [83, 79, 80] представлено явное преимущество межлопаточного демпфера типа «домик» по сравнению с демпфером цилиндрического типа (рисунок 1.15а). Для расчета

рассматривался имитатор лопатки с межлопаточным демпфером. Для цилиндрического демпфера также представлено влияние угла наклона площадки на демпфирующую способность, определены оптимумы по силе прижатия демпферов (рисунок 1.15б). Очевидно, модель позволяет учитывать перекачивание демпфера.

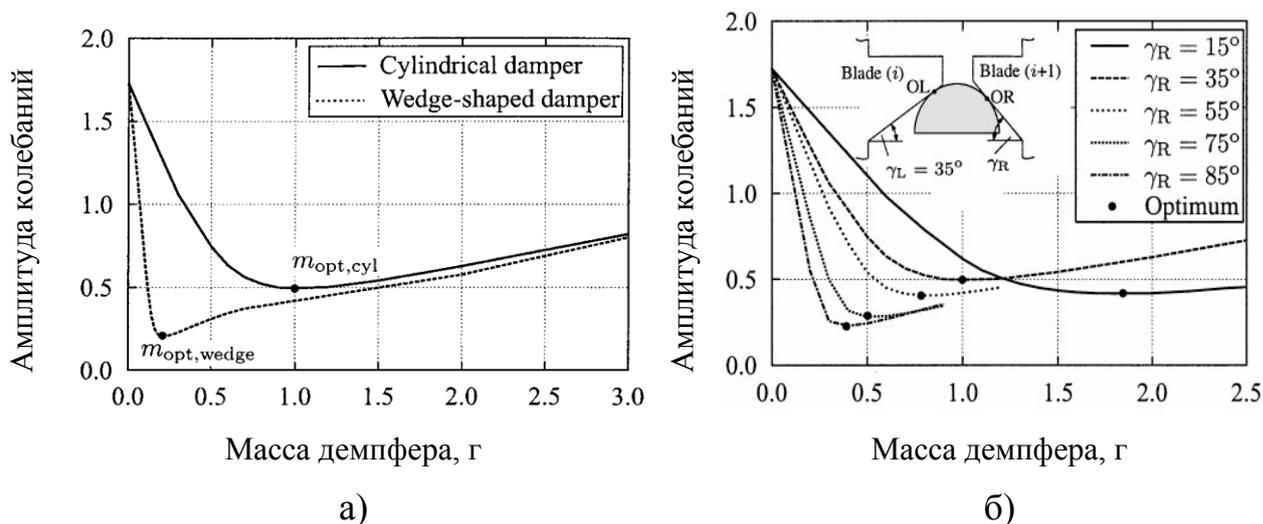


Рисунок 1.15 – Расчетное сравнение эффективности демпферов разной конструкции

В открытых источниках встречено множество работ, в которых инженеры-расчетчики исследуют натурные узлы ГТД. Для численного описания натуральных узлов используется МКЭ. В работах [53, 84, 85, 74, 86, 10] представлены расчеты демпфирования МГБ замкового соединении лопатки вентилятора, замкового соединения лопатки компрессора, замкового соединении турбинной лопатки, соединении по бандажным полкам лопаток турбины, межлопаточного демпфера для лопаток турбины, кольцевого демпфера для зубчатого колеса привода ГТД.

К вариациям математической модели с применением МГБ можно отнести метод нелинейного модального анализа. Метод базируется на определении области частот уравнений движения нелинейной системы наряду с определением комплексных нелинейных мод. Определение λ комплексной частоты собственных колебаний:

$$\lambda = -\beta + i \cdot \omega \quad (1.5)$$

где $\omega = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}$ является собственной частота с учетом демпфирования;

ω_0 – собственная частота;

$\zeta = \beta/\omega_0$ – коэффициент модального демпфирования, β – действительная составляющая λ .

Рассматривается дискретная автономная динамическая система, описываемая следующим уравнением движения:

$$[M] \cdot \{\ddot{X}\} + [C] \cdot \{\dot{X}\} + [K] \cdot \{X\} + \{f_{\text{тр}}(X, \dot{X})\} = 0 \quad (1.6)$$

Цель состоит в вычислении мод данной нелинейной системы. По аналогии с методами гармонического баланса решение системы ищется в виде ряда Фурье с демпфированием:

$$\{X(t)\} = \{U_0 + \sum_{j=1}^n e^{-j \cdot \beta \cdot t} \cdot (U_j^C \cdot \cos(j \cdot \omega \cdot t) + U_j^S \cdot \sin(j \cdot \omega \cdot t))\} \quad (1.7)$$

Уравнение (1.6) приводят к уравнению вида:

$$[Z(\lambda)] \cdot \{U\} + \{F(U, \lambda)\} = 0 \quad (1.8)$$

чьими неизвестными величинами являются собственные параметры $\{U, \lambda\}$. Данная система нелинейных уравнений решается аналогично вышеописанным. Дополнительные детали можно найти в статье [66]. Уравнение не содержит вынуждающей силы, но по результатам серии расчетов возможно вывести зависимость декремента колебаний (обусловленного сухим трением) от амплитуды колебаний системы, чего достаточно для дальнейшего анализа эффективности демпфера. Это также подтверждает, что задача может иметь ограниченную область решений.

В работе [67] представлена реализация нелинейного модального анализа для двух массовой системы и для лопатки ГТД. На рисунке 1.16а представлена АЧХ при различных уровнях амплитуды колебаний (модальной амплитуды) для двух массовой системы. Маркерами обозначены результаты расчета прямым методом, сплошными линиями – нелинейный модальный анализ. На рисунке 1.16б представлена зависимость коэффициента демпфирования,

обусловленного сухим трением в замковом соединении, от уровня амплитуды колебаний при различном числе используемых гармоник.

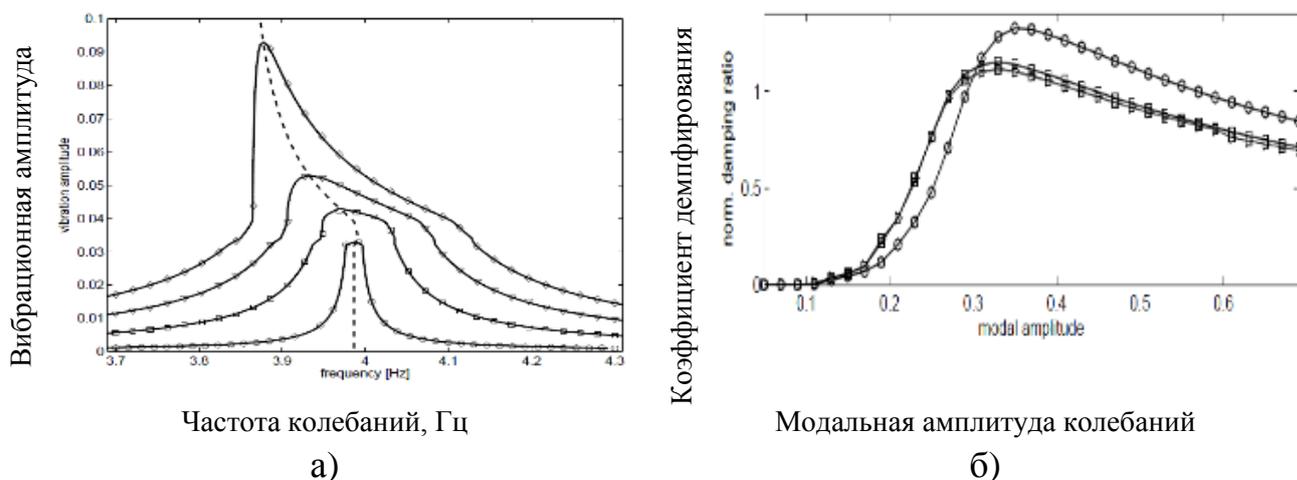


Рисунок 1.16 – а) АЧХ двух массовой системы при различных уровнях амплитуды колебаний (модальной амплитуды) для двух массовой системы, сплошная линия – решение методом нелинейного модального анализа, маркеры – решение прямым методом; б) Зависимость коэффициента демпфирования, обусловленного сухим трением в замковом соединении, от уровня амплитуды колебаний при различном числе используемых гармоник: (—○—) одна гармоника, (—□—) три гармоники, (—▽—) пять гармоник, (—◇—) семь гармоник

Развитие применения МГБ для задач демпфирования узлов ГТД. К возможностям МГБ можно отнести способность модели воспроизводить динамическое поведение системы с мягкой и жесткой характеристикой нелинейной восстанавливающей силы, как это было показано Е. Petrov [74], на примере рабочих лопаток ТВД, контактирующих по бандажным полкам. Также, в работе отражено влияние количества гармоник в разложении ряда Фурье на результаты расчета.

1.8.2 Выводы по параграфу

Из анализа технической литературы сделан вывод, что математическая модель с использованием МГБ широко применяется для оценки демпфирования, об этом свидетельствует большое количество найденных

работ, некоторая часть из них рассмотрена в диссертационной работе. Авторы применяют модели высокого порядка, но все они проходят процедуру редуцирования матриц. В качестве контактного элемента применяется только GAP-элемент или его аналоги. Обычно каждый автор чем-то дополняет метод, либо рассматривает частный случай.

МГБ хорошо развит и широко применяется в турбостроении для расчета динамического поведения системы с демпфером. Математическая модель позволяет определять не только амплитуду резонанса, но и вид резонансной кривой, включая системы с мягкой и жесткой характеристикой нелинейной восстанавливающей силы [74, 60].

Сообщается, что МГБ позволяет сэкономить до 4-8 раз машинное время по сравнению с прямым методом (в обоих методах используется полное уравнение движения). Этот показатель не является хорошим результатом, так как, при рассмотрении моделей натуральных конструкций, расчетное время может занять несколько часов и суток. Проблема объясняется тем, что при численном анализе на фиксированной частоте возбуждения присутствует, как минимум один этап расчета нелинейных сил. Также, число используемых гармоник, как правило, должно быть больше одной и плотность контактных элементов должна быть достаточно высокой – все это увеличивает время расчета. Этим объясняется стремление расчетчиков уменьшить размерность расчетной модели.

Несмотря на простоту идеи МГБ, сама реализация содержит сложный математический аппарат, и довольно часто авторы добавляют в математическую модель свои поправки, что выявлено на основе анализа литературных источников. По разнообразию способов определения нелинейных сил во временной области и вычисления оптимального числа гармоник можно сделать вывод, что это является некоторой проблемой, присущей методу.

Ниже в п. 1.9 представлены наиболее интересные работы с точки зрения возможностей применяемых моделей и в особенности, имеющие расчетно-экспериментальные исследования, а также проблемы настройки расчетной модели.

1.9 Проблемы моделирования контактного взаимодействия

В данном разделе проведен анализ проблем сопоставления расчета с экспериментом. Затронуты общие проблемы контактного взаимодействия, сопутствующие фрикционному демпфированию: модель трения, контактная жесткость, коэффициент трения.

1.9.1 Модель микро и макроскольжения, контактная жесткость.

При моделировании колебательной системы с трением возникает проблема формулировки закона трения (модель трения). По результатам обзора технической литературы определено, что используют в основном две модели скольжения: микроскольжение и макроскольжение [87]. Макроскольжение подчиняется закону Кулона, а микроскольжение может быть описано моделью Даля [88].

В формулировке подхода к макроскольжению предполагается, что часть контактной поверхности, представленная одной точкой пересечения, соответственно находится в таком же состоянии (заедание или скольжение). Формулировка подхода к микроскольжению учитывает, что, с микроскопической точки зрения, некоторые точки одной части контактной поверхности могут скользить, в то время как остальные могут заедать.

На рисунке 1.17 представлена функция силы трения с микро- и макроскольжением [17]. Из рисунка видно, что кривая микроскольжения при увеличении проскальзывания (относительное перемещение) начинает раньше «заваливаться» на асимптоту, чем кривая, соответствующая Кулоновскому трению. Для демпфирования колебаний этот переход имеет следующее значение – снижение работы силы трения за период колебаний.

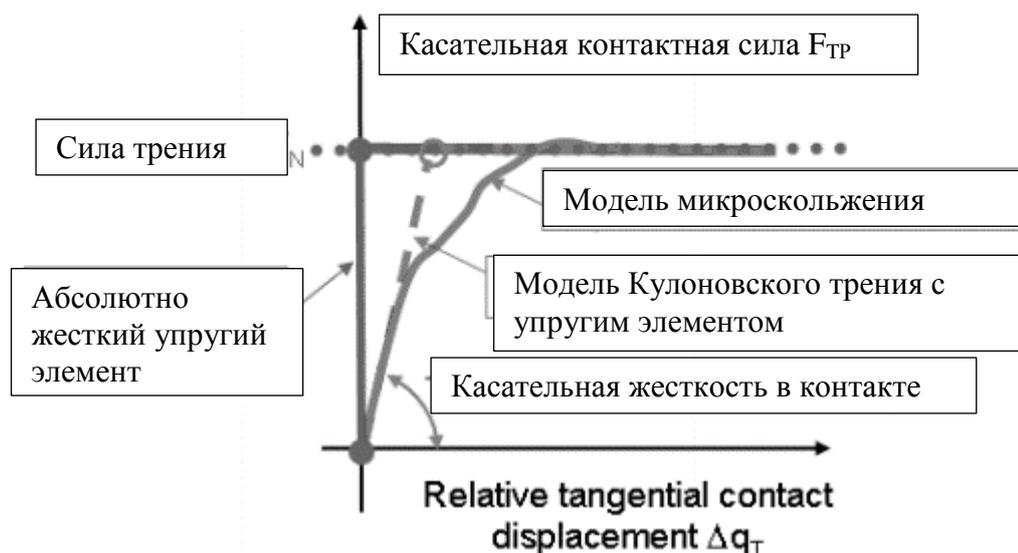


Рисунок 1.17 – Функция силы трения для модели трения с микроскольжения и модели с макроскольжением

В [17] сообщается, что модель Даля способна передать эффекты микроскольжения, которая подразумевает использование ухудшающей жесткости системы в противоположность модели Кулона.

Глубина проблемы хорошо раскрыта в работе [89], в которой авторы провели специализированные эксперименты для изучения характеристик трения. Всего использовано три типа установки, каждая была предназначена для демонстрации определенного источника (микро или макроскольжение) фрикционного демпфирования. Результаты экспериментального исследования были смоделированы. Величина тангенциальной контактной жесткости определена по результатам одномерного испытания. На основании результатов, представленных в данной работе, были сделаны следующие выводы:

- в случаях, когда относительные смещения превышают пороговый параметр скольжения – коэффициент смещения 1 на рисунке 1.18 (режим макроскольжения), обычные модели трения, основанные на формуле макроскольжения, дают хорошее сопоставление с экспериментом;

- в случаях, когда относительные смещения ниже порогового параметра скольжения (режим микроскольжения), обычные модели трения, основанные на

формуле макроскольжения, недействительны. Поэтому необходимо использовать альтернативные модели, такие как модель Даля.

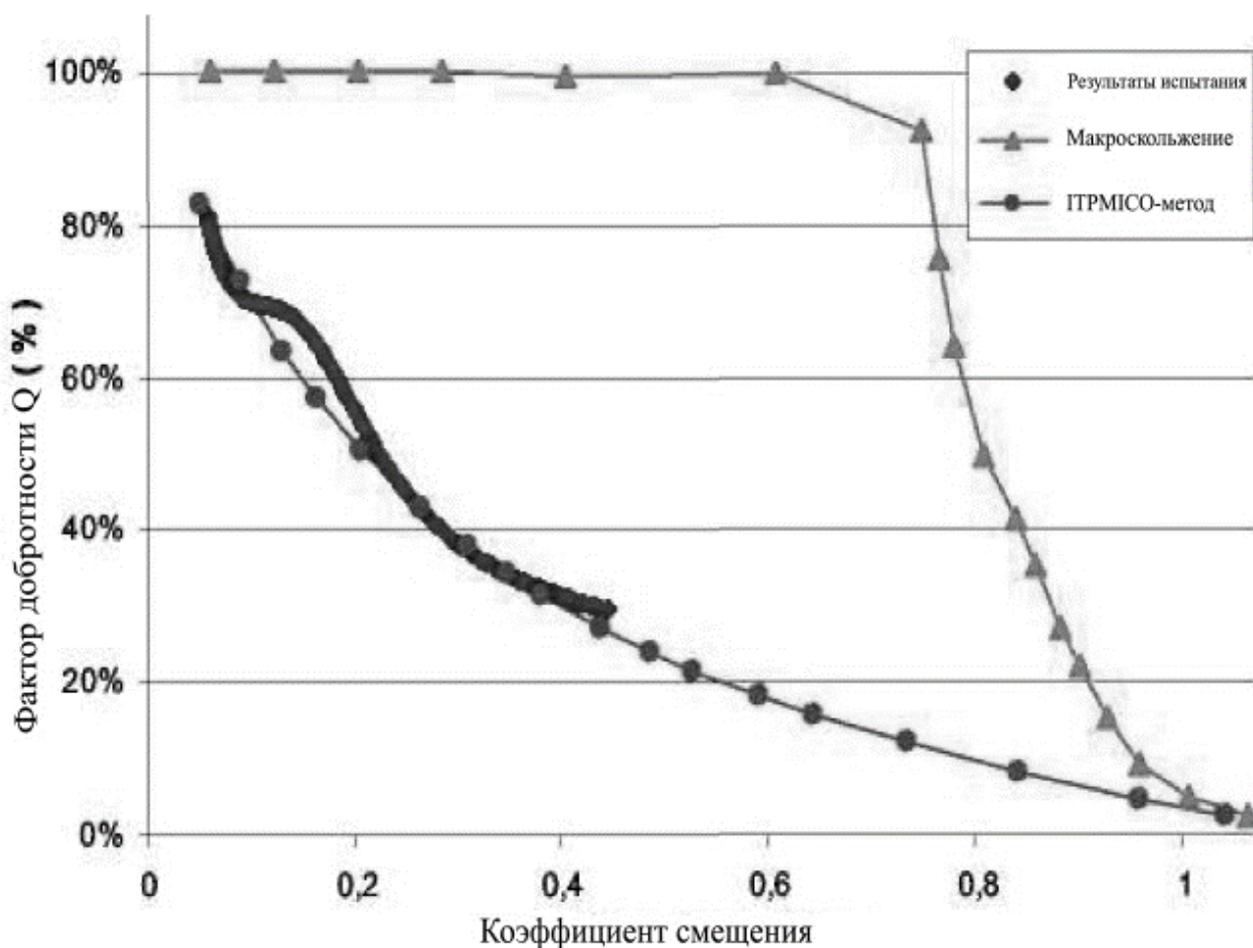


Рисунок 1.18 – Сопоставление ошибки при использовании модели макроскольжения (треугольные маркеры) с экспериментом (синяя линия), круглые маркеры – модель микроскольжения [89].

Модель трения, так или иначе, отражается на контактной жесткости. По результатам обзора литературных источников выявлено, что тангенциальная контактная жесткость вносит значительные коррективы в результат расчета и остается актуальным вопросом для большинства авторов [90, 17].

В работе [87] на примере демпфирования блиска кольцевым демпфером представлено сравнение результатов расчета с микроскольжением и макроскольжением. На рисунке 1.19 из АЧХ наблюдается лучшее демпфирование колебаний для модели макроскольжения, чем для микроскольжения.

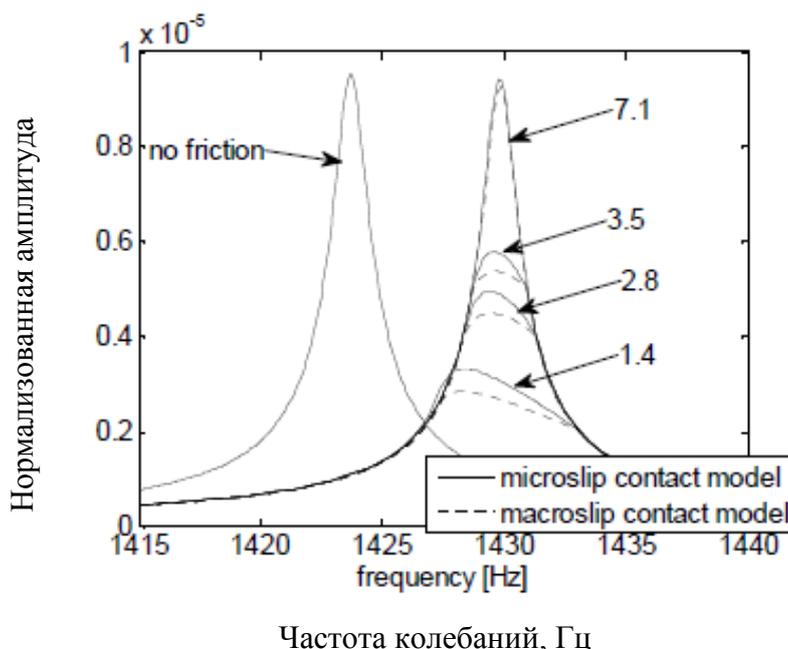
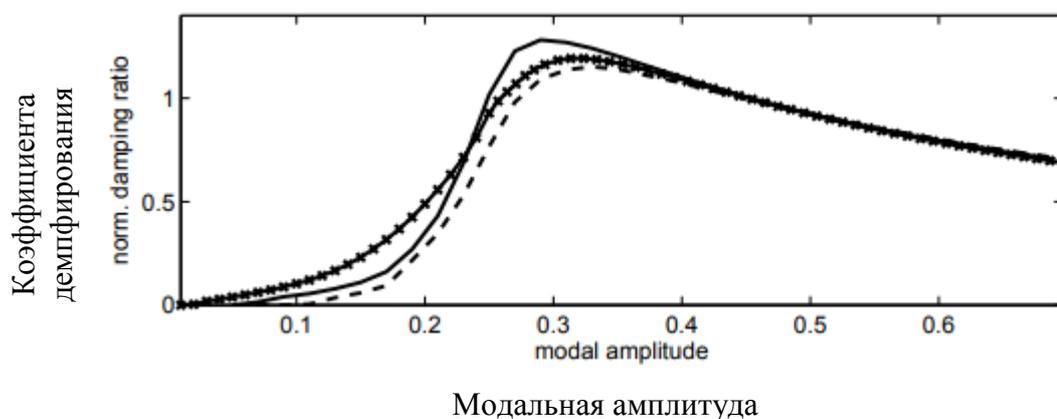


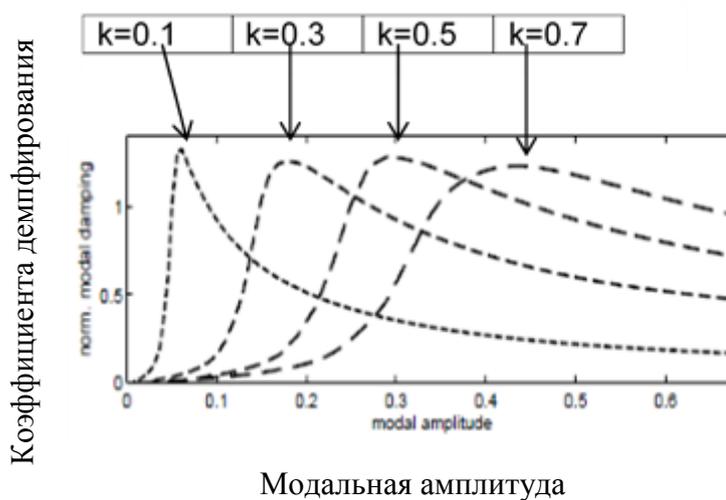
Рисунок 1.19 – Расчетная АЧХ блиска с кольцевым демпфером. Представлено сравнение результатов расчета с микроскольжением и макроскольжением

При этом модель микроскольжения может обеспечивать демпфирование колебаний, когда сопрягающиеся детали имеют «слипание» (скольжения не происходит) по модели Кулоновского трения. Например, в работе [67] при расчетном исследовании демпфирования в замковом соединении лопатки ГТД авторы получили зависимость коэффициента демпфирования (обусловленного сухим трением) от уровня амплитуды колебаний лопатки (рисунок 1.20). Из рисунка 1.20а видно, что модель Даля (описывающая микроскольжение) выдает больший уровень демпфирования, особенно в зоне малых амплитуд (до 0.2 по оси абсцисс на рисунке).

Также авторы рассмотрели влияние коэффициента сухого трения (рисунок 1.20б). Примечательно, что изменение коэффициента трения практически не повлияло на уровень демпфирующей способности (аналогично выводам, полученным в [8]).



а)



б)

Рисунок 1.20 – а) Зависимость коэффициента демпфирования от модальной амплитуды: пунктир – кулоновская модель трения, сплошная линия и маркеры – модель Даля с параметрами $\alpha=1$ и $\alpha=2$; б) Зависимость коэффициента демпфирования от модальной амплитуды при различном коэффициенте сухого трения

Анализ как зарубежных, так и отечественных научно-литературных источников [91, 92] показывает, что модель трения определяется множеством факторов при контактном взаимодействии: контактное давление, материал и его поверхностная обработка, частота колебаний, температура, износ с течением времени и др. Для определения достоверных параметров модели трения необходим целенаправленный эксперимент и специализированный стенд (установка), максимально воспроизводящий рабочее состояние конструкции, как например, это сделано в работах [93, 94, 95, 96, 42].

Не смотря на наличие верифицированных моделей, описывающих нелинейное контактное взаимодействие, у инженеров остается интерес к этой теме. Это доказывается наличием соответствующих экспериментальных работ. Например, Muzio M. Gola и Chiara Gastaldi [97] экспериментально исследовали траекторию движения межлопаточного демпфера [96].

Сложность процесса при трении двух тел представлена в работе [98], где экспериментально определено, как изменяется петля гистерезиса при осциллирующем движении с фиксированными силой прижатия и амплитудой проскальзывания (рисунок 1.21). Из рисунка 1.21 видно, что на первых циклах петля может быть описана Кулоновским трением, а при дальнейшей наработке – моделью Даля. Также на рисунке представлено соответствующее изменение коэффициента трения по наработке циклов.

Наука трибология по отношению к демпфированию колебаний требует отдельного рассмотрения и далее в диссертационной работе не рассматривается.

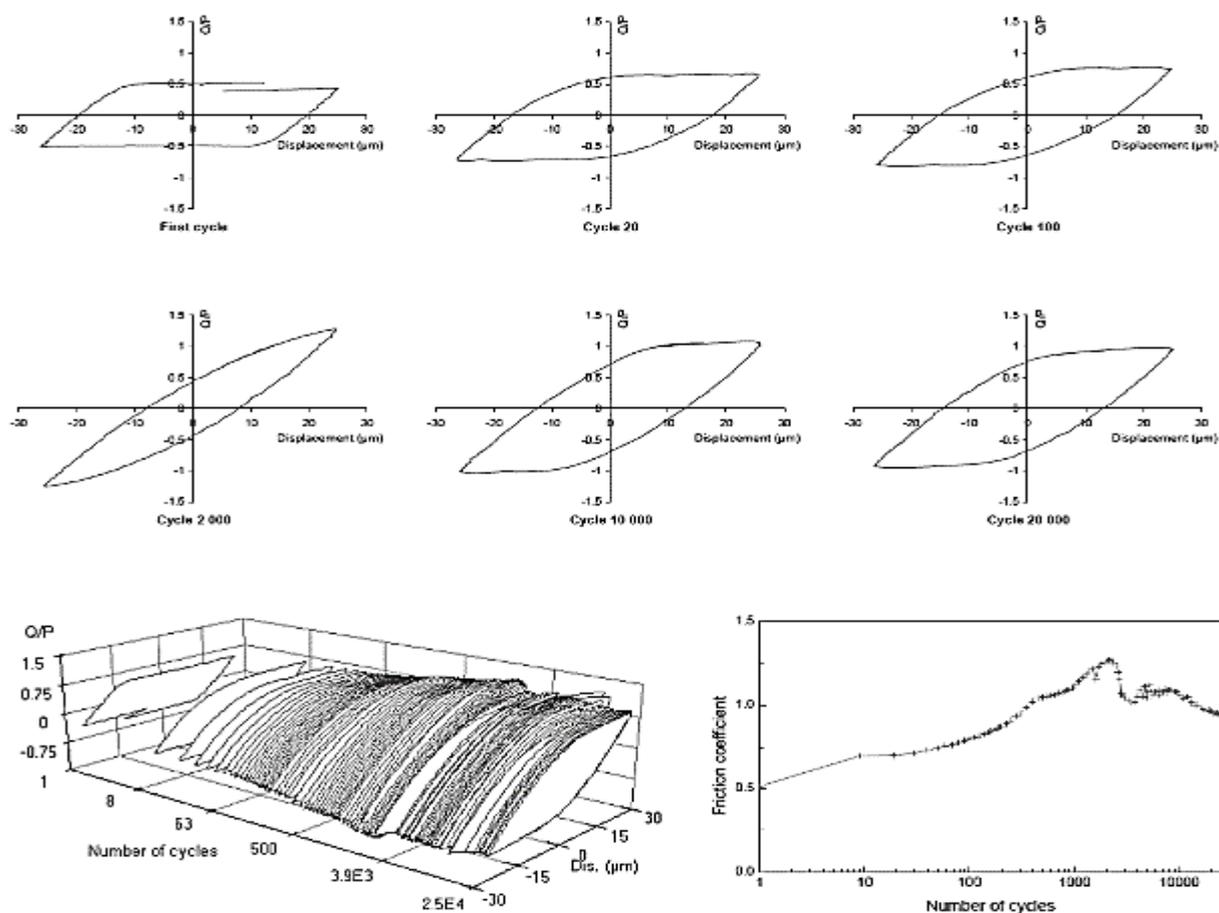


Figure 107: Fretting loops and the evolution of friction coefficient under $\pm 25 \mu\text{m}$, 1000 N.

Рисунок 1.21 – Эволюция петель гистерезисных потерь и изменение коэффициента сухого трения

1.9.2 Расчетно-экспериментальное исследование демпфирования натуральных узлов ГТД

Ниже представлен ряд публикаций, посвященных расчетно-экспериментальному исследованию демпфирования узлов ГТД, где для расчета применялся МГБ с учетом эффектов микроскольжения в контакте. Представленные работы доказывают состоятельность существующих моделей расчета демпферов.

В работе [99] представлены результаты расчетно-экспериментального исследования (рисунок 1.22) демпфирования направляющих лопаток ТНД ГТД в условиях вибростенда. Работа посвящена валидации модели трения и динамического отклика. На рисунке представлена АЧХ, где маркеры – экспериментальные точки, полученные при различной силе прижатия лопаток: i – нормальная сила прижатия в зависимости от номинальной силы n ($F_e=20$ Н).

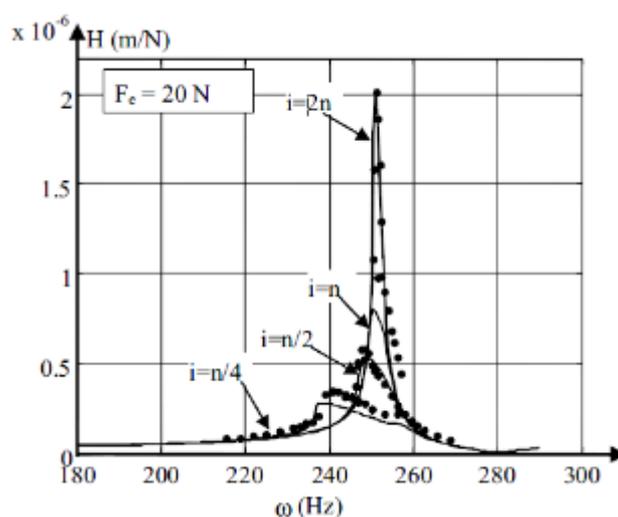
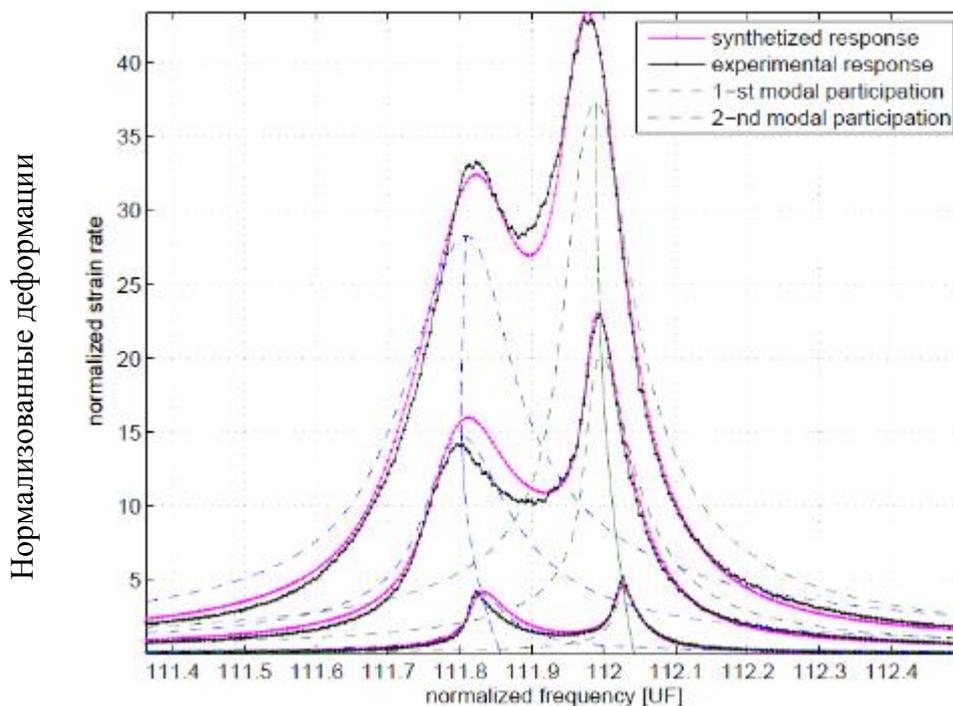


Рисунок 1.22 – АЧХ направляющих лопаток ТНД на вибростенде. Маркеры – экспериментальные точки, полученные при различной силе прижатия лопаток: i – нормальная сила прижатия в зависимости от номинальной силы n ($F_e=20$ Н)

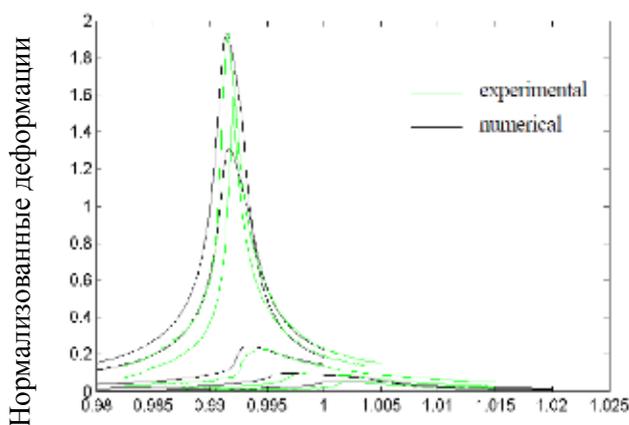
В работе [15] представлены экспериментальные и численные исследования демпфирования натурального моноколеса кольцевым демпфером на разгонном стенде. На рисунке 1.23 представлена АЧХ: пунктирными линиями - результаты расчета для вперед (1-st modal participation) и назад (2-st modal participation) бегущей волны, сплошные линии - синтез для двух мод и результаты эксперимента.



Нормализованная частота вращения ротора

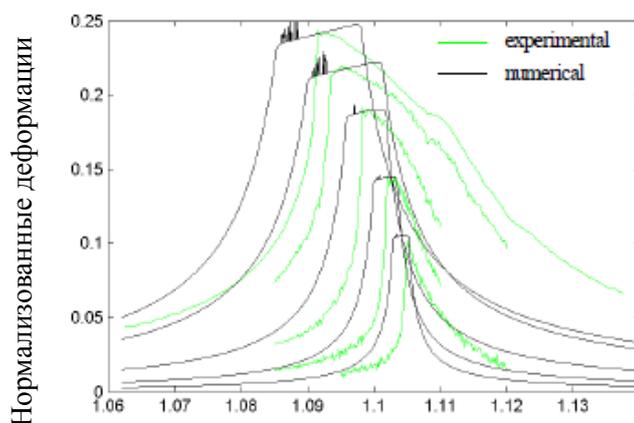
Рисунок 1.23 – АЧХ моноколеса кольцевым демпфером на разгонном стенде. Пунктирные линии - результаты расчета для вперед (1-st modal participation) и назад (2-st modal participation) бегущей волны, сплошные линии - синтез для двух мод и результаты эксперимента.

В работе [48] представлены результаты расчетно-экспериментального исследования демпфирующей способности в замковом соединении натуральных лопаток компрессора на разгонном стенде. На рисунке 1.24а и рисунке 1.24б. показано сопоставление результатов расчета с экспериментом при различной частоте вращения ротора, где по оси ординат отложена нормализованные деформации на пере лопатки, а по оси абсцисс – нормализованная частота вращения ротора.



Нормализованная частота вращения ротора

а) 1000 об/мин



Нормализованная частота вращения ротора

б) 4000 об/мин

Рисунок 1.24 – АЧХ лопатки компрессора с разгонного стенда:

зеленая линия – эксперимент, черная линия - расчет

1.9.3 Выводы по п. 1.9

Проблема моделирования контактного взаимодействия носит актуальный характер. Чаще, авторы прибегают к моделям микроскольжения, как наиболее подходящих для элементов ГТД. Определение параметров модели трения происходит экспериментальным путем.

Выводы по Главе 1

Отмечено множество патентов на демпфирующие устройства сухого трения и множество публикаций, в том числе от ведущих мировых авиадвигателестроительных фирм. Определены математические модели для расчета демпфера сухого трения узлов ГТД, применяемые в настоящее время:

- в основном используют метод прямого интегрирования по времени и метод гармонического баланса с использованием нескольких гармоник;

- для математического описания натуральных узлов ГТД применяют метод конечных элементов, как проверенный и доступный инструмент. Метод прямого интегрирования по времени является затратным по времени расчета, из-за чего большое распространение получил метод гармонического баланса, который значительно сокращает машинное время на расчет. Однако, метод прямого интегрирования по времени используется в качестве эталонного при настройке альтернативных моделей.

Определены допущения и упрощения, применяемые в математических моделях:

- используется общепринятое положение о том, что параметры рассеяния и упругости в демпферах сухого трения в широком диапазоне частот не зависят от скорости деформирования - сила трения может быть определена в статической постановке;

- с целью снижения затрат машинного времени на расчет применяют способы редукции модели и GAP-элементы для моделирования контактного взаимодействия.

Проведен анализ возможностей математических моделей для практического применения, определено, что существующие модели достаточны и применяются для расчета натуральных узлов ГТД. Разрабатываемые модели проходят экспериментальную проверку в лабораторных условиях на вибростенде, в т.ч. с использованием натуральных узлов ГТД, так и на разгонных стендах.

Из основных проблем сопоставления расчета с экспериментом отмечена необходимость правильной настройки модели контактного взаимодействия. Распространено использование модели трения Даля (вместо Кулоновской), что связано с проявлением эффектов микроскольжения в контакте.

По результатам анализа литературных источников можно сделать вывод, что современные математические модели содержат набор второстепенных слагаемых, которые повышают точность описания поведения колебательной системы с демпфером, но в то же время усложняют систему. Как следствие, при решении практических задач, возникают трудности в понимании процесса демпфирования конструкции, так как система с демпфером содержит слишком много независимых переменных. Разработка математической модели, содержащей минимальное число параметров, является актуальной задачей.

Из анализа результатов, описанных в работах Писаренко, Laxalde и др. [8, 67], можно сделать вывод, что область возможных решений задачи весьма ограничена. Это позволяет говорить о том, что для решения задачи может быть использована модель низкого порядка, т.е. достаточно простая модель.

Задачи исследования обзора технической литературы выполнены. Актуальность работы подтверждена.

Сформированы задачи исследования диссертационной работы.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА ДЕМПФИРУЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СИСТЕМЫ С СУХИМ ТРЕНИЕМ

Во второй главе представлены физическая и математическая постановки задачи для расчета демпфера. Представлено упрощенное решение для определения демпфирующей способности демпфера с применением задачи о нахождении собственных форм и частот колебаний системы. Рассмотрены системы с конечным числом степеней свободы. Проведена верификация математической модели с методом прямого интегрирования по времени.

2.1 Физическая постановка задачи. Принятые допущения

При разработке математической модели был принят ряд допущений:

- Предполагается, что фрикционный демпфер преимущественно влияет на жесткость системы, инерционные эффекты демпфера не рассматриваются.
- Применяется Кулоновская модель трения.
- Для нелинейной системы с сухим трением колебания демпфируемой системы описываются гармоническим законом, перемещение демпфера допускает более сложный характер движения.
- В качестве инструмента оценки демпфирования в системе выбран декремент колебаний $\delta_{тр}$, обусловленный затраченной работой на преодоление силы трения в контакте демпфера за один период колебаний.
- Так как демпфер влияет на характеристики жесткости системы, резонансная частота системы может сдвигаться. Вынуждающая сила постоянна в рассматриваемом диапазоне частот.
- Новая математическая модель основана на принципе линеаризации системы с сухим трением. Задача решается в упругой постановке, описываемой теорией малых деформаций [19, 20].

- Для пространственных форм колебаний случаи отрыва демпфера от контактной поверхности не рассматриваются.

Основные принципы работы фрикционного демпфера выведены на примере системы с конечным числом степеней свободы, совершающей продольные колебания. Все принципы, полученные для одномассовой системы с демпфером трения, считаем равноправными для более сложных систем [100, 101].

2.1.1 Анализ изменения собственной формы колебаний системы с сухим трением

Рассмотрим колебательную систему, представленную на рисунке 2.01а. Система представляет собой стержень, жестко заземленный на одном конце. Стержень совершает установившиеся вынужденные колебания в поперечном направлении по первому тону. На некотором расстоянии от заделки со стержнем контактирует элемент, выполняющий роль демпфера сухого трения. Данная система является упрощенным вариантом лопатки ГТД с демпфером (рисунок 2.01б), аналогичное конструктивное исполнение лопатки с демпфером можно встретить в источниках [102, 103]. По условию упругий демпфер имеет влияние на жесткость колебательной системы, следовательно, форма колебаний стержня также будет изменяться в зависимости от силы трения демпфера.



Рисунок 2.01 – а) Балочная модель с упругим демпфером,
б) Лопатка ГТД с возможным расположением демпфера

Проанализируем амплитудное значение результирующей силы упругости лопатки R , приходящей на контактную зону. Тогда изменение формы колебаний от действия силы трения условно можно разделить на три случая:

- когда сила трения $0 \leq F_{\text{тр}} \ll R$, колебания стержня происходят практически беспрепятственно и форма колебаний не будет отличаться от формы колебаний системы без демпфера (рисунок 2.02а). Величина проскальзывания Δ_0 имеет максимальное значение, однако, совершаемая работа силы трения $W_{\text{тр}}$ остается незаметной для демпфирования $W_{\text{тр}} \sim 0$;

- когда сила трения $F_{\text{тр}} > R$, стержень в контактной зоне перестанет перемещаться $\Delta_2 = 0$ (рисунок 2.02в). Не смотря на то, что сила трения велика, работа силы трения останется нулевой $W_{\text{тр}} = 0$;

- при условии $0 < F_{\text{тр}} < R$ будем иметь множество вариантов (рисунок 2.02б), когда $\Delta_1 > 0$ и $W_{\text{тр}} > 0$.

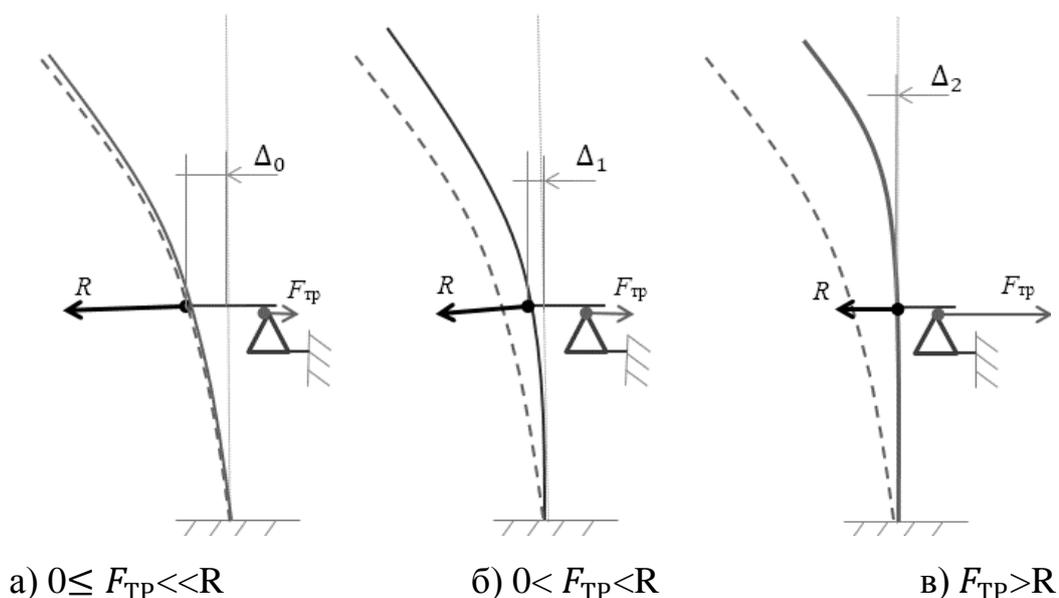


Рисунок 2.02 – Оценка изменения формы колебаний от действия силы трения

В третьем случае в контактной зоне реализуется нелинейный процесс, обусловленный наличием сухого трения. Отвод энергии колебаний на преодоление сил трения как результат даст снижение амплитуды колебаний, т.е. будет происходить демпфирование колебаний. Этот режим требует отдельного изучения и рассмотрен далее.

2.2 Свободные колебания осциллятора с сухим трением

Для дальнейшего анализа целесообразно рассматривать более упрощенную систему осциллятора с сухим трением, состоящую из массы m_1 и упругих элементов c_1 , c_2 , K (рисунок 2.03), предложенную автором настоящей диссертационной работы [121]. Данная система интересна тем, что запрет перемещений точки x_3 или x_2 не приводит к остановке колебаний массы m , в отличие от простейших систем, представленных в технической литературе по теории колебаний [100, 101, 31, 104]. Также система отличается от предложенной Griffin и Menq, тем, что между т. x_2 и массой добавлен упругий элемент. Применительно к лопатке ГТД аналогия следующая: жесткость c_2 может характеризовать жесткость ножки лопатки турбины с трактовой полкой, под которую устанавливается межлопаточный демпфер, c_1 может характеризовать жесткость пера лопатки, K – жесткость демпфера и полки, под которую устанавливается демпфер. Функция силы трения представлена на рисунке 2.04.

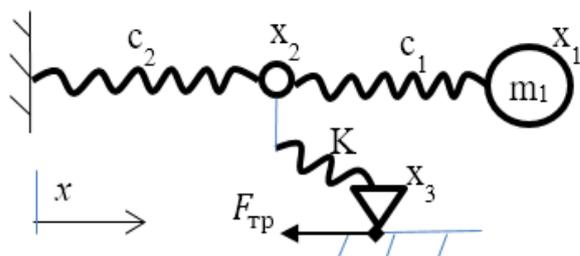


Рисунок 2.03 – Осциллятор с сухим трением - одномассовая система с 3 степенями свободы

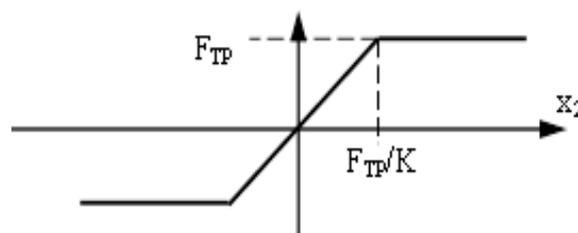


Рисунок 2.04 – Функция силы трения

Рассмотрим осциллятор с сухим трением, совершающий свободные колебания, как базовое исследование возможности математической модели.

Составим уравнение системы, в котором перемещение точки x_3 и упругий элемент жесткостью K запишем как нелинейную функцию $f(t)$, t – время. Система уравнений движения для каждой точки системы при свободных колебаниях выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1(t) + c_1 \cdot (x_1(t) - x_2(t)) = 0 \\ 0 \cdot \ddot{x}_2(t) + c_2 \cdot x_2(t) + c_1 \cdot (x_2(t) - x_1(t)) + f(t) = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

где $f(t) = \begin{cases} F_{\text{ТР}} \cdot \text{sign}(\dot{x}_3), & \text{при проскальзывании} \\ K \cdot (x_3(t) - x_2(t)), & \text{при слипании} \end{cases}$, что также изображено на рисунке 2.04, t – время.

Для каждой точки x_i амплитудные отклонения (амплитуда колебаний) обозначим U_i , $i=1, 2, 3$.

Решение системы уравнений (2.1) значительно усложняется, по сравнению с системой с одной степенью свободы. Однако, если оперировать амплитудными значениями U_i и придерживаться цели в определении декремента колебаний δ , то можно упростить поиск решения.

Для этого проведем анализ точного решения для отдельной части системы - нелинейного элемента (рисунок 2.05) при заданном гармоническом законе движения т. $x_2(t) = U_2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$. На основе полученных результатов предложим линеаризованную модель трения (см. п. 2.2.2) и применим ее для полной системы (2.1).

2.2.1 Анализ точного решения для нелинейного элемента системы

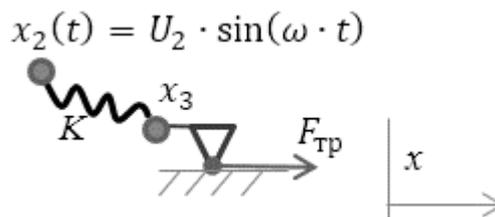


Рисунок 2.05 – Нелинейный элемент системы

Уравнение движения системы, представленной на рисунке 2.05, примет вид:

$$K \cdot (x_3 - x_2) = F_{\text{ТР}} \cdot \text{sign}(\dot{x}_2) \quad (2.2)$$

или

$$K \cdot (x_3 - U_2 \cdot \sin(\omega \cdot t)) = F_{\text{ТР}} \cdot \text{sign}(\dot{x}) \quad (2.3)$$

Анализ уравнения показывает, что оно содержит нелинейное слагаемое, но не учитывает инерционные силы. Это позволяет без труда найти точное решение уравнения, для этого достаточно рассмотреть последовательные интервалы движения, как показано ниже. Движение т. x_3 условно можно разделить на два участка:

- заклинивание в амплитудном положении равном $U_3 = U_2 - F_{\text{ТР}}/K$, это происходит, когда $F_{\text{ТР}}$ меньше силы натяжения упругого элемента $K \cdot (U_2 - U_3)$;

- перемещение, повторяющее закон движения x_2 со смещением на величину $F_{\text{ТР}}/K$, в этом случае происходит проскальзывание.

На рисунке 2.06 представлено перемещение точек x_2 , x_3 и изменение силы трения $F_{\text{ТР}}$ по времени, где были использованы следующие параметры системы: $U_2 = 1$ м, $K = 1$ Н/м, $F_{\text{ТР}} = 0,75$ Н, $\omega = 1$ рад/с, амплитудное отклонение точки x_3 составило $U_3 = 0,25$ м. Поскольку данная задача тестовая размерность величин значения не имеет.

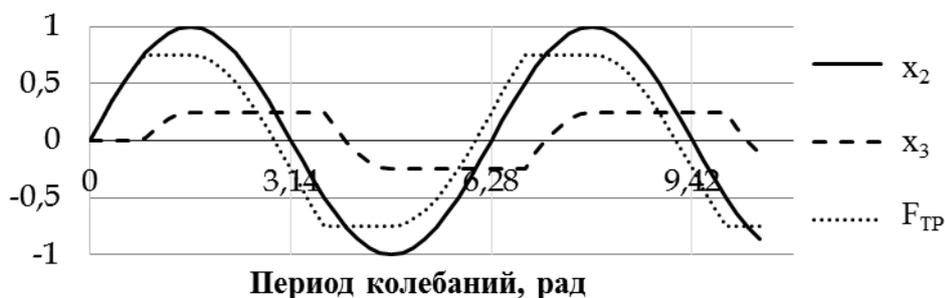


Рисунок 2.06 – Перемещение точек системы и изменение силы трения

При изменении порогового значения силы трения амплитудное отклонение U_3 будет изменяться по линейному закону, как представлено на рисунке 2.07а, и определяться по следующей формуле:

$$U_3(F_{\text{ТР}}) = U_2 - \frac{F_{\text{ТР}}}{K}, \quad U_3 = 0 \text{ при } F_{\text{ТР}} \geq 1, \quad U_2 = 1 \text{ м, } K = 1 \text{ Н/м}$$

Автором определено, что все множество решений будет удовлетворять зависимости с безразмерными параметрами $\frac{U_3}{U_2}$ и $\frac{F_{\text{ТР}}}{K \cdot U_2}$ (согласно принципам теории подобия [105]), которая также представлена на рисунке 2.07б:

$$\frac{U_3}{U_2} \left(\frac{F_{\text{ТР}}}{K \cdot U_2} \right) = 1 - \frac{F_{\text{ТР}}}{K \cdot U_2}, \quad \frac{U_3}{U_2} = 0 \text{ при } \frac{F_{\text{ТР}}}{K \cdot U_2} \geq 1, \quad (2.4)$$

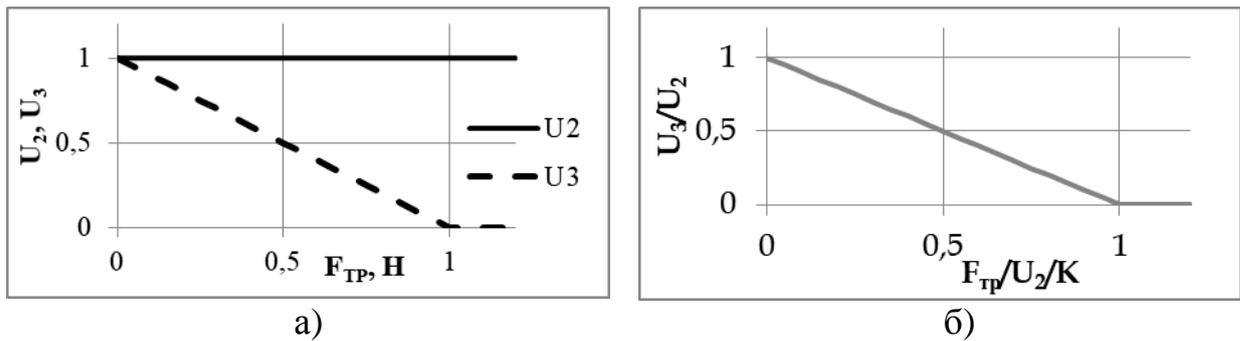


Рисунок 2.07 – а) Амплитудные отклонения точек при изменении силы трения, б) Амплитудные отклонения точек при изменении силы трения в относительных параметрах

Главной особенностью представленного на рисунке 2.07 решения является его простой вид, несмотря на то, что система содержит нелинейный член. Т.е. какова бы не была вариация параметров, решение будет удовлетворять уравнению (2.4) [105]. Аналогичный вывод будет, если решение представить относительно работы силы трения $W_{\text{ТР}}$. Работа силы трения, совершенная за один период колебаний, в общем случае определяется по формуле:

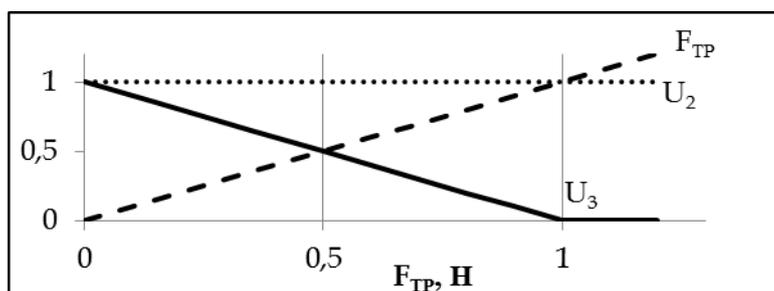
$$W_{\text{ТР}} = \int_0^{2\pi} F_{\text{ТР}} du$$

где du – проскальзывание. Для рассматриваемой системы может быть использована следующая формула:

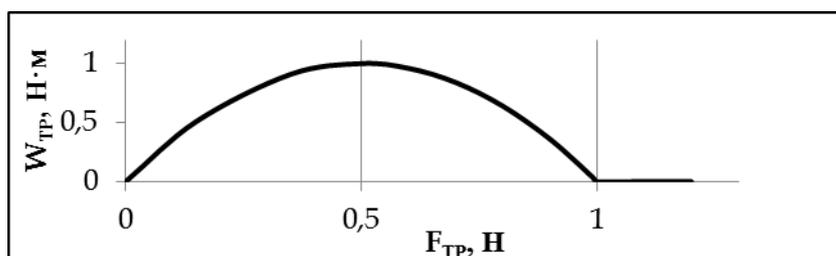
$$W_{\text{ТР}} = F_{\text{ТР}} \cdot 4 \cdot U_3 = F_{\text{ТР}} \cdot 4 \cdot \left(U_2 - \frac{F_{\text{ТР}}}{K} \right) = F_{\text{ТР}} \cdot 4 \cdot U_2 \cdot \left(1 - \frac{F_{\text{ТР}}}{K \cdot U_2} \right) \quad (2.5)$$

Для работы силы трения характерно наличие экстремума при определенном сочетании параметров. К примеру, на рисунке 2.08а

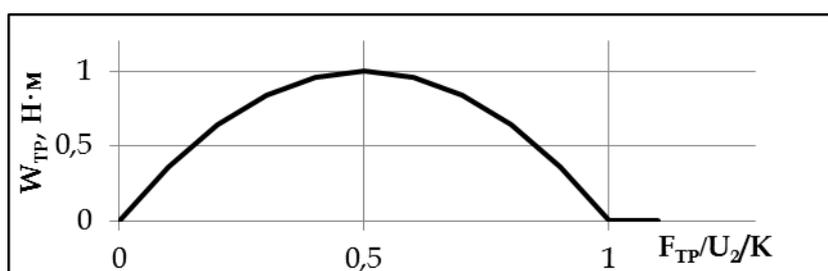
представлено снижение амплитудного отклонения U_3 от 1 до 0 м при увеличении порогового значения силы трения $F_{\text{ТР}}$ от 0 до 1 Н и фиксированных $U_2=1$ м и $K=1$ Н/м. Произведение параметров U_3 и $F_{\text{ТР}}$ даст экстремум работы $W_{\text{ТР}}$ при $F_{\text{ТР}}=0,5$ Н, что представлено на рисунке 2.08б. Представим формулу (2.5) в виде зависимости $W_{\text{ТР}}(\frac{F_{\text{ТР}}}{K \cdot U_2})$. Графически зависимость $W_{\text{ТР}}(\frac{F_{\text{ТР}}}{K \cdot U_2})$ представляет собой параболу на участке $0 \leq \frac{F_{\text{ТР}}}{K \cdot U_2} \leq 1$, $W_{\text{ТР}} = 0$ при $\frac{F_{\text{ТР}}}{K \cdot U_2} \geq 1$ (см. рисунок 2.08в).



а) Изменение U_3 и $F_{\text{ТР}}$ при $U_2=1$ м и $K=1$ Н/м



б) Изменение $W_{\text{ТР}}$ при $U_2=1$ м и $K=1$ Н/м



в) Изменение $W_{\text{ТР}}$ при $U_2=1$ м и $K=1$ Н/м

Рисунок 2.08 – Результаты расчета работы силы трения $W_{\text{ТР}}$

Таким образом, можно утверждать, что система с элементом сухого трения при гармоническом перемещении основания имеет следующее решение: амплитудные отклонения точек описываются формулой (2.4), т.е. зависимостью

$\frac{U_3}{U_2} \left(\frac{F_{TP}}{K \cdot U_2} \right)$, а работа силы трения описывается формулой (2.5), при этом обезразмерена по параметру $\frac{F_{TP}}{K \cdot U_2}$ (ось абсцисс на рисунке 2.08). **Это указывает на неразрывную связь между относительными параметрами амплитудного отклонения точек системы и работой силы трения**, например, при $\frac{F_{TP}}{K \cdot U_2} = 0,5$ всегда будет совершаться максимальная работа силы трения. Выявленные закономерности дают возможность существенно снизить трудоемкость процесса поиска решения, а также применить упрощенные модели колебательных систем.

2.2.2 Линеаризация колебательной системы с нелинейным элементом

Для упрощения решения задачи Автором предложено линеаризовать колебательную систему следующим образом: 1) исключить диссипативные силы - заменить действие от силы сухого трения на упругую связь как показано на рисунке 2.09а.; 2) симитировать форму колебаний нелинейной системы таким образом, чтобы амплитудные отклонения U_i соответствовали точному решению. Предполагается, что в линеаризованной системе жесткость упругого элемента ξ можно всегда подобрать таким образом, чтобы амплитудные отклонения U_i соответствовали точному решению. Сформулировано условие соответствия векторов (2.6) для нелинейной $\{x\}$ и линеаризованной системы $\{x_\xi\}$ с заменой элемента силы трения на упругий элемент:

$$\{x\} \sim \{x_\xi\} \rightarrow \begin{cases} U_\xi = U \\ R_\xi = F_{TP} \\ W_\xi = W_{TP} \end{cases} \quad (2.6)$$

R_ξ (далее обозначено R) – амплитуда силы реакция упругого элемента ξ . На рисунке 2.09б представлено как решение с упругой связью описывает (имитирует) функцию силы трения.

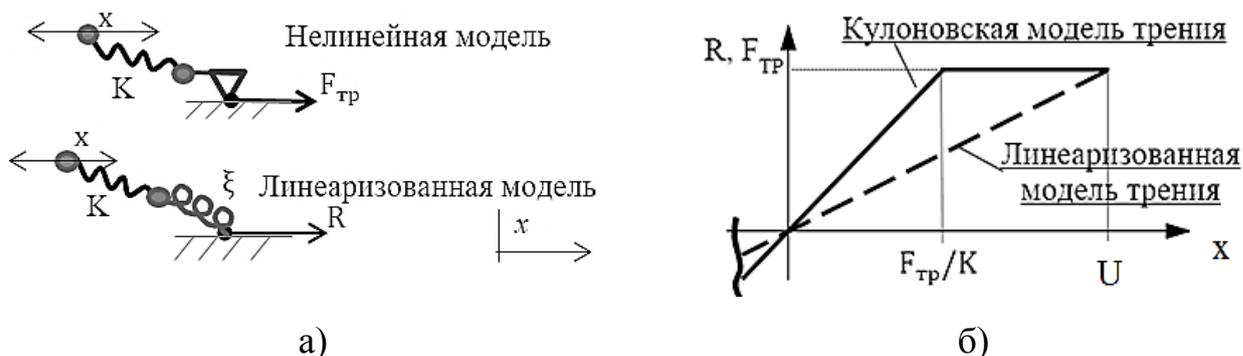


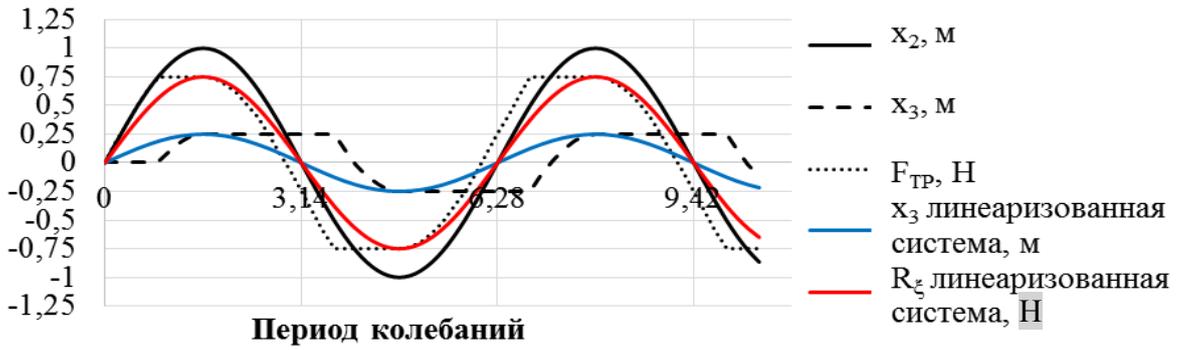
Рисунок 2.09 – а) Линеаризация элемента с сухим трением, x – перемещения точки, K – жесткость демпфера, R – сила реакции упругого элемента ξ , б) Функция силы трения

При использовании упругого элемента жесткостью ξ уравнение (2.2) примет следующий вид:

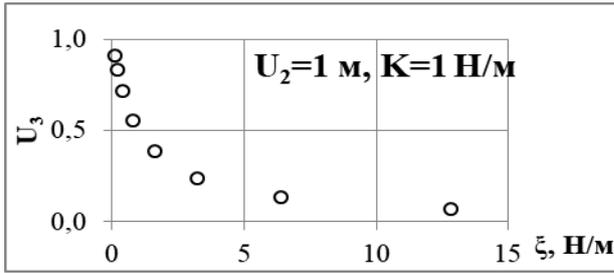
$$K \cdot (U_2 \cdot \sin(\omega \cdot t) - x_3) = \xi \cdot x_2 \quad (2.7)$$

Отметим, что сдвиг фаз между перемещениями точек в новой системе отсутствует, поскольку нет диссипативных сил.

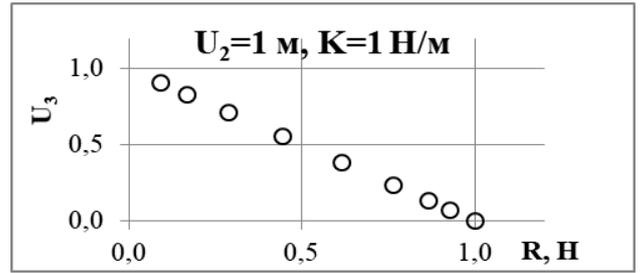
На рисунке 2.10а представлено перемещение точек системы по времени при заданных параметрах $U_2 = 1$ м, $K=1$ Н/м, $F_{тр}=0,75$ Н для нелинейной и линеаризованной системы, причем жесткость упругого элемента ξ подобрана таким образом чтобы амплитудные отклонения U_3 совпадали для обеих систем. Соответственно амплитуда силы реакции упругого элемента будет равна пороговому значению силы трения $R_\xi=F_{тр}=0,75$ Н. При изменении жесткости упругого элемента ξ амплитудное отклонение U_3 будет изменяться как представлено на рисунке 2.10б. На рисунке 2.10в представлена зависимость U_3 от силы реакции R , возникающей в упругом элементе ξ . Из сравнения рисунков 2.10в и 2.07а для линеаризованной и нелинейной систем видно, что результат идентичен.



а)



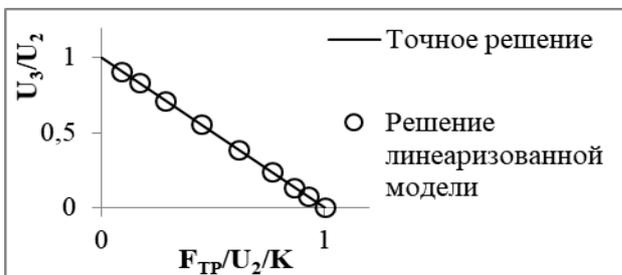
б)



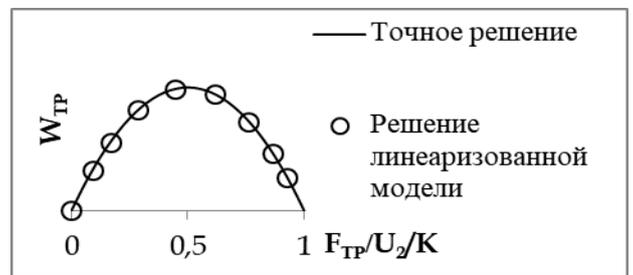
в)

Рисунок 2.10 – а) Перемещение точек по времени при $U_2=1$, $K=1$ Н/м, $F_{тр}=0,75$ Н; б) Зависимость $U_3(\xi)$; в) Зависимость $U_3(R)$

Для линейризованной системы при условии равенства $R_\xi=F_{тр}$ по формулам (2.4) и (2.5) определены зависимости $\frac{U_3}{U_2}(\frac{F_{тр}}{K \cdot U_2})$ и $W_{тр}(\frac{F_{тр}}{K \cdot U_2})$ и произведено сравнение результатов с точным решением, что представлено на рисунке 2.11. Как видно результаты, полученные двумя способами, полностью совпадают, это говорит о правомерности условия соответствия векторов (2.6) и правомерности замены действия от силы трения на упругий элемент.



а)



б)

Рисунок 2.11 – Сравнение точного решения с линейризованным:

а) Зависимость $\frac{U_3}{U_2}(\frac{F_{тр}}{K \cdot U_2})$; б) Зависимость $W_{тр}(\frac{F_{тр}}{K \cdot U_2})$.

2.2.3 Линеаризация одномассовой системы

Предположим, что условие (2.6) справедливо для системы уравнений (2.1). Упростим систему (2.1) согласно представленному выше способу – заменим влияние от действия силы трения $F_{\text{ТР}}$ на упругий элемент ξ :

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1(t) + c_1 \cdot (x_1(t) - x_2(t)) = 0 \\ 0 \cdot \ddot{x}_2(t) + c_2 \cdot x_2(t) + c_1 \cdot (x_2(t) - x_1(t)) + K \cdot (x_3(t) - x_2(t)) = 0 \\ 0 \cdot \ddot{x}_3(t) + K \cdot (x_3(t) - x_2(t)) + \xi \cdot x_3(t) = 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

Преобразование системы уравнений (2.1) в (2.8) более удобно представить в матричном виде:

$$[M] \cdot \{\ddot{X}\} + \{f(X, \dot{X})\} + [C + K] \cdot \{X\} = 0 \quad (2.9)$$

где $[M]$, $[C + K]$ – обобщенные матрицы масс и жесткости; $\{\ddot{X}\}$, $\{X\}$ – обобщенные векторы узловых ускорения и перемещений; $\{f(X, \dot{X})\}$ – вектор нелинейных контактных усилий.

В уравнении движения оставляем $[M] \cdot \{\ddot{X}\}$ и $[C + K] \cdot \{X\}$, влияние от действия силы трения $F_{\text{ТР}}$, заключенной в $\{f(X, \dot{X})\}$, моделируем упругим элементом $[\xi]$. Уравнение (2.9) примет следующий вид:

$$[M] \cdot \{\ddot{X}\} + [C + K + \xi] \cdot \{X\} = 0 \quad (2.10)$$

Очевидно, что получившаяся система уравнений (2.10) линейная, в то же время, достаточная для определения собственных частот и форм колебаний. Таким образом, при решении уравнения (2.10) будут найдены соотношения амплитудных отклонений и собственная частота колебаний системы при различных значениях ξ . Согласно условию (2.6) этого достаточно для определения работы силы трения, совершенной за период колебаний и последующего определения декремента колебаний по формуле (1.3).

Необходимо отметить, что при фиксированной жесткости упругого элемента ξ декремент колебаний δ будет иметь фиксированное значение, т.к. коэффициенты масштабирования, входящие в работу силы трения $W_{\text{ТР}}$ и потенциальную энергию деформирования $W_{\text{ПОТ}}$, по формуле (1.3) сокращаются

друг на друга. Данная особенность существенно сужает область поиска решения системы (2.1).

2.2.4 Количественная оценка одномассовой системы

В качестве примера рассмотрена система с параметрами $c_1=c_2=100000$ Н/м, $K=10000$ Н/м, $m_1=1$ кг, $U_1=1$ м (размерность величин значения не имеет). Колебательная система представлена на рисунке 2.03, однако влияние от действия силы трения заменено на упругий элемент ξ , как представлено на рисунке 2.09а. Для воспроизведения формы колебаний системы жесткость упругого элемента ξ изменялась в пределах от 0 до 4000000 Н/м. Этот диапазон жесткостей позволяет имитировать как беспрепятственное скольжение демпфера, так и заклинивание демпфера. На рисунке 2.12 представлены результаты расчета в линеаризованной постановке, каждая точка графика представляет собой отдельный расчет системы уравнений (2.10) с вариацией жесткости ξ .

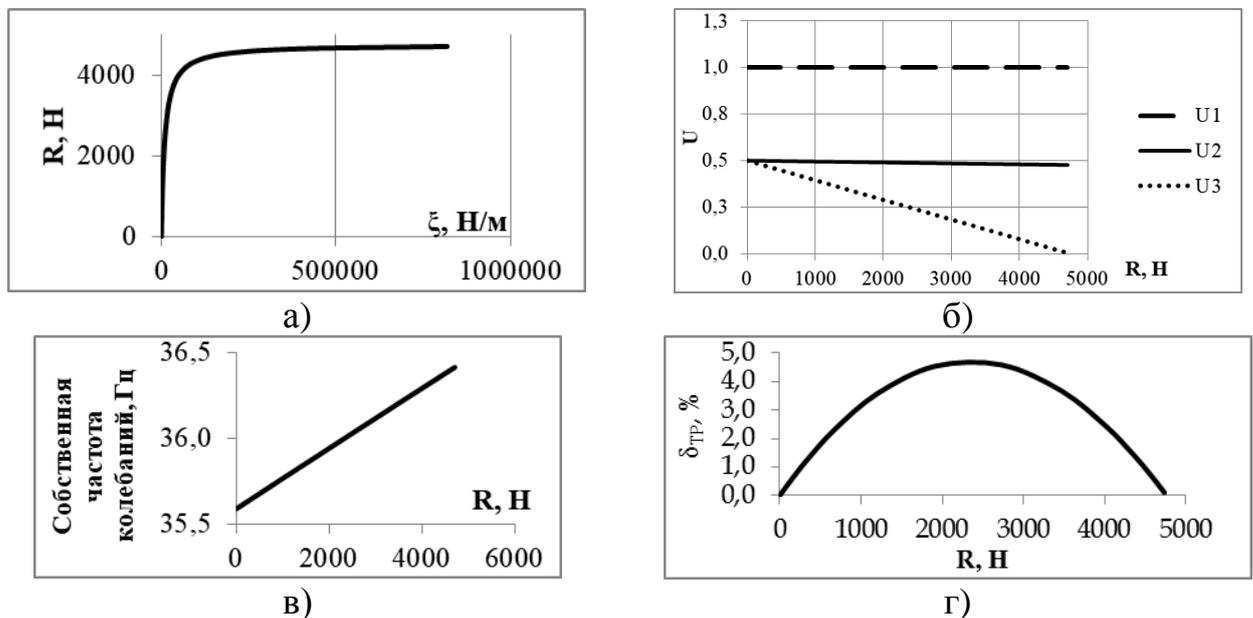


Рисунок 2.12 – Результаты линеаризованного решения полной системы при $c_1=c_2=100000$ Н/м, $K=10000$ Н/м, $U_1=1$ м, $m_1=1$ кг, (а) зависимость R (ξ), (б) Изменение амплитудных отклонений при увеличении силы реакции R , (в) Изменение собственной частоты колебаний при увеличении силы реакции R , (г) Изменение декремента $\delta_{тр}$ при увеличении силы реакции R .

Зависимость $\delta_{\text{ТР}}(R)$, представленную на рисунке 2.12г, приведем к общему виду, как представлено в выражении (2.5). При этом вместо U_2 будем использовать U_1 , как наиболее важный параметр контроля амплитуды, а вместо параметра $\frac{R}{K \cdot U_1}$ будем использовать параметр $\frac{R}{U_1}$. Жесткость упругого элемента K опустим, т.к. вывод обобщенной зависимости при использовании параметра $\frac{R}{K \cdot U_1}$ составляет определенную сложность. На рисунке 2.13 представлена зависимость $\delta_{\text{ТР}}(\frac{R}{U_1})$, которая представляет собой общее решение для конкретной формы колебаний и конкретных жесткостей упругих элементов: $c_1=c_2=100000$, $K=10000$ Н/м. Использование зависимости $\delta_{\text{ТР}}(\frac{R}{U_1})$ по мнению Автора диссертационной работы удобней, чем представленные в работах Г.С Писаренко и D. Laxald, J. Griffin [8, 67], где применяется прямо пропорциональное соотношение.

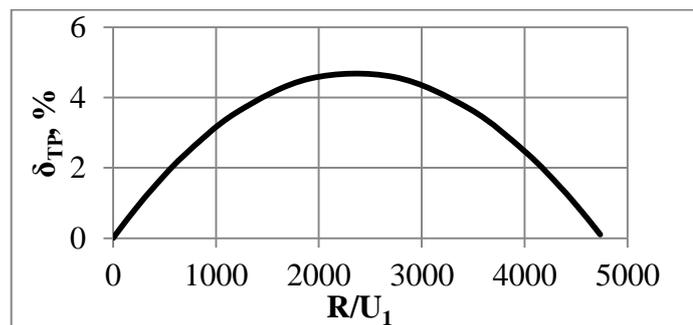


Рисунок 2.13 – Линеаризованное решение,

зависимость $\delta_{\text{ТР}}(\frac{R}{U_1})$, при $c_1=c_2=100000$ Н/м, $K=10000$ Н/м

Согласно условию (2.6) решение системы (2.10), представленное в виде зависимости $\delta_{\text{ТР}}(\frac{R}{U_1})$, будет идентично решению системы (2.9), если бы оно определялось прямым методом интегрирования по времени, т.е. $\delta_{\text{ТР}}(R/U_1) = \delta_{\text{ТР}}(F_{\text{ТР}}/U_1)$. В дальнейшем будем использовать обозначение $\delta_{\text{ТР}}$ и $F_{\text{ТР}}$.

2.2.5 Оценка влияния величины жесткости на демпфирующую способность демпфера

Возможности линеаризованной модели позволяют быстро оценить

влияние параметров c_1 , c_2 , K , m_1 на демпфирующую способность демпфера, а применение зависимости $\delta_{\text{ТР}}(F_{\text{ТР}}/U_1)$ делает результат наглядным. К примеру, на рисунке 2.14 изображена зависимость $\delta_{\text{ТР}}(F_{\text{ТР}}/U_1)$ при различных жесткостях демпфера K , видно, чем выше жесткость демпфера тем выше декремент колебаний. Это согласуется с результатами Е. Petrov, J. Griffin, О.В. Репецкий и др. [72, 106].

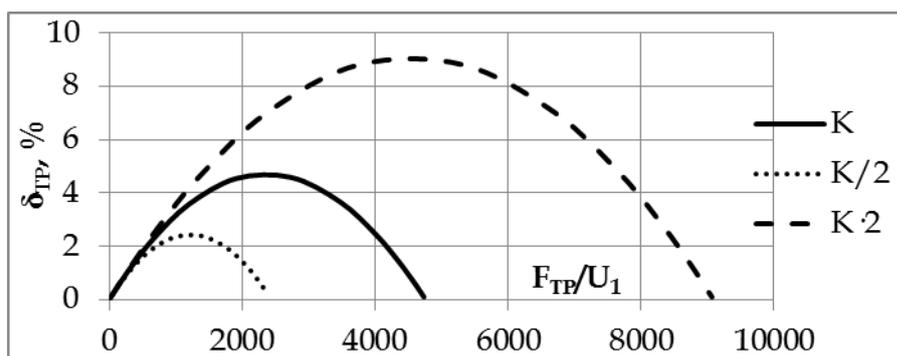


Рисунок 2.14 – Расчетная зависимость $\delta_{\text{ТР}}(F_{\text{ТР}}/U_1)$ системы с параметрами $c_1=c_2=100000$ Н/м, $K=10000$ Н/м с различной жесткостью демпфера

На рисунке 2.15 изображена зависимость $\delta_{\text{ТР}}(F_{\text{ТР}}/U_1)$ при различных жесткостях элемента c_2 . Уменьшение жесткости элемента c_2 ведет к увеличению демпфирующей способности. Это связано с тем, что демпфер начинает оказывать большое влияние на форму колебаний.

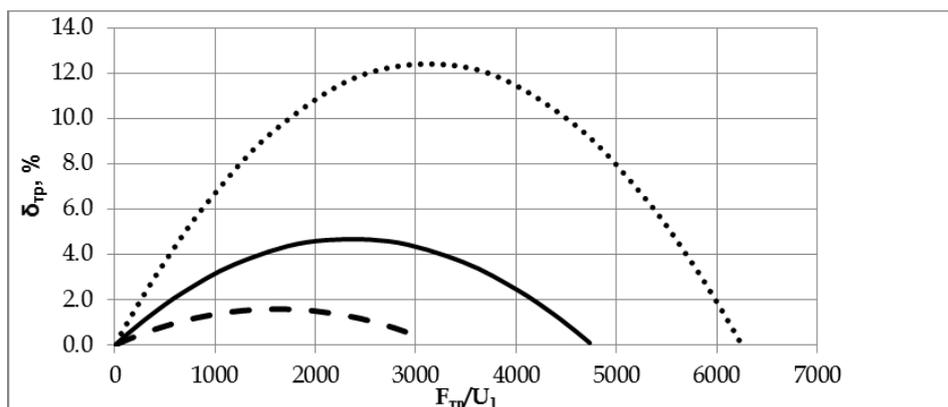


Рисунок 2.15 – Расчетная зависимость $\delta_{\text{ТР}}(F_{\text{ТР}}/U_1)$ системы с параметрами $c_1=c_2=100000$ Н/м, $K=10000$ Н/м с различной жесткостью элемента c_2 : сплошная линия – жесткость c_2 , пунктир – $c_2 \cdot 2$, точки - $c_2/2$

Если элемент c_1 задать сверхжестким, то зависимость $\delta_{\text{тр}}(F_{\text{тр}}/U_1)$ при различных жесткостях элемента c_2 примет более понятную форму, что представлено на рисунке 2.16. В этом случае системы имеют одинаковую силу заклинивания ($F_{\text{тр}}/U_1 \approx 10000$).

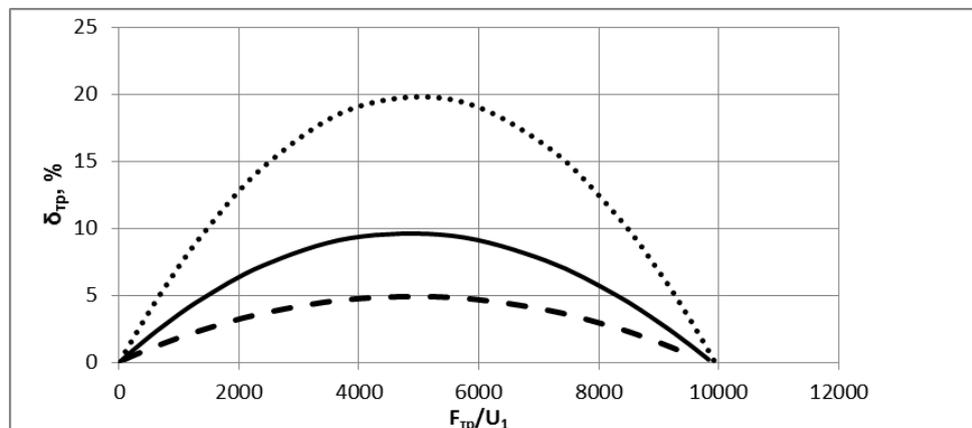


Рисунок 2.16 – Расчетная зависимость $\delta_{\text{тр}}(F_{\text{тр}}/U_1)$ системы с параметрами $c_1=10000000$ Н/м, $c_2=100000$ Н/м, $K=10000$ Н/м с различной жесткостью элемента c_2 : сплошная линия – жесткость c_2 , пунктир – $c_2 \cdot 2$, точки – $c_2/2$

На рисунке 2.17 представлена зависимость $\delta_{\text{тр}}(F_{\text{тр}}/U_1)$ при различных жесткостях элемента c_1 . Увеличение жесткости c_1 благотворно сказывается на демпфировании. Данная графическая зависимость схожа по характеру с той, где изменялась жесткость демпфера (рисунок 2.14).

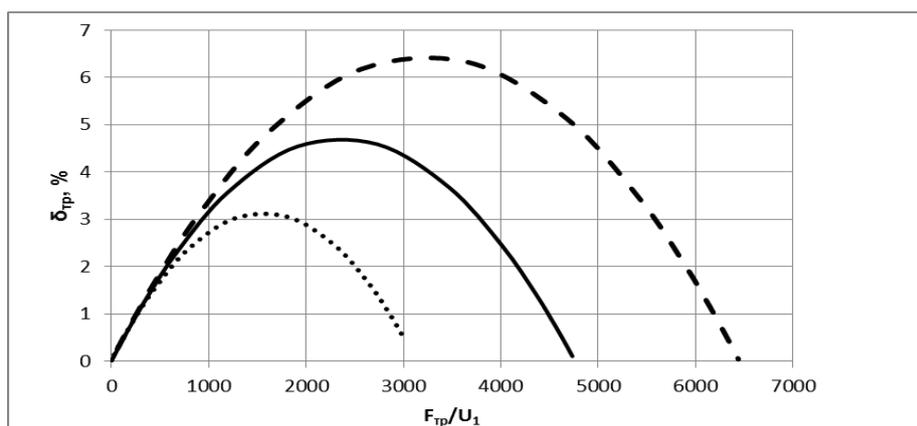


Рисунок 2.17 – Расчетная зависимость $\delta_{\text{тр}}(F_{\text{тр}}/U_1)$ системы с параметрами $c_1=c_2=100000$, $K=10000$ с различной жесткостью элемента c_1 : сплошная линия – жесткость c_1 , пунктир – $c_1 \cdot 2$, точки – $c_1/2$

Из проведенного расчетного исследования следует вывод, что параметры жесткостей системы имеют значительное влияние на демпфирующую способность демпфера. Закон изменения демпфирующей способности от параметра жесткости нелинейный, что согласуется с результатами, полученными J. Griffin [72]. Может оказаться так, что небольшое изменение жесткости приведет к значительному изменению результата.

Если зависимость $\delta_{\text{тр}}(F_{\text{тр}}/U_1)$ близка к закону параболы, то максимальное значение декремента колебаний $\delta_{\text{тр}}^{\text{макс}}$ будет определяться следующей формулой:

$$\delta_{\text{тр}}^{\text{макс}} = \frac{K \cdot c_1 \cdot (c_2 + c_1 + \frac{K}{2})}{(c_2 + c_1) \cdot (c_2 + \frac{K}{2}) \cdot (c_2 + c_1 + K)} \approx \frac{K \cdot c_1}{(c_2 + c_1) \cdot (c_2 + \frac{K}{2})} \cdot 100\%, \quad (2.11)$$

При использовании других математических моделей данную формулу вывести крайне проблематично, практически невозможно. Данная формула позволяет экспертно оценить вклад каждого параметра системы на эффективность демпфера. К примеру, жесткость c_2 может характеризовать жесткость ножки лопатки турбины с трактовой полковой, под которую устанавливается межлопаточный демпфер, c_1 может характеризовать жесткость пера лопатки, K – жесткость демпфера и полки, под которую устанавливается демпфер. Для практического применения с целью увеличения эффективности демпфера можно рекомендовать увеличение жесткости демпфера, увеличение жесткости пера лопатки на изгиб, уменьшение жесткости ножки на изгиб. Отметим, что рекомендации удовлетворяют конструкционным решениям, описанным в технической литературе и патентах, это говорит об адекватности

Яковкин, В.Н. Влияние жесткости прижимного демпфера сухого трения на динамические характеристики лопатки вентилятора. / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов// «Авиация и космонавтика - 2013»: тезисы докладов 12 Международной конференции. – 2013.

Яковкин, В.Н. Расчет демпфирующей способности тарельчатого демпфера для конической шестерни коробки приводов газотурбинного двигателя / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // Электронный журнал «Труды МАИ». – 2014. – № 76. – 19 с.

разработанной математической модели. К примеру, в статье [103] представлен опыт демпфирования рабочей лопатки компрессора, в которой сделано целенаправленное снижение жесткости ножки лопатки для увеличения демпфирования. В работах [72, 106] показано влияние жесткости демпфера на его эффективность: чем выше жесткость демпфера, тем выше его демпфирующая способность. В патенте [12] представлена конструкция направляющих лопаток компрессора с разделением места крепления лопатки и места установки демпфера – снижена жесткость в корневом сечении лопатки и сделан вынос демпфера в зону максимальных перемещений пера лопатки.

2.3 Верификация линеаризованной математической модели

По результатам обзора технической литературы определено, что метод прямого интегрирования по времени (далее прямой метод, нестационарная постановка) используется в качестве эталонного для оценки результата. С целью верификации линеаризованной математической модели на примере одномассовой системы (рисунок 2.03) проведено сравнение результатов расчетов с прямым методом.

Решение методом прямого интегрирования по времени получено с помощью вычислительных мощностей в двух постановках: затухающие колебания и вынужденные колебания. Использовался конечно-элементный пакет ANSYS с типом анализа Transient Analysis Structuring – анализ переходных динамических процессов, применялся полный метод решения методом Ньюмарка. Типы используемых конечных элементов: COMBIN14 – линейный упругий элемент растяжения сжатия, выполняет роль упругих элементов c_1 и c_2 ; COMBIN40 – элемент линейной пружины с жесткостью K с возможностью проскальзывания при достижении пороговой силы $F_{тр}$; MASS21 – элемент, позволяющий задавать массу для степени свободы x_1 .

2.3.1 Затухающие колебания осциллятора с сухим трением

При затухающих колебаниях были выбраны следующие параметры $m_1=1$ кг, $F_{тр}=1000$ Н, $c_1=100000$ Н/м, $c_2=100000$ Н/м, $K=10000$ Н/м, $U_1(0)=5$ м –

амплитуда перемещений точки x_1 в начальный момент времени, шаг по времени выбран из учета ~ 200 шагов за один период колебаний. Затухание происходило с установившегося режима вынужденных колебаний на собственной частоте системы. Причем параметры системы при вынужденных колебаниях выбраны такими, чтобы в области трения совершалось интенсивное скольжение, без зон слипания. Тогда при срыве вынуждающей силы, система начинала совершать затухающие свободные колебания с постепенным переходом из режима с интенсивным скольжением демпфера к режиму с заклинивающей силой трения, когда $U_3=0$ м.

Используемое уравнение движения:

$$[M] \cdot \{\ddot{X}\} + \{f(X, \dot{X})\} + [C + K] \cdot \{X\} = 0 \quad (2.12)$$

На рисунке 2.18 представлены результаты расчета в виде сигнала затухающих колебаний по времени, соответствующих перемещению точки x_1 . Выноской показан вид сигнала за короткий промежуток времени.

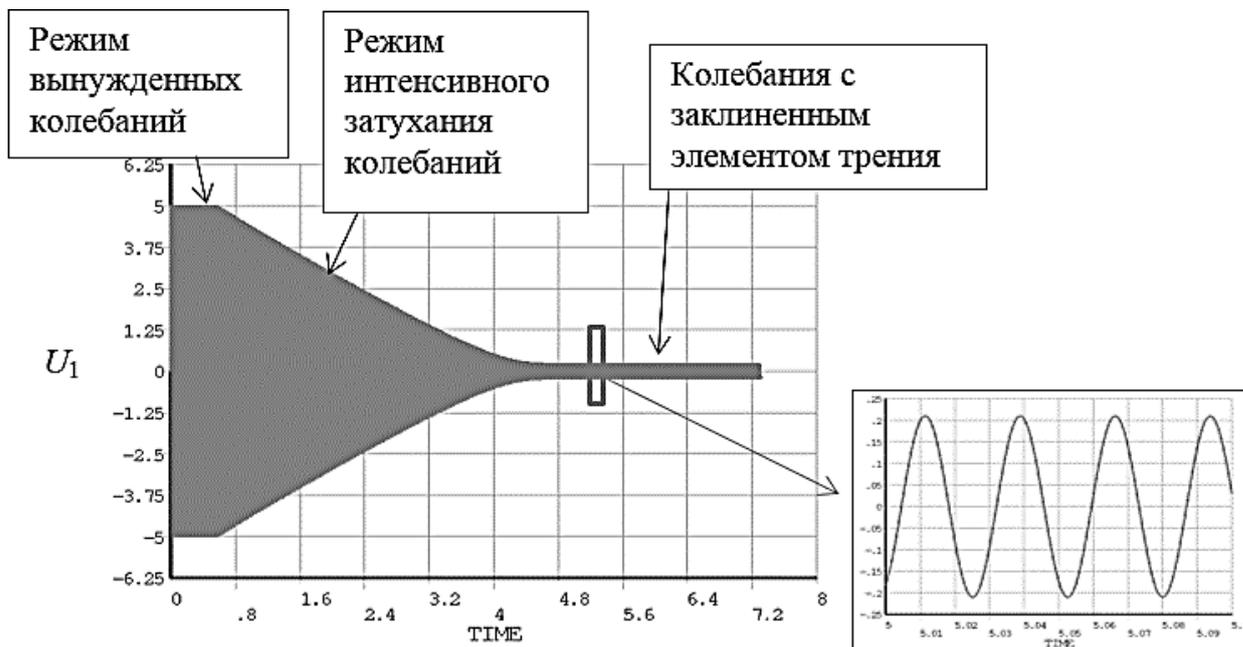


Рисунок 2.18 – Затухающие колебания, результаты расчета в нестационарной постановке.

На графике сигнала колебаний можно условно выделить три режима: режим вынужденных колебаний, режим интенсивного затухания колебаний, режим колебаний с заклиненным элементом трения. Режим интенсивного

затухания характеризуется практически безостановочным движением элемента трения, когда сила трения намного меньше силы, приходящей на упругий элемент K . Режим заклинивания происходит при силе трения большей, чем силы, приходящей на упругий элемент K , на всем периоде колебаний.

По формуле (А.4) был определен декремент колебаний системы. На рисунке 2.19 представлено изменение декремента при уменьшении амплитуды U_1 , результаты расчета прямым методом сопоставлены с результатами, полученными в линеаризованной постановке. Как видно результаты идентичны.

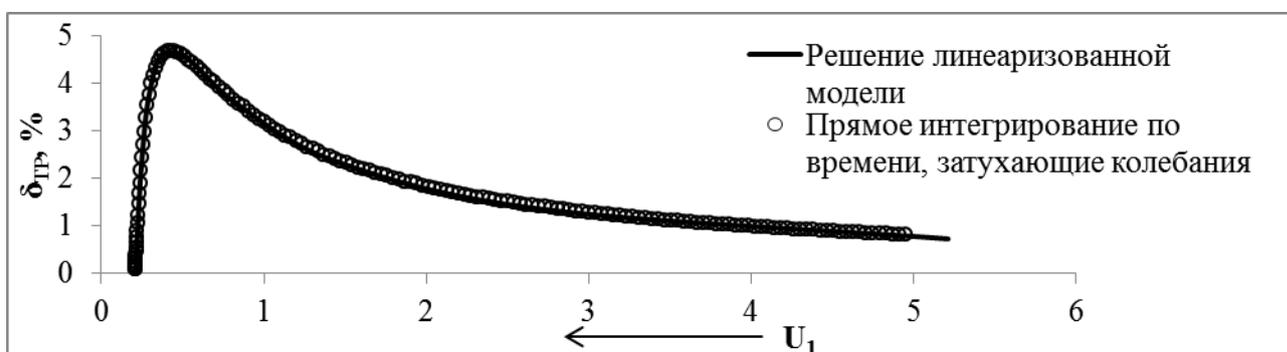


Рисунок 2.19 – Сравнение линеаризованного решения с прямым методом, изменение декремента $\delta_{ТР}$ при уменьшении амплитуды U_1

Приведем полученные результаты к общему виду – к зависимости $\delta_{ТР}(F_{ТР}/U_1)$. Из рисунка 2.20 видно, что линеаризованное решение количественно сходится с прямым методом при затухающих колебаниях.

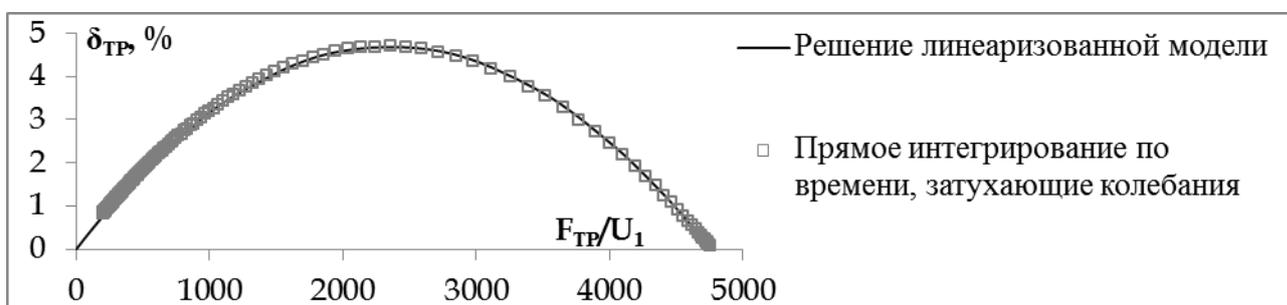


Рисунок 2.20 – Сравнение линеаризованного решения с прямым методом, зависимость $\delta_{ТР}(F_{ТР}/U_1)$

Собственная частота колебаний системы с элементом сухого трения при затухающих колебаниях возрастает (за исключением простейшей одномассовой системы с одной степенью свободы [100, 101, 104]). Собственную частоту f также можно представить в виде зависимости от параметра $F_{тр}/U_1$, как показано на рисунке 2.21, где частота колебаний определялась по пиковым значениям затухающего сигнала. Из рисунка видно, что результаты согласуются. Небольшое расхождение по собственной частоте колебаний объясняется недостаточной дискретизацией шага по времени.

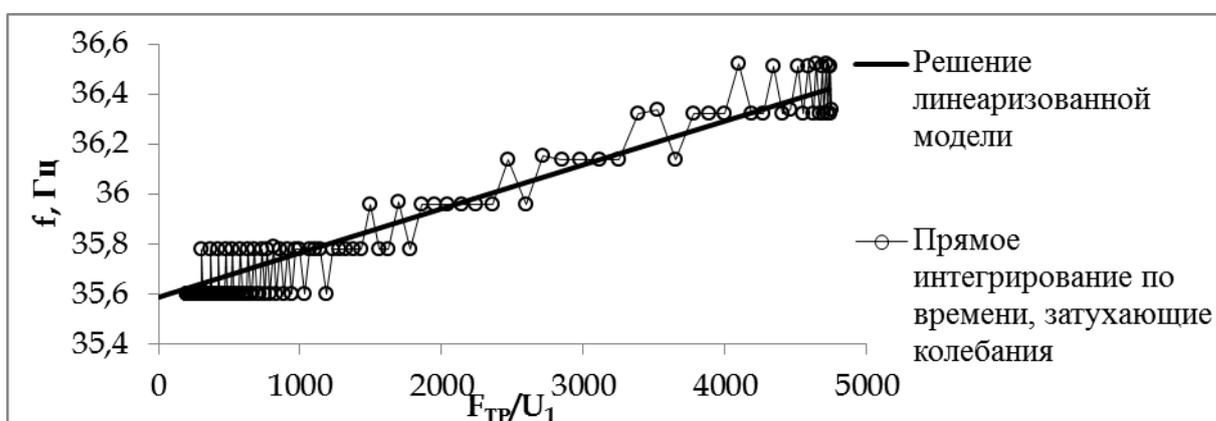


Рисунок 2.21 – Сравнение линеаризованного решения с прямым методом, зависимость собственной частоты колебаний $f(F_{тр}/U_1)$

Используя результаты расчета линеаризованной модели (графики, предоставленные на рисунках 2.20 и 2.21), построен график изменения амплитуды затухающих колебаний по времени с наложением на результат расчета прямого метода (рисунок 2.22). Как видно, результаты расчета количественно сходятся друг с другом.

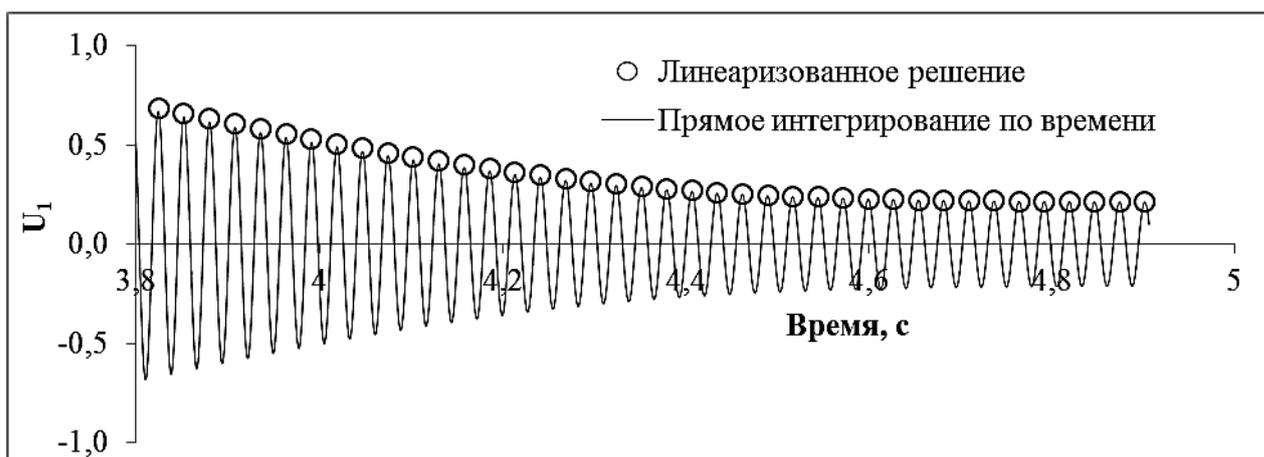


Рисунок 2.22 – Сравнение линеаризованного решения с прямым моделированием, затухающие свободные колебания

2.3.2 Вынужденные колебания осциллятора с сухим трением

При вынужденных колебаниях использовались прежние параметры системы со следующими отличиями (см. рисунок 2.23): $F_{тр}$ – пороговое значение силы трения изменялось в диапазоне от 500 до 16000 Н, дополнительно были заданы $\alpha=1$ м/с/Н – коэффициент вязкого трения (пропорциональный скорости), связанный с недеформируемым основанием и с массой $m_1=1$ кг, $P=1000$ Н – амплитуда вынужденной гармонической силы, приложенной к массе m_1 .

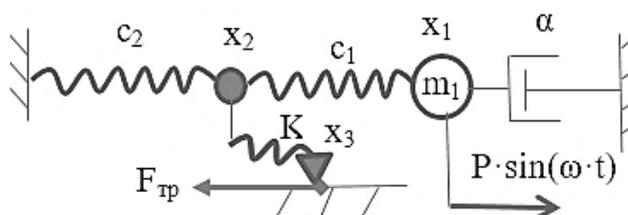


Рисунок 2.23 – Осциллятор с несколькими степенями свободы

Уравнение движения в матричном виде:

$$[M] \cdot \{\ddot{X}\} + \{f(X, \dot{X})\} + [C + K] \cdot \{X\} + [\alpha] \cdot \{\dot{X}\} = \{P\} \quad (2.13)$$

Декремент колебаний системы без элемента сухого трения составляет $\delta_0=1,4$ %, амплитуда колебаний на резонансе $U_1=4,47$ м. Расчет в нестационарной постановке проводился на фиксированной частоте возбуждения до момента установившихся колебаний. На рисунке 2.24 представлены результаты расчета в виде амплитудно-частотной

характеристики, полученной при различных значениях силы трения, каждая точка представляет собой амплитуду установившихся колебаний на выбранной частоте.

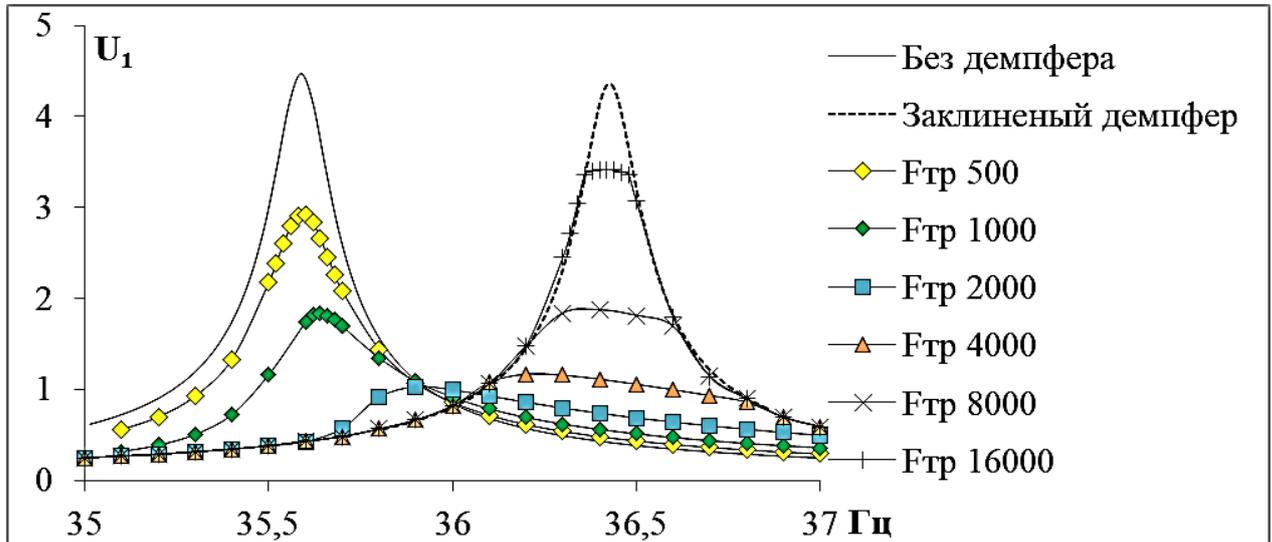


Рисунок 2.24 – Результаты расчета прямым методом интегрирования по времени, АЧХ

На рисунке 2.25 представлены графики изменения амплитуды резонансных колебаний и декремента колебаний при изменении силы трения, сплошной линией представлены результаты расчета линеаризованного решения, маркерами обозначено решение прямым методом.

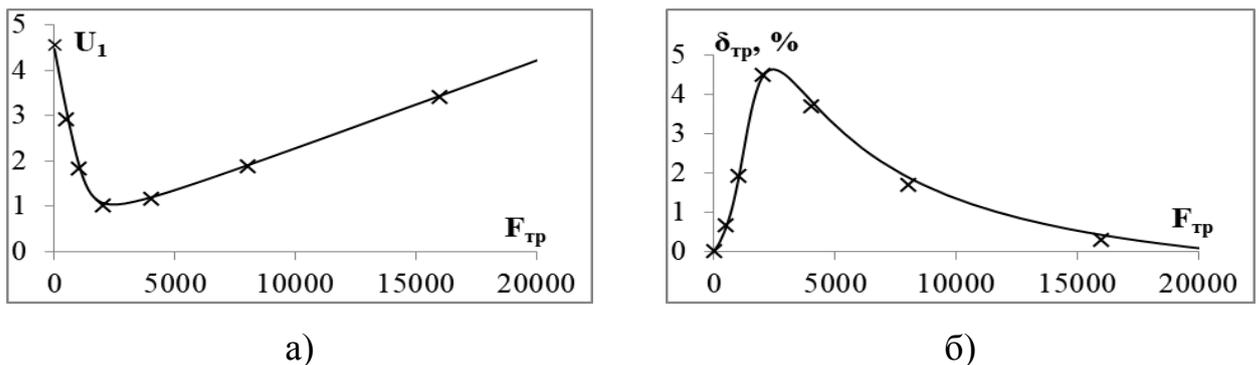


Рисунок 2.25 – Сопоставление результатов расчета прямого метода (сплошная линия) с линеаризованной моделью (маркеры): а) изменение амплитуды резонансных колебаний U_1 при увеличении силы трения $F_{тр}$, б) изменение декремента трения $\delta_{тр}$ при увеличении силы трения $F_{тр}$

На рисунке 2.26 представлено сравнение результатов расчета, видно, что линейризованное решение дает результат аналогичный решению прямым методом.

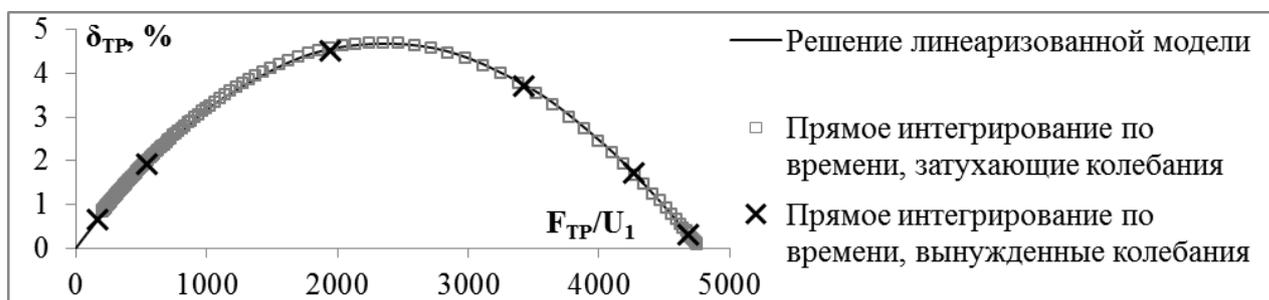


Рисунок 2.26 – Сопоставление результатов расчета прямым методом интегрирования по времени с результатами линейризованной математической модели

Таким образом, проведена верификация математической модели с общепринятым расчетным эталонным методом прямого интегрирования по времени, получена хорошая сходимость результатов с отличием не более 3 % по демпфирующей способности.

Время, затраченное на решение задачи методом прямого интегрирования по времени, составило круглосуточную неделю на персональном компьютере, оснащённом процессором Intel i7-4930K. Решение с применением линейризованной модели получено за несколько секунд, что делает предложенную модель приемлемой для инженерных расчетов.

2.4 Методология использования линеаризованного решения в КЭ пакете ANSYS

Для воспроизведения массово-жесткостных параметров натуральных объектов, удобней использовать пакеты инженерного анализа с поддержкой трехмерных моделей. В диссертационной работе для этих целей использовался КЭ пакет ANSYS. Программа имеет тип анализа - modal analysis и несколько видов решателей к нему. Из них применялся метод блочный Ланцоша, но ограничений по выбору метода решателя нет.

Реализация методологии расчета силы трения в контактной зоне для трехмерной модели следующая. На контактной поверхности для каждого контактного элемента вычисляется сила реакции R , имитирующая влияние от действия сил трения, относительное перемещение в тангенциальном направлении Δu и работа силы трения.

Для более сложных трехмерных моделей, в отличие от простейших примеров (п. 2.2), сила реакции и относительное перемещение вычисляется для специального поверхностного контактного элемента. В частности, в качестве упругого элемента, заменяющего влияние от действия силы трения, используется элемент с промежуточными узлами CONTA174, схема которого показана на рисунке 2.27. Для элементов CONTA174 задается контакт без возможности отрыва и проскальзывания Bonded (always), который связывает две контактирующие поверхности упругими связями в нормальном и тангенциальном направлении.

Для определения силы реакции (тангенциальное контактное усилие) и амплитуды проскальзывания (упругого перемещения) и использовались стандартные средства ANSYS.

Контактное усилие для элемента вычисляется по формуле:

$$R_{эл} = \frac{R_i + R_j + R_k + R_l}{4 \cdot \text{Volum}}, \quad (2.14)$$

где $R^{эл}$ – тангенциальное контактное усилие для элемента, R_i – тангенциальное давление для узла i четырехузлового элемента, для трехузлового элемента $R_k = R_i$, $Volum$ – площадь элемента.

В конечно-элементной модели поверхность трения обычно содержит несколько контактных элементов. Контактное усилие для всей поверхности трения определяется суммой сил элементов $\sum R^{эл}$. Работа силы трения вычисляется на этапе работы с отдельными элементами.

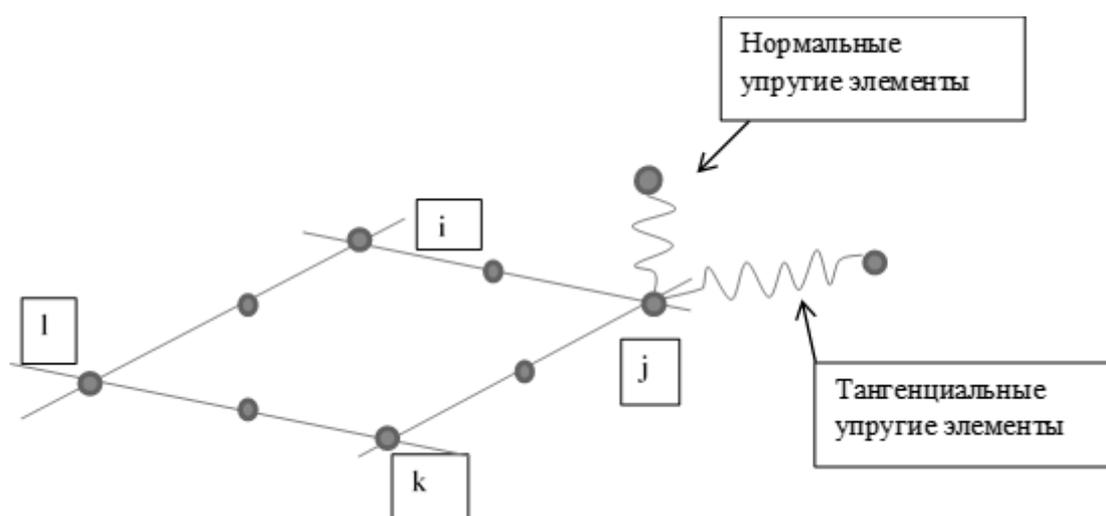


Рисунок 2.27 – Схема контактного элемента CONTA174

При исследовании двумерных и трехмерных форм колебаний, когда основной вектор колебаний в контактной зоне демпфера направлен не только в тангенциальном направлении, необходимо использование дополнительных параметров, которые влияют на результат расчета. В частности, вводятся упругие элементы, работающие по нормали к поверхности. Высокая жесткость нормальных упругих элементов будет моделировать свойство, исключающее взаимное проникновение двух контактирующих тел. Использование низкой жесткости нормальных элементов может быть использовано при моделировании отрыва демпфера от поверхности, а также при имитации малой жесткости контактной поверхности. Но этот вопрос требует дополнительного исследования [41].

Таким образом, методология использования разработанной модели должна содержать анализ влияния упругих контактных элементов на результат расчета.

Выводы по Главе 2

Представлена возможность сведения задачи о расчете демпфера сухого трения к общему виду, на основе чего разработана линеаризованная математическая модель, позволяющая оценить демпфирующую способность демпфера трения, при выполнении закона Кулоновского трения. В модели произведена отброска второстепенных слагаемых в пользу основных. Первоочередными параметрами являются массово-жесткостная характеристика системы и жесткость демпфера. Первоочередных параметров достаточно для определения демпфирующей способности демпфера.

К второстепенным параметрам относятся уровень демпфирования и уровень резонансной амплитуды колебаний системы без демпфера, вынуждающая сила, коэффициент трения. Второстепенные параметры необходимы для настройки демпфера, параметры учитываются на этапе постобработки расчетных данных и позволяют определить эффективную силу прижатия демпфера и уровень снижения амплитуды колебаний при использовании демпфера.

Резонансные колебания узлов ГТД с демпферами сухого трения в большинстве случаев могут быть описаны уравнением движения (2.13), которое содержит 5 составляющих сил: силы инерции, упругости, диссипативные силы (отличные от трения демпфера), сила сухого трения демпфера, вынуждающая сила. В классическом понимании процесса для расчета демпфирующей способности демпфера необходимо решение этого уравнения. В то время как разработанная линеаризованная модель для расчета демпфера допускает использование уравнения (2.10), которое содержит лишь силы инерции и упругости. В этом отношении разработанная модель отличается от известных

тем, что содержит как минимум вдвое меньшее количество составляющих в уравнении.

Разработанная математическая модель позволяет решить проблему вычислительного ресурса, т.к. уравнение движения содержит минимальное количество составляющих и решение задачи можно свести к общему виду, т.е. со сменой второстепенных параметров системы нет необходимости делать новый расчет. Задача сводится к общему виду (при заданных жесткостях системы) на этапе сведения результатов расчета к параметрам относительного демпфирования – к декременту колебаний.

Реализация модели представлена при решении задачи о нахождении собственных форм и частот колебаний. Для конкретной конструкции демпфера и формы колебаний системы выводится зависимость уровня фрикционного демпфирования от параметра, сочетающего силу трения и уровень амплитуды резонансных колебаний (или их аналоги).

Выполнена оценка влияния параметров системы на демпфирующую способность демпфера на примере одномассового осциллятора с конечным числом степеней свободы. Проведена верификация с методом прямого интегрирования по времени. Достигается количественная сходимость результатов с отличием не более 3 % по уровню демпфирования.

ГЛАВА 3. РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕМПФИРУЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ МОДЕЛЬНОГО ДЕМПФЕРА ДЛЯ ЛОПАТКИ ГТД В УСЛОВИЯХ ВИБРОСТЕНДА

В Главе 3 представлено расчетно-экспериментальное исследование демпфирующей способности модельного демпфера для лопатки с трактовой полкой в условиях вибростенда. С целью оценки работоспособности линеаризованной модели для натуральных узлов ГТД проведен эксперимент в лабораторных условиях, где исследована работоспособность модельного демпфера сухого трения (далее демпфер). Результаты эксперимента использованы для настройки модели.

3.1 Выбор конструкции демпфера

3.1.1 В п.1.2 описаны некоторые разновидности демпферов. В качестве конструкционного решения для исследований выбран подполочный демпфер для рабочей лопатки компрессора с трактовой полкой, под которую устанавливается демпфер. На рисунке 3.01 представлена возможная реализация демпфера для лопатки ГТД.

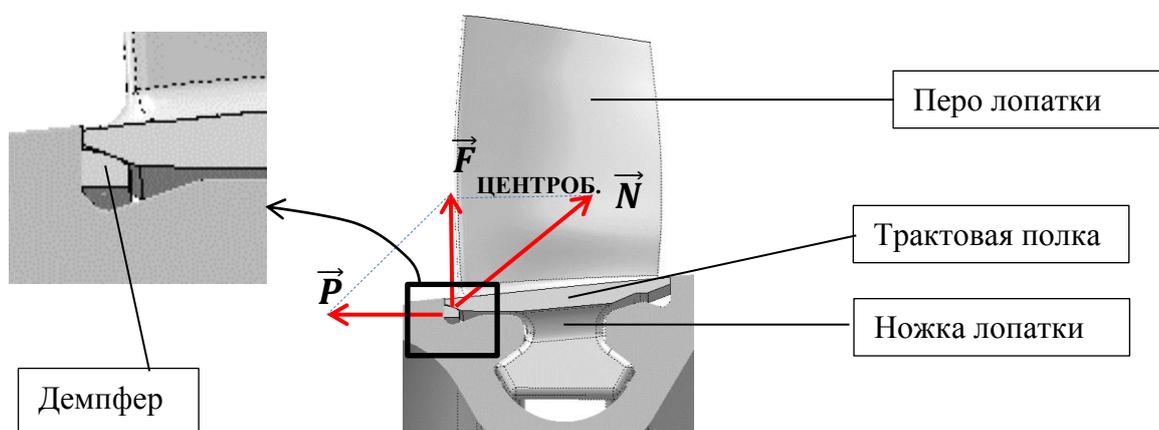


Рисунок 3.01 – Возможная реализация демпфера для лопатки ГТД:

$F_{\text{ЦЕНТРОБ.}}$ – центробежная сила, действующая на демпфер, N – сила прижатия демпфера к лопатке, P – сила прижатия демпфера к диску

3.2 Описание экспериментальной установки

3.2.1 На рисунке 3.02 представлена схема экспериментальной установки. Для экспериментального исследования была разработана оснастка, позволяющая исследовать эффективность модельного демпфера в условиях вибростенда, в качестве демпфируемого объекта использовалась натурная титановая лопатка с трактовой полкой (см. рисунок 3.03 - фотография, см. рисунок 3.04 - модель). Исследования проводились только для первой изгибной формы колебаний лопатки – поперечные колебания по первому тону (см. рисунок 3.09). Использовался вибростенд V875-440 фирмы LDS.

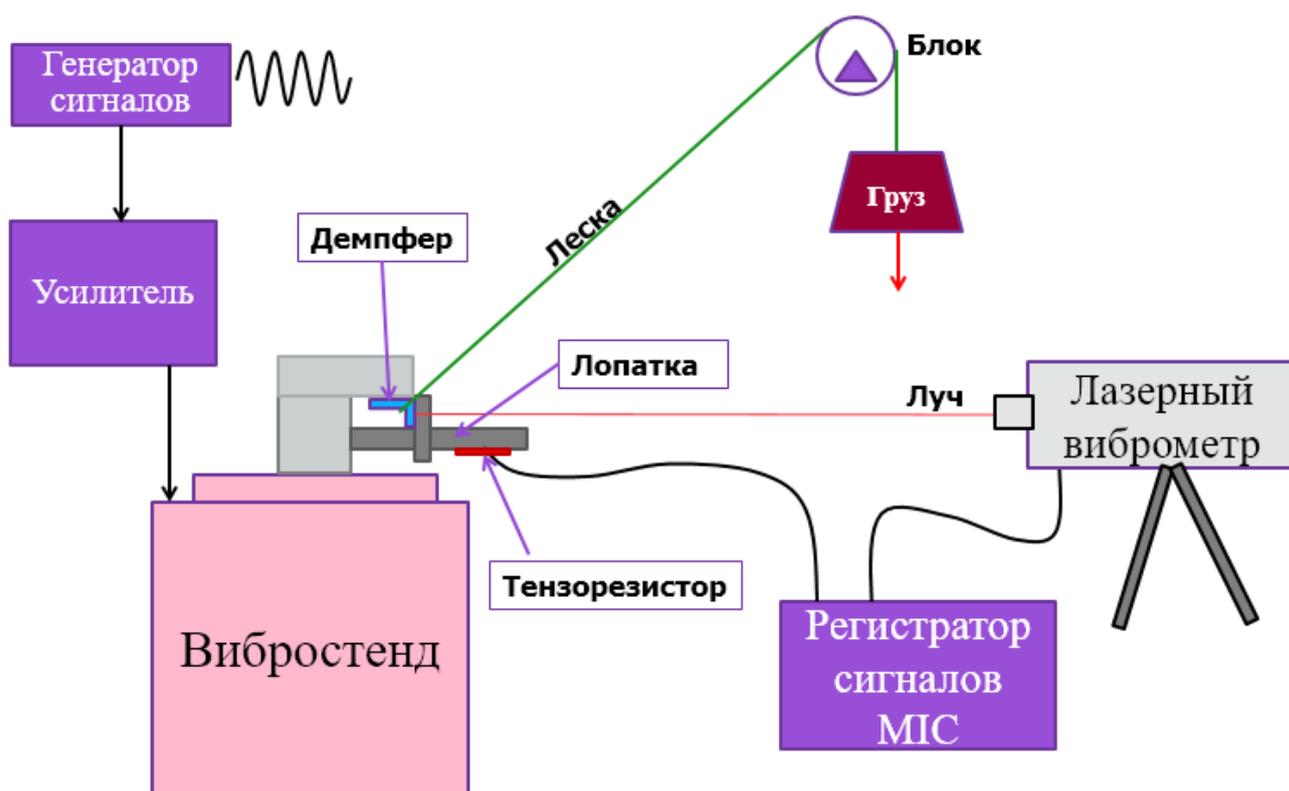


Рисунок 3.02 – Схема экспериментальной установки

Вид экспериментальной установки представлен на рисунке 3.03. Прижатие демпфера осуществлялось посредством натяжения лески (диаметр лески 0.6 мм), натяг лески регулировался наборными грузами. Длина лески от демпфера до блока составляла 1.5 метра, это обеспечивало беспрепятственное

удлинение лески при скольжении демпфера: жесткость на растяжение погонного метра лески составляет ~ 860 Н/м, что пренебрежимо мало. Угол наклона лески к горизонту 45° .

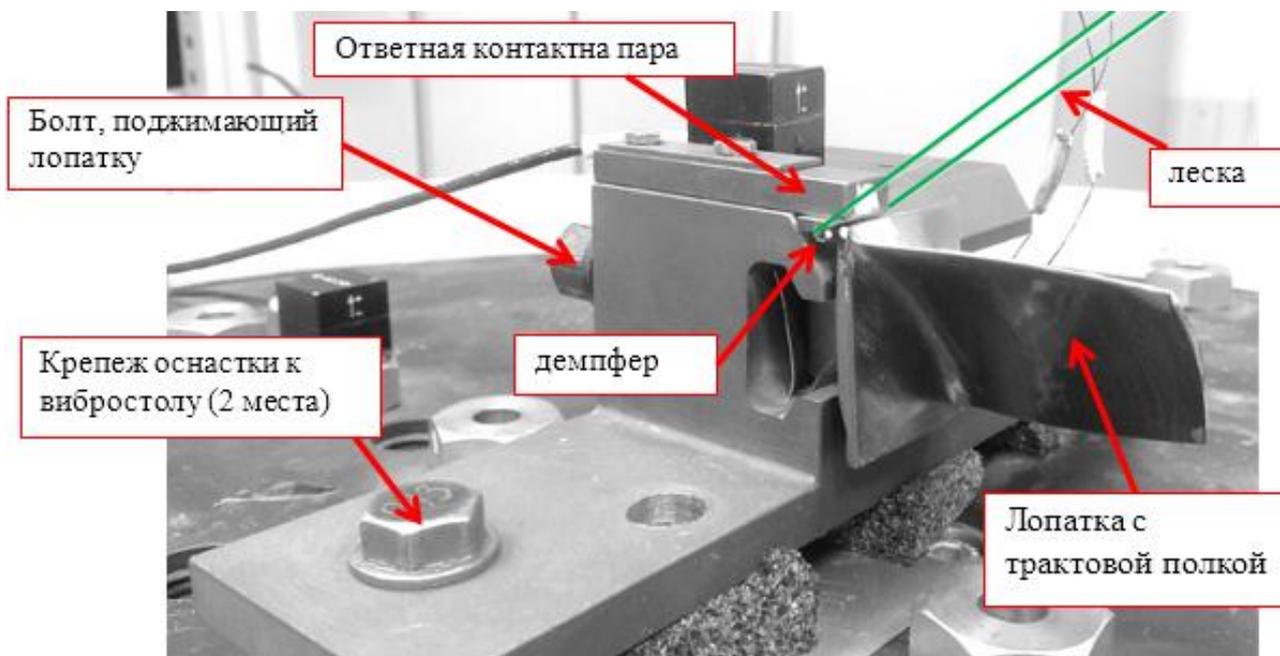


Рисунок 3.03 – Лопатка ГТД с модельным демпфером в составе оснастки на вибростенде

Поджатие лопатки осуществлялось болтом.

В экспериментальной установке предусмотрена минимизация факторов, о влиянии которых можно судить неоднозначно, таких как площадь контакта, распределение контактного давления, сила прижатия, влияние жесткости демпфера, влияние жесткости оснастки, низкая добротность и жесткость системы вибростенда и т.д. Для их предупреждения сделано следующее:

1) Основные поверхности трения находятся на демпфере и бруске – образуя контактную пару трения (см. рисунки 3.04 и 3.05). Контактные поверхности трения плоские и имеют относительно большую площадь, примерно 4×10 мм, для минимизации контактного давления;

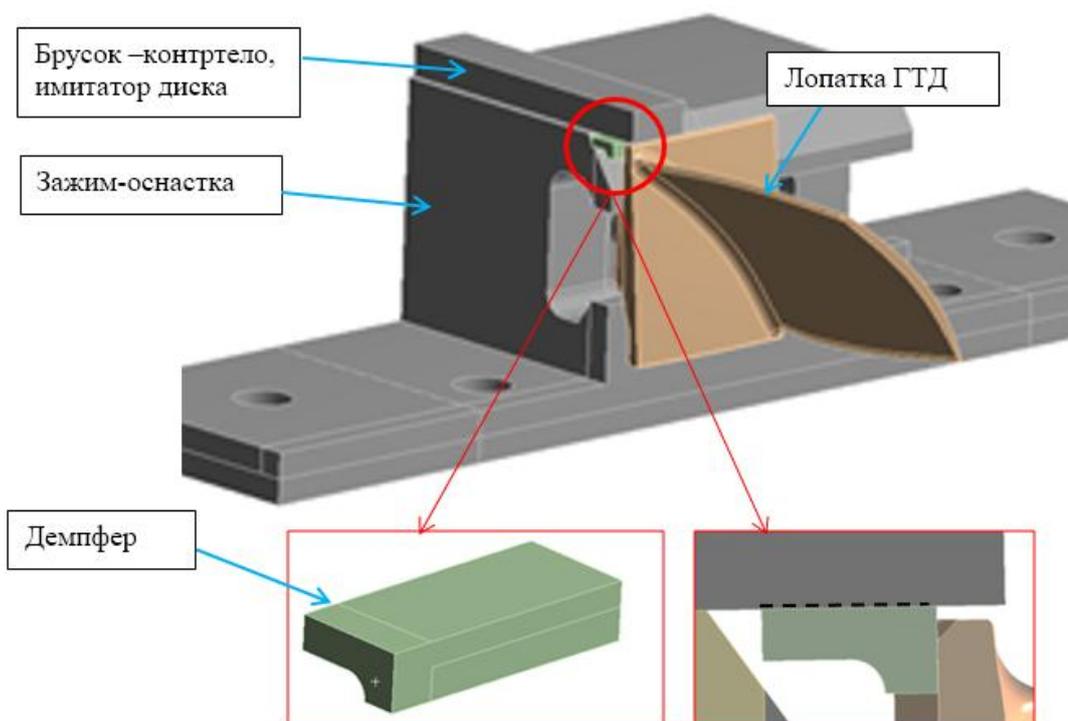


Рисунок 3.04 – Общий вид лопатки ГТД в составе с оснасткой-зажимом, пунктиром обозначена поверхность трения.

2) Схема передачи силы трения на лопатку представлена на рисунке 3.05. Демпфер упирается острой гранью в полку лопатки, за счет чего при движении полки происходит перекачивание демпфера (не создает дополнительной силы трения), образуя условный шарнир, и в тоже время происходит передача силы трения от основной поверхности трения на лопатку. Конструкционное исполнение демпфера по принципу работы схоже с представленными в патентах [102, 107] и в конструкции лопатки компрессора двигателя семейства НК [103].

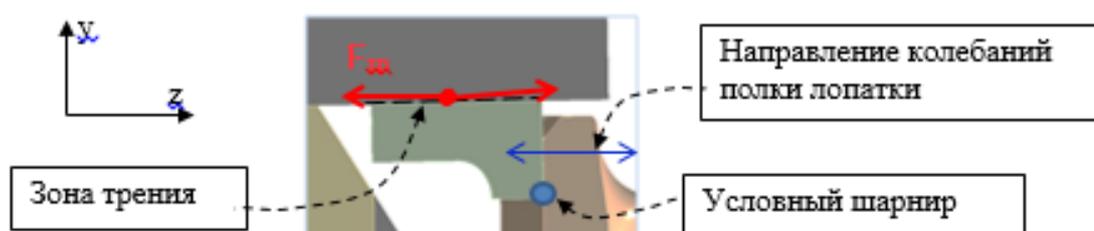


Рисунок 3.05 – Схема работы демпфера

3) С целью уменьшения износа и избегания фреттинг-коррозии демпфер и брусок сделаны с твердым покрытием хром и с относительно низкой шероховатостью, материал сердечника сталь ХВГ. Твердость поверхностного слоя (хрома) более 60 HRC, фактическая шероховатость Ra 0,55-0,59. Твердость материала сердечника – 20 HRC (состояние поставки), модуль Юнга материала 200000 МПа;

4) Демпфер расположен в зоне максимальных перемещений подполочного пространства лопатки, совершающей поперечные колебания по первому тону (определено расчетом п. 3.3);

5) Демпфер и брусок сделаны жесткими без лишних упругих связей, т.е. нет податливых элементов, которые приводят к уменьшению демпфирующей способности системы;

6) Использовались два комплекта контактных пар бруска и демпфера: одна пара для вынужденных колебаний, вторая пара для затухающих колебаний;

7) С целью замера перемещений демпфера вдоль оси скольжения применен однокомпонентный лазерный виброметр PDV-100, направленный прямо на демпфер;

8) Для контроля уровня динамических напряжений на спинке пера лопатки был наклеен тензорезистор, схема размещения тензорезистора представлена на рисунке 3.06). База тензорезистора – 3 мм (тип КФ5П1-3-100-Б12). Клей БФ-2 (ГОСТ 12 172-74). Частота опроса регистрирующей аппаратуры 108 кГц.

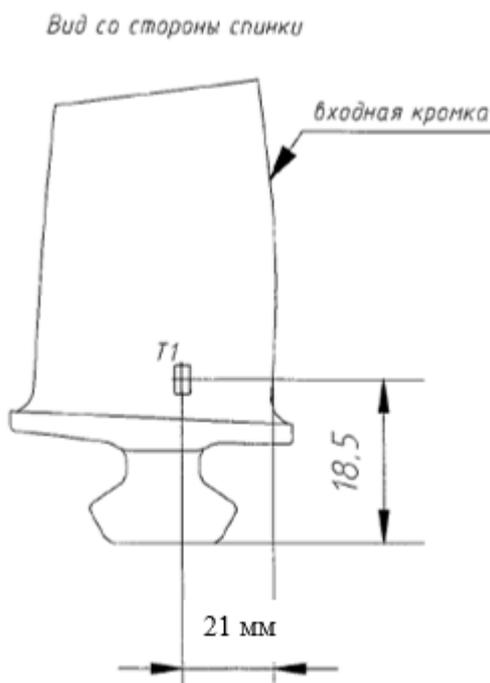


Рисунок 3.06 – Схема препарирования лопатки,
горизонтальные размеры – по дуге профиля.

Экспериментальное исследование проведено в три этапа. На первом этапе проведен эксперимент без демпфера (п. 3.5), с целью определения зависимости декремента колебаний системы без демпфера δ_0 от уровня динамических напряжений в лопатке S . На втором этапе проведен эксперимент с демпфером при вынужденных колебаниях (п. 3.6). На третьем этапе проведен эксперимент с затухающими колебаниями с мероприятиями по достижению максимального расчетного уровня декремента трения (п. 3.7).

3.3 Расчет собственных форм и частот колебаний.

3.3.1 Для расчета лопатки использовался конечно-элементный пакет ANSYS (Modal Analysis, алгоритм блочный Ланцоша). Модель состояла из 113346 узлов и 61828 элементов типа Solid187 с промежуточными узлами. На рисунке 3.07 представлена конечно-элементная модель лопатки в составе оснастки.

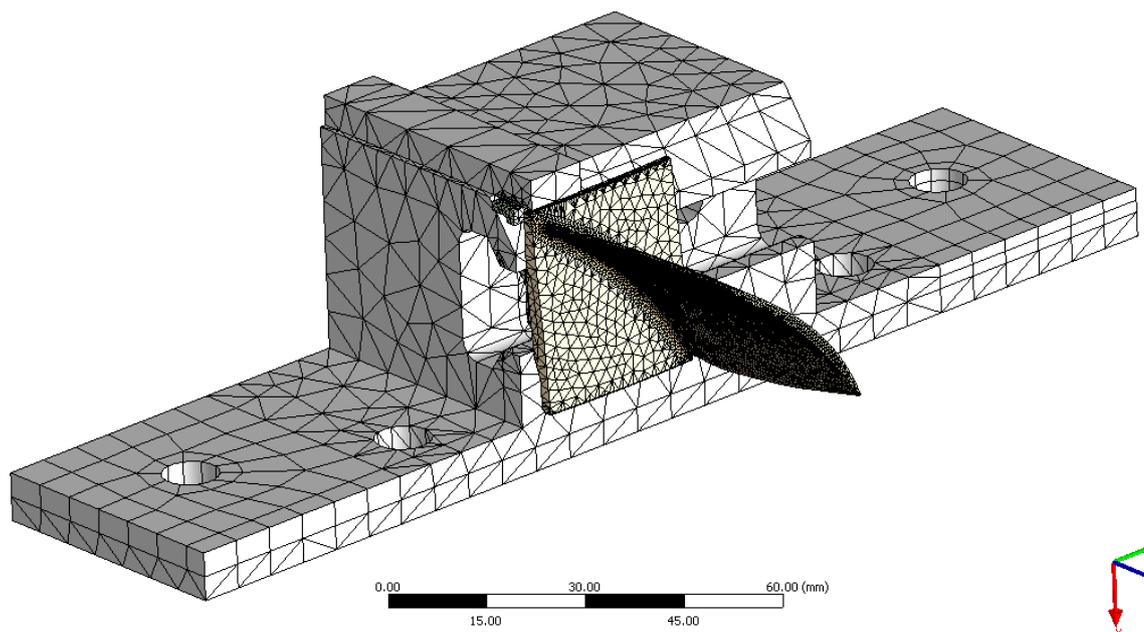


Рисунок 3.07 – Конечно-элементная модель лопатки, зажима и демпфера в сборке

На рисунке 3.08 представлены условия закрепления модели, соответствующие закреплению оснастки на вибростенде. Грани хвостовика лопатки закреплены к оснастке посредством контакта BONDED, реализующего упругие связи.

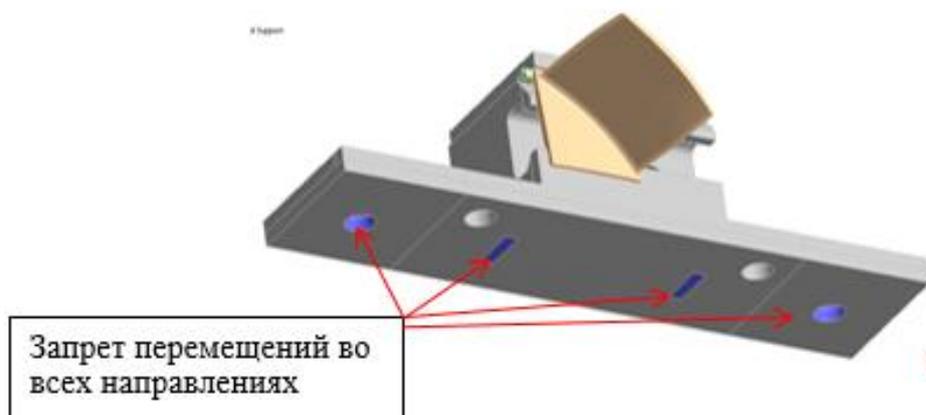


Рисунок 3.08 – Граничные условия, соответствующие закреплению на вибростенде

Результат расчета собственных форм и частот колебаний лопатки без демпфера представлен на рисунке 3.09, где изображена форма поперечных колебаний по первому тону, частота колебаний $f_0 = 1770$ Гц.

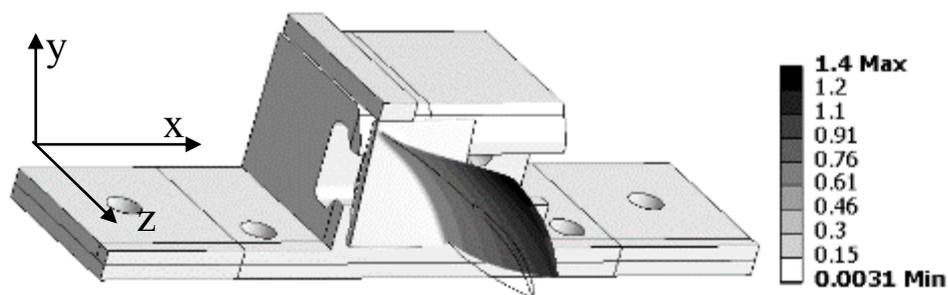


Рисунок 3.09 – Распределение суммарных перемещений

На рисунке 3.10 представлены перемещения лопатки при колебаниях по первому тону при разложении перемещений по осям OX , OY и OZ . Как видно из рисунка, полка лопатки перемещается больше всего в направлении OZ . Данная особенность учитывалась при проектировании демпфера и оснастки.

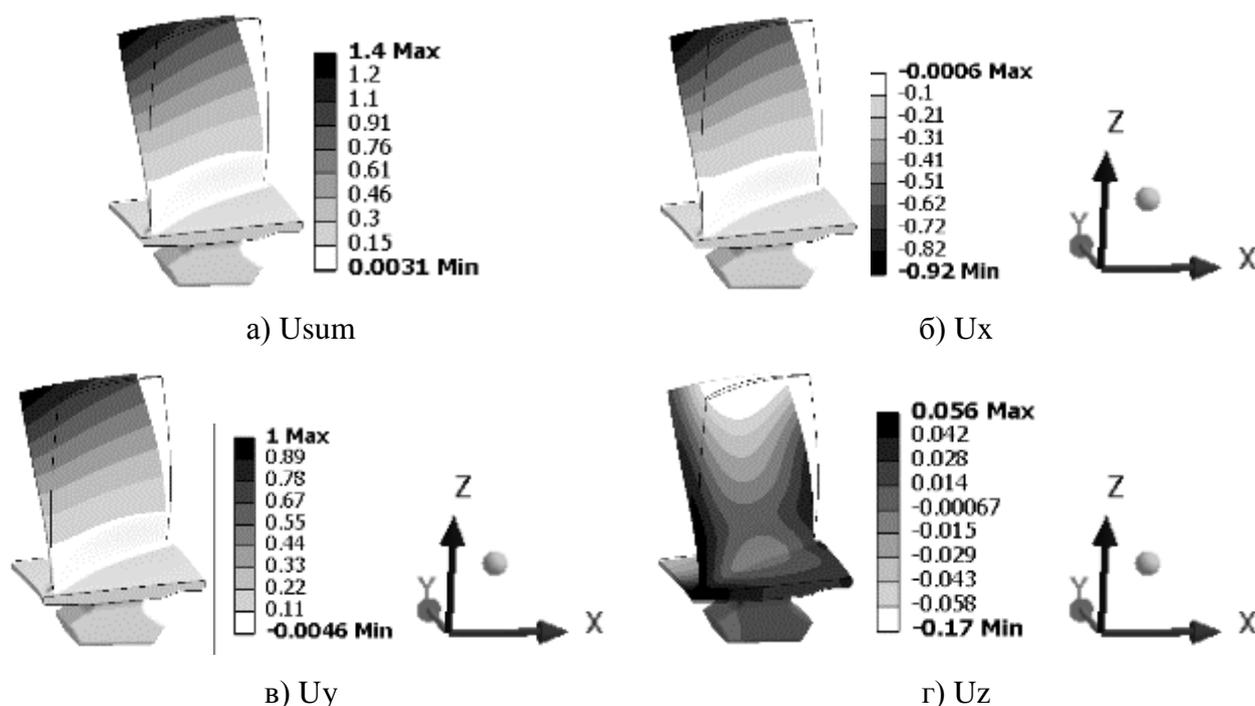


Рисунок 3.10 – Результаты расчета. Колебания лопатки по первому тону – поперечные колебания: а) суммарные перемещения, б) перемещения вдоль оси OX , в) перемещения вдоль оси OY , г) перемещения вдоль оси OZ

3.4 Расчет демпфирующей способности модельного демпфера

3.4.1 Базовый расчет

На рисунке 3.11 представлена конечно-элементная модель системы с демпфером, построенная в ANSYS. Модель состояла из 113082 узлов и 61366 элементов, использовались элементы с промежуточными узлами, SOLID187.

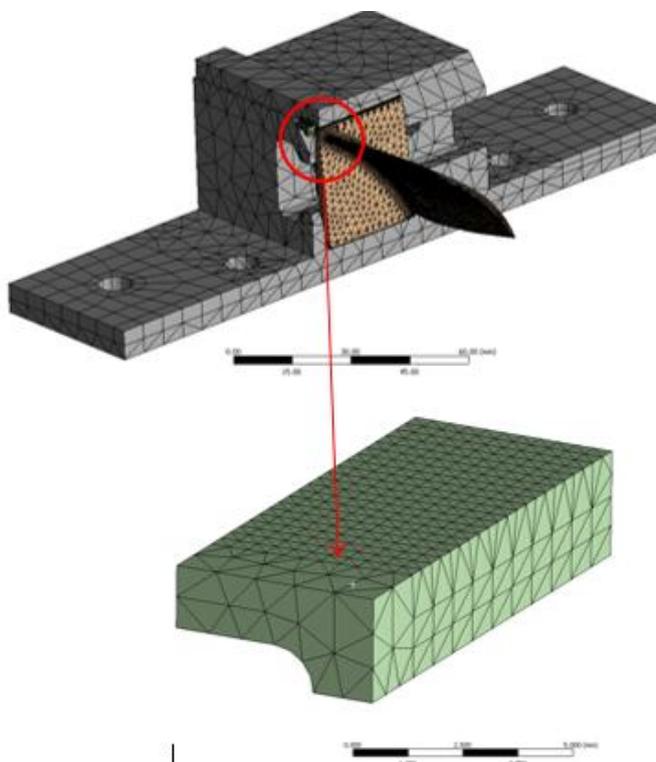


Рисунок 3.11 – Конечно-элементная модель лопатки, зажима и демпфера в сборке, 61093 элементов и 113747 узлов.

При колебаниях пера лопатки полка в зоне расположения демпфера перемещается преимущественно в направлении оси OZ , из этой особенности были определены месторасположение демпфера и зона трения при проектировании оснастки (схема работы демпфера представлены на рисунке 3.05).

Для расчета демпфирующей способности демпфера в модели были заданы прежние граничные условия (см. рисунок 3.08) и дополнительные условия в контакте демпфера (см. рисунок 3.12). Между бруском и демпфером задан контакт (BONDED) с определенными жесткостями упругих элементов (f_{kn} - нормальная контактная жесткость, f_{kt} - тангенциальная контактная жесткость). Между демпфером и лопаткой задан контакт (BONDED) с параметрами $f_{kn}=1000$ МПа, $f_{kt}=1$ МПа. Это сделано для имитации шарнира, т.е.

низкий f_{kn} позволяет демпферу совершать поворот, в то же время не позволяет совершать отрыв, а низкая f_{kt} позволяет беспрепятственно перемещаться в касательном направлении. Данные жесткости имеют широкий диапазон значений, которые будут удовлетворять колебаниям лопатки с демпфером.

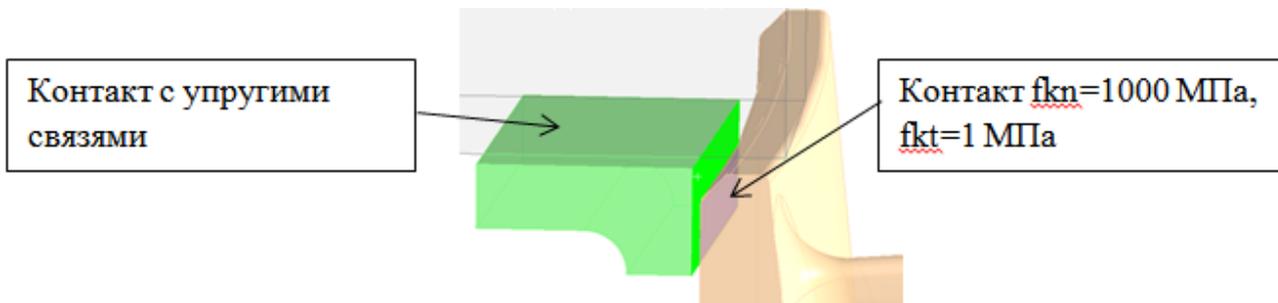


Рисунок 3.12 – Расположение контактов в расчетной модели

На рисунке 3.13 предоставлена демонстрация возможностей математической модели для случаев моделирования беспрепятственного скольжения демпфера и заклиненного демпфера в виде распределения перемещений лопатки с демпфером в составе оснастки. Из рисунка видно, что с защемленным демпфером перемещения практически отсутствуют.

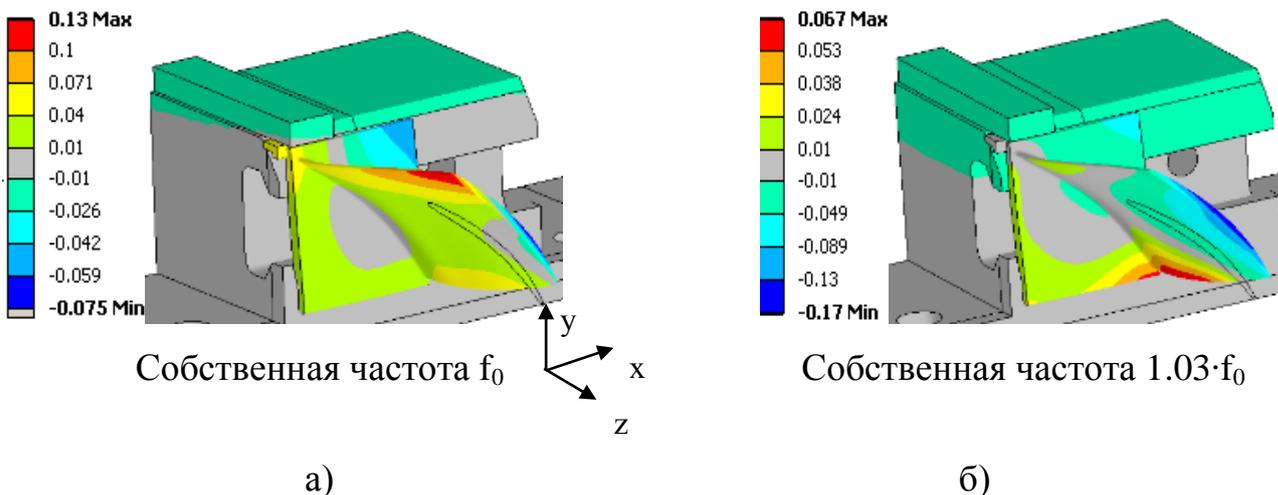


Рисунок 3.13 – Результаты расчета. Распределение перемещений вдоль оси OZ по первой изгибной форме колебаний лопатки с демпфером:

- а) Беспрепятственное скольжение демпфера – имитация малой силы трения;
- б) Демпфер защемлен – имитация большой силы трения

Расчет демпфирующей способности проведен в нескольких постановках, в которых отражено влияние жесткости нормальных упругих элементов (f_{kn}) в контакте на результат расчета. Жесткость нормальных упругих элементов может быть выбрана из специфики условий работы демпфера. Установлено, что установившееся решение достигается при высоких нормальных жесткостях \sim от 100000 МПа (см. рисунок 3.14), что не выше значения модуля упругости материала стали. Вопрос о правильности выбора параметра f_{kn} остается открытым, с учетом допущений, описанных в п. 2.1. Жесткость тангенциальных упругих элементов (f_{kt}) имитирует влияние от действия силы трения – варьируемый параметр, изменялся в пределах от 10 до 20000 МПа.

Результаты расчета представлены на рисунке 3.14 в виде зависимости $\delta_{TR}(P \cdot k/S)$, где P – сила прижатия демпфера, Н, k – коэффициент трения, S – амплитуда резонансных напряжений, МПа, в месте расположения тензорезистора. Зависимость $\delta_{TR}(P \cdot k/S)$ по смыслу является аналогом зависимости $\delta_{TR}(F_{TR}/U_1)$, представленной в п. 2.2. Расчеты получены при различных значениях и соотношениях контактных жесткостей f_{kn} (нормальная контактная жесткость) и f_{kt} (тангенциальная контактная жесткость). Результаты расчета при $f_{kn}=100000$ МПа приняты базовыми. Максимальный декремент трения составил $\delta_{TR} = 5,9\%$.

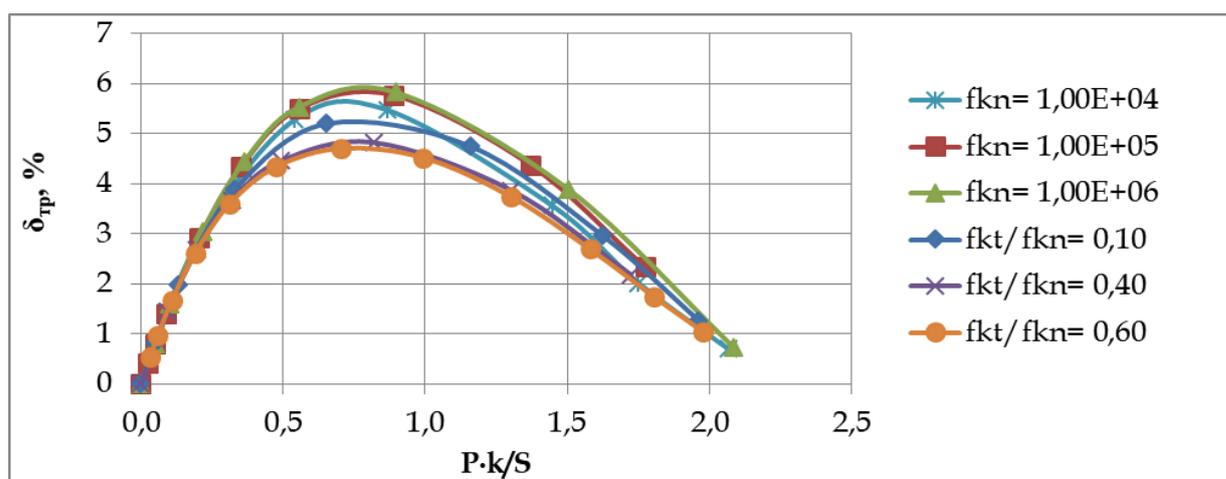


Рисунок 3.14 – Зависимость декремента трения, %, от параметра $P \cdot k/S$ при различных значениях и соотношениях контактных жесткостей

3.4.2 Моделирование факторов, ухудшающих демпфирующую способность

В ходе экспериментального исследования при вынужденных колебаниях выявлено снижение демпфирующей способности демпфера по сравнению с ожидаемой расчетной (см. рисунок 3.24). Коэффициент ухудшения демпфирующей способности составил $\delta_{\text{ТР}}^{\text{ЭКСП}}/\delta_{\text{ТР}}^{\text{РАСЧ}}=0,8$. Снижение демпфирующей способности свидетельствует об уменьшении работы силы трения, следовательно, произошло уменьшение площади петли гистерезиса от теоретической возможной при Кулоновском трении. Амплитуда проскальзывания демпфера имеет микронный порядок, так при максимальном демпфировании амплитуда проскальзывания составила ~ 2 мкм (измерено лазерным виброметром PDV-100, см. рисунок 3.34). Предполагается, что ухудшение произошло из-за значительного влияния эффектов микроскольжения, из-за которых уменьшается площадь петли гистерезиса, как показано на рисунке 3.15 и в п. 1.9.

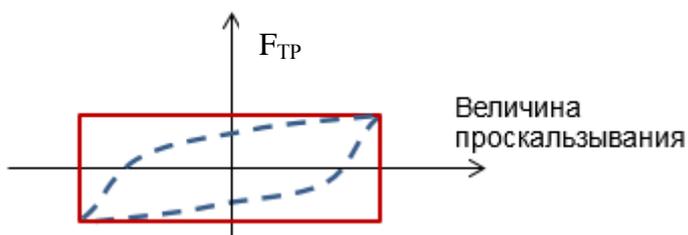


Рисунок 3.15 – Петля гистерезиса в зависимости силы трения от величины проскальзывания: сплошная – петля, реализуемая при Кулоновском трении, пунктир – петля с выраженным эффектом микроскольжения.

С целью более точной настройки модели произведено моделирование эффектов микроскольжения, которое выполнено за счет ослабления жесткости поверхностного слоя демпфера в тангенциальном направлении. Ослабление выполнено за счет добавления промежуточного слоя между контактными парами (см. рисунок 3.16). Промежуточный слой моделировался тонким, невесомым, деформируемым. Между промежуточным слоем и демпфером задан контакт (BONDED) с подобранными жесткостями касательных упругих

элементов $f_{kt}=13000$ МПа, жесткость нормальных упругих элементов задавалась высокой $f_{kn}=1e+07$ МПа. Настройка модели осуществлялась по максимальному уровню декремента 4,6 %, полученному в эксперименте с вынужденными колебаниями.

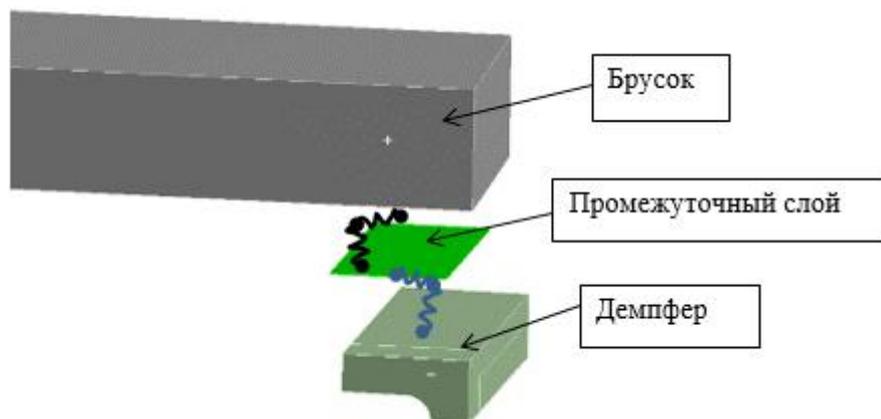


Рисунок 3.16 – Моделирование ослабления поверхностного слоя демпфера

Результаты расчета с ослабленной жесткостью поверхностного слоя демпфера представлены на рисунке 3.17 пунктирной линией, сплошная линия – исходное решение. Последовательная упругая связь в демпфере снизила его демпфирующую способность, причем участок графика с интенсивным скольжением демпфера ($P \cdot k/S < 0.3$) остался прежним. Это соответствует данным представленным Griffin [72] и также подтверждает результаты, представленные в п. 2.2.

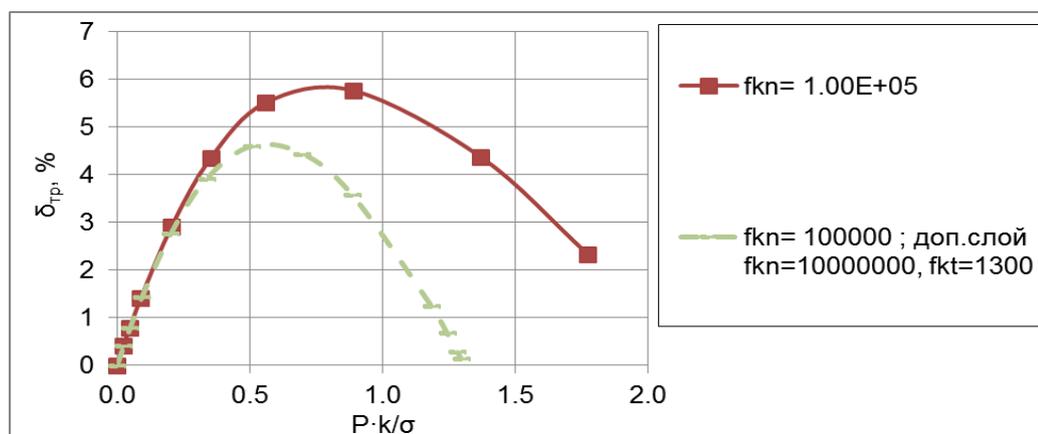


Рисунок 3.17 – Зависимость декремента трения, %, от параметра $P \cdot k/S$ с моделированием эффектов микроскольжения (пунктир)

3.5 Экспериментальное исследование системы без демпфера

3.5.1 На первом этапе экспериментального исследования был определен декремент колебаний системы без демпфера δ_0 . Целью исследования было определение зависимости $\delta_0(S)$, которая необходима для вычисления декремента трения $\delta_{тр}$ системы с демпфером. В приложении А описаны особенности определения уровня демпфирования колебаний в системе с сухим трением.

На рисунке 3.18 представлены амплитудно-частотные характеристики системы без демпфера, полученные по результатам эксперимента при вынужденных колебаниях с различным уровнем возбуждения. Максимальный уровень напряжений обозначен S_0 .

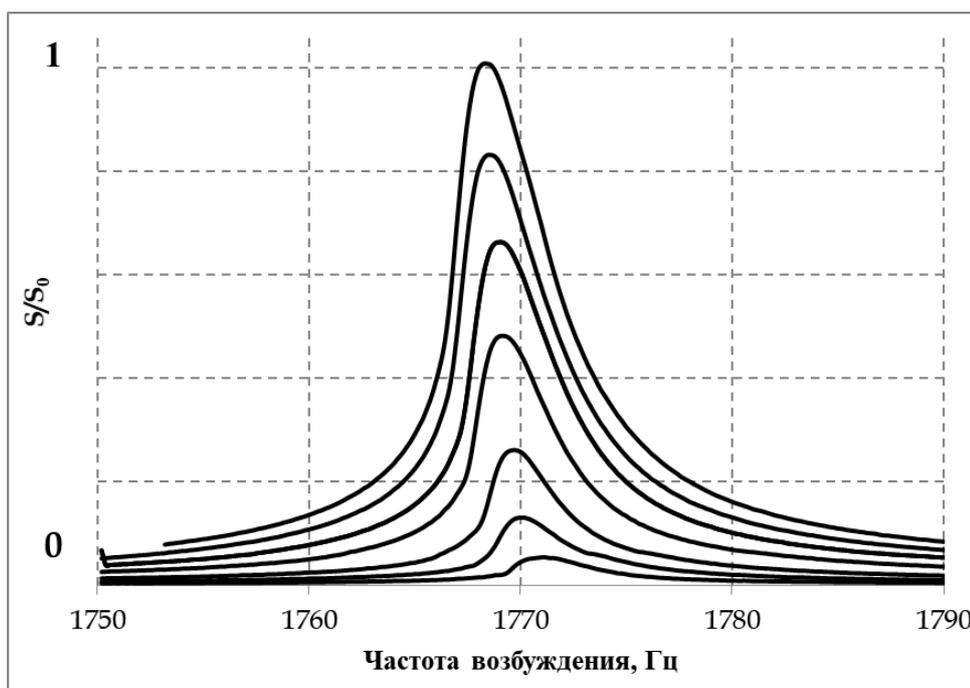


Рисунок 3.18 – Эксперимент без демпфера: огибающая сигнала с тензорезистора при вынужденных колебаниях, АЧХ,

На рисунке 3.19 представлено тензометрирование лопатки без демпфера в момент перехода с установившихся резонансных колебаний на затухающие.

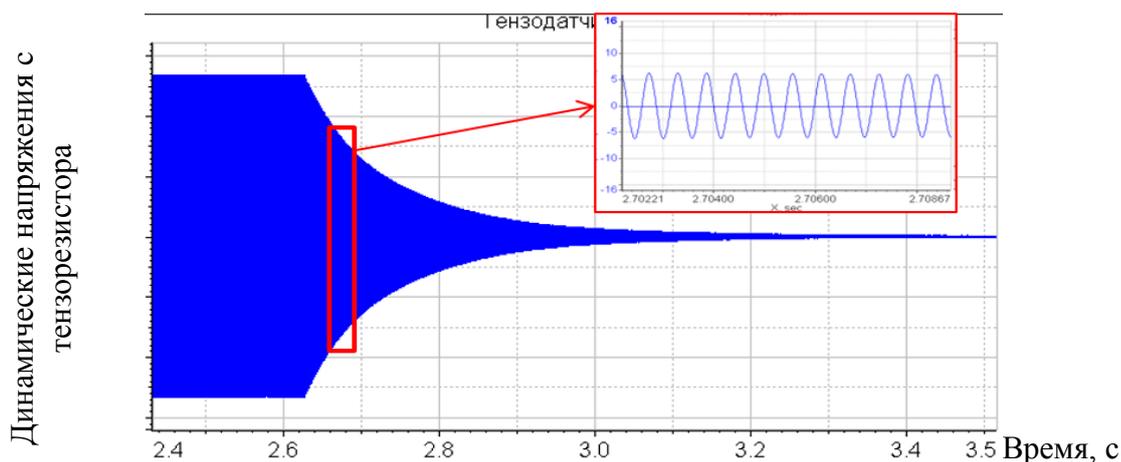


Рисунок 3.19 – Эксперимент без демпфера:

сигнал с тензорезистора при затухающих колебаниях

На рисунке 3.20 представлены декременты колебаний системы в зависимости от уровня напряжений в лопатке. Декременты, полученные при затухающих колебаниях, принимаются достоверными, согласно работам В.В. Матвеева [19]. Декременты колебаний, полученные при вынужденных колебаниях, определялись разными способами, наилучшее сопоставление получено способом по ширине резонансного пика на высоте 0,5 от максимума амплитуды. При использовании ширины резонансного пика 0,7 от максимума погрешность составила более 10 %. Зависимость $\delta_0(S)$ использована для дальнейшего вычисления декремента трения в системе с демпфером.

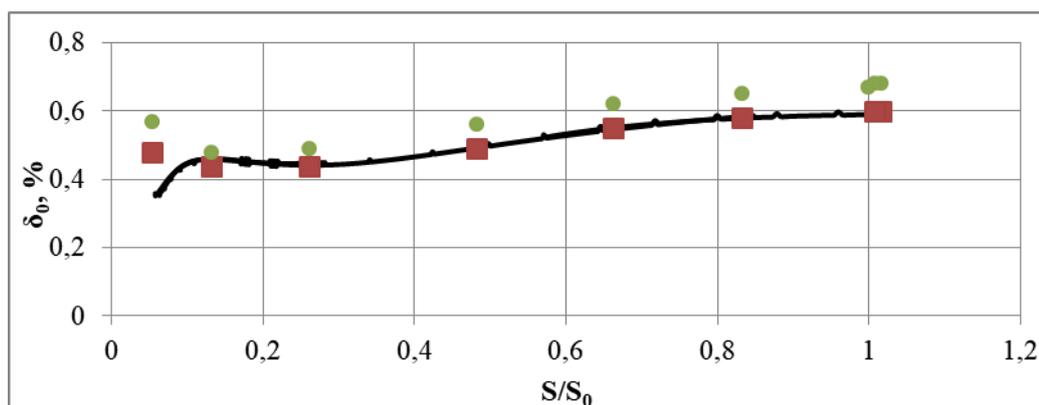


Рисунок 3.20 – Декремент колебаний системы без демпфера, вычисленный по затухающим колебаниям (сплошная линия) и по вынужденным колебаниям (маркеры): квадрат - на высоте 0,5 от максимума амплитуды, круг - на высоте 0,7 от максимума амплитуды

3.6 Расчетно-экспериментальное исследование системы с демпфером при вынужденных колебаниях

3.6.1 На втором этапе проведены экспериментальные работы с демпфером сухого трения.

На рисунке 3.21 представлена АЧХ регистрации сигнала с тензорезистора при вынужденных колебаниях лопатки с различной силой прижатия P демпфера: S – динамические напряжения с тензорезистора, МПа, S_0 – динамические напряжения с тензорезистора на лопатке без демпфера; $P_{\text{норм.}}=P/P_2$ – нормализованная сила прижатия, P_2 – вторая по величине сила прижатия, в эксперименте.

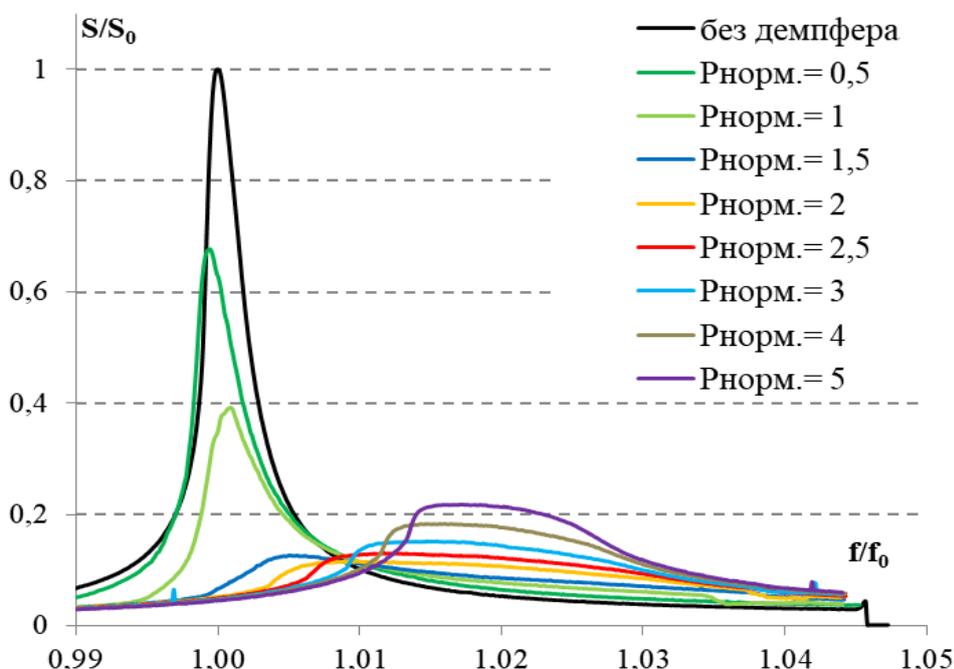


Рисунок 3.21 – Экспериментальная АЧХ при различной силе прижатия демпфера ($P_{\text{норм.}}$ – нормализованная сила прижатия демпфера)

На АЧХ можно увидеть следующее:

1) С увеличением силы прижатия демпфера собственная частота лопатки f растет от $f/f_0=1$ до $f/f_0=1,02$, где f_0 – собственная частота колебаний лопатки без демпфера. При малой силе прижатия наблюдается незначительное снижение по собственной частоте относительно лопатки без демпфера, это объясняется добавлением в систему массы демпфера;

2) С увеличением силы прижатия демпфера резонансные напряжения в лопатке снижаются с уровня $S/S_0=1$ до $S/S_0=0,116$, минимальные напряжения соответствуют нормализованной силе прижатия демпфера $P_{НОРМ.}=2$. Это область оптимального (максимального) демпфирования. С последующим увеличением силы прижатия демпфера резонансные напряжения растут.

3) С увеличением силы прижатия демпфера (от $P_{НОРМ.}=2$) в зоне после оптимального демпфирования наблюдается изменение пика резонансной кривой - типичный срез резонансного пика.

Полученная АЧХ по внешнему виду похожа на представленную на рисунке 2.24 и в технической литературе [87] и пр.

Проведено 4 повторения эксперимента, по результатам обработки которых получена удовлетворительная повторяемость. На рисунке 3.22 представлена гистограмма резонансных напряжений при различной силе прижатия демпфера. Уровень напряжений на резонансе изменялся в районе 10 %: от $S/S_0=0,116$ до 0,134 при оптимальной силе прижатия демпфера (нормализованная сила прижатия 2).

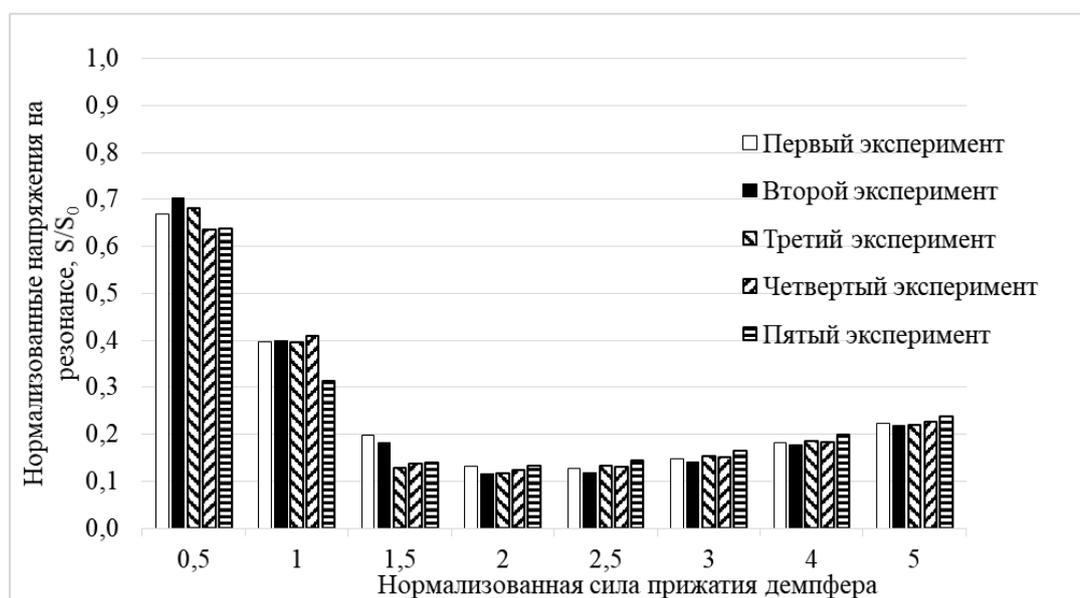


Рисунок 3.22 – Результаты эксперимента. Гистограмма резонансных напряжений при различной силе прижатия демпфера.

На рисунке 3.23 представлена гистограмма декремента колебаний, обусловленного работой силы трения демпфера $\delta_{\text{тр}}$ при различной силе прижатия демпфера.

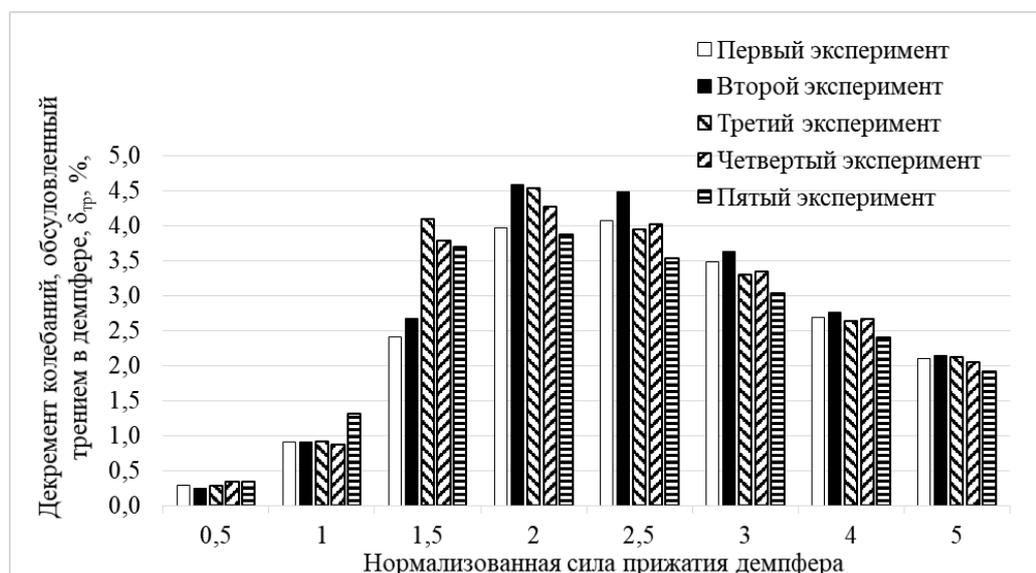
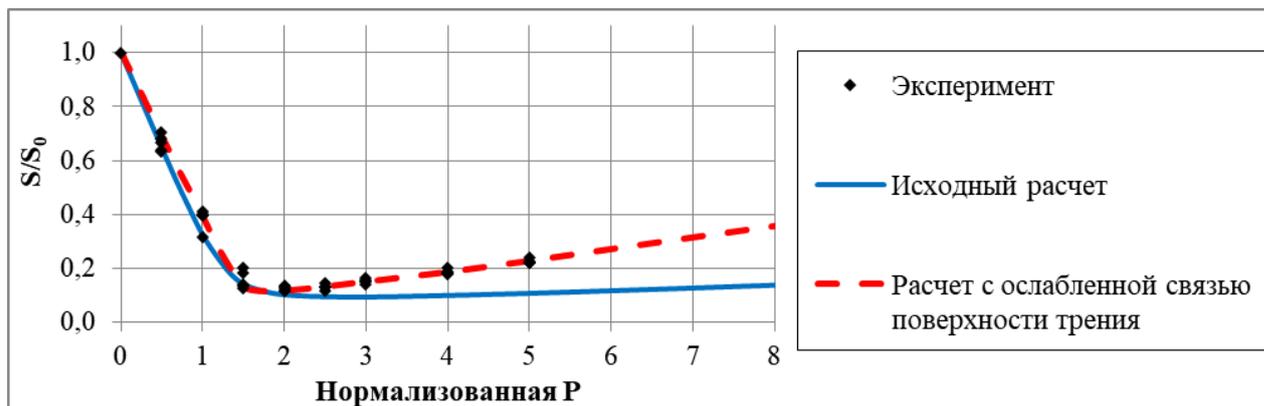


Рисунок 3.23 – Результаты обработки эксперимента. Гистограмма декремента колебаний $\delta_{\text{тр}}$ при различной силе прижатия демпфера

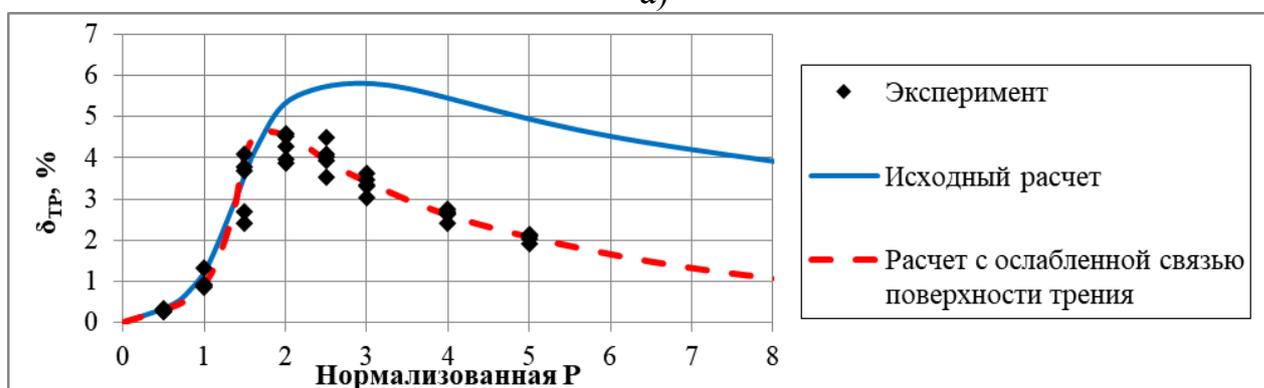
3.6.2 На рисунке 3.24 представлены результаты обработки эксперимента в виде зависимости динамических напряжений (резонансный пик), и декремента трения, %, от силы прижатия демпфера. Сплошной кривой представлен расчет не настроенной модели с коэффициентом сухого трения $k=0,45$. Коэффициент трения подбирался таким образом, чтобы графические зависимости совпадали в зоне интенсивного скольжения демпфера (без зон слипания и заедания демпфера за период колебаний) – в начальной области графиков от нормализованной силы прижатия демпфера $P_{\text{НОРМ.}}=0$ до 1,5. Пунктирной кривой представлен расчет настроенной модели (с ослабленной связью поверхности трения), где коэффициент трения подбирался до сходимости расчета с экспериментом.

3.6.3 Из сопоставления результатов эксперимента с расчетом можно увидеть, что максимальная демпфирующая способность демпфера в

эксперименте составила $\delta_{\text{ТР}}=4,6\%$, что в $\sim 1,25$ раза меньше по сравнению с максимальной расчетной $\delta_{\text{ТР}}=5,9\%$ (см. рисунок 3.24б).



а)



б)

Рисунок 3.24 – Сопоставление результатов расчета с экспериментом:
 а) Зависимость снижения резонансных напряжений при различной силе прижатия демпфера, б) Зависимость изменения декремента колебаний при различной силе прижатия демпфера

Результаты подбора величин коэффициентов сухого трения представлены на рисунке 3.25, определено, что коэффициент трения изменялся от 0,4 до 0,9 с увеличением силы прижатия демпфера. В результате экспериментальной работы специалистов ФГУП «ЦИАМ» также было получено, что коэффициент трения увеличивался при увеличении силы прижатия демпфера [26]. Схожие высокие значения коэффициентов трения были получены в работах [93, 95].

На рисунке 3.26 представлена зависимость коэффициента трения от параметра $P \cdot k/S$. Физически смысл данной интерпретации состоит в том, что

при интенсивном скольжении демпфера (практический, без заклинивания на всем периоде колебаний) коэффициент трения составляет 0,4. При прерывистом скольжении демпфера коэффициент трения стремится к $k=0,9\dots 1,0$.

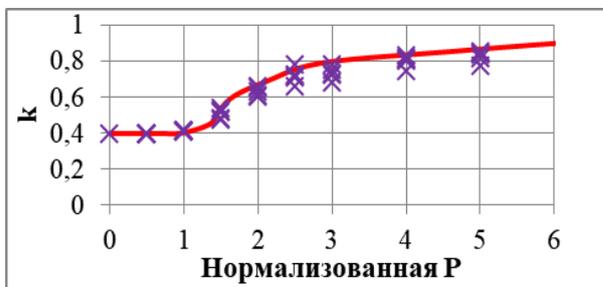


Рисунок 3.25 – Подбор коэффициента трения, линия – расчет, маркер - эксперимент

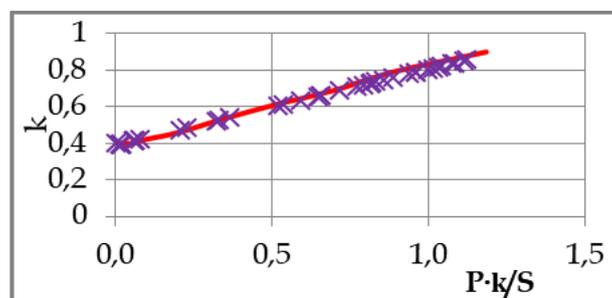


Рисунок 3.26 – Подбор коэффициента трения, линия – расчет, маркер - эксперимент

На рисунке 3.27 представлено изменение собственной частоты колебаний лопатки от параметра $P \cdot k/S$. На рисунке 3.28 представлена зависимость $\delta_{\text{тр}}(P \cdot k/S)$ с подобранными коэффициентами трения, где маркеры соответствуют экспериментальным данным, пунктирная линия - уточненный расчет с ослабленной связью, сплошная линия - исходный расчет.

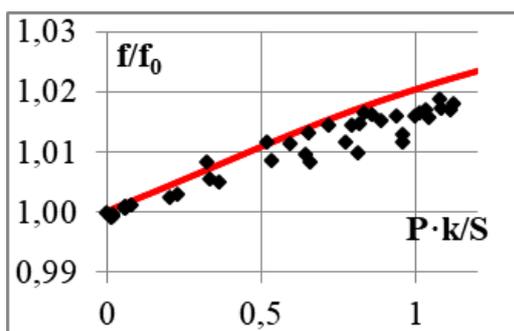


Рисунок 3.27 – Зависимость $f(P \cdot k/S)$, маркеры – эксперимент, линия - расчет

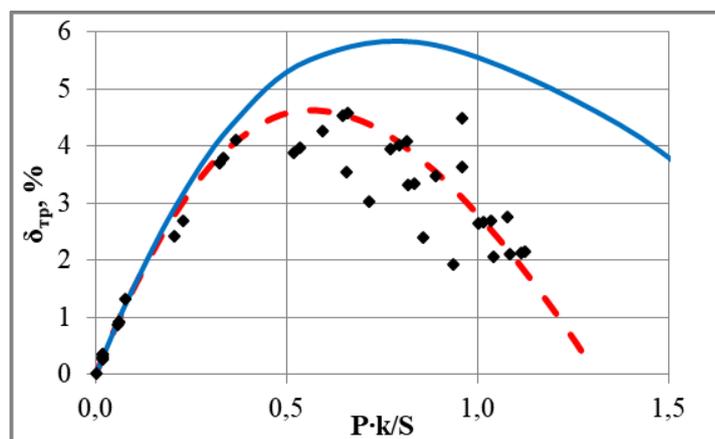


Рисунок 3.28 – Зависимость $\delta_{\text{тр}}(P \cdot k/S)$. Маркеры – эксперимент, сплошная линия – исходный расчет, пунктир – расчет с ослабленной поверхностью трения

3.6.4 Состояние контактных поверхностей до и после эксперимента представлено на рисунке 3.29. После эксперимента на поверхности демпфера появился незначительный износ.

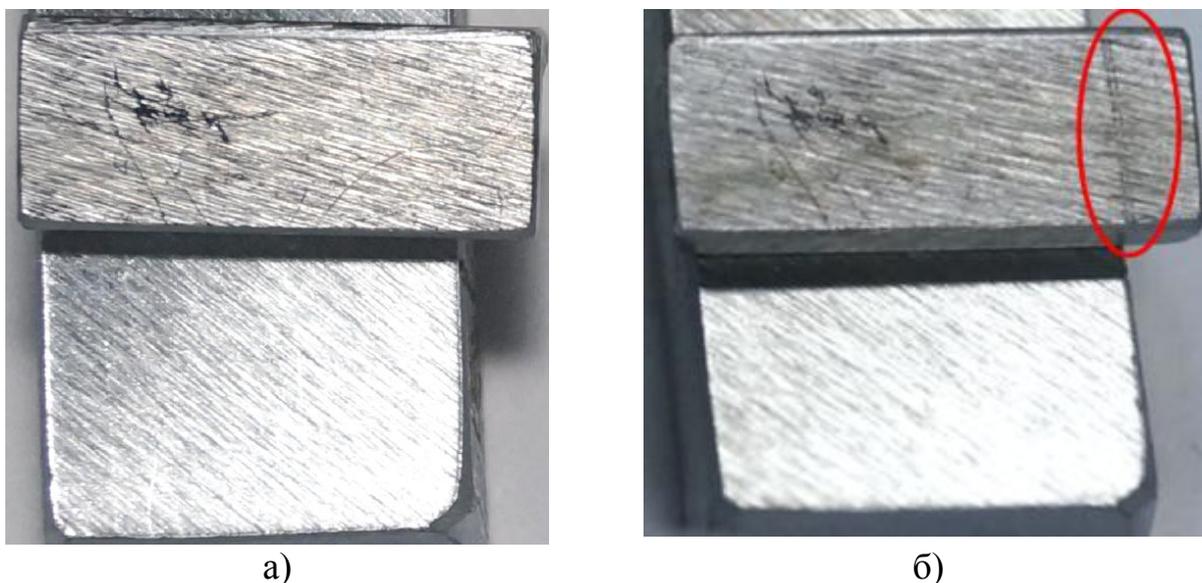


Рисунок 3.29 – Фотографии контактной пары из материала ХВГ с покрытием хром: а) до испытаний, б) после испытаний с вынужденными колебаниями, областью выделен незначительный износ поверхности демпфера

3.6.5 По результатам обработки экспериментальных данных при вынужденных колебаниях и сопоставления эксперимента с расчетом можно сделать следующие выводы. При настройке расчетной модели по уровню максимального демпфирования и по коэффициенту трения, достигается качественная и количественная сходимость расчета с экспериментом. Можно заключить, что математическая модель способна учитывать влияние эффектов микроскольжения на демпфирующую способность демпфера.

Yakovkin, V. N. Verification of a Mathematical Model of a Dry Friction Damper for a GTE Blade. /V.N. Yakovkin, V.A. Besschetnov // Journal of Physics: Conference Series: materials of International Conference on Aviation Motors (ICAM 2020). (Moscow, 18-21 May 2021) – 2021.– Vol.1891. – Art. 012037

Яковкин, В.Н. Влияние эффектов микроскольжения на демпфирование колебаний лопаток. /В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // «Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации (АКТТИ-2019)»: тезисы докладов XX Всероссийской научно-технической конференции. – 2019. –Т. 1. – С. 172-175.

Из представленных экспериментальных исследований сделан вывод о важности учета таких факторов, как эффекты микроскольжения, износ, непостоянство коэффициента сухого трения. Эти факторы негативно влияют на повторяемость и результат эксперимента.

Также следует учесть, что закон Кулоновского трения в реальной системе не всегда выполняем (см. п. 1.9). Поэтому достижение максимального демпфирования в эксперименте проблематично. В качестве подтверждения вышесказанного на рисунке 3.30 представлены результаты эксперимента с различными контактными парами (см. таблицу 3.1), для справок: покрытие ЦВСП-3с – мягкое износостойкое покрытие, хром - твердое износостойкое покрытие. Из рисунка 3.30 видно, насколько существенно эффекты микроскольжения влияют на результат эксперимента, в данном случае на декремент колебаний: пары трения с мягким покрытием и без покрытия дали снижение по демпфирующей способности более двух раз по отношению к теоретической возможной. Пара трения без покрытия дала низкий результат вследствие большого слоя фреттинг-коррозии, снижавшего жесткость контакта. Предполагается, что увеличение амплитуды относительного смещения в контакте, увеличение жесткости (твердости) поверхности и внедрение мероприятий по износостойкости уменьшит негативное влияние эффектов микроскольжения.

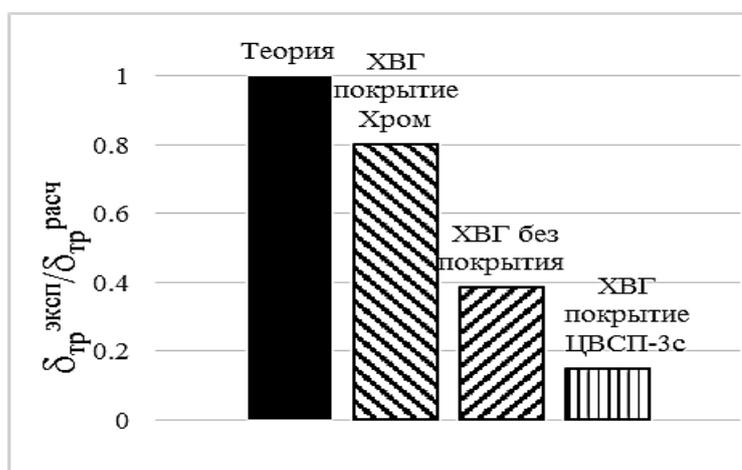


Рисунок 3.30 – Результаты эксперимента при вынужденных колебаниях

Таблица 3.1
Характеристики пар трения

Контактная пара	ХВГ закалка, без покрытия	ХВГ покрытие хром	ХВГ закалка, покрытие ЦВСП-3с
Твердость материала	60 HRC	20 HRC	56 HRC
Твердость покрытия	-//-	> 60 HRC	не измерялась <20 HRC
Фактическая шероховатость поверхности трения	Ra 0,06-0,12	Ra 0,55-0,59	Ra 1,26-1,77
Поверхность трения после испытаний	фреттинг-коррозия	незначительный износ	не изменилась
Коэффициент сухого трения, (интенсивное проскальзывания/заклинивание)	0,6/0,6	0,4/0,85	0,25/0,15

3.7 Расчетно-экспериментальное исследование системы с демпфером при затухающих колебаниях

3.7.1 На третьем этапе проведен эксперимент с мероприятиями по достижению максимального расчетного уровня декремента трения $\delta_{тр}$, это примерно соответствует параметру $P \cdot k/S=0,7$. Мероприятия заключались в увеличении в два раза уровня перемещений и силы трения в контакте по сравнению с прошлым экспериментом. Таким образом, площадь петли гистерезиса должна увеличиться в 4 раза, что уменьшит влияние эффектов микроскольжения. Для выполнения цели проведен эксперимент с затухающими колебаниями, при вынужденных колебаниях было проблематично обеспечить сочетание данных параметров.

На рисунке 3.31 представлена регистрация сигнала с тензорезистора в эксперименте, где запечатлен момент установившихся резонансных колебаний лопатки с последующим срывом на затухающие свободные колебания. Сигнал по внешнему виду похож на полученный расчетным путем (п. 2.3.1) и также содержит три режима колебаний: режим вынужденных колебаний, режим интенсивного затухания колебаний, режим колебаний с заклиненным демпфером.

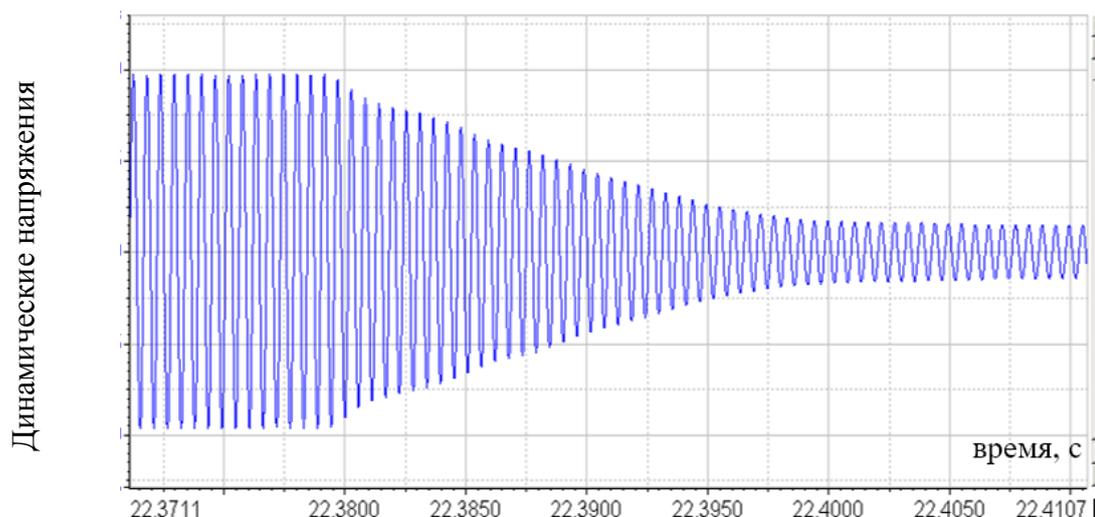


Рисунок 3.31 – Регистрация сигнала с тензорезистора при затухающих свободных колебаниях

3.7.2 Состояние поверхностей пар трения представлено на рисунке 3.32. Наблюдается износ поверхностей несколько больше, чем при вынужденных колебаниях. Возможно, это связано с длительным и интенсивным трением на установившемся режиме колебаний до срыва на затухающие колебания.

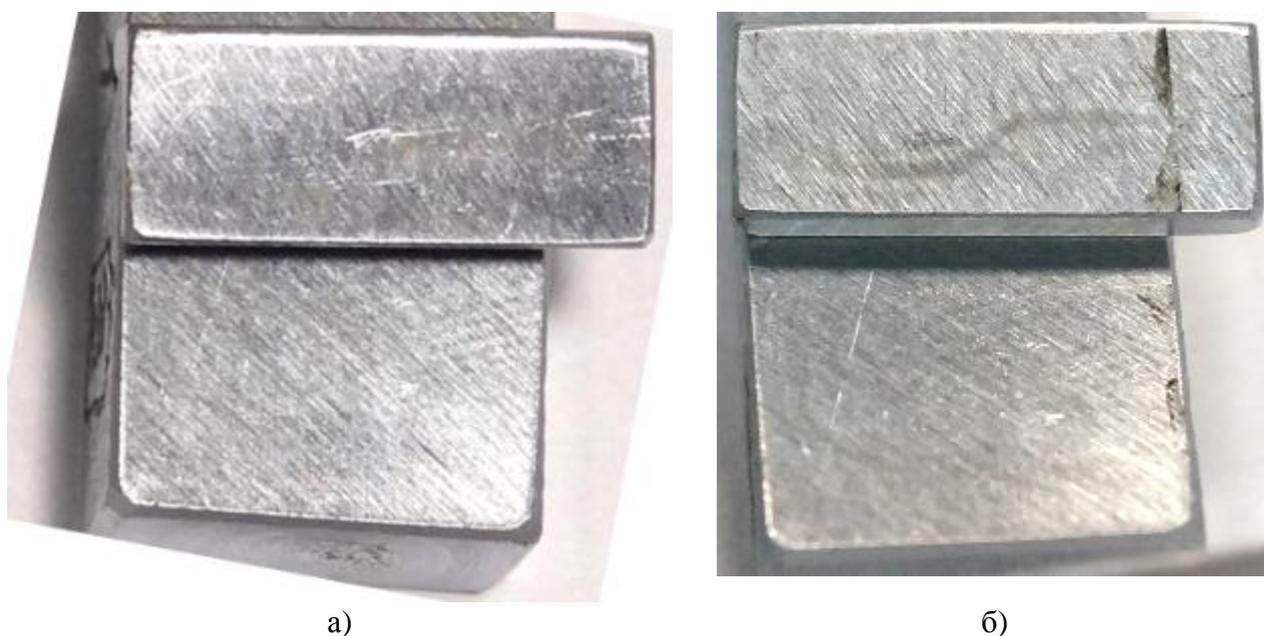


Рисунок 3.32 – Фотографии контактной пары из материала ХВГ с покрытием хром: а) до испытаний, б) после испытаний с затухающими колебаниями

3.7.3 На рисунке 3.33 маркерами представлены результаты обработки экспериментальных данных в виде изменения декрементов колебаний δ_0 , $\delta_{\text{ТР}}$ при уменьшении амплитуды колебаний лопатки. Результаты расчета приведены с учетом изменения коэффициента трения, полученного при вынужденных колебаниях (см. рисунок 3.26). Из графической зависимости наблюдается скачкообразность (пилообразность) декремента. Данная погрешность объясняется биениями в исходном сигнале, вызванными колебаниями оснастки, которые наложились на колебания лопатки, и спецификой формулы для определения декремента (см. приложение А). Несмотря на высокую погрешность, достоверное значение декремента обязательно должно являться средним арифметическим данной неравномерности. Таким образом, можно сказать, что максимальный декремент трения находится в пределах $\delta_{\text{ТР}}^{\text{ЭКСП}}=5,5-6,3$ %, это соответствует расчету $\delta_{\text{ТР}}^{\text{ТЕОР}}=5,9$ %. Уровень напряжений при максимальном декременте трения составил $S \approx 0,21 \cdot S_0$.

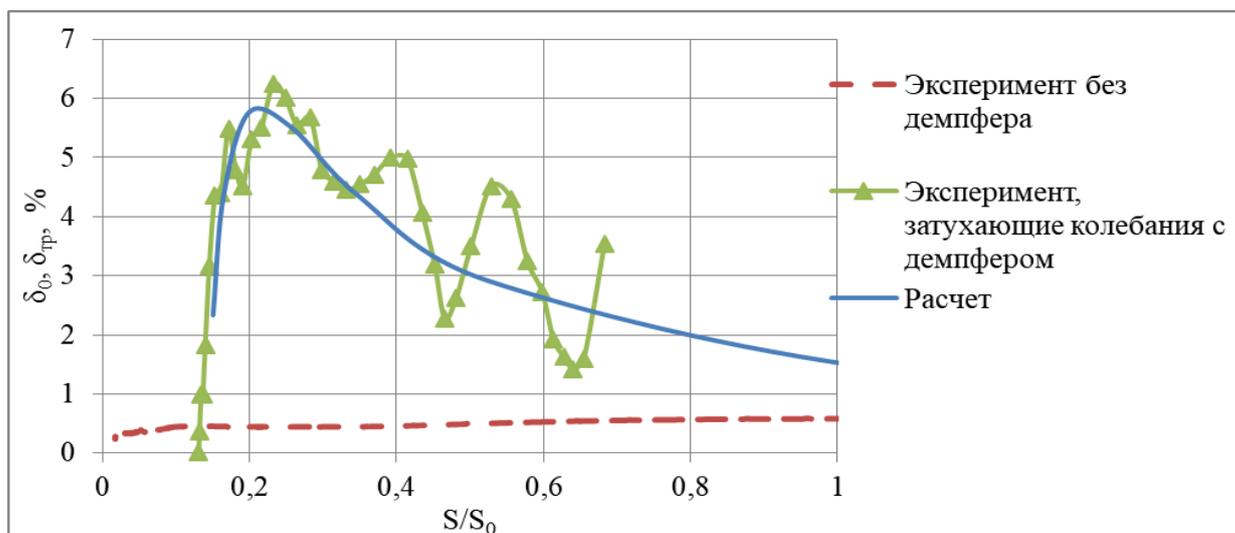


Рисунок 3.33 – Сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными при свободных затухающих колебаниях

Косвенное увеличение площади петли гистерезиса подтверждается сравнением экспериментальных данных при вынужденных и затухающих колебаниях. На рисунке 3.34 представлены результаты обработки данных в виде осциллограммы зависимости перемещений демпфера (измерено лазерным

виброметром PDV-100) от динамических напряжений в лопатке, где маркерами обозначен момент времени, когда демпфирование было максимальным. При вынужденных колебаниях амплитуда проскальзывания составила ~ 2 мкм, при затухающих ~ 5 мкм.

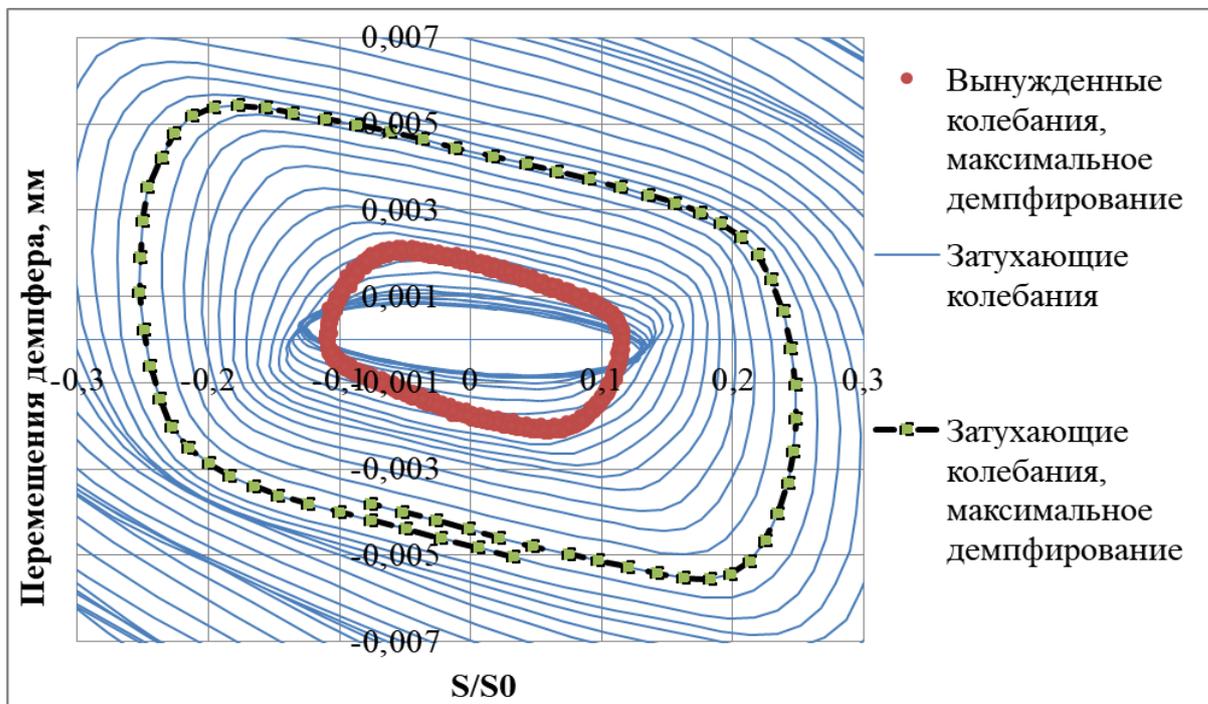


Рисунок 3.34 – Результаты обработки экспериментальных данных в виде осциллограммы зависимости перемещений демпфера от динамических напряжений в лопатке

На рисунке 3.35 представлена зависимость $\delta_{\text{тр}}(P \cdot k/S)$, где маркерами представлены экспериментальные точки с подобранным коэффициентом трения, взятым из результатов сопоставления при вынужденных колебаниях. По экспериментальным точкам построена линия тренда с кубической аппроксимацией (пунктир). Сплошной линией представлены результаты расчета. Из рисунка видно, что линия тренда удовлетворительно ложится на расчетную кривую.

Яковкин, В.Н. Математическое моделирование демпфера сухого трения для зубчатого колеса газотурбинных двигателей. Часть 1 / В.Н. Яковкин, М.Ш. Нихамкин, Н.А. Саженов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2022. – № 70. – С. 140–149.

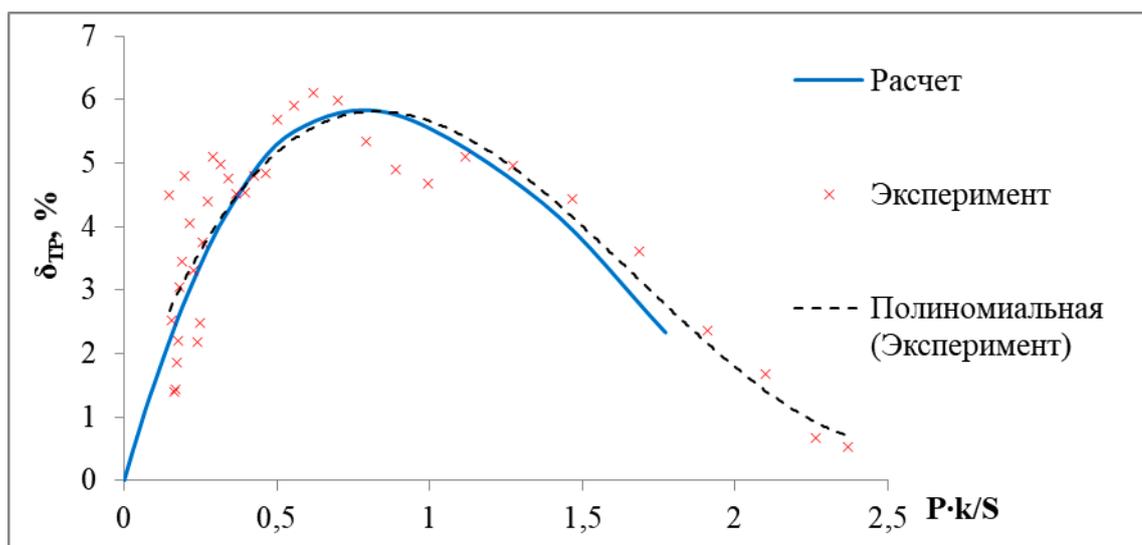


Рисунок 3.35 – Зависимость $\delta_{тр}(P \cdot k/S)$, сопоставление расчета с экспериментом при затухающих колебаниях

3.7.4 По результатам обработки эксперимента при затухающих колебаниях и сопоставления эксперимента с расчетом можно сделать вывод, что мероприятия по достижению максимального расчетного демпфирования дали необходимый результат, это говорит о правильности понимания процесса. При подборе величины коэффициента трения результаты расчета количественно удовлетворяют экспериментальным данным.

Выводы по Главе 3

Проведено расчетно-экспериментальное исследование демпфирующей способности модельного демпфера для лопатки с трактовой полкой в условиях вибростенда. Для проектирования и расчета демпфера применена линеаризованная математическая модель, для численного описания геометрии применен МКЭ. Результаты, представленные в Главе 3, могут быть рассмотрены как пример применения линеаризованной модели при проектировании демпфера для узлов ГТД. Исследования проведены для первой изгибной формы колебания лопатки.

Проведена оценка влияния расчетных параметров (контактных жесткостей) в модели на результирующее значение декремента колебаний. В

большем диапазоне контактных жесткостей решение стабильное, максимальный декремент достигает $\delta_{\text{ТР}}=5,9$ %.

Продемонстрирована возможность учета в линеаризованной модели влияния эффектов микроскольжения на демпфирующую способность демпфера, оно аналогично эффекту снижения жесткости демпфера. С эффектами микроскольжения максимальный декремент снизился до 4,6 %. Настройка модели произведена по результатам эксперимента при вынужденных колебаниях.

В рамках экспериментальных исследований:

- Разработана и создана экспериментальная установка для определения демпфирующей способности демпфера сухого трения в условиях вибростенда. В экспериментальной установке применена натурная лопатка компрессора с трактовой полкой. Для демпфирования лопатки был спроектирован модельный демпфер, имитирующий подполочный демпфер с зоной трения о диск;

- Разработана и реализована методика эксперимента, позволяющая исследовать контактные пары и эффективность демпфера сухого трения с различными покрытиями в лабораторных условиях.

По результатам обработки экспериментальных данных и сопоставления эксперимента с расчетом можно сделать следующие выводы.

Получена количественная сходимость результатов расчета с экспериментом, в районе 5-20 %, по основным параметрам – по уровню демпфирующей способности демпфера, по уровню снижения динамических напряжений, а также по собственной частоте колебаний в пределах 2 %. Настройка модели произведена подбором величины коэффициента сухого трения, который изменялся от 0,4 до 0,8 при интенсивном проскальзывании и при заклинивании соответственно.

Экспериментально получен максимальный декремент колебаний $\delta_{\text{ТР}}=5,9$ %, что совпадает с расчетом. Для достижения максимального

декремента были применены мероприятия по снижению эффектов микроскольжения.

Проведенные исследования показывают, что математическая модель достаточна для практического применения, в том числе для узлов ГТД: модель позволяет прогнозировать уровень снижения резонансных напряжений и определять оптимальный диапазон силы прижатия демпфера при известном коэффициенте трения.

ГЛАВА 4. РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕМПФИРУЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОНИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ЦЕНТРАЛЬНОГО ПРИВОДА И КОРОБКИ ПРИВОДНЫХ АГРЕГАТОВ

В четвертой главе с целью подтверждения применимости методики для натуральных узлов ГТД в рабочих условиях – зубчатых колес – кардинально отличающихся по принципу работы от лопаток ГТД, проведено расчетно-экспериментальное исследование демпфирующей способности тарельчатого демпфера для конических зубчатых колес коробки приводов и центрального привода двигателя ПС-90А. Экспериментальное исследование проходило на полноразмерном двигателе в наземных условиях.

4.1 Проблемы резонансных колебаний зубчатых колес

В эксплуатации газотурбинных двигателей случаются поломки конического колеса зубчатого коробки приводов, приводящие к выключению авиационного двигателя в полете. Одной из распространенных причин является усталостное развитие трещины вследствие длительной работы на резонансных режимах [108, 9, 65, 109, 116, 130].

При возбуждении колебаний зубчатого колеса динамическими нагрузками от зацепления зубьев в нем образуются вперед и назад бегущие упругие волны изгибно-крутильных колебаний по собственным формам. При совпадении частоты зацепления с частотой прохождения одной из этих волн возможен резонанс изгибных колебаний колеса. Самыми опасными формами колебаний являются формы с двумя, тремя, четырьмя и т.д. узловыми диаметрами зубчатого венца и диафрагмы [9, 65, 117]. На рисунке 4.01 представлен характерный вид усталостного разрушения конического зубчатого колеса при возбуждении резонансных колебаний по узловым диаметрам [65].

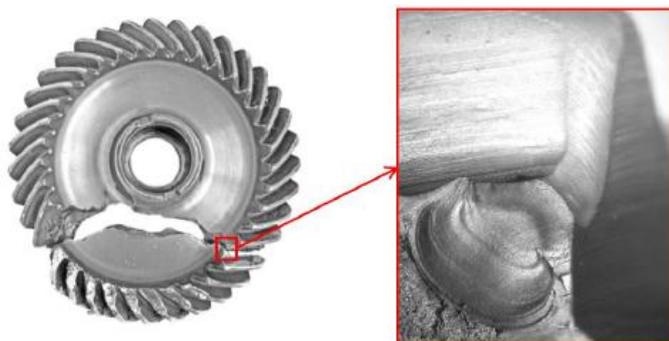


Рисунок 4.01 – Характерный вид усталостного разрушения конического зубчатого колеса при возбуждении резонансных колебаний по узловым диаметрам. Выноской обозначено место зарождения усталостной трещины

С целью исследования возможности применения демпфера сухого трения для снижения резонансных напряжений проведены испытания конических зубчатых колес коробки приводов и центрального привода двигателя ПС-90А с демпфером тарельчатого типа. На рисунке 4.02 представлены места установки данных зубчатых колес на двигателе ПС-90А [120].

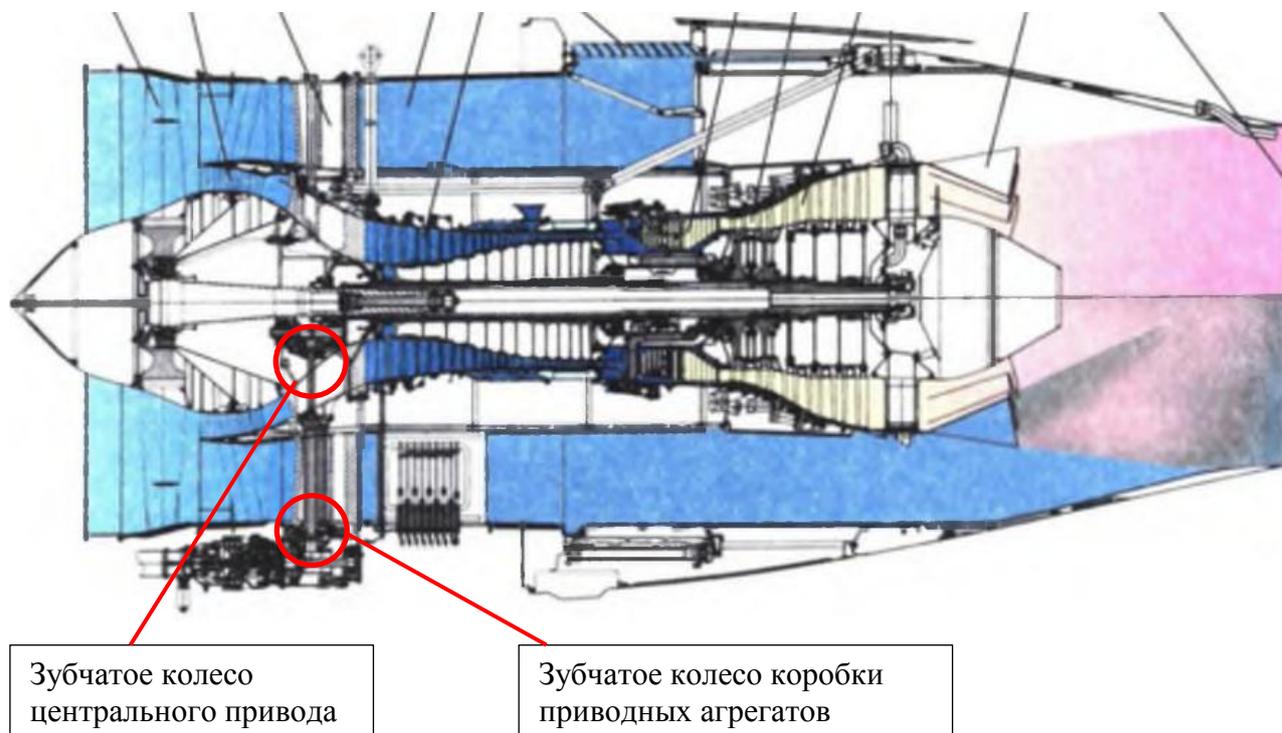


Рисунок 4.02 – Места установки зубчатых колес на двигателе ПС-90А

4.2 Расчетно-экспериментальное исследование демпфирования зубчатого колеса коробки приводов

4.2.1 Тензометрированием зубчатого колеса в составе двигателя была определена проблемная форма колебаний – три узловых диаметра зубчатого венца. Форма колебаний зубчатого колеса представлена на рисунке 4.03 в виде распределения осевых перемещений и окружных вибронапряжений, результаты расчета получены моделированием в конечно-элементной постановке при расчете собственных форм и частот колебаний (ANSYS, Modal Analysis).

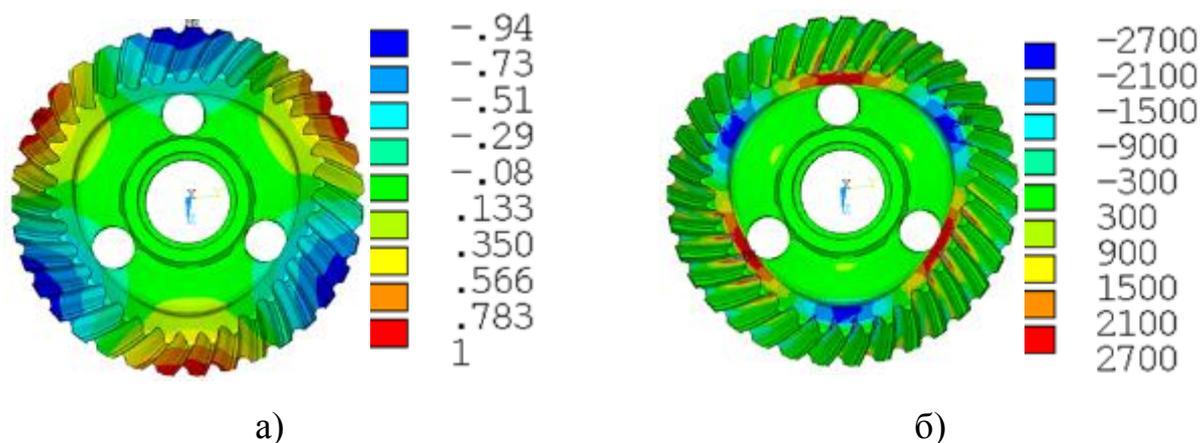


Рисунок 4.03 – Результаты расчета модального анализа: а) Распределение осевых перемещений, б) Распределение окружных динамических напряжений

4.2.2 Эскиз зубчатого колеса коробки приводов с демпфером представлен на рисунке 4.04.

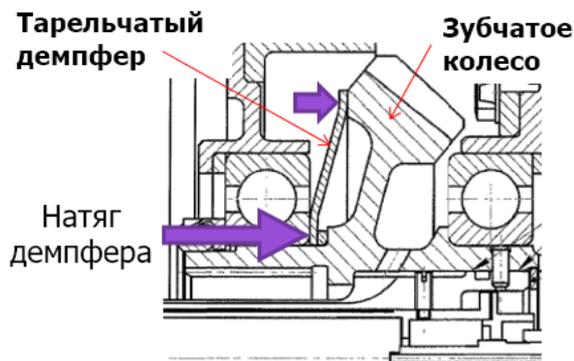


Рисунок 4.04 – Эскиз зубчатого колеса коробки приводов с демпфером

4.2.3 Для расчета демпфера использовался конечно-элементный пакет ANSYS. Конечно-элементная сетка состояла из 188072 элементов и 308044

узлов, использовался элемент с промежуточными узлами SOLID187. Сетка строилась исходя из условия не менее 2 элементов по толщине объема, в зоне наклейки тензорезистора и в зоне контакта демпфера сетка измельчена.

Для расчетной оценки демпфирующей способности конструкции были использованы граничные условия, указанные на рисунке 4.05: 1) на срезе вала зубчатого колеса задан запрет перемещений; 2) в контактной зоне моделируются упругие элементы, имитирующие влияние от действия силы трения, согласно постановке разработанной математической модели (см. Главу 2).

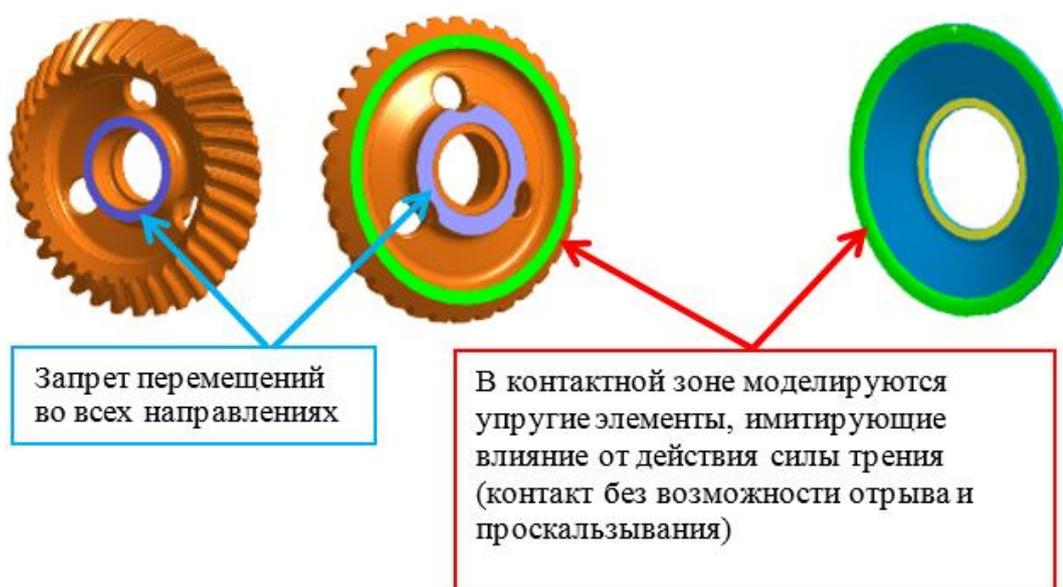


Рисунок 4.05 – Граничные условия для расчета линейаризованной модели

Результаты расчета демпфирующей способности тарельчатого демпфера представлены на рисунке 4.06 в виде зависимости $\delta_{\text{ТР}}(P \cdot k/S)$, P – сила прижатия демпфера, H , S – уровень резонансных напряжений, МПа, в зубчатом колесе коробки приводов. Каждая точка представляет собой отдельный расчет собственных форм колебаний с определенной жесткостью тангенциальных упругих элементов. Окружные динамические напряжения S брались со стороны малого модуля зубчатого колеса, что соответствовало месту наклейки тензорезистора в эксперименте. Сила прижатия демпфера P , соответствует

осевой силе при посадке демпфера с натягом на зубчатое колесо. Коэффициент трения k подбирался из сопоставления расчета с экспериментом (п. 4.2.5).

С целью определения влияния жесткости нормальных упругих связей на результат расчета, проведен расчет с перебором жесткости (f_{kn}). Из анализа результатов расчета на рисунке 4.06 можно сделать вывод, что решение практически не изменяется в широком диапазоне жесткости нормальных упругих связей. Для дальнейших расчетов выбрано $f_{kn}=100000$ МПа.

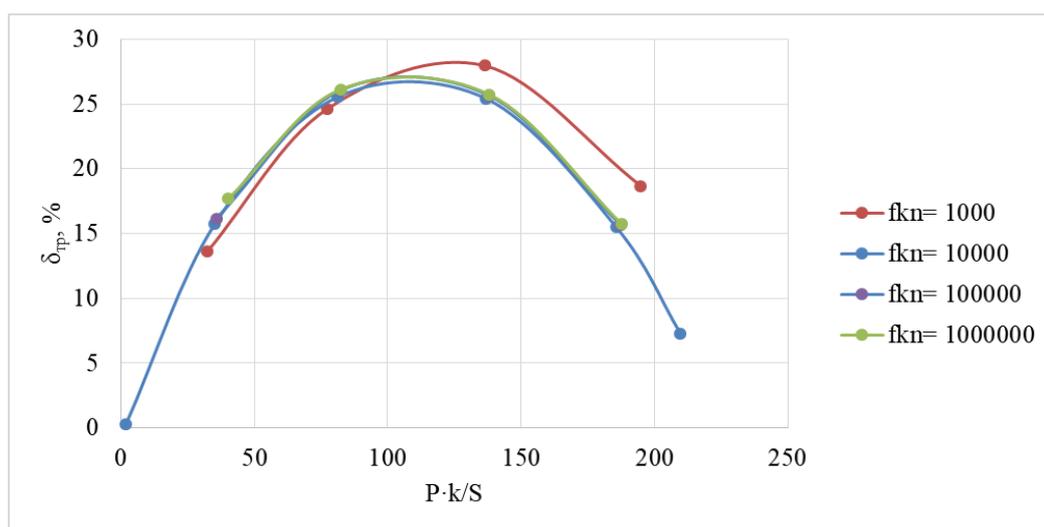


Рисунок 4.06 – Расчетная зависимость $\delta_{тр}(P \cdot k/S)$ для различных значений нормальных жесткостей упругих элементов

Проведен расчетный анализ влияния плотности прилегания контакта на эффективность демпфера. Основное направление перемещений зубчатого венца происходит вдоль оси вращения зубчатого колеса (см. рисунок 4.03), что может повлиять на плотность прилегания демпфера. Моделирование плотности прилегания демпфера изображено на рисунке 4.07а. На рисунке 4.07б представлена зависимость $\delta_{тр}(P \cdot k/S)$ при различной плотности прилегания контакта: полное прилегание, 1/2 плотность прилегания, 1/3 плотность прилегания. По результатам расчетного исследования определено, что плотность прилегания контакта значительно влияет на демпфирующую способность: уменьшение плотности прилегания снижает демпфирующую способность демпфера (аналогично снижению жесткости демпфера, см.

рисунок 2.14). При этом на участке интенсивного проскальзывания $P \cdot k/S < 30$ результаты расчета с различной плотностью прилегания контакта совпадают.

Вопрос выбора нормальных контактных жесткостей (f_{kn}) и плотности прилегания контакта остается открытым, с учетом допущений представленных в п. 2.1. Для настройки модели с экспериментом выбран вариант с 1/2 плотностью прилегания контакта, при этом демпфер настраивался на участок интенсивного проскальзывания $P \cdot k/S < 30$, когда плотность прилегания не проявляется (см. рисунок 4.07). Стоит отметить, что при $P \cdot k/S > 50$ (для существующей конструкции) прочность демпфера не обеспечивается. Расчет прочности демпфера в диссертационной работе не приведен.

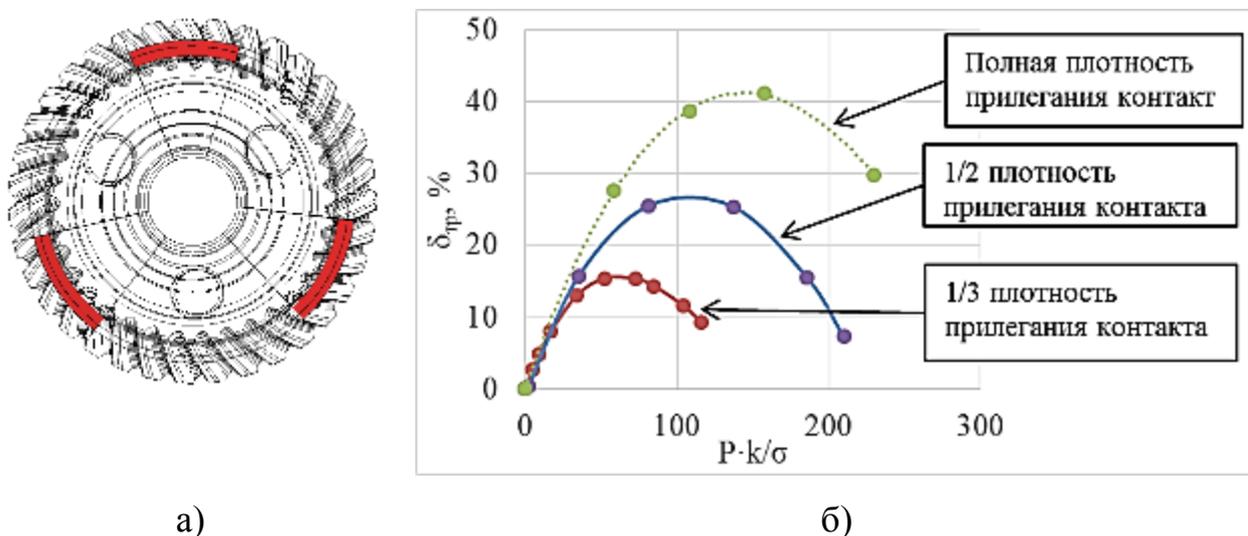


Рисунок 4.07 – а) Моделирование неполной площади прилегания контакта, закрашенными областями выделена зона контакта, б) Расчетная зависимость

$$\delta_{трп}(P \cdot k/S)$$

4.2.4 Для проведения динамического тензометрирования на полноразмерном двигателе зубчатое колесо было препарировано фольговыми тензорезисторами. Тензорезисторы были наклеены на венце со стороны малого модуля напротив впадин зубьев. Частота опроса сигнала 54000 Гц.

Яковкин, В.Н. Математическое моделирование демпфера сухого трения для зубчатого колеса газотурбинного двигателя. Часть 2 / В.Н. Яковкин, А.Б. Пищальников, И.И. Соколов, М.Ш. Нихамкин, Н.А. Саженов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2022. – No 70. – С. 150–159.

Испытания проводились с загрузкой агрегатов, что обеспечивало требуемую вынуждающую силу, приходящую на ЗК.

Анализ полученных данных выполнялся в специализированном программном обеспечении обработки сигналов WinПОС Expert.

Проведено три испытания ЗК на двигателе: при различных натягах демпфера 0,3 и 0,5 мм (допуск $\pm 0,02$ мм) и одно испытание без демпфера.

На рисунке 4.08 представлены результаты обработки экспериментальных данных в виде огибающей сигнала (АЧХ) с тензорезистора, расположенного на венце со стороны малого модуля. Из рисунка видно, что уровень резонансных напряжений падает при увеличении силы прижатия демпфера. Также из рисунка наблюдается, что при малом натяге 0,3 мм, частота колебаний системы ЗК с демпфером меньше, чем без демпфера, это объясняется дополнительной приложенной массой самого демпфера. При увеличении натяга до 0,5 мм жесткость системы возрастает, соответственно возрастает частота колебаний.

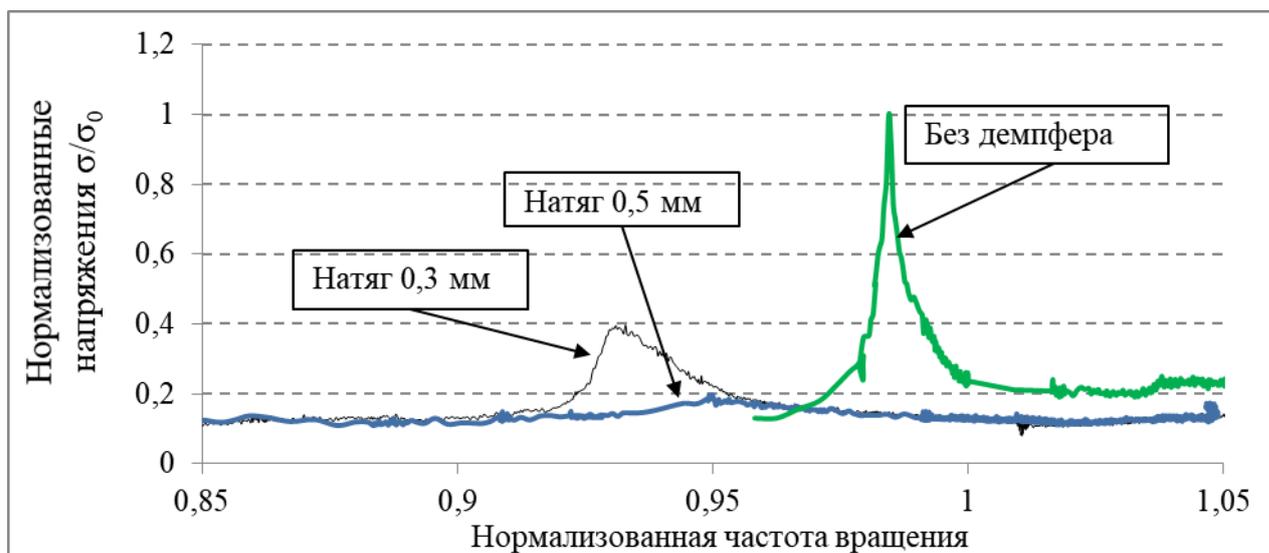
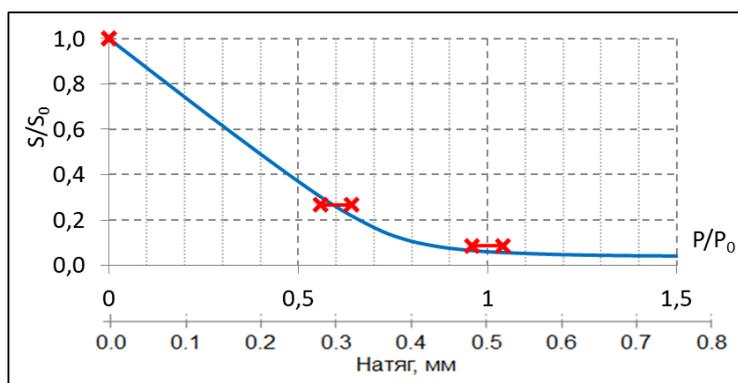


Рисунок 4.08 – Линии тренда динамических напряжений при испытаниях зубчатого колеса коробки приводов с демпфером и без демпфера на двигателе

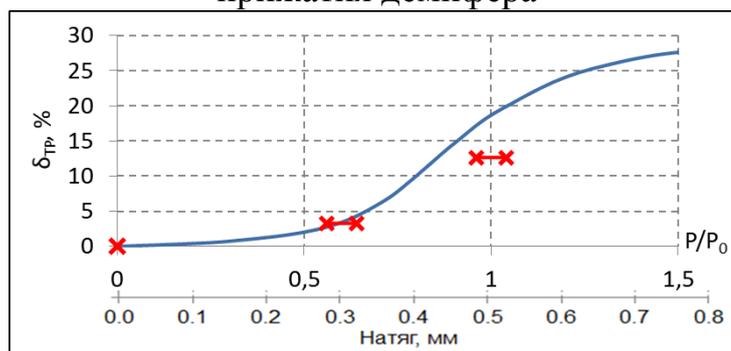
4.2.5 Настройка расчетной модели происходила параллельно с испытаниями зубчатого колеса на двигателе. На основе результатов расчета линеаризованной модели выдавались рекомендации по величине натяга демпфера.

В эксперименте без демпфера резонансные напряжения под межзубцовой впадиной составили S_0 , декремент колебаний системы без демпфера $\delta_0=1,2\%$. С использованием демпфера уровень резонансных напряжений снизился до $S=0,087\cdot S_0$, декремент колебаний системы с демпфером по формуле (А.7) составил $\delta_{\text{СИСТ}}=13,9\%$, декремент колебаний обусловленный трением $\delta_{\text{ТР}}=\delta_{\text{СИСТ}}-\delta_0=12,6\%$.

На рисунке 4.09 представлено сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными. Экспериментальные данные представлены с учетом допуска силы прижатия демпфера. Подобранный коэффициент трения $k=0,032$, данное значение удовлетворяет справочным данным по коэффициенту трения в зубчатом зацеплении представленным И. В. Крагельским и И. Э. Виноградовой [91].



а) Зависимость снижения резонансных напряжений при различной силе прижатия демпфера



б) Зависимость декремента колебаний от силы прижатия демпфера

Рисунок 4.09 – Сопоставление результатов расчета с экспериментом для ЗК коробки приводов. Сплошная кривая – результаты расчета, маркер – результаты эксперимента, при натяге демпфера 0,3 и 0,5 мм.

На рисунке 4.10 представлена расчетная зависимость $\delta_{\text{ТР}}(P \cdot k/S)$ с экспериментальными данными.

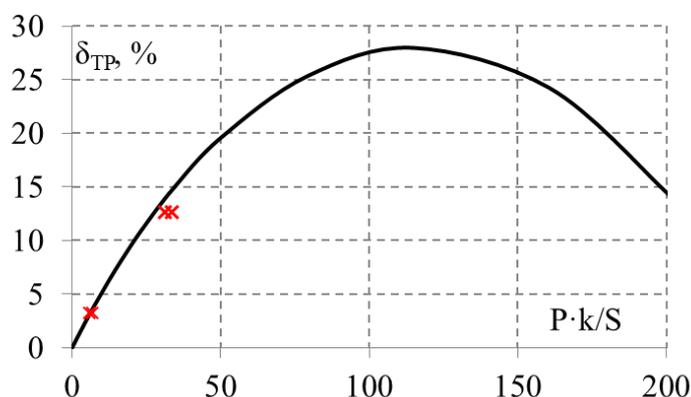


Рисунок 4.10 – Сопоставление результатов расчета с экспериментом.

Сплошная кривая – результаты расчета, маркер – результаты эксперимента

Из анализа рисунков 4.09 и 4.10 можно сделать вывод, что результаты расчета удовлетворительно сходятся с экспериментом при подборе величины сухого трения. Некоторое расхождение результатов расчета может быть объяснено проявлением эффектов микроскольжения, либо особенностей плотности прилегания контакта расчетной модели. Подтверждена высокая работоспособность демпфера, которая обусловлена несколькими факторами:

- низкий уровень демпфирования в системе без демпфера;
- высокая демпфирующая способность демпфера, которая объясняется возможностью реализовать демпфер достаточной жесткости, с контактом в зоне максимальных перемещений зубчатого колеса.

Яковкин, В.Н. Проектирование демпфирующего устройства для конической шестерни коробки приводов. / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // Современные проблемы науки и образования.– 2013. – № 3. – С. 28.

Яковкин, В.Н. Проектирование демпфирующего устройства для конической шестерни коробки приводов. / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // Современные проблемы науки и образования.– 2013. – № 3. – С. 28.

4.3 Расчетно-экспериментальное исследование демпфирования зубчатого колеса центрального привода

4.3.1 Результаты настройки модели (п. 4.2) были использованы для проектирования демпфера для конического зубчатого колеса центрального привода двигателя ПС-90А.

4.3.2 Эскиз зубчатого колеса центрального привода с демпфером представлен на рисунке 4.11.

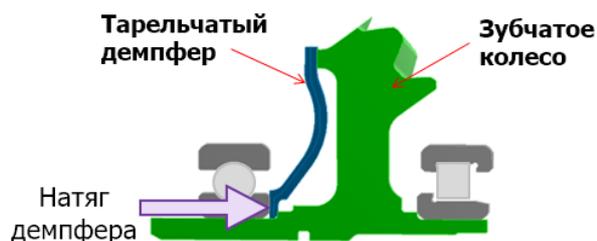


Рисунок 4.11 – Эскиз зубчатого колеса центрального привода с демпфером

Результаты расчета демпфирующей способности представлены на рисунке 4.12 в виде зависимости $\delta_{тр}(P \cdot k/S)$, P – сила прижатия демпфера, H , S – уровень резонансных напряжений, МПа, в зубчатом колесе центрального привода на резонансе. Расчет проведен для 1/2 плотности контакта по окружности.

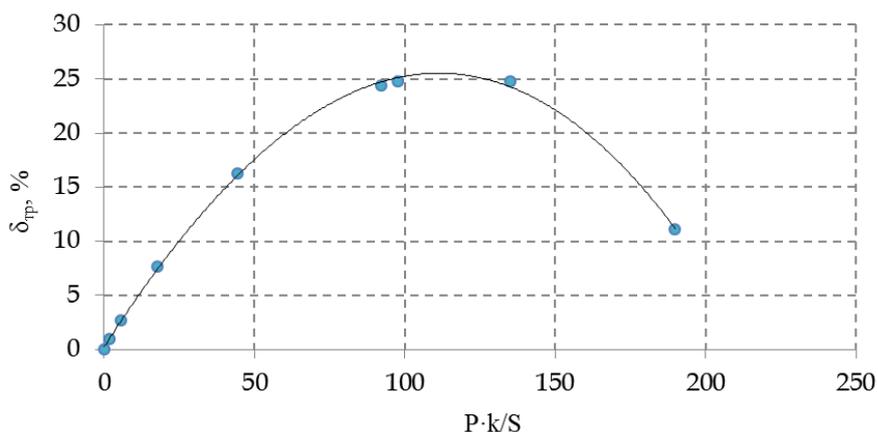


Рисунок 4.12 – Расчетная зависимость $\delta_{тр}(P \cdot k/S)$

4.3.3 Испытания зубчатого колеса проводились в аналогичных условиях, как описаны в п. 4.2, частота опроса сигнала составляла 108000 Гц.

Проведено два испытания на двигателе: без демпфера и с демпфером, поджатого с натягом 0,47 мм ($\pm 0,02$ мм). Сила прижатия демпфера была подобрана по результатам расчета линеаризованной модели.

Результаты эксперимента представлены на рисунке 4.13 в виде линии тренда динамических напряжений с тензорезистора для эксперимента с демпфером и без него. В эксперименте без демпфера напряжения под межзубцовой впадиной составили S_0 , декремент колебаний системы без демпфера $\delta_0 = 0,43 \dots 0,54$ %. С использованием демпфера уровень резонансных напряжений снизился до $S = 0,039 \cdot S_0$, декремент колебаний системы с демпфером составил $\delta_{\text{СИСТ}} = 10,9 \dots 13,7$ %, соответственно декремент колебаний, обусловленный трением $\delta_{\text{ТР}} = \delta_{\text{СИСТ}} - \delta_0 = 10,5 \dots 13,1$ %.

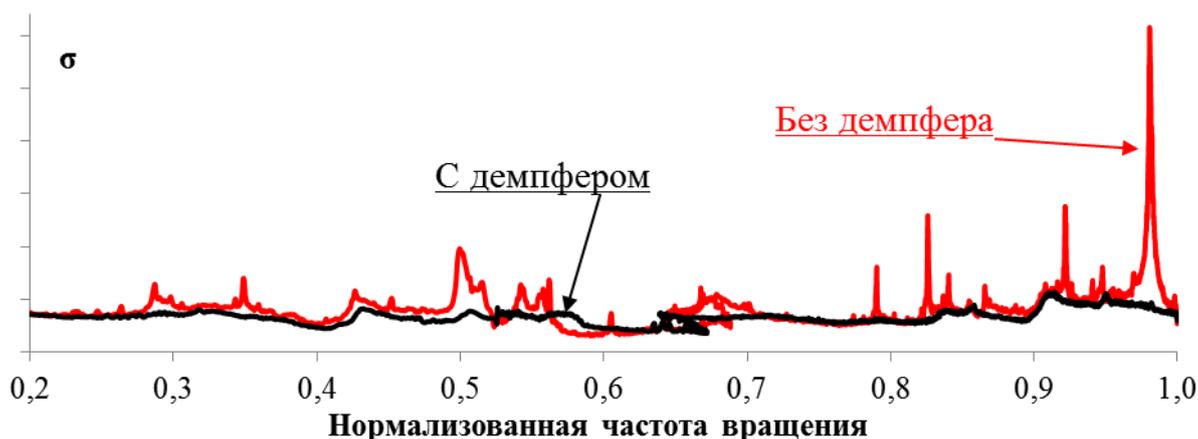
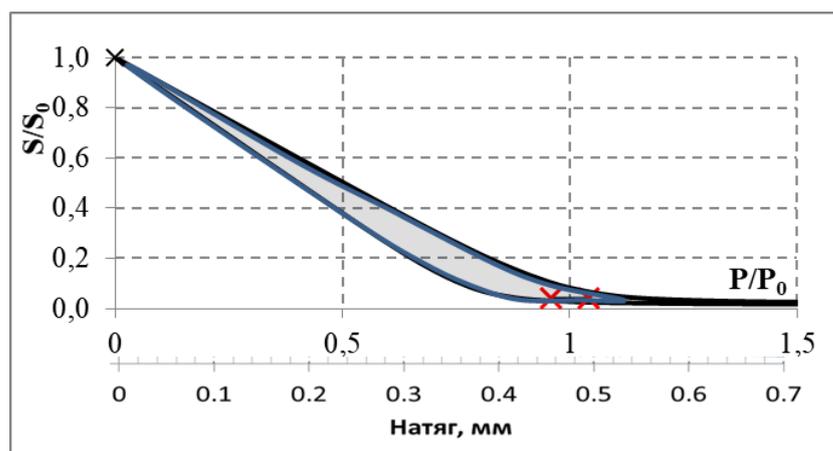
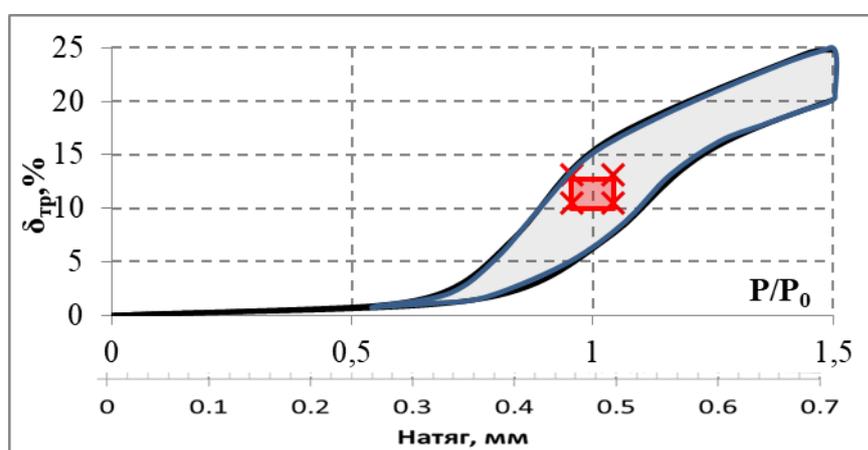


Рисунок 4.13 – Линии тренда динамических напряжений при испытаниях зубчатого колеса центрального привода с демпфером (сплошная красная линия) и без демпфера (пунктир черная линия) на двигателе

4.3.4 На рисунке 4.14 представлено сопоставление результатов расчета с экспериментом для ЗК. Маркером обозначены экспериментальные точки. Расчетные кривые образуют область, которая объясняется разбросом исходного декремента δ_0 и допусков на величину натяга демпфера.



а) Зависимость снижения резонансных напряжений при различной силе прижатия демпфера



б) Зависимость изменения декремента колебаний при различной силе прижатия демпфера

Рисунок 4.14 – Сопоставление результатов расчета с экспериментом для ЗК центрального привода. Сплошная кривая – результаты расчета, маркер – результаты эксперимента

На рисунке 4.15 представлена расчетная зависимость $\delta_{TP}(P \cdot k/S)$ с экспериментальными данными.

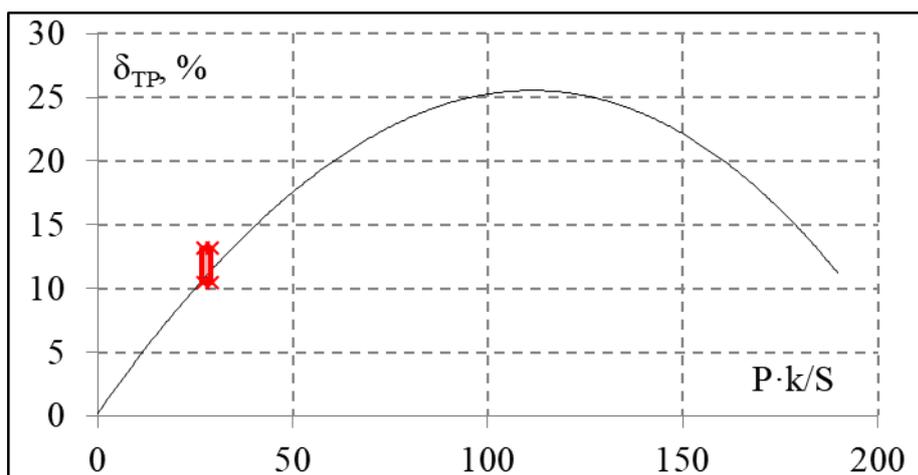


Рисунок 4.15 – Сопоставление результатов расчета с экспериментом.

Сплошная кривая – результаты расчета, маркер – результаты эксперимента.

Из анализа рисунков 4.14 и 4.15 видно, что результаты расчета удовлетворительно сходятся с результатами эксперимента.

Выводы по Главе 4

Проведено расчетно-экспериментальное исследование демпфирующей способности демпфера тарельчатого типа для конических зубчатых колес коробки приводов и центрального привода двигателя ПС-90А.

Демпферы спроектированы с участием автора диссертационной работы. Сила прижатия демпферов рассчитана с помощью линейризованной модели.

Получена удовлетворительная сходимость результатов расчета с экспериментом, в пределах 10 %, по уровню демпфирующей способности. Определен коэффициент сухого трения $k=0,032$, который удовлетворяет справочным данным для зубчатых колес, работающих в масле.

Экспериментально подтверждена высокая эффективность применения демпфера. Высокая эффективность демпфера обусловлена низким уровнем демпфирования системы без демпфера и высокой демпфирующей способностью демпфера, которая объясняется возможностью реализовать демпфер достаточной жесткости с контактом в зоне максимальных перемещений зубчатого колеса.

Результаты проведенных расчетно-экспериментальных исследований подтверждают возможность применения линеаризованной математической модели для натуральных узлов ГТД в рабочих условиях на двигателе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ обзора технической литературы показал, что проектирование демпфера для узлов ГТД в настоящее время опирается на результаты расчета с использованием математических моделей, позволяющих воспроизвести колебания системы с демпфером. Существующие математические модели содержат чрезмерный набор второстепенных параметров и независимых переменных, не позволяющих эффективно применять модель на практике, в случае если требуется быстрая оценка влияния конструкционных факторов.

Разработана математическая модель для определения демпфирующей способности демпфера сухого трения для узлов ГТД, позволяющая эффективно проектировать демпферы сухого трения для узлов ГТД, не прибегая к использованию большого вычислительного ресурса и больших временных затрат. Представлено, что задача об определении демпфирующей способности демпфера сухого трения имеет ограниченную область решений, что позволяет свести задачу к общему виду при известных жесткостях системы. Математическая модель основана на расчете собственных форм и частот колебаний, это позволяет фокусировать решение на резонансном режиме колебаний. Скорость решения с применением разработанной модели на несколько порядков быстрее по сравнению с методом прямого интегрирования по времени. Разработанная математическая модель имеет новизну и актуальность, что также подтверждено по результатам обзора технической литературы;

Проведена верификация математической модели путем сравнения результатов с решением, полученным прямым методом в нестационарной

постановке. Достигается количественная сходимость результатов с отклонением не более 3 % по уровню демпфирования;

Проведено расчетно-экспериментальное исследование демпфирующей способности модельного демпфера, установленного под трактовую полку лопатки ГТД. Для проведения работ разработана и создана экспериментальная установка для определения эффективности демпфера сухого трения в условиях вибростенда, а также разработана и реализована методика эксперимента, позволяющей исследовать контактные пары и эффективность демпфера сухого трения в лабораторных условиях. Проведены эксперименты с различной силой прижатия демпфера. Получена количественная сходимость, в районе 5-20 %, результатов расчета с экспериментом по уровню максимальной демпфирующей способности демпфера. Произведена настройка модели при подборе величины коэффициента сухого трения;

Разработан подход к учету эффектов микроскольжения в линеаризованной модели, заключающийся в уменьшении контактной жесткости. Представлено, что математическая модель способна учитывать влияние эффектов микроскольжения, как важной практической составляющей при проектировании демпфера для узлов ГТД.

Проведено расчетно-экспериментальное исследование демпфирующей способности демпфера тарельчатого типа для двух зубчатых колес центрального привода и коробки приводов двигателя ПС-90А. Спроектированы демпфера тарельчатого типа для зубчатых колес, расчетом была подобрана оптимальная сила прижатия и спрогнозирован уровень снижения резонансных напряжений. Эксперимент проведен на двигателе. Получена количественная сходимость, в пределах 10 %, результатов расчета с экспериментом по уровню демпфирующей способности.

По результатам расчетно-экспериментальных исследований подтверждена применимость инженерной методики проектирования

демпферов, содержащей линеаризованную модель расчета демпфера, для натуральных узлов ГТД.

Цель диссертационного исследования достигнута, поставленные задачи выполнены.

Сформированы рекомендации по проектированию демпферов для различных узлов ГТД:

- Для практического применения с целью увеличения эффективности, к примеру, подполочного демпфера можно рекомендовать увеличение жесткости демпфера, увеличение жесткости пера лопатки на изгиб, уменьшение жесткости ножки на изгиб.

- Эффекты микроскольжения могут иметь значительное влияние на демпфирующую способность демпфера сухого трения. Предполагается, что увеличение амплитуды относительного смещения в контакте, увеличение жесткости (твердости) поверхности и внедрение мероприятий по износостойкости уменьшит негативное влияние эффектов микроскольжения.

- Опыт применения демпферов говорит о том, что узел двигателя и демпфер необходимо проектировать в паре друг с другом, в этом случае обеспечивается высокая демпфирующая способность, иначе, использование демпфера с высокой долей вероятности будет малоэффективным.

Направление дальнейших научных исследований предусматривает:

- уточнение модели контактного взаимодействия с учетом специализированных экспериментов;
- усовершенствование разработанной модели для расчета системы с несколькими демпферами/объектами;
- уточнение границ применимости разработанной математической модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ножницкий, Ю.А. Обеспечение требуемых ресурса и прочностной надежности газотурбинных установок, создаваемых на базе авиационных двигателей / Ю.А. Ножницкий, В.М. Гусев, И.Н. Долгополов и др. // Газотурбинные технологии. – 2005. - №7. - С.35-40.
2. Левин, А.В. Прочность и вибрация лопаток и дисков паровых турбин/А.В. Левин, К.Н. Боришанский, К. Консон. – Л.: Машиностроение, 1982. - 710 с.
3. Зайдельман, Р.Л. Надежность лопаточного аппарата паровых турбин./ Р.Л. Зайдельман– М.: Энергия, 1978. – 224 с.
4. Скубачевский, Г.С. Авиационные газотурбинные двигатели. Конструкция и расчет деталей / Г.С. Скубачевский – М.: «Машиностроение», 1969. – 520 с.
5. Годовский, Д.А. Дефекты элементов газотурбинных установок/ Д.А. Годовский // Нефтегазовое дело. –2006. – Т.4. – №1. – С. 201-206.
6. Капралов, В.М. Ресурс и надежность авиационных ГТД по переменным нагрузкам /В.М. Капралов // Вестник Санкт-Петербургского университета гражданской авиации. –2010. – №1(1). – С. 24.
7. Иноземцев, А.А. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок. Т.4: Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок / А.А. Иноземцев, М.А.Нихамкин, В.Л. Сандрацкий – М: Машиностроение, 2008. – 191 с.
8. Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях.: в 2 т. / под ред. Г.С. Писаренко. - К: «Наукова думка», 1980. – Т2. 771 с.
9. Raymond, Ji. D. Design Guidelines for High-Capacity Bevel Gear Systems / Ji. D. Raymond // Gear Technology. – 1992. –January/February . – P. 16-29.

10. Zucca, S. A Method for the Design of Ring Dampers for Gears in Aeronautical Applications / Z. Stefano, C. M. Firrone, M. Facchini // Journal of Mechanical Design. – 2012. –Vol. 134. –Art. 091003.
11. Abbott, D.R. Advances in Labyrinth Seal Aeroelastic Instability Prediction and Prevention/D.R. Abbott //ASME.–2081. – №80-GT-151. –P. 308-312.
12. Описание изобретения к патенту: UnitedStatesPatent № US20130223990 Safran Aircraft Engines SAS.-2013
13. Описание изобретения к патенту: UnitedStatesPatent № US20130177400 Raytheon Technologies Corp.-2013
14. Описание изобретения к патенту: UnitedStatesPatent № US20110052398 Rolls Royce Corp.-2011
15. Laxalde, D. Experimental and Numerical Investigations of Friction Rings Damping of Blisks/ D. Laxalde, L. Salles, L. Blanc, F.Thouverez //Proceedings of ASME Turbo Expo 2008. –2008. – P.GT2008- 50862
16. Beak, S. Reduced order modeling of bladed disks with friction ring dampers / S. Beak, B. Equireanu // Proceedings of ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. –2016. – P. GT2016-57831.
17. Szwedowicz, J. Bladed Disks: Non-Linear Dynamics / J. Szwedowicz // RTO-EN-AVT-207. –2012– P. 9-1 – 9-46.
18. Вибрации в технике: справочник: в 6 т. / ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). -М.: Машиностроение, 1979. – Т. 2. Колебания нелинейных механических систем / под ред. И.И. Блехмана, 1979. – 351 с.
19. Матвеев, В.В. Демпфирование колебаний деформируемых тел /В.В. Матвеев. – К: Наук. Думка, 1985. –264 с.
20. Пановко, Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем./ Я.Г. Пановко - М.: Физмат-гиз, 1960. – 196 с.
21. Калинина, Н.Г. Конструкционное демпфирование в неподвижных соединениях/ Н.Г. Калинина, Ю.А. Лебедев, В.И. Лебедева и др.- Рига: Изд-во АН Латвийской ССР, 1960.- 172 с.

22. Кузьмин, Э.Н.. Исследование динамических характеристик втулочных амортизаторов/Э.Н. Кузьмин, Г.Я. Егоров // Вибрац. прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов: Межвузовский сб. – 1975. – С 54-59.
23. Безбородов, С.А.. Методика расчета колебаний трубопровода с демпфирующими опорами из материала МР / С.А. Безбородов, А.М. Уланов // Вестник самарского государственного аэрокосмического университета. –2014. – №1(43). – С 91-97.
24. Старцев, Н.И. Трубопроводы газотурбинных двигателей. /Н.И. Старцев - М.:«Машиностроение», 1976. –272 с.
25. Ананьев, И.В. Динамика конструкций летательных аппаратов/И.В. Ананьев, Н.М. Колбин, Н.П. Серебрянский. – М.: «Машиностроение», 1972. – 416 с.
26. Шорр, Б.Ф. Расчетно-экспериментальное определение коэффициента трения при относительном осциллирующем движении деталей / Б.Ф. Шорр, А.Н. Стадников, Н.Н. Серебряков // Двигатель. – 2011. – №4. – с. 42-43.
27. Понаморов, Ю.К.. Современные методы борьбы с вибрацией трубопроводных систем нефтегазовой отрасли / Ю.К. Понаморов, А.С. Котов, А.Е. Евсигнеев // Экспозиция Нефть Газ. –2011.–6/Н(18).–с. 12-15.
28. Wang, S. An Equivalent Damping Numerical Prediction Method for the Ring Damper Used in Gears under Axial Vibration / S. Wang, X. Wang, Y. Wang, H. Ye // Symmetry. – 2019 . –№ 11(12) . – P. 1469.
29. Wang, Y. A Prediction Method for the Damping Effect of Ring Dampers Applied to Thin-Walled Gears Based on Energy Method / Y. Wang, H. Ye, X. Jiang, A. Tian // Symmetry. – 2018. – № 10. – P. 677.
30. Яковкин, В.Н. Расчётная оценка эффективности демпфера сухого трения для полрой широкохордной лопатки вентилятора / В.Н. Яковкин, В.А.

Бессчетнов // Известия Самарского научного центра РАН. – 2012.– Т. 14. – № 4(5). – С. 1394-1398.

31. Блехман, И.И. Вибрационное перемещение/И.И. Блехман, Г.Ю. Джанелидзе. -М.: Наука, 1964. -412 с.

32. Пановко, Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара/ Я.Г. Пановко. – Л., «Машиностроение», 1976. 320 с.

33. Пановко, Я.Г. Введение в теорию механических колебаний/ Я.Г. Пановко. – Л.: Наука, 1989. - 252 с.

34. Репецкий, О.В. Построение математической модели для анализа влияния фрикционных демпферов на колебания лопаток газотурбинных двигателей / О.В. Репецкий, В.Т. Фан // Известия Байкальского государственного университета. –2011. –№ 1. –С. 200-205.

35. Ларин, А. А. Вынужденные нелинейные колебания турбинных лопаток с динамическим контактом в разъемном бандеже при синфазном нагружении / А. А. Ларин, А. С. Степченко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХП». – 2013. – № 63 (1036). –С. 69-81.

36. Wriggers, P. Computational contact mechanics / P. Wriggers. – Springer, 2006. – 520 p.

37. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике/О. Зенкевич — М.: Мир, 1975.— 542 с.

38. Каплун, А.Б. ANSYS в руках инженера. Практическое руководство / А.Б. Каплун, Е.М. Морозов, М.А.Олферьева.— М.: УРСС, 2003. — 272 с.

39. Вовкушевский, А.В. Расчет массивных гидротехнических сооружений с учетом раскрытия швов / А.В. Вовкушевский, Б.А.Шойхет — М.: Энергия, 1981. — 136 с.

40. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация: пер. с англ/О. Зенкевич, К.Морган— М.: Мир, 1986. – 318 с.

41. Репецкий, О.В. О проблеме построения математических моделей для оптимизации параметров фрикционных демпферов на примере лопаток

газотурбинных двигателей / О.В. Репецкий, В.Т. Фан // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. – 2011. – № 4 (37). – С. 79-84.

42. Саженов, Н.А. Расчетно-экспериментальное моделирование демпфирования рабочих лопаток турбомашин демпферами сухого трения: дис. канд. тех. наук: 05.04.12 / Саженов Николай Алексеевич. – Пермь, 2017. – 160 с.

43. Guyan, R.J. Reduction of Stiffness and Mass Matrices / R.J. Guyan // AIAA Journal. –1965. –Vol. 3. –№ 2. –P. 380.

44. Craig, R. Coupling of substructures for dynamic analysis / R.R. Craig, M.C. Bampton // AIAA Journal. -1968. –Vol. 6. -№. 7. - P. 1313–1319.

45. Craig, R. Free-interface methods of substructure coupling for dynamic analysis /R. Craig, C.-J. Chang // AIAA Journal. –1976. –Vol. 14. – №. 11. – P. 1633-1635.

46. Бацева, О.Д. Сравнительный анализ способов получения несогласованных матриц массы / О. Д. Бацева, С. Н. Дмитриев // Наука и Образование. Электронный научно-технический журнал. – 2013.

47. Jean-Pierre Lombard, P. Jean, P. Lubrina. Calibrated Non Linear Dissipative Model of Fan Bladed Disk // Proc. ASME. GT2010. – 2010. – № 6. –P. 705-713.

48. P. Jean, C. Gibert, C. Dupont, J.-P. Lombard. Test-Model Correlation Of Dry-Friction Damping Phenomena In Aero-Engines // Proc. ASME. GT2008. – 2008. – № 5. –P. 481-491.

49. Юдаков, А.А. Принципы построения общих уравнений динамики упругих тел на основе модели Крейга–Бэмптона и их практически значимых приближений / А.А. Юдаков // Вестник Удмуртского университета. Механика. –2012. –№3. – с.126-140.

50. Lee, Sang H. Self-adaptive GAP/Sang H. Lee, T.L. Lin // Friction Element in MSC.Nastran: MSC World Users Conference (Los Angeles). –1991. – P. 30.

51. Sever, A. Experimental and Numerical Investigation of Rotating Bladed Disk Forced Response Using Under-Platform Friction Dampers / A. Sever, E. Petrov, J. Ewins // Proceedings of GT2007 ASME Turbo Expo 2007: Power for Land, Sea and Air . – 2007. – GT2007-27307.

52. Laxalde, D. Vibration Control for Integrally Bladed Disks Using Friction Ring Dampers / D. Laxalde, F. Thouverez, Jean-Pierre Lombard // Proc. ASME. GT2007. – 2007. – № 5. –P. 255-265.

53. Petrov, E.P. Explicit Finite Element Models of Friction Dampers in Forced Response Analysis of Bladed Discs/E. P. Petrov // Proc. ASME. GT2007. – 2007. – № 5. –P. 539-550.

54. Coghlan, R. P. Mechanical Damping Analysis of a Vibrating Labyrinth Seal Structure With Frictional Contact / R. P. Coghlan, J. S. Green, A. K. Baron // Proc. ASME. GT2010. – 2010. – № 6. – P.949-957.

55. Schwingshackl, C.W. Effects of Contact Interface Parameters on Vibration of Turbine Bladed Disks With Underplatform Dampers / C. W. Schwingshackl, E. P. Petrov, D. J. Ewins // Proc. ASME. GT2011. – 2011. – № 6. – P. 867-876.

56. Afzal, M. Investigation of Damping Potential of Strip Damper on a Real Turbine Blade / M. Afzal, I. Lopez Arteaga, L. Kari, V. Kharyton // Proc. ASME. GT2016. – 2016. – № 7.

57. Серебряков, Н.Н. Применение нелинейного GAP-элемента в решении задач конструкционного демпфирования лопаток турбомашин / Н.Н. Серебряков // Двигатель. –2011. –№6. – с.22-23.

58. Sazhenkov, N. A substructure-based numerical technique and experimental analysis of turbine blades damping with underplatform friction dampers

/ N. Sazhenkov, I. Semenova, M. Nikhamkin, S. Semenov // *Procedia Engineering*. - 2017. – Vol. 199 – P. 820-825.

59. Gastaldi, C. Forced Response Prediction of Turbine Blades with Flexible Dampers: The Impact of Engineering Modelling Choices / C. Gastaldi, A. Fantetti, T. M. Berruti // *Applied Sciences Journal. Appl. Sci.* –2018. –№ 8. –P. 34.

60. An, N. Forced Response Prediction of Constrained and Unconstrained Structures Coupled Through Frictional Contacts / N. An, C.-H. Menq // *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. – 2009. – Vol. 131.

61. Шорр, Б.Ф. Расчет конструкций методом прямого математического моделирования / Б.Ф. Шорр, Г.В. Мельникова. – М.: Машиностроение, 1988. – 159 с.

62. Придорожный, Р.П. Оценка эффективности применения демпферов сухого трения для снижения вибронапряженности охлаждаемых турбинных лопаток / Р.П. Придорожный, А.В. Шереметьев, А.П. Зиньковский, Ю.В. Якушев // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2008. - №9. - С. 92-97.

63. Серебряков, Н.Н. Разработка методов повышения эффективности демпфирования колебаний лопаток вентиляторов, компрессоров и турбин авиационных ГТД: дис. канд. техн. наук: 01.02.06 / Серебряков Николай Николаевич. –М., 2012. - 150 с.

64. Кожаринов, Е.В. Анализ влияния демпфера сухого трения на динамику конического зубчатого колеса / Е.В. Кожаринов, Ю.М. Темис // *Известия Высших Учебных Заведений. Машиностроение*. –2015. –№ 7 (664). – С. 20-28.

65. Кожаринов, Е.В. Расчёт и проектирование демпфера сухого трения конического зубчатого колеса: дис. канд. техн. наук: 01.02.06 / Кожаринов Егор Викторович. –М., 2017. - 137 с.

66. Laxalde, D. Non-linear modal analysis for bladed disks with friction contact interfaces / D. Laxalde, L. Salles, L. Blanc, F. Thouverez // Proc. ASME. GT2008.– 2008. – Vol. 5. – P. 457-467.

67. Laxalde, D. Complex Non-Linear Modal Analysis for Mechanical Systems: Application to Turbomachinery Bladings With Friction Interfaces / D. Laxalde, F. Thouverez // Journal of Sound and Vibration. – 2009. – № 322 (4-5). – P.1009-1025.

68. Firrone, C.M. Modelling Friction Contacts in Structural Dynamics and its Application to Turbine Bladed Disks / C.M. Firrone, S. Zucca // Numerical Analysis. Theory and Application. – 2011. – № 14. – P.301–334.

69. Liu, T. A Nonlinear vibration analysis of forced response for a bladed-disk with dry friction dampers / T. Liu, D. Zhang, Y. Xie // Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control. – 2019. –Vol. 38(3–4). – P. 1522–1539.

70. Репецкий, О.В. Использование метода гармонического баланса во временной области для исследования колебаний систем со многими степенями свободы и сухим трением / О.В. Репецкий, В.Т. Фан // Вестник ВСГУТУ. –2011. –№ 2 (33). –С. 10.

71. Hartung, A. Multi-Body Damping of a Vane Cluster / A. Hartung, U. Retze // Proc. ASME. GT2011.– 2011. – Vol. 6. – P. 859-865.

72. Griffin, J.H. Friction damping of resonant stresses in gas turbine engine airfoils / J.H. Griffin // Journal of Engineering for Power.– 1980. – Vol. 102. – № 2. – P. 329-333.

73. E.P. Petrov. Multiharmonic analysis of nonlinear whole engine dynamics with bladed disc-casing rubbing contacts // Proc. ASME. GT2012.– 2012. – Vol. 7. – P. 1181-1191.

74. Petrov, E. P. Analytical Formulation of Friction Interface Elements for Analysis of Nonlinear Multi-Harmonic Vibrations of Bladed Discs / E. P. Petrov, D. J. Ewins // Proc. ASME. GT2002.– 2002. – Vol. 4. – P. 899-908.

75. Cameron, T. M. An alternating frequency/time domain method for calculating the steadystate response of nonlinear dynamic systems / T.M. Cameron, J.H.Griffin // *Journal of Applied Mechanics*.– 1998. – Vol. 56. – P. 149–154.

76. Berthillier, M. Blades forced response analysis with friction dampers / M. Berthillier, C. Dupont, R. Mondal, J.J. Barrau // *Journal of Vibration and Acoustics*.– 1998 . – Vol. 120. – P. 468–474.

77. Nacivet, S. A dynamic lagrangian frequency-time method for the vibration of dry-friction-damped systems / S. Nacivet, C. Pierre, F. Thouverez, L. AJezequel // *Journal of Sound and Vibration*. – 2003 . – Vol. 265. – P. 201–219.

78. Фан, В.Т. Математическое и программное обеспечение для решения контактных задач: автореф. дис. ... канд. тех. наук : 05.13.18 / Фан Ван Туан. – Иркутск, 2012. - 16 с.

79. Sextro, W. Fast Calculation of the Statistics of the Forced Response of Mistuned Bladed Disk Assemblies With Friction Contacts / W. Sextro, L. Panning, F.Gotting, K. Popp // *Proc. ASME. GT2002*.– 2002 . – Vol. 4. – P. 981-989.

80. Panning, L. Auslegung von Reibelementen zur Schwingungsdämpfung von Turbinenschaufeln / L. Panning // *Diss. Institut fuer Dynamik und Schwingungen (Hannover)*.– 2005.

81. Petrov, E.P. Analysis of Essentially Non-linear Vibration of Large-Scale Models For Bladed Discs With Variable Contact and Friction at Root Joints / E.P.Petrov, D. J.Ewins // *Proceedings of the 8th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery*.– 2004.– P. 163-172.

82. Petrov, E.P. Sensitivity Analysis of Nonlinear Forced Response for Bladed Discs with Friction Contact Interfaces / E.P. Petrov // *Proc. ASME. GT2005*.– 2005. – GT2005-68935.

83. Panning, L. Spatial Dynamics of Tuned and Mistuned Bladed Disks with Cylindrical and Wedge-Shaped Friction Dampers Institute of Mechanics / L.Panning, W. Sextro, K. Popp // *Germany International Journal of Rotating Machinery*, 2003. – №9(3). – P. 219–228.

84. Petrov, E.P. A Study of Nonlinear Vibrations in a Frictionally-Damped Turbine Bladed Disc With Comprehensive Modelling of Aerodynamic Effects / E. P. Petrov, Z.I. Zachariadis, A. Beretta, R. Elliott // Proc. ASME. GT2012.– 2012 . – Vol. 7. – P. 1239-1251.

85. Petrov, E.P. Effects of Damping and Varying Contact Area at Blade-Disk Joints in Forced Response Analysis of Bladed Disk Assemblies / E. P. Petrov, D. J. Ewins // Proc. ASME. GT2005.– 2005 . – Vol. 4. – P. 495-504.

86. Charleux, D. Numerical and Experimental Study of Friction Damping in Blade Attachments of Rotating Bladed Disks / D. Charleux, C. Gibert, F. Thouverez, and J. Dupeux // Hindawi Publishing Corporation International Journal of Rotating Machinery. –2006. –Art. 71302. –P. 1–13.

87. Firrone, G. Battiato, B.I. Epureanu. Modelling the Microslip in the Flange Joint and its Effect on the Dynamics of a Multi-Stage Bladed Disk Assembly // Proc. ASME. GT2016. – 2016 . – Vol. 7.

88. Dahl, P. Solid friction damping of mechanical vibrations / P. Dahl // AIAA Journal. – 1976. – 14(12). – P. 1675–1682.

89. Marquina, , F.J. Friction Damping Modeling in High Stress Contact Areas Using Microslip Friction Model / F.J. Marquina, A. Coro, A.Gutie´rrez, R.Alonso, D.J. Ewins, G. Girini // Proc. ASME. GT2008. – 2008 . – Vol. 5. – P. 309-318.

90. Szwedowicz, J. Numerical and Experimental Damping Assessment of a Thin-Walled Friction Damper in the Rotating Set-Up with High Pressure Turbine Blades / J. Szwedowicz, C. Gibert, T. P. Sommer, R. Kellerer // Proc. ASME. GT2006. – 2006 . – Vol. 5. – P. 973-983.

91. Крагельский, И.В. Коэффициенты трения: справочное пособие /И.В. Крагельский, И.Э. Виноградова. – М.: МАШГИЗ, 1962. – 220 с.

92. Демкин, Н.Б. Качество поверхности и контакт деталей машин/Н.Б. Демкин, Э.В. Рыжов . – М.: Машиностроение, 1981.-244 с.

93. Schwingshackl, C.W. Validation of Test Rig Measurements and Prediction Tools for Friction Interface Modelling / C.W. Schwingshackl, E.P. Petrov, D.J. Ewins // Proc. ASME. GT2010. – 2010 . – Vol. 6. – P. 1015-1024.
94. Stanbridge, A.B. Measurement and Analysis of High-Temperature Friction Damper Properties/A.B. Stanbridge, K.Y. Sanliturk, D.J. Ewins // materials of 4th National Turbine Engine High Cycle Fatigue (HCF) Conference. – February. – 1999.
95. Botto, D. Measurement of Contact Parameters of Flat on Flat Contact Surfaces at High Temperature / D. Botto, M. Lavella, M.M. Gola // Proc. ASME. GT2012. – 2012 . – Vol. 7. – P. 1325-1332.
96. Gastaldi, C. Pre-Optimization of Asymmetrical Underplatform Dampers / C.Gastaldi, M.M. Gola // Proc. ASME. GT2016. – 2016 . – Vol. 7. – GT2016-57359.
97. Gola, M.M. Understanding Complexities in Underplatform Damper Mechanics / M.M. Gola, C.Gastaldi // Proc. ASME. GT2014 . – 2014. – Vol. 7. – GT2014-25240.
98. Luo, D. Selection of coatings for tribological applications / D. Luo // LTDS. – 2009. –№ 17. – p.135-136.
99. Berruti, T. Friction Damping Of Interlocked Vane Segments: Validation Of Friction Model And Dynamic Response / T. Berruti, S.Filippi, M.M.Gola, S. Salvano // Proc. ASME:Turbo Expo 2002. – 2002. – Vol. 4. – P.891-898.
100. Бидерман, В.Л. Теория механических колебаний: учеб. для вузов/ В.Л. Бидерман. –М.: Высш. Школа, 1980. – 408 с.
101. Бабаков, И.М. Теория колебаний/И.М. Бабаков. – М.: Наука, 1968 . –560 с.
102. Описание изобретения к патенту: UnitedStatesPatent № US5226784A General Electric Co. -1984

103. Фролов, В.А. Демпфирующие устройства в конструкциях лопаток компрессоров двигателей семейства НК / В.А. Фролов, А.И. Белоусов // Вестник СГАУ. –2011. – №3(27)
104. Тимошенко, С.П.. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Уивер; пер. с англ. Л.Г. Корнейчука; под ред. Э.И. Григолюка.– М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
105. Алабужев, П.М. Основы теории подобия и моделирования / П.М. Алабужев, Л.М. Минкевич. –Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1966. –83 с
106. Weiwei, G. 3D Numerical Friction Contact Model and Its Application to Nonlinear Blade Damping / G. Weiwei, X. Zili // Proc. ASME. GT2010. – 2010. – Vol. 6. – P. 809-817.
107. Описание изобретения к патенту: UnitedStatesPatent №7121802 General Electric Co. – 2004.
108. Авиационные зубчатые передачи и редукторы: справочник/под ред. Э.Б. Вулгакова. – М.: Машиностроение, 1981. – 374 с.
109. Морозова, Л.В. Исследование причин разрушения зубчатых колес в процессе эксплуатации / Л.В. Морозова, М.Р. Орлов // Авиационные материалы и технологии . –2015. – № S1.
110. Описание изобретения к патенту: РФ № 2086943. Способ определения логарифмического декремента колебаний, 1993.01.21.
111. Описание изобретения к патенту: СССР № 560168. Способ определения декремента колебаний по ширине резонансного пика, 12.05.1975.
112. Описание изобретения к патенту: СССР № 381020, 1973.
113. Описание изобретения к патенту: РФ № 2531845. Способ определения логарифмических декрементов колебаний по ширине резонанса равноинтенсивных колебаний, 18.06.2013.
114. Мальтеев, М. А. Анализ способов оценки рассеяния энергии в устройствах конструкционного демпфирования / М.А. Мальтеев, Г.Г. Карташов, В.А. Юдин // Вестник Самарского государственного

аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). –2006.

115. Писаренко, Г. С. Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов: справочник / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. - К.: Наукова думка, 1971. – 375 с.

116. ISO 10300-1. Calculation of load capacity of bevel gears. – Geneva, 2001. – 44 p.

117. AGMA 911-A94. Design Guidelines for Aerospace Gearing. Alexandria, USA. –2012. –142 p.

118. Описание изобретения к патенту: UnitedStatesPatent №7824158, 2007

119. Описание изобретения к патенту: UnitedStatesPatent №7270517, 2005

120. Иноземцев, А.А. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок: учеб. / А.А. Иноземцев, М.А. Нихамкин, В.Л. Сандрацкий. –М.: Машиностроение, 2008. –Т.1.201 с.

121. Яковкин, В.Н. Математическая модель осциллятора с сухим трением при вынужденных колебаниях / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // «Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации (АКТТИ-2018)»: тезисы докладов XIX Всероссийской научно-технической конференции. – 2018. – Т. 1. – С. 355-358.

122. Динамика авиационных газотурбинных двигателей/ под ред. И.А. Биргера и Б.Ф. Шорра. – М.: Машиностроение, 1981 . – с.231.

123. Магеррамова, Л.А. Исследование биметаллических дисков турбин / Л.А. Магеррамова, Ю.А. Ножницкий // Технология легких сплавов. – 2013. – №4 . – С. 124-131.

124. Бессчетнов, В.А. Отработка расчетного метода оценки демпфирующей способности межлопаточных демпферов рабочих лопаток ТВД / В.А. Бессчетнов, В.Н. Яковкин, Т.Ю. Королева // «Аэрокосмическая техника,

высокие технологии и инновации (АКТТИ-2014)»: тезисы докладов XV Всероссийской научно-технической конференции. – 2014. – Т. 1. – С. 33-38.

125. Bonhage, M.. Transient Resonance Passage with respect to Friction/M. Bonhage, L. Panning, C. Richter // Proc. ASME: Turbo Expo 2012. – 2012. – Vol. 7. – P.227-1237.

126. Petrov, E.P.Generic Friction Models for Time-Domain Vibration Analysis of Bladed Discs / E.P. Petrov, D.J.Ewins // Proc. ASME.: Turbo Expo 2003. – 2003. – Vol. 4. – P.223-233.

127. Panning, L. Asymmetrical Underplatform Dampers in Gas Turbine Bladings: Theory and Application / L. Panning, K. Popp, W. Sextro, F. Groeting, A. Kayser // Proc. ASME.: Turbo Expo 2004. – 2004. – Vol. 6. – P.269-280.

128. Яковкин В.Н. Расчет демпфирующей способности тарельчатого демпфера для конической шестерни коробки приводов газотурбинного двигателя / В.Н. Яковкин, В.А. Бессчетнов // Электронный журнал «Труды МАИ». – 2014. – № 76. – 19 с.

129. Шанявский, А.А. Сверхмногоцикловая усталость металлов. Синергетика и физическая мезомеханика / А.А. Шанявский, А.Д. Никитин, А.П. Солдатенков – М.: Издательство физико-математической литературы, 2022. – 496 с.

130. Шанявский, А.А. Безопасное усталостное разрушение элементов авиаконструкций. Синергетика в инженерных приложениях / А.А. Шанявский. – Уфа: Монография, 2003. – 803 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Особенности определения уровня демпфирования колебаний в системе с сухим трением

По результатам обзора технической литературы сделано наблюдение, что чаще авторы сравнивают результаты расчета с экспериментом по уровню снижения амплитуды колебаний. Однако, даже если расчетные точки лежат близко к экспериментальным, то это не означает, что расчетное и экспериментальное демпфирование находится на одном уровне (как представлено на рисунке 3.23). К примеру, в работе [26] из сопоставления результатов расчета с экспериментом наблюдается удовлетворительная сходимость по уровню напряжений в образце. Однако, если представить результаты в виде относительных величин рассеяния энергии, то окажется, что декремент колебаний, обусловленный потерями на силы трения, в эксперименте составил 4 %, а в расчете 9 % - расхождение более двух раз. Значительное расхождение по энергии может являться признаком потери жесткости в реальной системе лопатка-оснастка, а также проявлением эффектов микроскольжения, которые не учитывались в модели. Подробнее о влиянии жесткости демпфера представлено в п. 2.2, про эффекты микроскольжения в п. 1.9. Поэтому, для оценки правильности моделирования системы с трением, определение достоверного демпфирования в системе необходимо считать приоритетной задачей.

Демпфирующая способность колебательной системы характеризуется относительным рассеянием энергии [19, 114, 115]:

$$\psi = \frac{\Delta W}{W_{\text{пот}}} \quad (\text{A.1})$$

где ψ – коэффициент относительного рассеяния энергии (также называют коэффициентом поглощения, диссипацией энергии);

ΔW – энергия, рассеянная в системе за цикл деформирования;

$W_{\text{пот}}$ – амплитудное значение энергии упругого деформирования.

Коэффициент рассеяния ψ есть величина, зависящая от амплитуды колебаний U , согласно определению. Если демпфирование в системе строго разделить на источники диссипации энергии, то каждый из них будет относиться к одному и тому же амплитудному значению энергии упругого деформирования $W_{\text{пот}}$. Т.е. суммарное демпфирование системы есть сумма коэффициентов рассеяния:

$$\sum \psi(U) = \psi_0(U) + \psi_{\text{тр}}(U) \quad (\text{A.2})$$

где $\psi_0(U)$ – коэффициент рассеяния системы, определяемый $\alpha(x, \dot{x})$;

$\psi_{\text{тр}}(U)$ – коэффициент рассеяния, обусловленный потерей энергии на работу силы трения.

Вычисление гистерезисных потерь в расчетной модели напрямую не представляет особого труда, но в натурном эксперименте это, чаще всего, невыполнимо. Демпфирование в системе можно определить через косвенные характеристики, такие как логарифмический декремент колебаний δ :

$$\delta = \frac{\Psi}{2} \quad (\text{A.3})$$

Существует несколько методов определения декремента колебаний, из которых в диссертационной работе будут использованы «по ширине резонансного пика» и по «затухающим колебаниям».

Вычисление декремента по ширине резонансного пика является наиболее удобным методом, однако для систем со степенной зависимостью декремента от амплитуды колебаний или с нелинейной зависимостью, классические формулы могут дать высокую погрешность. Существуют способы по уточнению декремента колебаний [110, 111, 112, 113], которые работоспособны только при определенных условиях.

Несоответствие декрементов колебаний, определенных косвенными методами, обусловлено предположением о некоторой зависимости амплитуды от рассеяния энергии и, что эту зависимость можно определить по близрезонансным амплитудам на определенной высоте от резонансного пика. На самом деле система в пиковом значении амплитуды может иметь

кардинально отличающееся демпфирование, чем на близрезонансных амплитудах, особенно это касается систем с сухим трением, которые подчиняется более сложному закону (см. рисунок 2.19). В литературных источниках не встречено методики, позволяющей определить достоверный декремент колебаний системы с сухим трением при вынужденных колебаниях по АЧХ.

При использовании рекомендаций, представленных в монографии Матвеева В.В. [19], можно вычислить достоверное значение декремента по затухающим колебаниям (см. рисунок А.1). Формула для вычисления декремента по одночастотным затухающим свободным колебаниям:

$$\delta = -\frac{T}{U} \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{1}{N} \quad (\text{А.4})$$

где T – период колебания;

U – амплитуда колебаний;

α – угол наклона касательной;

N – число циклов (как целое, так и дробное) на участке подкасательной огибающей в точке с амплитудой колебаний U , на которой вычисляется декремент.

Формула позволяет получить достоверные значения характеристики демпфирования во всем диапазоне изменения амплитуды колебаний. Работоспособность данного способа заключается в том, что затухающие колебания происходят строго по собственной частоте. Т.е. за один период затухающих колебаний без труда можно вычислить достоверное значение затраченной энергии.

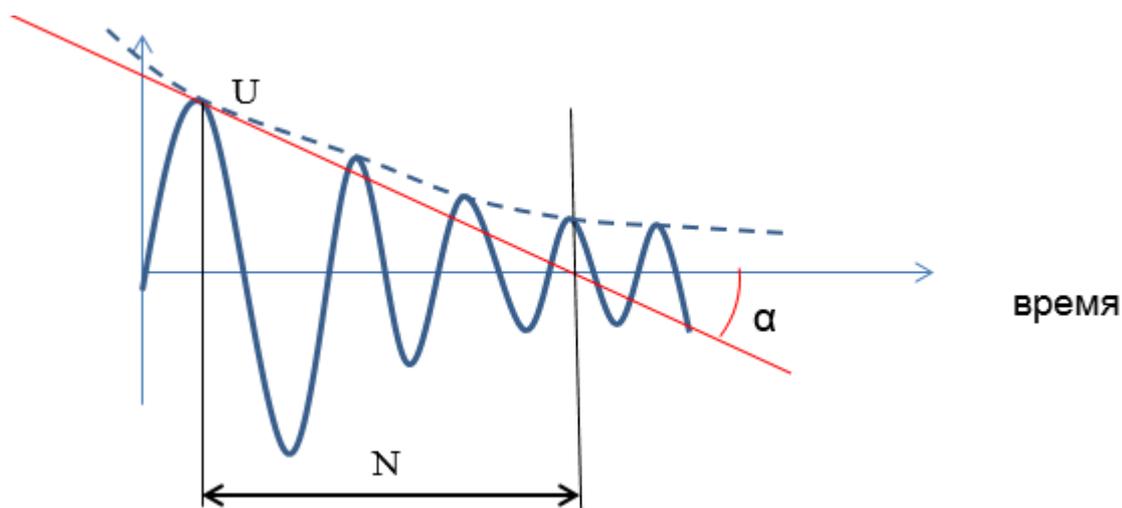


Рисунок А.1 – Способ определения демпфирующей способности по свободно затухающим колебаниям

Автором настоящей диссертационной работы, определено, что для системы, содержащей вязкое и сухое трение, также подходит следующая формула:

$$\delta = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \cdot 100\% \quad (\text{A.5})$$

где U_1 и U_2 две последовательные амплитуды колебаний, $U_1 > U_2$. Таким образом можно трактовать физический смысл декремента колебаний, что он показывает на сколько процентов снизится амплитуда за один период затухающих колебаний.

Стоит отметить, что формулы для определения декремента по затухающим колебаниям часто выводятся исходя из пропорциональной зависимости силы сопротивления к скорости, приводящей к экспоненциальному закону затухания колебаний. Колебательная система, содержащая сухое трение, затухает по сложному закону, отличающимся от экспоненциального. Поэтому данные формулы, содержащие натуральные логарифмы, могут дать погрешность в оценке декремента колебаний.

Согласно формулам (А.1) и (А.2), получается, что декремент системы есть сумма декрементов, каждый из которых относится к определенному виду рассеяния энергии. Если известно достоверное значение декремента системы

без демпфера δ_0 и соответствующий уровень амплитуды U_0 , то декремент системы с демпфером можно вычислить по простой формуле:

$$\delta_{\text{система}} = \delta_{\text{тр}} + \delta_0 = \frac{U_0}{U} \delta_0 \quad (\text{A.6})$$

U – уровень амплитуды колебания системы с демпфером. Считаем, что декремент системы без демпфера амплитудонезависим $\delta_0(U) = \text{const}$. На рисунке А.2 представлена условная АЧХ системы без демпфера и с демпфером, при использовании которого амплитуда снижается с U_0 до U , расписан пример использования формулы (А.6).

Для определения декремента, обусловленного работой демпфера трения, можно воспользоваться формулой:

$$\delta_{\text{тр}} = \frac{\delta_0 \cdot (U_0 - U)}{U} \quad (\text{A.7})$$

Формула для определения амплитуды колебания U системы с демпфером, при условии декремента δ_0 независимого от амплитуды колебаний, примет вид:

$$U = \frac{\delta_0 \cdot U_0}{\delta_0 + \delta_{\text{тр}}} \quad (\text{A.8})$$

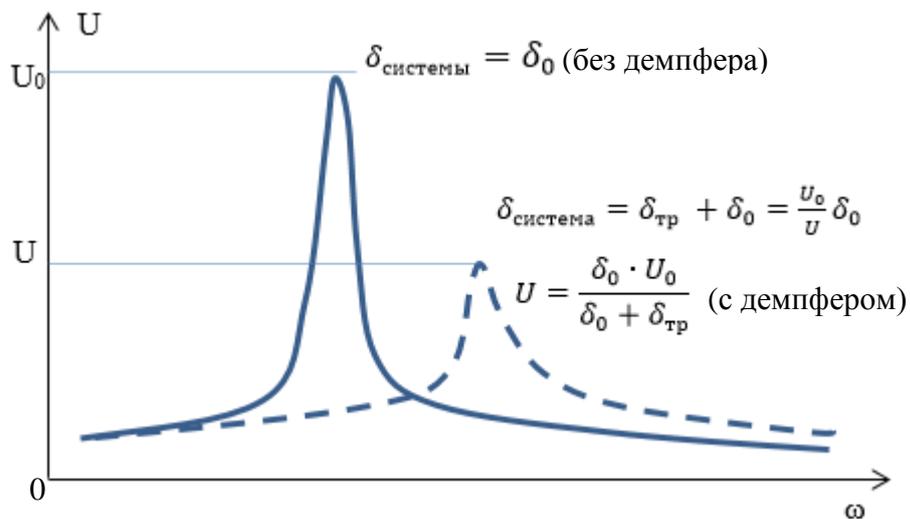


Рисунок А.2 - АЧХ системы: сплошная – система без демпфера, пунктир – система с демпфером трения.

Определение декремента несколько усложнится, если исходное демпфирование в системе будет иметь амплитудную зависимость $\delta_0(U)$. На рисунке А.3 представлено изменение декремента системы при амплитудозависимом исходном декременте и декременте, обусловленном работой

демпфера. Амплитудную зависимость системы без демпфера, также, можно определить методом затухающих колебаний. Стоит обратить внимание на следующее допущение: зависимость исходного декремента $\delta_0(U)$ сохраняется для системы с демпфером.

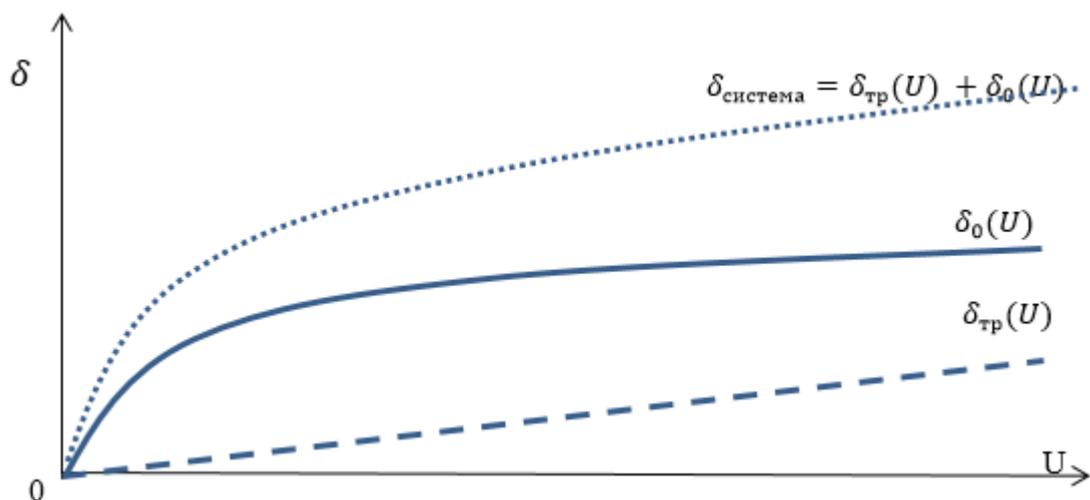


Рисунок А.3 – Разложение декремента колебаний по амплитуде колебаний

Выводы.

Оценка точности расчетной модели для определения эффективности демпфера сухого трения должна опираться на достоверные значения характеристик относительного демпфирования. Экспериментально возможно определить достоверные значения демпфирования для линейных систем при вынужденных колебаниях и для нелинейных систем (так и для линейных) при затухающих колебаниях.