

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Пермский национальный исследовательский политехнический университет»

*На правах рукописи*

ДЕРЕВЯНКИНА ПОЛИНА ОЛЕГОВНА

**УПРАВЛЕНИЕ СБЕРЕЖЕНИЯМИ ДОМОХОЗЯЙСТВ  
С УЧЕТОМ ИХ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ХАРАКТЕРА  
(НА ПРИМЕРЕ ПЕРМСКОГО КРАЯ)**

05.13.10 – Управление в социальных и экономических системах

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:  
кандидат физико-математических наук,  
доцент Владимирова Д.Б.

Пермь, 2021 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                                                                                                   |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| ВВЕДЕНИЕ .....                                                                                                                                                                    | 3   |
| ГЛАВА 1. ТЕКУЩЕЕ СОСТОЯНИЕ И АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ СБЕРЕЖЕНИЙ ДОМОХОЗЯЙСТВ .....                                                                                          | 12  |
| 1.1. Теоретическое обоснование значимости государственного регулирования сбережений домохозяйств .....                                                                            | 12  |
| 1.2. Система оценивания показателей сбережений .....                                                                                                                              | 19  |
| 1.3. Разработка математических моделей оптимального управления дифференциацией домохозяйств по сбережениям как комплексной социально-экономической характеристикой общества ..... | 23  |
| 1.4. Краткие выводы по Главе 1 .....                                                                                                                                              | 30  |
| ГЛАВА 2. ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ СБЕРЕЖЕНИЯМИ ДОМОХОЗЯЙСТВ .....                                                                                                        | 31  |
| 2.1. Математическое обеспечение решения задач управления сбережениями домохозяйств с учетом их распределенного характера .....                                                    | 31  |
| 2.2. Методика получения количественных оценок управляющих воздействий на сбережения домохозяйств .....                                                                            | 39  |
| 2.3. Краткие выводы по Главе 2. ....                                                                                                                                              | 43  |
| ГЛАВА 3. ПРОТОТИП СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ОБЛАСТИ СБЕРЕЖЕНИЙ ДОМОХОЗЯЙСТВ.....                                                                        | 44  |
| 3.1. Архитектура прототипа СППР .....                                                                                                                                             | 44  |
| 3.2. Разработка модуля расчета оптимальных управляющих воздействий .                                                                                                              | 47  |
| 3.3. Краткие выводы по Главе 3 .....                                                                                                                                              | 55  |
| ГЛАВА 4. АПРОБАЦИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ СБЕРЕЖЕНИЯМИ СРЕДНЕГО КЛАССА ПЕРМСКОГО КРАЯ.....                                                                | 56  |
| 4.1. Общая характеристика социально-экономического развития Пермского края .....                                                                                                  | 56  |
| 4.2. Оценка управляющих воздействий на сбережения среднего класса Пермского края во взаимосвязи с его экономической средой .....                                                  | 72  |
| 4.3. Анализ возможностей привлечения инвестиций домохозяйств в экономику Пермского края .....                                                                                     | 84  |
| 4.4. Краткие выводы по Главе 4 . ....                                                                                                                                             | 99  |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....                                                                                                                                                                  | 100 |
| БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....                                                                                                                                                    | 101 |
| ПРИЛОЖЕНИЯ .....                                                                                                                                                                  | 115 |

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность темы исследования**

В настоящее время в России доля домохозяйств, придерживающихся сберегательной финансовой стратегии, стабильно мала, инвестиционная активность населения – низкая. Вместе с тем в Стратегии социально-экономического развития России именно сбережения населения, трансформированные в инвестиции, указаны в качестве единственного потенциально доступного и достаточного источника восполнения дефицита долгосрочных финансовых ресурсов национальной экономической системы, необходимых для обеспечения расширенного воспроизводства и выхода на траекторию устойчивого развития [23].

Таким образом, актуальной задачей государственного регулирования сбережений в России является активизация сберегательного и в том числе инвестиционного поведения населения с целью уменьшения доли несберегателей и увеличения финансовой инклюзии домохозяйств. Роль двигателя в этом процессе играет средний класс общества, который, обладая развитым человеческим капиталом, стремлением к улучшению собственного благосостояния, навыками рационального мышления, финансового планирования, является, с одной стороны, типажом теоретических моделей сберегательного поведения, а с другой, может реализовывать трансляцию освоенных им новых практик нижним слоям общества.

Анализ сберегательного поведения населения, находящегося в сложном взаимодействии со всеми сферами жизни общества, чрезвычайно важен как для установления общих закономерностей его развития, так и для планирования и разработки фискальной, социальной, инвестиционной политики, политики пенсионного обеспечения и экономического роста. Поэтому в решении проблемы стимулирования сберегательного поведения населения необходимо опираться на комплексный подход, который имеет

единую программу целевых ориентиров, учитывающую набор установленных взаимосвязей элементов функционирования экономической системы.

Однако пока тематика процесса управления сбережениями домохозяйств является фрагментарно изученной, методы количественного измерения сбережений ограничиваются рассмотрением сосредоточенных показателей, при этом игнорируются качественные характеристики их структуры, слабо развиты методы управления по целям, учитывающие комплекс влияющих факторов экономической среды. Недостаточная теоретическая проработанность этого вопроса и его высокая практическая значимость подтверждают актуальность выбранной темы научного исследования.

### **Степень разработанности темы исследования**

Изучение тематики оценки сбережений населения, как характеристик уровня жизни, прослеживается в трудах Е. В. Авраамовой [1], Ю. Н. Иванова [34], Е. А. Ломовой [48], А. В. Луценко [49], С. А. Николаенко [56], Н. М. Римашевской [68], Л. Ю. Рыжановской [69], Т. В. Черновой [85], J. Späth, K. D. Schmid [125], Y. Kitamura, N. Takayama [112], M. Jäntti, E. Sierminska [108], R. Ruggles [121] и других.

В теории сберегательного поведения основополагающими стали концепции абсолютного дохода (J. Keynes), перманентного дохода (M. Friedman) и жизненного цикла (F. Modigliani). Позднее появились эмпирические работы, которые главным образом анализируют взаимосвязи между различными социальными и экономическими факторами и их влияние на сбережения населения: F. Hüfner, I. Koske [107], G. Hondroyiannis [105], O. Bandiera, G. Caprio [95], О. А. Козлова, Е. Х. Тухтарова [40], М. Ю. Малкина, И. Ю. Храмова [51], А. Я. Бурдяк [11], Д. Х. Ибрагимова [32] и другие. Особенности финансового поведения российского среднего класса исследовали Л. Григорьев, А. Салмина, О. Кузина [18,19], М.К. Горшков, Н.Е. Тихонова [17].

Проблему государственного стимулирования сбережений и условия их трансформации в инвестиции исследовали О. Attanasio, R. Shiller, M. Sarma, Ю. А. Данилов, А. Е. Абрамов, О. Д. Буклемишев, М. А. Мосесян, Э. В. Пешина, Н. А. Истомина, А. П. Анкудинова [92, 123, 122, 22, 23, 24, 25, 38, 54, 61] и другие.

Особо стоит выделить ряд ученых, занимавшихся математическим моделированием сбережений, позволяющем учитывать различные косвенные данные. В работах [82-84] Чернавского Д. С. впервые была построена модель структуры общества по сбережениям: плотность вероятности распределения населения по накоплениям описана с помощью уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова, также были произведены расчеты модели для СССР и России в годы застоя и оценены бифуркационные значения параметров. Модификация модели типологии семейных накоплений была предложена в работе Крысовой Е. В. [45]. Ерофеев В. Т., Козловской И. С. было получено параболическое уравнение плотности ансамбля семей по накоплениям и сформулированы смешанные задачи [29]. Вопросами применения к ним спектральных методов занимались Гюльмамедова Г. А., Оружиев Э. Г. [20, 21, 58]. Следующим шагом было распространение подхода Ерофеев В. Т., Козловской И. С. для моделирования различных процессов [50, 117, 119].

Тем не менее вопросы математического обеспечения задач оптимального управления распределением домохозяйств по размеру сбережений, как распределенной системой, не изучались.

Развитию методов теории оптимального управления системами с распределенными параметрами посвящены работы как отечественных ученых (А. Г. Бутковский, А. И. Егоров, В. И. Иваненко, В. С. Мельник, А. В. Фурсиков, Э. Я. Рапопорт, В. П. Первадчук, Д. Б. Владимирова [5, 12, 28, 33, 65, 81, 88]), так и их зарубежных коллег (V. Barbu, J.-L. Lions, A. Bensoussan, T. Zolezzi, I. Ekeland, R. Temam [47, 89, 96, 97]). Однако ее методы остаются достаточно абстрактными, зачастую разработанными лишь для частных случаев, важных для технических задач, что препятствуют

применению этого мощного, но нетривиального в использовании инструментария для решения практических задач экономического профиля.

Таким образом, ранее не проводились комплексные исследования в области моделирования процесса управления сберегательным поведением населения, позволяющие совершенствовать механизмы принятия решений с учетом взаимосвязи с экономической средой.

**Объектом исследования** – система управления сбережениями домохозяйств (на примере Пермского края).

**Предмет исследования** – математические модели и методы оптимального управления сбережениями домохозяйств.

**Цель исследования** – поиск научно-обоснованных способов повышения инвестиционной и сберегательной активности домохозяйств за счет разработки механизмов управления сбережениями граждан на основе методов оптимального управления системами с распределенными параметрами.

**Задачи исследования:**

1. Сформулировать математическую постановку задачи оптимального управления распределением домохозяйств по размеру сбережений для формализации проблемы государственного регулирования сбережений.

2. Предложить подход к управлению сбережениями домохозяйств, основанный на получении необходимых условий оптимальности в сильной форме, для получения количественных оценок управляющих воздействий на сберегательное поведение населения.

3. Разработать и апробировать на примере Пермского края специальное математическое и программное обеспечение системы поддержки принятия решений, реализующее связь между оптимальным законом изменения доли несберегателей и значимыми социально-экономическими факторами для комплексного анализа и решения проблемы регулирования уровня сбережений в регионе.

## **Методы исследования**

В работе применялись методы математического моделирования, теории дифференциальных уравнений в частных производных, теории оптимального управления системами с распределенными параметрами, численные методы, методы корреляционно-регрессионного и экономического анализа.

**Информационную базу** исследования составили официальные документы Федеральной службы государственной статистики (по РФ и по Пермскому краю), аналитические данные Банка России, материалы «Российского мониторинга экономического положения и здоровья населения» (RLMS HSE).

На защиту выносятся следующие **положения**, которые обладают **научной новизной**.

**1. Впервые сформулирована и математически поставлена задача** управления сбережениями домохозяйств как задача оптимального управления системами с распределенными параметрами, которая является корректной в силу свойств целевого функционала и позволяет формализовать проблему государственного регулирования сбережений *(п. 2 паспорта специальности 05.13.10 – разработка методов формализации и постановка задач управления в социальных и экономических системах)*.

**2. Предложен новый подход** к управлению сбережениями, основанный на законе изменения доли несберегателей во времени, найденном в явной форме, и решении системы оптимальности, определяющей необходимые условия достижения экстремума. Количественный анализ взаимосвязи между найденной оптимальной траекторией изменения доли несберегателей во времени и доступными для регулирования социально-экономическими факторами позволяет выработать набор управленческих решений и мероприятий для стимулирования инвестиционно-сберегательного поведения *(п.4 паспорта специальности 05.13.10 – разработка методов и алгоритмов решения задач управления и принятия решений в социальных и экономических системах)*.

**3. Разработано специальное математическое и программное обеспечение системы поддержки принятия решений (СППР) в задаче повышения инвестиционно-сберегательной активности населения, основанное на предложенном подходе и отличающееся учетом закономерностей между доходами населения, ВРП и объемом инвестиций. СППР позволяет выделять целевые ориентиры развития экономики региона, способствующие регулированию сбережений среднего класса и получить количественную оценку взаимосвязи доли несберегателей и перечисленных показателей (п.5 и п.10 паспорта специальности 05.13.10: разработка специального математического и программного обеспечения систем управления и механизмов принятия решений в социальных и экономических системах; разработка методов и алгоритмов интеллектуальной поддержки принятия управленческих решений в экономических и социальных системах).**

#### **Теоретическая и практическая значимость**

Результаты работы являются и теоретически, и практически значимыми. Теоретическую ценность имеют формулировки постановок оптимизационных задач, их необходимые условия разрешимости в форме оптимизационных систем и явные представления оптимальных управляющих воздействий граничного и распределенного типов, которые применяются в образовательном процессе по дисциплине «Теория оптимального управления».

Показана возможность применения теории оптимального управления с распределенными параметрами в задаче регулирования сбережений домохозяйств. Исследование сведено к решению задач оптимального управления различного типа: управление долей несберегателей (граничное управление) и управление потоком домохозяйств, мигрирующих между рассматриваемыми кластерами общества (распределенное управление). Это открывает новое направление для исследования связей между социально-экономическими факторами и структурой общества по сбережениям.

Практической ценностью работы является возможность получения не только количественных оценок оптимальных управляющих воздействий (доли несберегателей и др.), но и связанных с ними социально-экономических факторов (доходы населения, ВРП, объем инвестиций). Выявлено, что особую значимость в этом аспекте имеет привлечение сбережений населения на индивидуальные инвестиционные счета (ИИС). Так, для Пермского края показано, что как минимум 6% необходимого прироста объема инвестиций можно обеспечить за счет привлечения средств на ИИС.

Разработанные методика и прототип проблемно-ориентированной СППР внедрены в деятельность Центра прикладной экономики НИУ ВШЭ-Пермь, а также могут представлять интерес для органов законодательной и исполнительной власти, аналитических центров федерального и регионального уровней в вопросах разработки стратегий развития территорий, анализа совершенствования социально-экономической политики, политики стимулирования сбережений и инвестиций, налоговой политики и политики пенсионного обеспечения. Полученные результаты для задачи регулирования сбережений среднего класса Пермского края являются важными для экономического развития Пермского края и внедрены в деятельность Министерства экономического развития и инвестиций Пермского края.

### **Степень достоверности и апробация результатов**

Достоверность научных положений обеспечивается корректностью математической постановки задач, строгостью применяемых общепризнанных математических методов их исследования, непротиворечивостью общеизвестным положениям теории развития экономических систем и теории управления ими, а также результатами численного моделирования с использованием реальных данных.

Основные положения диссертационного исследования обсуждались на Международной конференции «Инновационные процессы в

исследовательской и образовательной деятельности» (г. Пермь, 2016 г.), на VIII Всероссийской научно-практической конференции научных, научно-педагогических работников и аспирантов «Управление в современных системах» (г. Челябинск, 2018 г.), на VI Международной научной конференции, посвященной памяти Б. А. Рогозина «Математическое и компьютерное моделирование» (г. Омск, 2018 г.), на Международной мультидисциплинарной конференции «Far East Con – 2019» (г. Владивосток, 2019 г.), на Международной научно-практической конференции «Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий АЗММиИТ–2020» (г. Сочи, 2020 г.), а также на научных семинарах кафедры «Прикладная математика».

По теме диссертации опубликовано 11 работ, из которых 5 публикаций в изданиях, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, 1 статья в издании, включенном в международную базу цитирования Scopus, 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

### **Структура работы**

Диссертация содержит введение, четыре главы, заключение, список литературных источников из 126 наименований и 6 приложений. Текст диссертации изложен на 128 страницах, содержит 43 рисунка и 6 таблиц.

В Главе 1 раскрывается сущность сбережений, рассматриваются вопросы их измерения и государственного регулирования. Эти задачи предложено формализовать с помощью математических моделей оптимального управления распределенной системой – дифференциацией населения по размеру сбережений.

Глава 2 посвящена разработке теоретико-методологического обоснования подхода к решению задач управления сбережениями сектора домохозяйств с учетом их распределенного характера, включающего

математическое обеспечение (сведение задачи управления к системе оптимальности), а также основанную на нем методологию решения.

В Главе 3 описана разработка программного обеспечения, реализующего предложенный подход с использованием конструктора приложений Matlab App Designer, вычислительной среды Matlab, среды мультифизического моделирования Comsol Multiphysics и модуля LiveLink, осуществляющего взаимодействие Matlab-Comsol. Разработанный прототип СППР предназначен для обеспечения информационной поддержки в процессе принятия управленческих решений в области сбережений.

В Главе 4 приводятся результаты апробации предложенного подхода и автоматизированной системы, полученные в виде количественных оценок влияния управляющих воздействий на сбережения среднего класса Пермского края, а также анализ их взаимосвязи с экономической средой региона и механизмов активизации инвестиционно-сберегательного поведения.

Каждая Глава оканчивается выводами, полученными в ходе ее изложения. Общие выводы по исследованию сформулированы в Заключение.

## **ГЛАВА 1. ТЕКУЩЕЕ СОСТОЯНИЕ И АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ СБЕРЕЖЕНИЙ ДОМОХОЗЯЙСТВ**

### **1.1. Теоретическое обоснование значимости государственного регулирования сбережений домохозяйств**

В процессе обмена финансовыми ресурсами между секторами народного хозяйства участвуют домохозяйства, распоряжающиеся своими свободными финансовыми ресурсами, предприятия и организации, нуждающиеся в этих денежных средствах для производства товаров и услуг, финансовые институты, выполняющие функции профессиональных посредников, и государство, регулирующее экономические отношения всех акторов и непрерывное движение денежных потоков.

При этом по определению домохозяйства выступают поставщиком капитала (нетто-кредитором), предоставляющим его потребителям (нетто-реципиентам) в лице корпоративного сектора и государства [15]. Поэтому домохозяйствам отводится центральное место в системе денежного кругооборота в обществе, а их финансовые ресурсы служат главным источником инвестиций в национальную экономику посредством экономических институтов.

Согласно модели Р. Солоу [124], рост нормы сбережений приводит к накоплению капитала и увеличению темпа экономического роста при условии равенства сбережений и инвестиций. В последних исследованиях в области экономического роста была установлена его положительная зависимость в долгосрочной перспективе от финансовой глубины, увеличивающейся по мере вовлечения сбережений домохозяйств как финансовых ресурсов на финансовом рынке страны [99].

Таким образом, от сбережений населения, представляющих микроуровень финансовой системы, напрямую зависит функционирование остальных ее элементов на мезо- и макро- уровнях и экономики в целом [16].

Термин «сбережения населения» допускает вариации трактования в силу сложности и многоаспектности обозначаемой им экономической категории. Развернутое определение дает Алиева И. А.: «Сбережения – это часть совокупного дохода домохозяйств (как заработанного, так и полученного), которая не направляется на текущее потребление, а резервируется в виде активов, сформированных с целью получения дополнительного дохода, страхования от непредвиденных случаев и повышения материального статуса, позволяющих сохранять привычный уровень потребления при изменении располагаемого дохода и их дальнейшего использования для удовлетворения своих потребностей в будущем или формирования богатства» [6].

Таким образом, сущность денежных сбережений домохозяйства состоит в обеспечении в будущем его отложенных потребностей: непосредственно – через потребление товаров и услуг или опосредованно – через воспроизведение с помощью инвестиционных инструментов.

С точки зрения механизма формирования, под сбережениями домохозяйства обычно понимается часть доходов, оставшаяся в свободном распоряжении после уплаты обязательных платежей и личных расходов. При этом сбережения могут рассматриваться как аккумулированный к какому-то моменту времени объем денежных средств или как прирост сбережений в течение некоторого временного периода.

В зависимости от вида использования сбережений выделяют традиционную и инвестиционную финансовую стратегию (Рис. 1). Первая подразумевает, что сбережения могут направляться на формирование наличности, депозитов или покупку недвижимости. Реализация инвестиционной стратегии означает трансформацию сбережений в активы финансового рынка: ценные бумаги, страховые или пенсионные продукты.

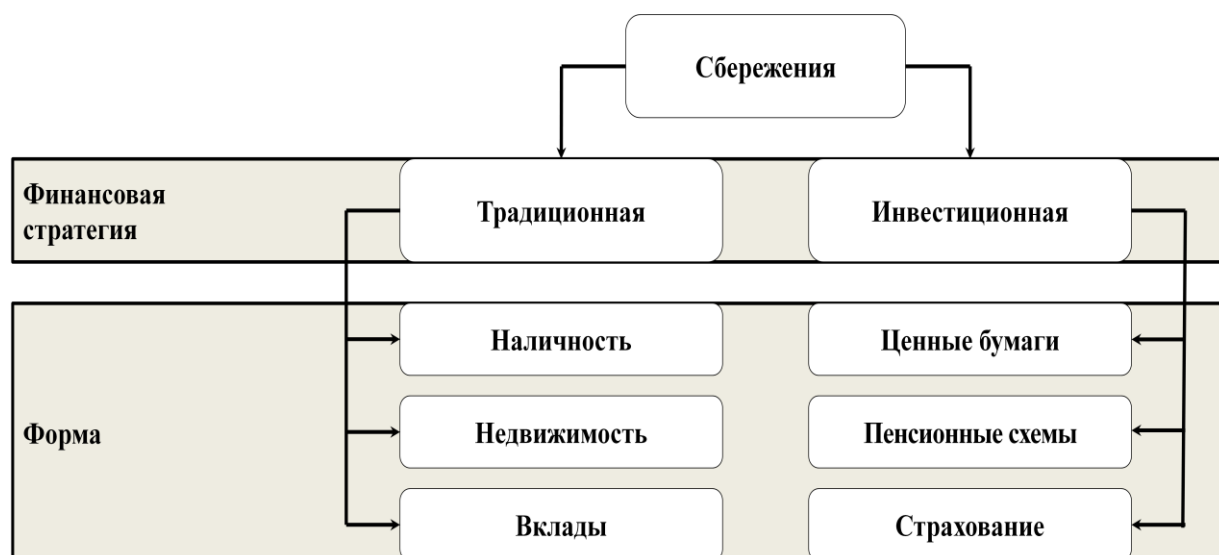


Рис. 1. Структура сбережений по виду их использования

Наличность – форма неорганизованных сбережений, которые не задействованы в экономике и потому для нее бесполезны. Домохозяйства в отличие от других участников финансового рынка должны передать им свои сбережения, чтобы превратить их в инвестиции и получить дополнительный доход [39]. В таких организованных, прозрачных сбережениях населения заинтересовано и государство, ведь они насыщают финансовый фонд экономики и обеспечивающих расширенное воспроизводство посредством финансовых институтов.

Именно такая роль – фактор роста производства и благосостояния населения – отводится сбережениям домохозяйств согласно неоклассической теории сбережений межвременного выбора (пришедшей на смену кейнсианскому подходу, в котором сбережения полностью определялись доходом и оценивались скорее негативно) [46]. К основным неоклассическим концепциям, предполагающих рациональное поведение домохозяйств, относят концепции перманентного дохода М. Фридмена и жизненного цикла Ф. Модильяни.

Первая исходит из того, что размер потребления семьи определяется не абсолютным, а перманентным доходом, позволяющем семье поддерживать постоянным привычный уровень жизни независимо от временных колебаний

доходов [103]. Основная идея гипотезы Ф. Модильяни [115] (за разработку которой ученый получил в 1985 г. премию национального Шведского банка памяти Альфреда Нобеля с формулировкой «за анализ финансовых рынков и поведения людей в отношении сбережений» [102]), заключается в том, выравнивание уровня потребления происходит в течение всей жизни человека, поэтому в молодости, в период низких доходов, люди одалживают, в среднем возрасте, когда доходы максимальны, – сберегают, а в пожилом возрасте, когда доходы вновь падают, – тратят накопленное.

Критикуют концепцию жизненного цикла за то, что в ней не уделяется должного внимания другим немаловажным реальным факторам, воздействующим на сбережения [70]. Современная поведенческая экономика характеризуется разноплановым уточнением этих концепций [52, 91, 93, 109, 118].

В частности, мотивы формирования сбережений домохозяйствами стали рассматриваться шире. Так, например, Кацуба Е. Е. [39] выделяет три группы мотивов: связанные с потреблением (обеспечение экономической и социальной безопасности человека, содержание семьи, приобретение товаров и услуг длительного пользования, соблюдение традиций, обеспечение старости или потребностей в отдыхе и развлечениях), с получением дохода (инвестиционные активы, накопления для создания/расширения бизнеса) и с образованием вынужденных сбережений (неосознанно или в силу трудности их освоения: несоответствие предлагаемых благ спросу на них, превышение возможностей над потребностями и другие).

В последние десятилетия эволюционировал и спектр факторов, оказывающих влияние на процесс формирования сбережений. Среди основных факторов, предопределяющих сберегательную активность населения, – социально-экономические. К ним относятся уровень доходов, развитие финансового рынка и его доходность, тип и параметры системы налогообложения, пенсионной системы, инфляция, процентная ставка, демографические факторы, социальные особенности и другие. На

сбережения также влияют политическая система, обстановка в стране, а также факторы психологического характера, выражающиеся в особенностях поведения людей в процессе принятия экономических решений. Существуют и другие классификации факторов сберегательного поведения домохозяйств [22, 51, 52, 114].

Большинство ученых сходятся в том, что в краткосрочной перспективе ключевой детерминантой сберегательного поведения населения являются его доходы: по мере роста доходов возрастают и сбережения [22, 51].

В авторитетном исследовании Лоайзы [114], в котором были проанализированы панельные данные по 150 странам за 30 лет, были установлены факторы, оказывающие положительный и отрицательный эффекты на частные сбережения. Кроме доходов, также положительно на сбережения влияет темп инфляции, поскольку в условиях макроэкономической неопределенности люди склонны сберегать больше для формирования так называемой «подушки безопасности». К снижению сбережений населения приводит рост финансовых показателей (реальная ставка процента, размер потоков частного внутреннего кредита относительно дохода), параметров фискальной политики (норма государственных сбережений), демографических переменных (коэффициент урбанизации и соотношения трудоспособного населения и молодых, старых иждивенцев).

Существенный вклад в развитие теории детерминант сберегательного поведения населения внесли Г. Хондроянис (G. Hondroyiannis) [105], О. Бандиера (O. Bandiera) [95], Ф. Хюфнер (F. Hüfner) и И. Коске (I. Koske) [107], Ч. Хориока (Ch. Horioka) и А. Терада-Хагивара (A. Terada-Hagiwara) [106], Л. ДеМелло (L. DeMello) [101], А. Коласа (A. Kolasa), и Б. Либерда (B. Liberda) [113], Р. Кристадоро (R. Cristadoro) и Д. Маркони (D. Marconi) [100], Т. Кирсанова (T. Kirsanova) и Д. Сефтон (J. Sefton) [111], А. Каптейн (A. Kaptein) [110] и другие.

Однако до сих пор научное сообщество не пришло к консенсусу относительно характера влияния на сбережения различных факторов [92].

Это объясняется тем, что весьма затруднительно, во-первых, оценить влияние многих факторов в силу их неявного действия, а во-вторых, учесть различные условия проведения экспериментов (национальные и институциональные).

Сбережения населения играют важную роль в аспекте финансирования систем пенсионного обеспечения граждан. Эксперты Всемирного Банка еще в 1994 году в своем докладе «Предупреждение всемирного кризиса старения» (Averting the Old Age Crisis) [94] показали, что общемировые тенденции роста продолжительности жизни приводят к стремительному старению населения, что в свою очередь порождает дефицит солидарной пенсионной системы. Отсюда остро встают вопросы ее реформирования и переход к накопительным пенсионным системам. Последние предполагают отчисление части текущего дохода работающих граждан на индивидуальные счета и их инвестирование в различные финансовые инструменты с целью создания источника дополнительных выплат своим владельцам после завершения ими трудовой деятельности [87]. Современные международные пенсионные системы сочетают в себе распределительные и накопительные элементы. Такие смешанные пенсионные системы оптимальны в плане финансовой стабильности и уровня выплачиваемых пенсий [79].

С точки зрения вопросов государственного регулирования, необходимо отметить, что хотя в руках государства находится управление финансовыми показателями и фискальной политикой, эти механизмы имеют не такое ярко выраженное влияние на сбережения, как доходы, которые, в свою очередь, более инертны. В целом политика стимулирования сбережений через рост доходов более эффективна.

Таким образом, доходы домохозяйства, его сбережения и инвестиции – неразрывно связанные элементы его финансового бюджета, влияющие не только друг на друга, но и на всю социально-экономическую систему в целом: доходы являются главной детерминантой сбережений, а сбережения,

трансформированные в инвестиции, служат источником экономического роста (Рис. 2).

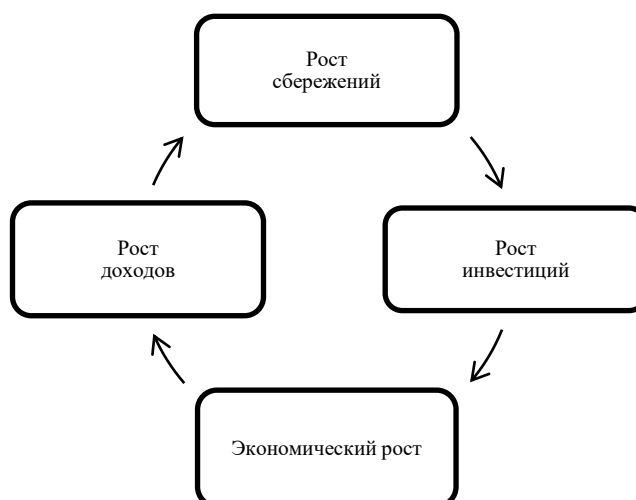


Рис. 2. Взаимосвязь доходов, сбережений, инвестиций и экономического роста

Вопросы регулирования сберегательного поведения населения актуальны, обширны и находятся в сложном взаимодействии со всеми сферами жизни общества.

Реализация политики стимулирования сберегательного поведения (в организованных формах) позволяет достичь следующих благоприятных социально-экономических эффектов:

- повышение темпов экономической и предпринимательской деятельности;
- расширение финансовых резервов экономики;
- укрепление национального финансового рынка;
- стабилизация социальных и демографических процессов;
- увеличение доверия населения к государству, снижение социальной напряженности.
- роста благосостояния населения.

## 1.2. Система оценивания показателей сбережений

Показатели сбережений населения наряду с показателями их доходов и расходов входят в группу синтетических показателей уровня жизни - важнейшей итоговой характеристики взаимодействующих социальных процессов. При этом в классическом анализе уровня жизни основное внимание уделяется статистике денежных доходов и расходов населения, оценке уровня доходов и дифференциации доходов. К этому направлению относятся работы С. А. Айвазяна, Т. Б. Великановой, В. Н. Жеребина, И. Б. Колмакова, А. Ю. Шевякова, F. A. E. Coulter, F. A. Cowell, S. P. Jenkins и др. [4, 13, 31, 42, 85, 86, 98].

Изучение вопросов измерения сбережений прослеживается в трудах Е. В. Авраамовой [1], Ю. Н. Иванова [34], Е. А. Ломовой [48], А. В. Луценко [49], С. А. Николаенко [56], Н. М. Римашевской [68], Л. Ю. Рыжановской [69], J. Späth, K. D. Schmid [125], Y. Kitamura, N. Takayama [112], M. Jäntti, E. Sierminska, P. Van Kerm [108], R. Ruggles [121] и др. Однако анализируются, как правило, только сосредоточенные показатели сбережений, а распределенные показатели не строятся, хотя им присуща еще большая неравномерность по сравнению с доходами.

Среди сосредоточенных ключевым индикатором является норма сбережений [30]. Она означает долю дохода, которая ушла на сбережение, а не потребление, и позволяет анализировать сберегательный потенциал отдельного домохозяйства или населения региона/государства [126]. Большинство эмпирических исследований сфокусировано на рассмотрении именно этого показателя и его зависимости от факторов различной природы.

Специалисты утверждают, что «теоретически, при прочих равных условиях норма сбережений в развивающихся странах должна быть выше, чем в развитых: более низкая норма сбережений характерна для стран с относительно большим накопленным богатством и относительно низким

уровнем процентных ставок» [18], однако важно также учитывать национальные особенности.

В последнее время в странах Еврозоны норма сбережений колеблется в районе 10-12%, в США и Канаде – на уровне 3-5%, в России в среднем составляет 12-14% [9, 126]. Приблизительные значения оптимальной нормы сбережений следующие: «для развитой страны она должна быть около 20%, для развивающейся – чуть более 20%, для быстрорастущей – примерно 25%» [55].

При этом расчет нормы сбережения не является строго однозначным и варьируется вследствие особенностей статистического учета в стране или в силу других причин. Система национальных счетов (СНС) определяет норму сбережений как отношение суммы сбережений населения и чистой стоимости его средств в пенсионных фондах к располагаемому доходу [10, 104].

В России основным источником статистики сбережений на макроуровне является Баланс денежных доходов и расходов населения (БДР). Он составляется на федеральном и региональном уровнях по отчетности предприятий, Федеральной налоговой службы, Банка России, Сбербанк России, министерств и ведомств. По информации, содержащейся в БДР, можно рассчитать объем сбережений населения, как сумму прироста сбережений во вкладах и ценных бумагах, прироста наличности и расходов на покупку валюты [8]. По данным БДР также можно вычислить норму сбережений как частное суммы сбережений и денежных доходов населения. Этот способ удобен для оценки сберегательного потенциала. Второй способ (по СНС), применяемый в целях межстранового анализа, состоит в том, что норма сбережений находится как соотношение валовых сбережений и валовых располагаемых доходов домохозяйств. Валовые сбережения можно получить, если из валового располагаемого дохода вычесть расходы на конечное потребление.

Микростатистику сбережений дают опросы населения. В настоящее время кроме выборочных обследований бюджетов домохозяйств Росстата реализуются и другие проекты в этой сфере, проводимые ведущими российскими исследовательскими центрами на регулярной основе. Наиболее известные из них «Российский мониторинг экономического положения и здоровья населения (RLMS)» (НИУ «Высшая школа экономики»), «Социально-экономический мониторинг» (ВЦИОМ), «Мониторинг финансовой активности населения» (Исследовательская группа ЦИРКОН), «Мониторинг уровня жизни населения России» (Левада-Центр).

Таким образом, существующие количественные методы оценки сбережений ограничиваются рассмотрением сосредоточенных показателей, при этом игнорируются качественные характеристики их структуры на этапах анализа, прогноза и управления. Кроме того, вследствие латентного характера сбережений, их количественные оценки сильно разнятся в зависимости от используемой методологии расчета, а слабая репрезентативность выборки в опросов Росстата на региональном уровне может давать недостоверные результаты.

Одной из комплексных характеристик экономической структуры общества также может служить дифференциация домохозяйств по размеру сбережений. Если в стране подавляющее число домохозяйств хранят свои сбережения в виде депозитов, то этот распределенный показатель может быть построен по статистике банковских вкладов.

В России распределение вкладов по размеру не будет исчерпывающе описывать реальную социально-экономическую структуру общества в связи со следующими важными национальными особенностями. Во-первых, примерно только у четверти населения есть срочные депозиты, а в неорганизованной форме хранят свои сбережения половина домохозяйств. Во-вторых, Агентство по страхованию вкладов (АСВ) располагает информацией по объему вкладов, а не по вкладчикам. Кроме того имеются и

методологические вопросы относительно того, что включать в понятие «вклады» и как вести учет различных счетов [53].

Строить распределение населения по размеру сбережений с помощью методов математического моделирования, используя как статистические, так и косвенные данные, впервые было предложено Чернавским Д. С. [83]. Позже его идею применили Ерофеев В. Т., Козловская И. С. [29] и сформулировали краевые задачи для плотности ансамбля семей по сбережениям. Были выполнены некоторые расчеты моделей в стационарных случаях.

Оказалось, что в развитых странах структура такого типа распределения на качественном уровне достаточно равномерна. В России она бимодальна и характеризуется низким удельным весом сбережений среднего класса в общем объеме сбережений и высокой долей несберегателей [84].

Согласно социологическим исследованиям, потребительской (т.е. несберегательной) модели финансового поведения придерживается порядка 80% домохозяйств, при этом этот показатель достаточно устойчив и несильно колеблется во времени. Среди сберегателей доля домохозяйств, использующих инвестиционные инструменты, составляет всего 2% [61].

В распространении инвестиционно-сберегательной модели поведения домохозяйств заинтересованы все участники финансового рынка: для домохозяйств инвестиции выступают источником дополнительного дохода, для хозяйственного сектора – источник средств для расширения производства (и более выгодный по сравнению с кредитами), для государства – ценный ресурс для долгосрочных инвестиций, который способствует экономическому росту.

Эти факты являются аргументами в пользу необходимости целенаправленного государственного вмешательства и регулирования вопросов, касающихся сбережений домохозяйств, поскольку стихийные рыночные механизмы саморегуляции не в состоянии обеспечить оптимальную структуру сбережений.

### **1.3. Разработка математических моделей оптимального управления дифференциацией домохозяйств по сбережениям как комплексной социально-экономической характеристикой общества**

Для разработки эффективных программ реализации политики государственного регулирования сбережений населения как части стратегического менеджмента социально-экономических систем, необходим обстоятельный подход к вопросам формулирования, измерения и оценки целевых ориентиров и результатов деятельности.

В основе современного стратегического менеджмента лежит идея управления по целям [27], которая заключается в определении, внедрении системы взаимосвязанных оценочных показателей деятельности, а также решения задач прогноза и управления ими. Поэтому в качестве математического аппарата удобно использовать методы теории оптимального управления.

При этом распределенные показатели, как известно, позволяют учитывать качественную структуру, в отличие от сосредоточенных показателей. Однако теория управления распределенными системами, которые описываются с помощью краевых задач для уравнений в частных производных, является менее изученной и разработанной лишь для частных случаев.

В теории оптимального управления распределенными системами заметное место занимают работы В. М. Алексеева, В. М. Тихомирова [5], А. Г. Бутковского [12], А. И. Егорова [28], В. И. Иваненко [33], Т. К. Сиразетдинова [71], А. В. Фурсикова [81], Э. Я. Рапопорта [65], а также V. Barbu [96], J.-L. Lions [47], A. Bensoussan [97], I. Ekeland, R. Temam [89].

В данном исследовании подход к регулированию частных сбережений основывается на таком распределенном показателе, как дифференциация населения по сбережениям, комплексно характеризующая социально-экономическую структуру общества.

Для количественной оценки распределения домохозяйств по размеру сбережений использовалась динамическая модель Ерофеев В. Т., Козловской И. С. [29]. Она представляет собой начально-краевую задачу для дифференциального уравнения в частных производных параболического типа, полученного для ансамбля семей, схожих по своей экономической деятельности:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{F}(x, t) \cdot u(x, t)) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (b \cdot u(x, t)) = f(x, t), \\ u(x, 0) = u_{start}(x), \\ u(0, t) = u_0(t), \\ u(L, t) = u_L(t). \end{cases} \quad (1)$$

В (1):  $x$  – сбережения ( $x \in [0, L]$ ),  $t$  – время ( $t \in [0, \tau]$ ), искомая функция  $u(x, t)$  означает долю домохозяйств со сбережениями от  $x$  до  $x + \Delta x$  в момент времени  $t$  (т.е. плотность распределения ансамбля семей по сбережениям [29, 84]),  $\tilde{F}(x, t) = F(x, t) + c$ ,  $b, c$  – диффузия и снос случайного процесса, моделирующего неопределенность системы (далее рассматривается винеровский процесс с  $b = const$ ,  $c = 0$ , поэтому  $\tilde{F}(x, t) = F(x, t)$ );  $F(x, t)$  – скорость изменения сбережений домохозяйств,  $f(x, t)$  – функция притока домохозяйств в кластер (или оттока из него),  $u_0$  – доля домохозяйств-несберегателей,  $u_L$  – доля домохозяйств со сбережениями  $L$ ,  $u_{start}$  – распределение домохозяйств по размеру сбережений в начальный момент времени. В уравнении (1) постоянный множитель  $1/2$  унаследован из уравнения диффузии.

В качестве пространства решений  $u(x, t)$  будем рассматривать  $L_2([0, L]; [0, \tau])$ .

В начальный момент времени все домохозяйства распределены по сбережениям в пределах отрезка, т.е.  $N \int_0^L u(x, 0) dx = 1$ .

Достоинство математической модели (1) заключается в ее гибкости. Это проявляется, например, в том, что с ее помощью можно анализировать как все общество, так и отдельные его группы, например, средний класс.

Существует множество подходов к критериям отнесения к среднему классу. Классическим является доходный подход. Однако в зависимости от целей исследования также могут использоваться критерии, связанные с наличием/отсутствием собственности и сбережений, уровнем образования, профессиональной деятельностью, самоидентификацией и прочие. Многие социологи подчеркивают, что отличительной чертой среднего класса от прочих страт общества является то, что его основным капиталом служат знания [74].

Его поведение обычно характеризуется специфическим комплексом ценностных установок: это и рациональное мышление, и ответственность, стремление к улучшению собственного благосостояния и навыки долгосрочного финансового планирование, высокая экономическая активность. Поэтому средний класс можно считать типажом теоретических моделей сберегательного поведения населения [2].

Роль среднего класса в обществе состоит в том, что он, обладая развитым человеческим капиталом, обеспечивает технологическую и социально-экономическую устойчивость страны и содействует ее развитию. Другой его важной социальной функцией является трансляция освоенных им новых практик нижним слоям общества, в том числе сберегательно-инвестиционной культуры [3]. В связи с этими обстоятельствами считаем, что государственное стимулирование сберегательного поведения целесообразно начинать со среднего класса.

Таким образом, средний класс – двигатель процесса распространения культуры инвестирования и в целом социально-экономического прогресса, поскольку его представители могут рационально инвестировать свои сбережения и в тоже время нести ответственность за свои рискованные решения.

Реализация мер государственного регулирования, направленных на сокращение доли несберегателей в среднем классе, приведет к следующим благоприятным социально-экономическим эффектам:

- повышению уровня сбережений в кластере;
- активизации инвестиционного поведения в кластере;
- трансляции культуры инвестирования нижним слоям общества;
- увеличению удельного веса сбережений среднего класса в общем объеме частных сбережений;
- достижению более равномерного распределения сбережений среди всего населения.

Пусть в стратегии развития региона или государства определена желаемая дифференциация домохозяйств по размеру сбережений  $u^*(x, t)$ . Тогда задача достижения заданного целевого распределения мерами политики активизации сберегательного поведения населения и снижения доли несберегателей  $u(0, t)$  может быть сформулирована в виде задачи оптимального управления распределенной системой (1), которая заключается в следующем.

Необходимо отыскать такой закон изменения доли несберегателей во времени

$$upr(t) = u(0, t), \quad (2)$$

который бы обеспечил максимальное приближение распределения домохозяйств по размеру сбережений к заданному целевому распределению  $u^*(x, t)$ , т.е. минимизацию функционала:

$$J(u, upr) = \int_0^\tau \int_0^L (u(x, t) - u^*(x, t))^2 dx dt + \alpha \int_0^\tau upr^2(x, t) dt \rightarrow \min, \quad (3)$$

где  $upr(t) \in L_2(0, \tau)$ ,  $\alpha$  – некоторый положительный параметр, называемый ценой управления. С помощью него можно регулировать вклад второго слагаемого в значение функционала. При реализации практических задач управления обычно стремятся к тому, чтобы этот вклад был соизмерим с погрешностью измерения значения исследуемой функции.

Сформулированная задача оптимального управления (1)-(3) относится к типу задач с граничным управлением и распределенным наблюдением. Она формализует на математическом языке задачу отыскания оптимальной доли несберегателей с целью достижения определенной, желаемой структуры по сбережениям в обществе или в его отдельной группе (в среднем классе).

Как нами было упомянуто выше, распределение по сбережениям в России показывает малочисленность среднего класса и доли их сбережений в общем объеме сбережений. Разброс значений в численности среднего класса согласно различным социологическим исследованиям достаточно большой: от 7% до 50% в зависимости от критериев отнесения [74].

Отметим, что средний класс в России несет на себе большую нагрузку. У малообеспеченных и среднего класса обязательные платежи и взносы в структуре доходов имеют большой вес. Однако при этом программы государственной социальной помощи ориентированы на социально-уязвимые слои населения, поэтому среднему классу в стремлении улучшить свое финансовое состояние приходится рассчитывать исключительно на свои силы. Социальная несправедливость также заключается в том, что в существующей в России системе пенсионного обеспечения на этапе формирования солидарного пенсионного фонда средний класс играет роль донора по отношению к низкооплачиваемым работникам. Накопительные схемы пока не эффективны.

В то же время, государство заинтересовано также в укреплении и расширении среднего класса. В долгосрочной стратегии социально-экономического развития России предусмотрен рост численности среднего класса (на 2010 г. средний класс составлял 22%): согласно инновационному и форсированному сценарию доля среднего класса увеличится до 50% к 2030 г., в консервативном варианте – до 37%. Разработчики проекта отмечают, что «создание полноценного среднего класса в России изменит структуру потребления, обеспечив сдвиг спроса в сторону продукции более высокого качества, создаст благоприятные предпосылки для расширения

гражданской и общественной активности, развития процессов самоорганизации в обществе» [63].

Задача управления приростом среднего класса в аспекте структуры сбережений может быть сформулирована в виде задачи оптимального следующим образом. Требуется найти такой закон притока населения в средний класс

$$upr(x, t) = f(x, t), \quad (4)$$

который бы обеспечил максимальное приближение распределения домохозяйств по размеру сбережений к заданному целевому распределению  $u^*(x, \tau)$  к моменту времени  $\tau$ , т.е. минимизировал функционал:

$$J(u, upr) = \int_0^L \left( u(x, \tau) - u^*(x, \tau) \right)^2 dx + \alpha \int_0^L \int_0^\tau upr^2(x, t) dx dt \rightarrow \min, \quad (5)$$

где  $upr(x, t) \in L_2([0, L]; [0, \tau])$ . Задача (1), (4)-(5) – с распределенным управлением и финальным наблюдением.

Она может рассматриваться также в аспекте всего общества. Тогда управление (4) будет трактоваться как поток мигрантов. Такая постановка может быть востребована в странах Еврозоны, где в последние годы заметно возрос поток мигрантов.

Активизация инвестиционно-сберегательного поведения в среднем классе приводит не только к увеличению доходов, сбережений и инвестиций в кластере, но благоприятно сказывается и на всей экономике, увеличивая ее производственные мощности, что в свою очередь способствует росту доходов и у малообеспеченных слоев и их передвижению в средний класс, расширению среднего класса (Рис. 3).

С точки зрения математического описания взаимосвязи этих задач, можно сказать следующее. В случае общего целевого распределения  $u^*$  процесс решения можно разделить на два этапа: на первом этапе решается задача (1)-(3) и определяется оптимальное управляющее воздействие, которое затем используется в виде граничного условия в задаче (1),(4)-(5).

Такой подход моделирует одновременно реализацию политики стимулирования сбережений и социальной политики, способствующей росту среднего класса. Эта идея лежит в основе статьи [116].

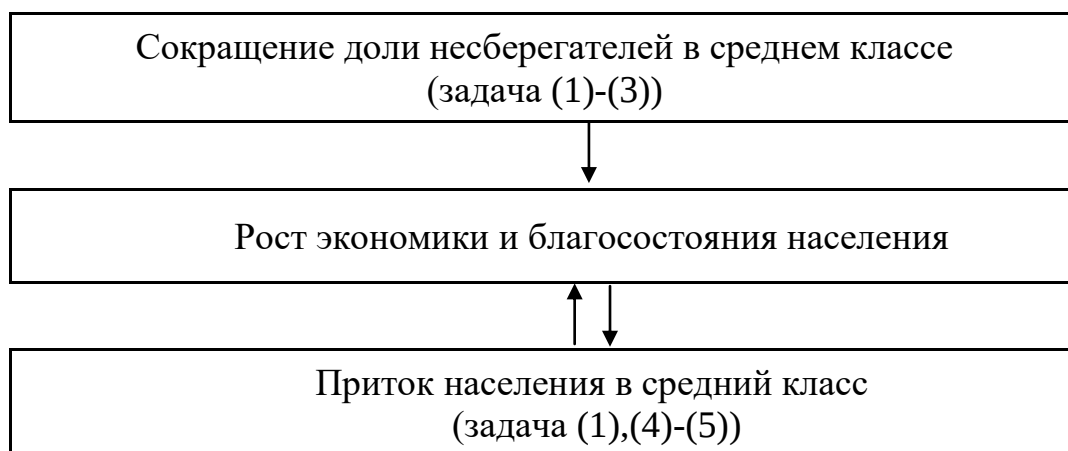


Рис. 3. Взаимосвязь задач регулирования доли несберегателей и притока населения в средний класс.

Используя подобного рода рассуждения, можно сформулировать задачи оптимального управления дифференциацией населения по сбережениям с различными типами управлений и наблюдений. Кроме того, предложенные математические постановки задач управления можно наполнять различным смысловым содержанием и использовать для моделирования целого ряда процессов и явлений, чья динамика описывается исходным параболическим уравнением системы (1) и для которых важен распределенный характер изменения параметров. Например, начально-краевую задачу (1) можно интерпретировать в терминах распределения объема продаж компании по стоимости заказов, как это было сделано в [117].

Таким образом, задачи государственного регулирования сбережений домохозяйств могут быть сформулированы в виде задач управления дифференциацией населения по сбережениям как комплексной характеристикой социально-экономического состояния общества с помощью математического аппарата теории оптимального управления системами с распределенными параметрами.

### 1.4. Краткие выводы по Главе 1

Глава была посвящена обоснованию значимости государственного регулирования сбережений домохозяйств.

- 1) Были рассмотрены теоретические вопросы, касающиеся категории сбережений домохозяйств, их форм, влияющих факторов и мотивов сберегательного поведения. Показана важная и многоаспектная роль сбережений домохозяйств в социально-экономической системе, обоснована необходимость реализации государственной политики стимулирования инвестиционно-сберегательного поведения для обеспечения устойчивого развития экономической системы.
- 2) Были проанализированы вопросы количественного измерения сбережений на макро- и микро-уровнях: рассмотрены основные сосредоточенные показатели, которые можно построить на основе статистической информации, а также распределенный показатель, комплексно характеризующий социально-экономическое состояние общества, – дифференциацию населения по сбережениям, который можно построить по математической модели с помощью комбинированных данных.
- 3) На основе проведенного анализа были предложены математические модели, формализующие задачи государственного регулирования в области сбережений домохозяйств, основанные на применении аппарата теории оптимального управления к распределенному показателю сбережений – дифференциации населения по размеру сбережений.

## ГЛАВА 2. ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ СБЕРЕЖЕНИЯМИ ДОМОХОЗЯЙСТВ

### 2.1. Математическое обеспечение решения задач управления сбережениями домохозяйств с учетом их распределенного характера

Рассмотрим вопросы математического обеспечения решения задач управления, сформулированные в Главе 1:

- задачу активизации сберегательного поведения населения, которая формулируется в виде задачи управления (1)-(3) и состоит в отыскании закона снижения доли несберегателей во времени, который обеспечивает максимальное приближение дифференциации населения по сбережениям к заданной целевой структуре)
- и задачу наращивания среднего класса в аспекте сбережений (которая формулируется в виде задачи (1), (4), (5) и состоит в отыскании такого закона притока населения в средний класс, который обеспечит максимальное приближение к целевой структуре по сбережениям).

Задача (1)-(3) относится к типу граничного управления, распределенного наблюдения, задача (1), (4)-(5) – задача распределенного управления и финального наблюдения. Обе задачи также относятся к задачам с компромиссным управлением, поскольку функционалы (3) и (5) явно зависят от управления.

Поскольку в уравнение состояния, а также в начальное и граничные условия краевой задачи (1) функция управления входит линейно, то определен линейный оператор  $\Lambda$ , который ставит в соответствие каждому управлению  $upr$  единственную функцию  $u$  состояния системы:  $\Lambda upr = u$ . Обозначим символом  $upr_o$  оптимальное управление, а  $\delta upr$  – его вариацию:  $\delta upr = v - upr_o$ .

Свойством линейности оператора  $\Lambda$  обеспечивается справедливость равенств:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Lambda(\text{upr}_o + t\delta\text{upr}) - \Lambda\text{upr}_o}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Lambda\text{upr}_o + t\Lambda\delta\text{upr} - \Lambda\text{upr}_o}{t} = \Lambda\delta\text{upr}, \quad (6)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{(\text{upr}_o + t\delta\text{upr}) - \text{upr}_o}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\text{upr}_o + t\delta\text{upr} - \text{upr}_o}{t} = \delta\text{upr}. \quad (7)$$

Функционал (3) является непрерывным, выпуклым (в силу линейности  $\Lambda$ ) и коэрцитивным (в силу своего второго слагаемого). Таким образом, задача граничного управления (1)-(3) имеет решение, т.е. существует оптимальное управление  $\text{upr}_o$ , доставляющее минимум функционалу (3) [88]. Аналогично рассуждая, устанавливается существование решения задачи с распределенным управлением (1), (4), (5).

На современном этапе развития теория оптимального управления распределенными системами обладает весьма разнообразным математическим аппаратом в части вывода систем оптимальности. К числу самых известных и распространенных методов относятся принцип максимума Понтрягина, принцип оптимальности Беллмана, принцип Лагранжа и их модификации. Отметим, однако, что вывод систем оптимальности для разных классов задач оптимального управления различен и зависит от конкретной прикладной задачи.

В данной работе получение необходимых условий разрешимости задач оптимизации и явных формул для нахождения оптимальных управляющих воздействий основано на вариации принципа Лагранжа для абстрактной экстремальной задачи в формулировке Иоффе А. Д., Тихомирова В. М. [37].

Согласно ней необходимым условием экстремума функционала является равенство нулю его первой вариации:

$$\delta J(u, \text{upr}_o) = 0. \quad (8)$$

Будем использовать удобную в применении схему вывода системы оптимальности, предложенную А. В. Фурсиковым и состоящую из следующих этапов: проверка условий, гарантирующих справедливость

принципа Лагранжа, вывод сопряженной краевой задачи с помощью формулы Грина, применение принципа Лагранжа [81].

Рассмотрим задачу граничного управления (1)-(3).

Вычислим производную по Гато целевого функционала (3) на элементе  $upr_o$ , доставляющем минимум этому функционалу [14], и учтем равенства (6), (7):

$$\begin{aligned} \langle J'(upr_o), \delta upr \rangle &= 2 \int_0^L \int_0^\tau (\Lambda upr - u^*) \cdot \Lambda' upr_o dx dt + 2\alpha \int_0^\tau upr_o \cdot upr'_o dt = \\ &= 2 \int_0^L \int_0^\tau (\Lambda upr - u^*) \cdot \Lambda \delta upr dx dt + 2\alpha \int_0^\tau upr_o \cdot \delta upr dt. \end{aligned} \quad (9)$$

Поэтому условие (9) можно записать в виде

$$\int_0^L \int_0^\tau (u(x,t) - u^*(x,t)) \cdot \tilde{u}(x,t) dx dt + \alpha \int_0^\tau upr_o \cdot \delta upr dt = 0, \quad (10)$$

где  $\tilde{u}(x,t)$  ( $\tilde{u} = \Lambda \delta upr = \Lambda' upr_o$ ) есть вариация решения, представляющая собой производную функции состояния системы, вычисленную по функции оптимального управления на оптимальном элементе,  $\delta upr = v - upr_o$  - вариация управления.

Запишем проварьированную начально-краевую задачу (1):

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (F \cdot \tilde{u}) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (b \cdot \tilde{u}) = 0, \\ \tilde{u}(x,0) = 0, \\ \tilde{u}(0,t) = \delta upr, \\ \tilde{u}(L,t) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Умножим уравнение состояния проварьированной задачи (11) на пока произвольную функцию  $p(x,t)$  и проинтегрируем по области  $\Omega_t = [0, L] \times [0, \tau]$ :

$$\int_{\Omega_t} p \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} dx dt + \int_{\Omega_t} p \frac{\partial}{\partial x} (F \cdot \tilde{u}) dx dt - \frac{1}{2} \int_{\Omega_t} p \frac{\partial^2}{\partial x^2} (b \cdot \tilde{u}) dx dt = 0. \quad (12)$$

Последнее выражение после применения к нему формулы Грина и с учетом начально-краевых условий (11) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} & \int_0^L p \tilde{u} \big|_{t=\tau} dx - \int_0^L \int_0^\tau \tilde{u} \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial t} + F \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{2} b \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) dx dt - \frac{1}{2} \int_0^\tau b p \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \bigg|_0^L dt - \\ & - \int_0^\tau \left( p F + \frac{1}{2} b \frac{\partial p}{\partial x} \right) \delta u_{pr} \big|_{x=0} dt = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Потребуем, чтобы функция  $p(x, t)$  удовлетворяла следующим условиям, записанным в виде обратной по времени краевой задачи:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} + F \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{2} b \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = u - u^*, \\ p(x, \tau) = 0, \\ p(0, t) = 0, \\ p(L, t) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Тогда принимая во внимание (14), уравнение (13) упростится:

$$\int_0^L \int_0^\tau (u(x, t) - u^*(x, t)) \cdot \tilde{u}(x, t) dx dt - \int_0^\tau \delta u_{pr} \left( F p + \frac{1}{2} b \frac{\partial p}{\partial x} \right) \bigg|_{x=0} dt = 0. \quad (15)$$

Приравнявая последнее интегральное тождество (15) и выражение для первой вариации целевого функционала (10) и объединяя вторые слагаемые под один интеграл, приходим к условию

$$\int_0^\tau \delta u_{pr} \cdot \left[ F p + \frac{1}{2} b \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha u_{pr_o} \right] \bigg|_{x=0} dt = 0. \quad (16)$$

Откуда в силу произвольности вариации управления  $\delta u_{pr} (\neq 0)$  определяем формулу для нахождения оптимального управляющего воздействия:

$$u_{pr_o}(t) = - \frac{b}{2\alpha} \frac{\partial p}{\partial x} \bigg|_{x=0}. \quad (17)$$

Отметим, что достоинством данного подхода является то, что закон оптимального управления получен в явном виде.

Необходимые условия разрешимости задачи (1)-(3) представляют собой совместное решение системы дифференциальных уравнений, состоящей из прямой по времени краевой задачи для функции  $u(x, t)$  и обратной по времени краевой задачи (14) для сопряженной функции  $p(x, t)$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(F(x) \cdot u)}{\partial x} - \frac{b}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t), \\ u(x, 0) = u_{start}, \\ u(0, t) = -\frac{b}{2\alpha} \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0}, \\ u(L, t) = u_L, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + F(x) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{b}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = u - u^*, \\ p(x, \tau) = 0, \\ p(0, t) = 0, \\ p(L, t) = 0. \end{array} \right. \quad (18)$$

Система оптимальности (18) не содержит функции управления в явном виде.

Таким образом, основная идея подхода к управлению дифференциацией домохозяйств по размеру сбережений как задачей активизации сберегательного поведения населения с математической точки зрения заключается в решении оптимизационной системы (18) и нахождения оптимального закона сокращения доли несберегателей во времени по правилу (17).

Произведем аналогичную процедуру для случая регулирования потока в средний класс, которая представляет собой задачу распределенного управления (1), (4), (5), рассмотренную нами в [60].

В данном случае условие (8), означающая равенство нулю производной по Гато целевого функционала (5) на элементе  $upr_o$ , запишется в виде:

$$\int_0^L \left( u(x, \tau) - u^*(x, \tau) \right) \cdot \dot{\tilde{u}}(x, \tau) dx + \alpha \int_0^L \int_0^\tau upr_o \cdot \delta upr dx dt = 0. \quad (19)$$

Проварьрируем дифференциальную задачу (1),(4),(5):

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (F \cdot \tilde{u}) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (b \cdot \tilde{u}) = \delta upr, \\ \tilde{u}(x, 0) = 0, \\ \tilde{u}(0, t) = 0, \\ \tilde{u}(L, t) = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Умножим уравнение состояния проварьрированной задачи (20) на произвольную функцию  $p(x, t)$  и проинтегрируем по области  $\Omega_t = [0, L] \times [0, \tau]$ :

$$\int_{\Omega_t} p \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} dx dt + \int_{\Omega_t} p \frac{\partial}{\partial x} (F \cdot \tilde{u}) dx dt - \frac{b}{2} \int_{\Omega_t} p \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} dx dt = \int_{\Omega_t} p \delta upr dx dt. \quad (21)$$

Применим к последнему выражению формулу Грина и, учитывая граничные условия из (20), получим:

$$\begin{aligned} & \int_0^L p \tilde{u} |_{t=\tau} dx - \int_0^L \int_0^\tau \tilde{u} \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial t} + F \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{2} b \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) dx dt - \frac{1}{2} b \int_0^\tau p \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \Big|_0^L dt - \\ & - \int_0^L \int_0^\tau p \delta upr dx dt = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Пусть функция  $p(x, t)$  удовлетворяет краевой задаче:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} + F \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{2} b \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0, \\ p(x, \tau) = u(x, \tau) - u^*(x, \tau), \\ p(0, t) = 0, \\ p(L, t) = 0. \end{cases} \quad (23)$$

Тогда учитывая необходимое условие (19) экстремума целевого функционала (5), интегральное тождество (22) можно записать

$$\int_0^L \int_0^\tau p \cdot \delta u_{pr} dx dt + \alpha \int_0^L \int_0^\tau u_{pr_0} \cdot \delta u_{pr} dx dt = 0. \quad (24)$$

Откуда в силу произвольности вариации управления получаем формулу для нахождения оптимального управляющего воздействия:

$$u_{pr_0}(x, t) = -\frac{p(x, t)}{\alpha}. \quad (25)$$

Таким образом, исключая управление из (1) с помощью (26), система оптимальности для задачи (1), (4), (5) принимает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Fu) - \frac{b}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{p(x, t)}{\alpha}, \\ u(x, 0) = u_{start}, \\ u(0, t) = u_0, \\ u(L, t) = u_L, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + F \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{2} b \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0, \\ p(x, \tau) = u(x, \tau) - u^*(x, \tau), \\ p(0, t) = 0, \\ p(L, t) = 0. \end{array} \right. \quad (26)$$

Определив из системы оптимальности (26) искомые функции  $u(x, t)$ ,  $p(x, t)$ , найдя оптимальное управляющее воздействие по формуле (25).

В дальнейшем в силу большей практической значимости рассматривается только первая задача управления.

Отметим две важные особенности системы оптимальности. Первая заключается в том, что она не зависит от функции управления. Оптимальное управляющее воздействие находится по явной формуле после решения этой системы оптимальности. Вторая особенность – в том, что система оптимальности состоит из совместного решения двух краевых задач: прямой по времени задачи относительно искомой функции состояния и обратной по времени задачи для сопряженной функции.

Для линейных задач оптимального управления с выпуклым целевым функционалом система оптимальности оказывается не только необходимым, но и достаточным условием существования экстремума [81].

Таким образом, задача оптимального управления по сути сведена к решению системы оптимальности, решать которую гораздо удобнее, нежели исходную задачу управления. С этой целью, например, могут использоваться сеточные численные методы (метод конечных элементов, метод конечных разностей и их вариации), реализованные во многих прикладных пакетах.

## 2.2. Методика получения количественных оценок управляющих воздействий на сбережения домохозяйств

Разработанное математическое обеспечение решения задач управления, описанное в п.2.1 настоящего исследования, легло в основу методики получения количественных оценок управляющих воздействий на сбережения домохозяйств, способствующей повышению обоснованности управленческих решений в области частных сбережений. Предлагаемая методика состоит из последовательного выполнения четырех этапов:

- 1) анализ сбережений домохозяйств в регионе;
- 2) определение целей развития региона в области сбережений;
- 3) определение оптимальных управляющих воздействий на дифференциацию домохозяйств по размеру сбережений;
- 4) оценка социально-экономических факторов.

Опишем каждый из этапов подробно.

### ***Этап 1. Анализ сбережений домохозяйств в регионе.***

Предварительно проводится общий анализ состояния социально-экономического развития, рассматриваются характеризующие уровень жизни населения показатели доходов, расходов и сбережений домохозяйств на основе макро- и микро- ретроспективной информации.

Дополняет существующую систему показателей текущая дифференциация домохозяйств по сбережениям как комплексная характеристика социально-экономической структуры общества. Она рассчитывается по математической модели Ерофеев В. Т., Козловской И. С. (1) на основе комбинированных данных. Построение такой в некотором смысле агрегированной величины условно разделено на два шага.

#### ***Шаг 1.1. Определение параметров математической модели***

Для оценки параметров модели используются модифицированный подход Чернявского Д.С., изложенный в работе [45] и примененный нами в

[59]. Согласно нему функция скорости изменения сбережений  $F(x, t)$  задается следующей формулой:

$$F(x, t) = \left(1 - k \cdot \Theta(\tilde{P}, 1)\right) \cdot \tilde{P} - \frac{x}{x+1} - B \cdot x \cdot \Theta(x, x_1), \quad (27)$$

где

$$\Theta(x, y) = \frac{x^8}{x^8 + y^8}, \quad (28)$$

$$\tilde{P}(x, t) = z(t) - A \cdot x \cdot \Theta(x, x_2). \quad (29)$$

Уравнение (27) представлено в безразмерной форме: за единицу сбережений принята величина прожиточного минимума, означающая полублагополучное существование семьи, за единицу времени – величина кругооборота денег в семье (т.е. 1 месяц). Здесь  $z = z(t)$  – функция среднего дохода семьи,  $x_1 = x_1(t)$ ,  $x_2 = x_2(t)$  – функции минимальной и средней цен элитарных товаров соответственно,  $k$  – коэффициент предельного налогообложения (в России – 35%),  $A$  – склонность к риску,  $B$  – максимальная доля ежедневных расходов, обеспечивающих благополучие семьи, в общем объеме сбережений. По статистическим данным определяются функции  $z$ ,  $f$ , а также величина максимальных сбережений  $L$ . По экспертным оценкам определяются  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $b$ ,  $A$ ,  $B$ . Временные ряды корректируются на темп инфляции.

Динамика изменения доли несберегателей  $u_0(t)$  определяется по данным социологических опросов по финансовому обследованию домохозяйств. Например, можно использовать панельные данные негосударственного проекта «Российский мониторинг экономического положения и здоровья населения (RLMS)», проводимого НИУ «Высшая школа экономики» ежегодно с 1994 г. [120]. Тогда функция  $u_0(t)$  строится как доля респондентов, которые на вопрос «Сколько рублей Ваша семья отложила в течение последних 30 дней?» ответили «Ничего не отложила».

Численные эксперименты показали, что модель наиболее чувствительна к параметрам  $z$ ,  $u_0$ , средняя чувствительность – к  $x_1$ ,  $x_2$ .

**Шаг 1.2.** *Получение количественных характеристик дифференциации домохозяйств по сбережениям*

Прямая задача (1) численно решается с помощью программного обеспечения. Рассчитанное распределение принимается за начальное  $u_{start}$ . Определяются вид распределения, соотношения уровней сбережений и их частоты. На основе полученных количественных характеристик распределения делается вывод о текущей дифференциации населения по размеру сбережений.

**Этап 2.** *Определение целей развития региона в области частных сбережений.*

Исходя из стратегии развития рассматриваемой экономической системы и проведенного анализа состояния сбережений, определяются вид и количественные характеристики целевого распределения домохозяйств по размеру сбережений (соотношения размеров сбережений и их частоты, доля несберегателей). Таким образом, целевая функция  $u^*$  аппроксимируется параболической функцией. Задача достижения целевого распределения домохозяйств по сбережениям за счет повышения сберегательной активности и снижения доли домохозяйств-несберегателей формализуется в виде задачи оптимального граничного управления (1), (2).

**Этап 3.** *Определение оптимальных управляющих воздействий на дифференциацию домохозяйств по размеру сбережений.*

Задача оптимального управления (1), (2), сведенная к решению оптимизационной системы (18), как было показано в п. 2.1, численно решается с помощью программного обеспечения. Находится оптимальный закон изменения доли несберегателей во времени в виде численно заданной функции. Решение системы в случае оптимального управления, равно как и само оптимальное управляющее воздействие, визуализируются в виде графиков распределения по временным срезам и динамики изменения во

времени. Производятся анализ сходимости и проверка устойчивости численного решения.

Таким образом, исходя из заданного на этапе 2 желаемого распределения домохозяйств по сбережениям, как комплексной характеристики экономической структуры общества, определяются количественные оценки снижения доли несберегателей, как целевого ориентира политики активизации сберегательного поведения населения, способствующие социально-экономическому прогрессу.

#### *Этап 4. Оценка социально-экономических факторов*

Для оценки экономических эффектов от оптимального изменения доли несберегателей проводится корреляционно-регрессионный анализ взаимосвязи этой величины и значимых социально-экономических факторов среды на основе ретроспективной статистической информации. По полученным регрессионным зависимостям определяются целевые ориентиры показателей развития рассматриваемой экономической системы. Полученные целевые ориентиры экономических показателей анализируются с точки зрения их достижимости. В случае маловероятного успеха их реализации, происходит возврат на этап 2, где задается менее амбициозная целевая функция. В случае получения вполне достижимых целевых показателей, выдвигаются предложения по их реализации в виде рекомендаций политики стимулирования сберегательного поведения населения.

Сформулированная методика позволяет региону осознавать свои цели в области частных сбережений и выстраивать стратегии развития для их достижения. Эффективная стратегия, учитывающая комплекс взаимосвязанных целевых ориентиров и содержащая проекты и мероприятия по повышению благосостояния граждан, является необходимым и современным инструментом регионального управления.

### 2.3. Краткие выводы по Главе 2.

Глава была посвящена разработке теоретико-методологического подхода к решению задач управления сбережениями домохозяйств с учетом их распределенного характера. Предлагаемый подход включает два элемента.

- 1) Необходимые условия разрешимости задач управления сбережениями домохозяйств, полученные в сильной форме, и формулы для нахождения оптимальных управляющих воздействий. С помощью модифицированного принципа Лагранжа исходные задачи управления сведены к решению оптимизационных систем, не зависящих явно от управлений. После решения систем оптимальности оптимальные управляющие воздействия могут быть получены по найденным зависимостям.
- 2) Методика получения количественных оценок управляющих воздействий на сбережения домохозяйств с учетом их распределенного характера, позволяющая повышать обоснованность управленческих решений в области сбережений населения.

## **ГЛАВА 3. ПРОТОТИП СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ОБЛАСТИ СБЕРЕЖЕНИЙ ДОМОХОЗЯЙСТВ**

### **3.1. Архитектура прототипа СППР**

Необходимость разработки прототипа системы поддержки принятия решений (СППР) в области сбережений домохозяйств вызвана тем, что расчет подобных математических моделей на практике – высоко трудозатратный процесс, а существующие программные среды, позволяющие произвести такого рода вычисления, сложны в освоении для неподготовленных пользователей.

В то же время СППР, являясь приложением с графическим пользовательским интерфейсом и проблемно-ориентированным программным обеспечением, удобно в использовании для конечного пользователя и обеспечивает его информационную поддержку в процессе принятия управленческих решений в области сбережений домохозяйств, реализуя описанную в п. 2.2 методику получения количественных оценок управляющих воздействий на сбережения домохозяйств.

В качестве инструмента программирования был выбран Matlab, который одновременно является и вычислительной средой, и языком программирования. Архитектура прототипа СППР представлена на рисунке 4. Разработанное программное обеспечение содержит пять функциональных модулей:

- «Savings.mlapp»;
- «direct.m»;
- «aim.m»;
- «control.m»;
- «plan.m».

Главный файл «Savings.mlapp» разработан в конструкторе приложений Matlab App Designer и обеспечивает ввод параметров и вывод результатов моделирования, а также вызывает расчетные модули.

Расчетные модули реализованы как Matlab-функции:

- расчетный модуль «direct.m» производит расчет динамики распределения населения по сбережениям;
- расчетный модуль «aim.m» производит визуализацию текущего и целевого распределений по сбережениям;
- расчетный модуль «control.m» производит расчет системы оптимальности в Comsol Multiphysics, обращаясь к нему через LiveLink (подробное описание разработки этого основного расчетного модуля приложения находится в следующем пункте 3.2. Модуль расчета оптимальных управляющих воздействий);
- расчетный модуль «plan.m» вычисляет и визуализирует планы изменения экономических показателей, соответствующих изменению доли несберегателей.

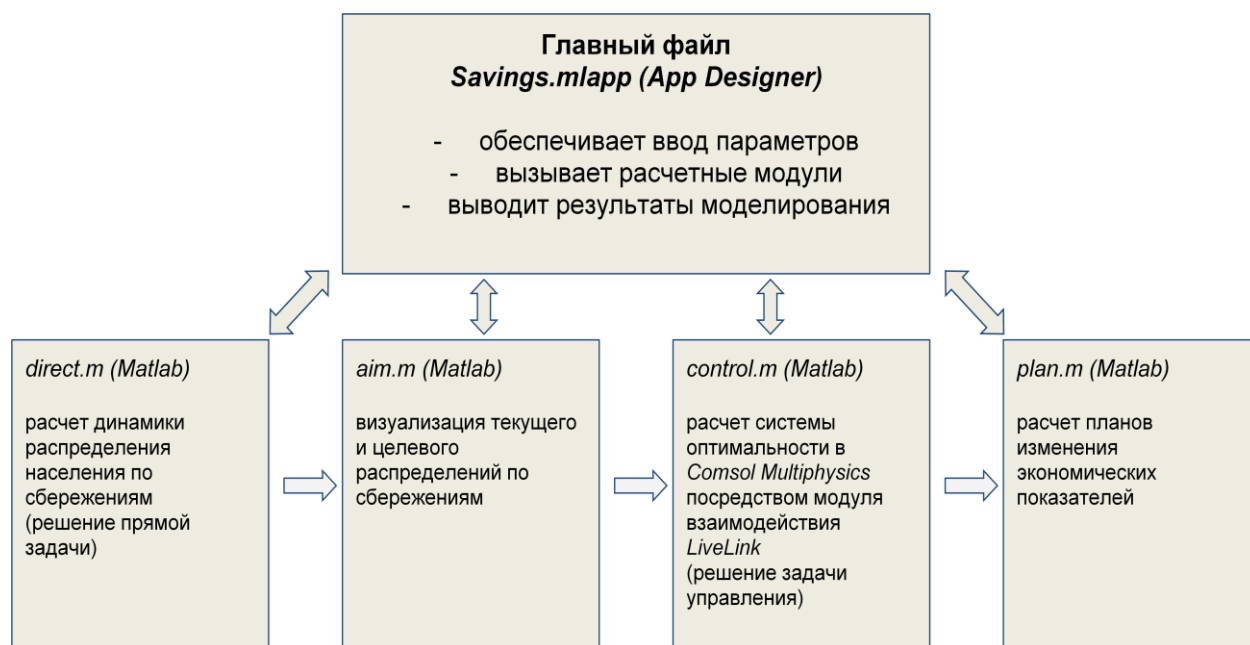


Рис. 4. Архитектура СППР

Пользовательский интерфейс приложения изображен на рисунке 5. В блоке «Данные» необходимо ввести следующие значения:

- текущий год;
- средний доход (в рублях);
- прожиточный минимум (в рублях);
- инфляция (в % к предыдущему году);
- доля несберегателей для текущего года (в %).

По нажатию кнопки **Plot** в блоке «Данные» происходит вызов М-функции *direct.m*, строится поверхность решения – динамика распределения сбережений, т.е. реализуется 1 этап предложенной методики.

После выбора целевой доли несберегателей по нажатию кнопки **Plot** в блоке «Цель» происходит вызов М-функции *aim.m*, строится текущее и целевое распределения сбережений – осуществляется 2 этап методики.

После этого по нажатию кнопки **Run** происходит вызов М-функций *control.m*, *plan.m*, визуализируются оптимальное изменение доли несберегателей (3 этап методики) и соответствующие необходимые изменения экономических хакактеристик (4 этап методики).

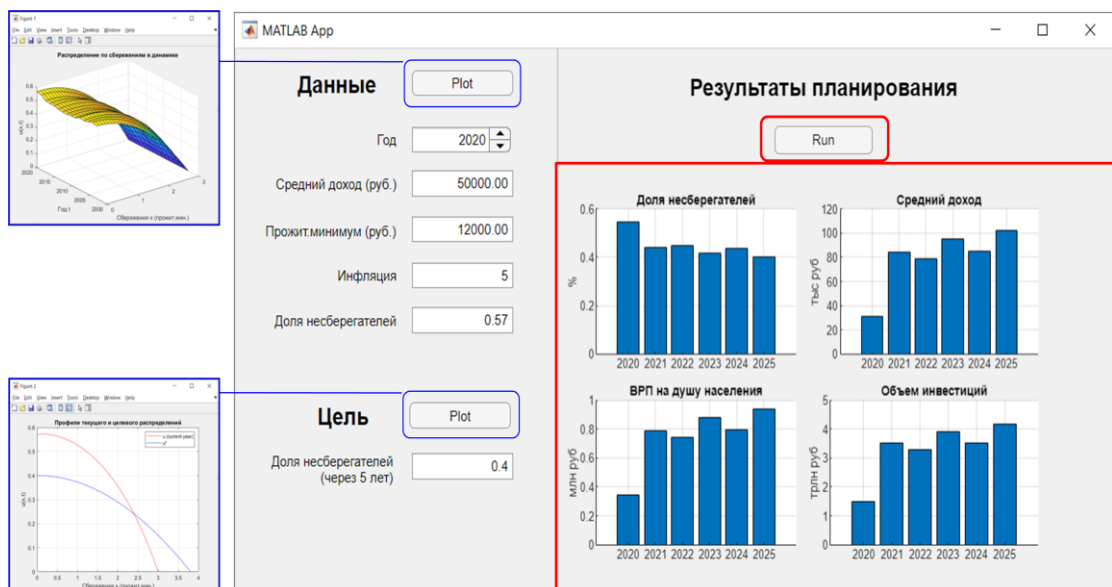


Рис. 5. Пользовательский интерфейс приложения

Фрагменты листинга программы приведены в Приложении.

### 3.2. Разработка модуля расчета оптимальных управляющих воздействий

Решение конкретных практических задач оптимального управления – высоко трудозатратный процесс. Как правило, в подобных случаях, для нахождения оптимального управления используют численные методы. Концепция численных методов оптимизации обычно заключается в том, что для отыскания экстремума целевой функции пошагово строится улучшающая последовательность значений независимых переменных. При этом движение может происходить, например, вдоль градиента или исходя из оценки изменения величины критерия оптимальности при очередном шаге.

В нашем случае задача управления по сути сведена к решению системы оптимальности. Данная система несогласована по времени, что влечет за собой невозможность считать в определенном направлении по времени. В связи с этим оптимизационная система решалась итерационным методом.

Для этого оптимизационная система (18) была разбита на две краевые задачи, каждая из которых является согласованной по времени. Первая задача – относительно искомой функции  $u(x,t)$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(F(x) \cdot u)}{\partial x} - \frac{b}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,t), \\ u(x,0) = u_{start}, \\ u(0,t) = -\frac{1}{2\alpha} b \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0}, \\ u(L,t) = u_L. \end{cases} \quad (30)$$

Задача (30) корректна по времени вперед и зависит от сопряженной функции  $p(x,t)$  только через оптимальное управление, т.е. значение функции на границе (формула (17)):

$$u(0,t) = u_{pr_{opt}}(t) = -\frac{b}{2\alpha} \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0}.$$

Вторая задача относительно сопряженной функции  $p(x,t)$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} + F(x) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{b}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = u - u^*, \\ p(x, \tau) = 0, \\ p(0, t) = 0, \\ p(L, t) = 0. \end{cases} \quad (31)$$

Задача (31) корректна по времени назад.

Идея итерационного метода заключается в последовательном решении этих двух задач. Зная оптимальное управление на  $i$ -ом шаге (формула 17), можно решить краевую задачу (30) и найти  $i$ -ое приближение функции  $u(x, t)$ . После чего решая краевую задачу (31), где в качестве функции  $u(x, t)$  взято ее  $i$ -ое приближение, находим  $i$ -ое приближение функции сопряженного состояния  $p(x, t)$ . На следующей итерации вычисляется  $(i+1)$ -ое приближение оптимального управления по явной формуле (17) и процесс последовательного решения систем (30) и (31) повторяется.

Практические подходы к численному решению систем оптимальности описаны Фурсиковым А. В. [81], а использование вычислительных сред позволяет реализовывать численный метод для решения входящих в нее краевых задач.

В данном исследовании для автоматизации решения задачи была выбрана универсальная среда численного моделирования систем, устройств и процессов во всех областях проектирования, производства и научных исследований Comsol Multiphysics, которая позволяет решать краевые задачи методом конечных элементов и имеет специальный модуль Live Link для взаимодействия с Matlab. Comsol Multiphysics представляет собой интегрированную платформу для моделирования, которая позволяет проводить численные исследования широкого класса задач моделирования, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных, методом конечных элементов [64].

Так, каждая из краевых задач (30), (31) решалась методом конечных элементов (МКЭ). Искомая непрерывная величина, описываемая законом

своего изменения во времени и пространстве в виде дифференциального уравнения, ищется в форме дискретной модели, представляющей множество кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей [78]. В отличие от конечно-разностных методов решения аналогичных задач, где аппроксимации в форме конечных разностей подвержено само дифференциальное уравнение, МКЭ аппроксимирует само его искомое решение.

На каждом конечном элементе (их число адаптируется в зависимости от вида области решения задачи) неизвестная функция  $u(x, t)$  представляется в виде интерполяционного многочлена (базисной функции), который задается с помощью узловых значений этой величины. Для каждого  $i$ -го конечного элемента определяется своя интерполяционная функция  $h_i(r_i)$ , где  $r_i$  — радиус вектор, описывающий геометрическое положение  $i$ -го элемента. Для одномерного пространственного случая, как в данном исследовании, достаточно использовать так называемые симплекс-элементы — интерполяционные функции в форме полиномов первой степени (отрезков).

После построения дискретной модели значения в узлах подбираются таким образом, чтобы получить наилучшее приближение к истинному распределению значений искомой величины в узлах, при этом значение невязки  $\varepsilon$  должно стремиться к нулю. Чтобы избежать вариационных методов минимизации, с целью минимизации невязки обычно используют метод Галёркина или его усовершенствованный вариант — метод Галеркина-Петрова [7]. Он заключается в том, что должно выполняться эквивалентное условие — невязка должна быть ортогональна функциям, используемым при аппроксимации. Тогда, если представить уравнение состояния в общем виде  $Lu = f$ , где  $L$  — дифференциальный оператор в частных производных, а  $\tilde{u} = \sum_i h_i(r_i)U_i$  — его приближенное решение, где  $U_i$  — значения в узлах  $i$ -го конечного элемента, то невязка будет иметь вид  $\varepsilon = L\tilde{u} - f$ . По идеологии

метода Галеркина, минимизировать невязку, – это решить интегральные уравнения вида  $\int_{r_i} h_i(r_i) \varepsilon dr_i = 0$ , которые по сути являются условием ортогональности невязки и множества базисных функций. Численное решение последнего уравнения сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно узловых значений искомой функции  $u(x,t)$ . СЛАУ можно представить в форме  $[K]\{U\} = \{F\}$ , где  $[K]$  – глобальная матрица жесткости, размерность которой определяется числом степеней свободы  $N$ . Так, в нашем случае, для решения краевых задач использована равномерная конечно-элементная сетка с минимальным числом разбиений 100, матрица жесткости содержит не менее 10201 элементов, что соответствует 101 степени свободы для каждой из решаемых краевых задач.

Сходимость численного алгоритма и программы, реализующей расчет систем, проверялась методом дробления сетки. Полученные зависимости значений функции  $u(x,t)$  в двух различных точках от количества разбиений расчетной области свидетельствуют о том, при измельчении шагов сетки по пространственной переменной значения искомой функции менялись незначительно (Рис. 6).

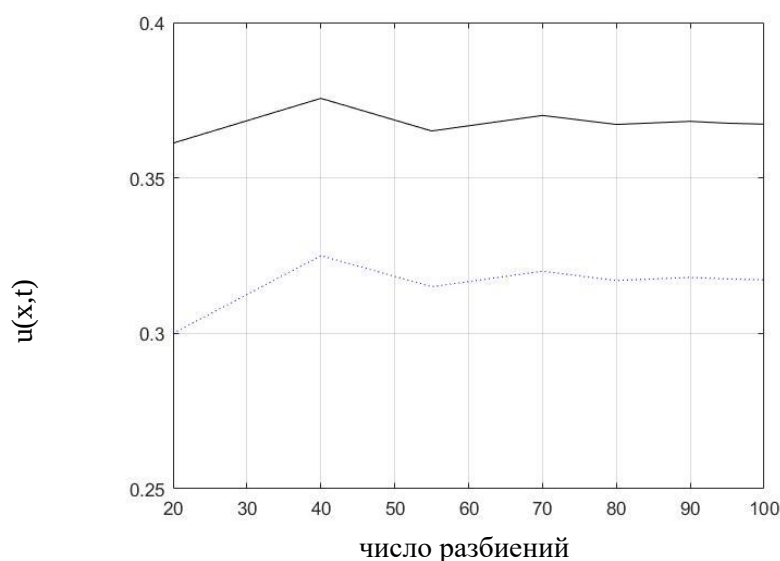


Рис. 6. Зависимость значений функции  $u(x,t)$  в двух точках области от числа разбиений

Кроме того, в некоторых случаях результаты сеточного метода можно сравнить с точным решением, полученным аналитическим методом. Рассмотрим краевую задачу для функции  $u(x,t)$  в случае, когда скорость изменения сбережений домохозяйств постоянна, а также постоянными являются начальное и граничные состояния функции  $u(x,t)$ . Таким образом, имеем задачу вида:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{b}{2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \\ u(x,0) = \delta, \\ u(0,t) = \alpha, \\ u(L,t) = \beta. \end{cases}$$

Эта начально-краевая задача имеет простое аналитическое решение вида  $u(x,t) = (\alpha - \delta) \cdot e^{2x/b} + \delta$ .

На Рис. 7 показано сравнение результата, полученного в ходе численного моделирования МКЭ, с аналитическим решением при  $u(x,0)=1, u(0,t)=2, b=1, L=3$ .

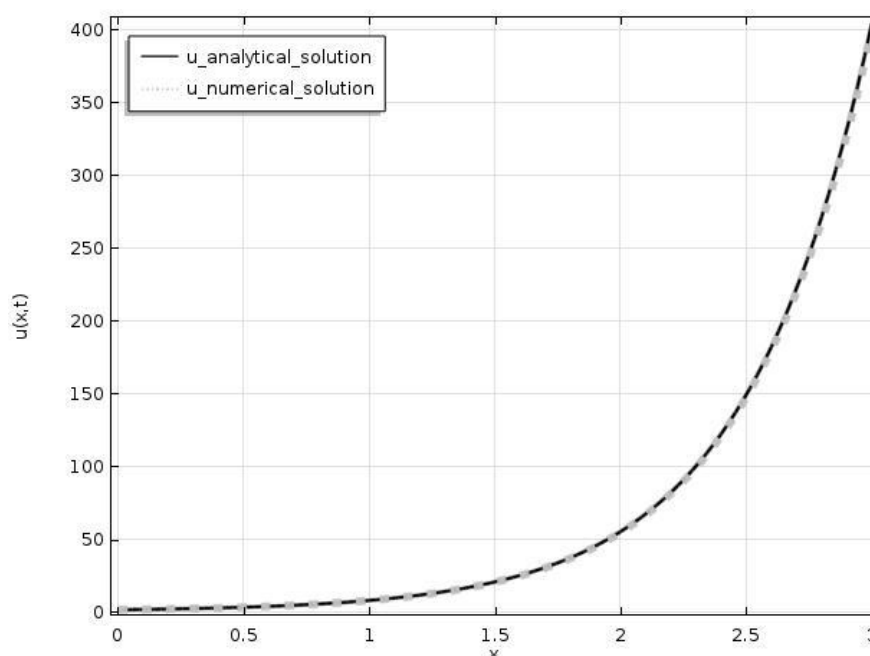


Рис. 7. Сравнение аналитического и численного решения (функция  $u(x,t)$ ): аналитическое решение (сплошная линия) и решение сеточным аналогом (пунктир).

В интерактивной среде для моделирования и имитации COMSOL был разработан модуль расчета оптимальных управляющих воздействий «control», который реализует решение системы оптимальности (18) и вычисление по формуле (17) оптимального управляющего воздействия - доли населения с малыми сбережениями - исходя из заданных целевых характеристик сбережений населения региона.

Была построена comsol-модель с использованием функционала базовой платформы в интерактивном режиме. Процесс разработки определялся логикой встроенного разработчика моделей (Model Builder) и состоял из следующих этапов моделирования.

### **1. *Описание глобальных переменных (Global Definitions)***

Были описаны все входящие в моделируемую систему параметры и функции, описываемые аналитическими выражениями (для функций, описываемых формулами (27)-(29)) или с помощью инструмента интерполяции импортируемых данных (для функций  $u_{start}(x)$ ,  $u^*(x)$ , представленных массивами данных).

### **2. *Создание и описание модели (Component)***

#### **2.1. *Создание геометрии (Geometry)***

В данном случае моделируется распределенная система с одномерным параболическим уравнением, поэтому был создан отрезок.

#### **2.2. *Создание модели (Physics Component)***

Интерфейс группы «Математика» (Mathematics, PDE Interfaces) позволил создать и настроить описание собственной модели.

Параболические уравнения каждой из краевых задач (30), (31) были приведены к канонической форме дифференциальных уравнений в частных производных (Coefficient Form PDE), используемой в Comsol, а также дополнены начальным условием (Initial Value) и краевыми условиями (Dirichlet Boundary Condition).

#### **2.3. *Создание сетки (Mesh)***

Использовалась равномерная конечно-элементная сетка с минимальным числом разбиений 100, программно сетка допускает адаптацию (опция *Adaptive Mesh*), матрица жесткости содержит не менее 10201 элементов, что соответствует 101 степени свободы для каждой из решаемых краевых задач.

### 3. Численные исследования (*Study*)

Для решения задачи управления проводились нестационарные исследования (*Time Dependent Study*): итерационно решались системы (30) и (31). На первой итерации в (30) было положено  $p=0$ . Начиная со второй итерации, на четных итерациях решалась система (31), а значения функции  $u$  бралось из решения предыдущей итерации; на нечетных итерациях – решалась система (30), а значения функции  $p$  бралось из решения предыдущей итерации (раздел *Values of Dependent Variables / Values of variables not solved for* настроек решателя).

### 4. Постобработка результатов расчетов (*Results*)

Были получены массивы данных: численно заданные функции  $u$ ,  $p$  (Data sets), численно заданное оптимальное управляющее воздействие, вычисленное по явной формуле  $upr_o$  (17). Построены графики функций (1D Plot Groups).

Созданная модель была сохранена в формате «Model File for Matlab» (расширение \*.m), позволяющем обращаться к comsol-модели посредством matlab-функций. На рисунке 8 приведен скриншот comsol-модели.

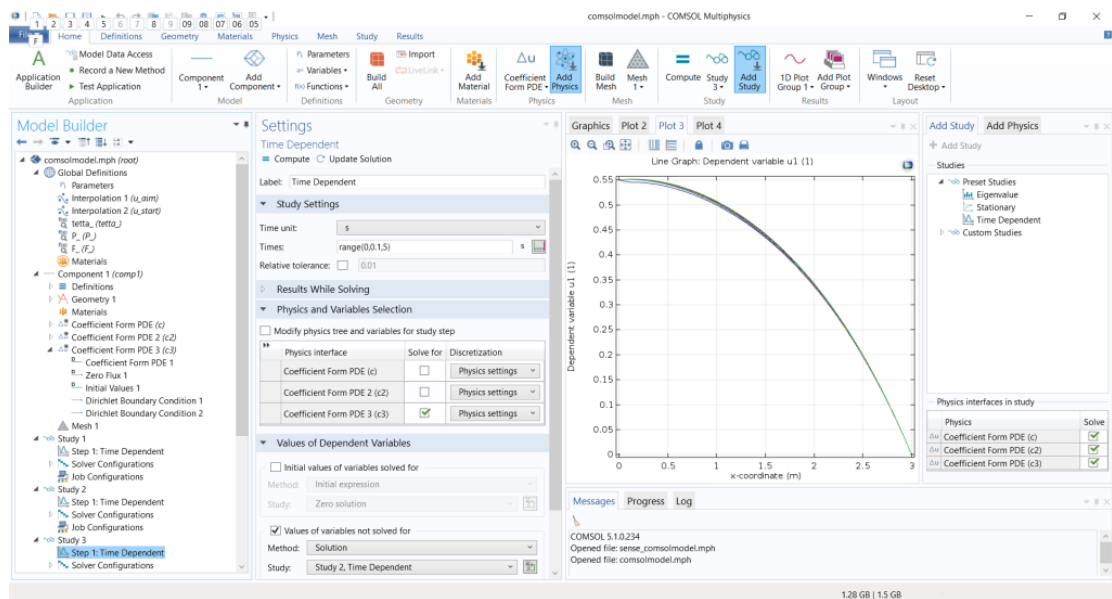


Рис. 8. Скриншот comsol-модели

Таким образом, модуль «control.m» программного приложения выполняет расчет оптимального управляющего воздействия, обращаясь из Matlab к comsol-модели с помощью LiveLink. Программа «Расчет оптимальных управляющих воздействий на динамику денежных сбережений населения региона с учетом их распределенного характера» зарегистрирована Федеральной службой по интеллектуальной собственности (№ 2019662539 от 25.09.2019г. [66]). Свидетельство о регистрации приведено в Приложении.

### 3.3. Краткие выводы по Главе 3

В Главе были описаны вопросы разработки программного обеспечения, предназначенного для обеспечения информационной поддержки в процессе государственного регулирования сбережений домохозяйств.

- 1) Разработанный прототип СППР, реализованный в Matlab в виде проблемно-ориентированного программного приложения с пользовательским интерфейсом, позволяет получить количественные оценки влияния управляющих воздействий на динамику объема и структуры сбережений населения, рассчитать необходимые изменения доли населения с малыми сбережениями во времени и соответствующие изменения экономических характеристик, а также визуализировать результаты вычислений.
- 2) Основной расчетный модуль проводит численную реализацию задачи управления методом конечных элементов. Для этого в среде COMSOL Multiphysics была построена comsol-модель, к которой обращается приложение посредством модуля LiveLink взаимодействия Comsol-Matlab.

## **ГЛАВА 4. АПРОБАЦИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ СБЕРЕЖЕНИЯМИ СРЕДНЕГО КЛАССА ПЕРМСКОГО КРАЯ**

### **4.1. Общая характеристика социально-экономического развития Пермского края**

Пермский край представляет собой экономически развитый регион России с диверсифицированным промышленным комплексом, ориентированным на химическую, нефтяную, металлургическую и машиностроительную отрасли. Продукция первых двух секторов составляет основу товарного экспорта Пермского края. На 2018 г. стоимость его объема составила 5,38 млрд долларов США, из них 44% пришлось на удобрения (прежде всего – калийные), 28% – на нефтепродукты, 20% – на органическую химию [73]. Таким образом, цены на нефть, нефтепродукты и калийные удобрения – основные внешние условия, влияющие на экономику края.

Положение Пермского края на внутреннем рынке России на 2020 г можно определить по проводимому РиаРейтингом рэнкингу регионов России [72], характеризующем сильные и слабые стороны экономики края (Таблица 1). Пермский край относится к регионам-лидерам по объему добычи полезных ископаемых. По состоянию за 2019 г. по объему добычи нефти в региональном разрезе России занимает 7 место (с объемом добычи нефти в 16 млн т.), по объему добычи газа – 11 место (с объемом – 0,2 млрд куб.м.). Регион обладает углеводородными ресурсами, которых хватит для тридцатилетнего обеспечения текущего уровня нефтедобычи. Налоги на прибыль от нефтяной и обрабатывающей (нефтеперерабатывающей и химической) промышленности образуют значимую часть в формировании краевого бюджета. Крупные промышленные предприятия также вносят основной вклад в осуществление инвестиционной деятельности и составляют порядка 80% от общего объема инвестиций в основной капитал. Структура

инвестиций в основной капитал по видам экономической деятельности представлена тремя крупными и примерно равными частями: химическое производство, обеспечение электроэнергией и газом, добыча полезных ископаемых (на 2019 г. 36.7%, 34.8%, 24.5% соответственно).

Таблица 1.

Пермский край в рэнкинге социально-экономического развития  
регионов России\*

| Показатель                                                                                                                                              | Место |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| динамика инвестиций в основной капитал                                                                                                                  | 20    |
| динамика реальных денежных доходов населения                                                                                                            | 27    |
| отношение денежных доходов населения к стоимости фиксированного набора потребительских товаров и услуг                                                  | 26    |
| индекс объема строительных работ                                                                                                                        | 36    |
| индекс добычи полезных ископаемых                                                                                                                       | 40    |
| изменение номинальной начисленной заработной платы                                                                                                      | 45    |
| изменение объема ввода в действие жилых домов                                                                                                           | 47    |
| индекс производства по виду деятельности «Водоснабжение; водоотведение, организация сбора и утилизации отходов, деятельность по ликвидации загрязнений» | 49    |
| уровень безработицы                                                                                                                                     | 55    |
| индекс производства по виду деятельности «Обеспечение электрической энергией, газом и паром; кондиционирование воздуха»                                 | 62    |
| изменение объема оборота розничной торговли                                                                                                             | 67    |
| индекс промышленного производства                                                                                                                       | 69    |
| индекс производства по виду деятельности «Обрабатывающие производства»                                                                                  | 73    |

\*Ранжирование 85 регионов России составлено РиаРейтингом (на нач. 2020 г.)  
Источник: РиаРейтинг [72]

В целом по итогам 2018 г. Пермский край занимает 16 место из 85 в рейтинге социально-экономического положения субъектов РФ, основанного

на значении индекса динамики развития регионов, тесно коррелирующего с ВРП. За 2018 г. объем производства валового регионального продукта составил 1318,5 миллиардов рублей, динамика его изменения в абсолютном выражении изображена на Рис. 9.

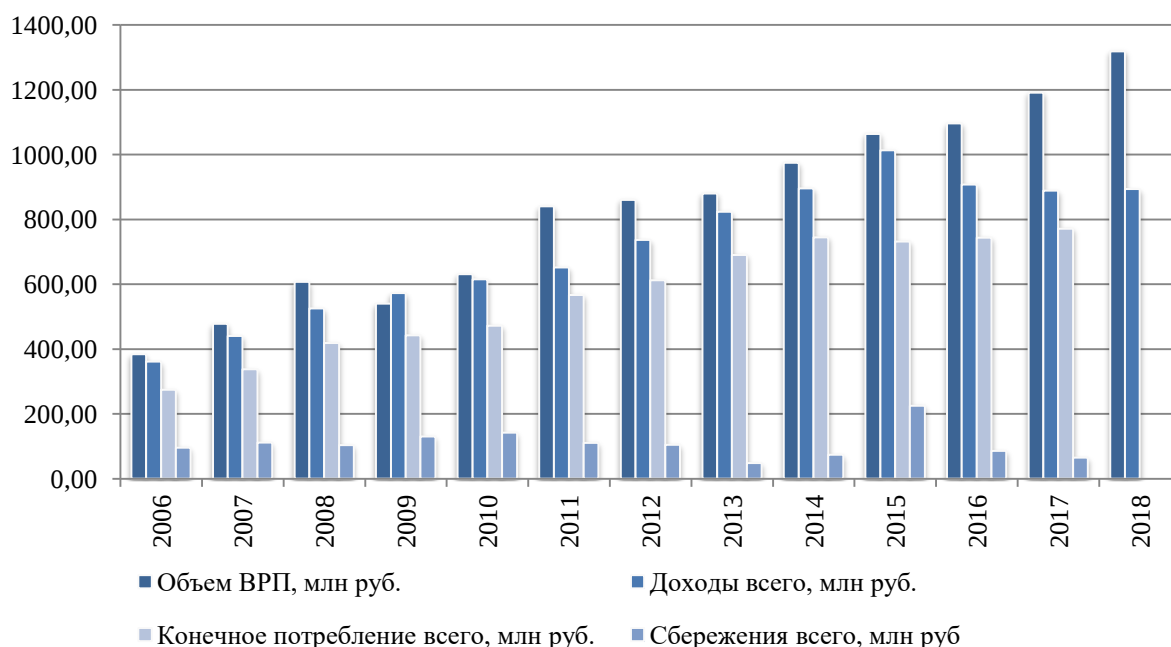


Рис. 9. Динамика ВРП Пермского края, совокупных доходов, сбережений и конечного потребления домашними хозяйствами за период 2006-2018 гг.

Источник: Пермьстат

Как видно по Рис. 9, начиная с 2006 г. наблюдается положительная динамика роста ВРП (за исключением 2009г., когда было зафиксировано его падение), чего нельзя сказать о финансовом положении домохозяйств. Совокупные доходы населения росли вплоть до 2015г., снизились в 2016 г. до 907 млрд руб. и оставались примерно на том же уровне до 2018г. Конечное потребление населением увеличилось с 274 млрд руб. в 2006 г. до почти 745 млрд руб. в 2014 г., падение произошло раньше - в 2015 г. до 732 млрд руб., за которым вновь последовал несильный рост до 771 млрд руб. в 2017 гг. Период роста сбережений пришелся на 2006-2010 гг, когда совокупные сбережения составляли 96-142 млрд руб., затем падение до 48 млрд руб. 2013 г., пик в 225 млрд руб. в 2015 г. и вновь падение за период 2016-2018 гг. до 65 млрд руб. Здесь под совокупными сбережениями понималась сумма

наличных денег, средств на банковских счетах (текущих и срочных) населения и индивидуальных предпринимателей, расходов на приобретение ценных бумаг, а также на погашение кредитов, покупку недвижимости, скота и птицы.

Тенденция изменения доли доходов населения, их потребления и сбережения по отношению к ВРП показана на Рис. 10. Максимальные значения за период 2006-2018 гг приходятся на 2009 г., когда доля доходов превысила ВРП и составила 106%, а доля сбережений – достигла 24% в ВРП. Последующие периоды падения и роста однако не позволили превысить названные наивысшие значения. Эти показатели находятся на уровне среднероссийских. В то же время в развитых странах финансовые сбережения домохозяйств соизмеримы с ВВП или даже превышают его [69, 35]. Таким образом, сбережения населения Пермского края достаточно низкие по сравнению с ВРП.

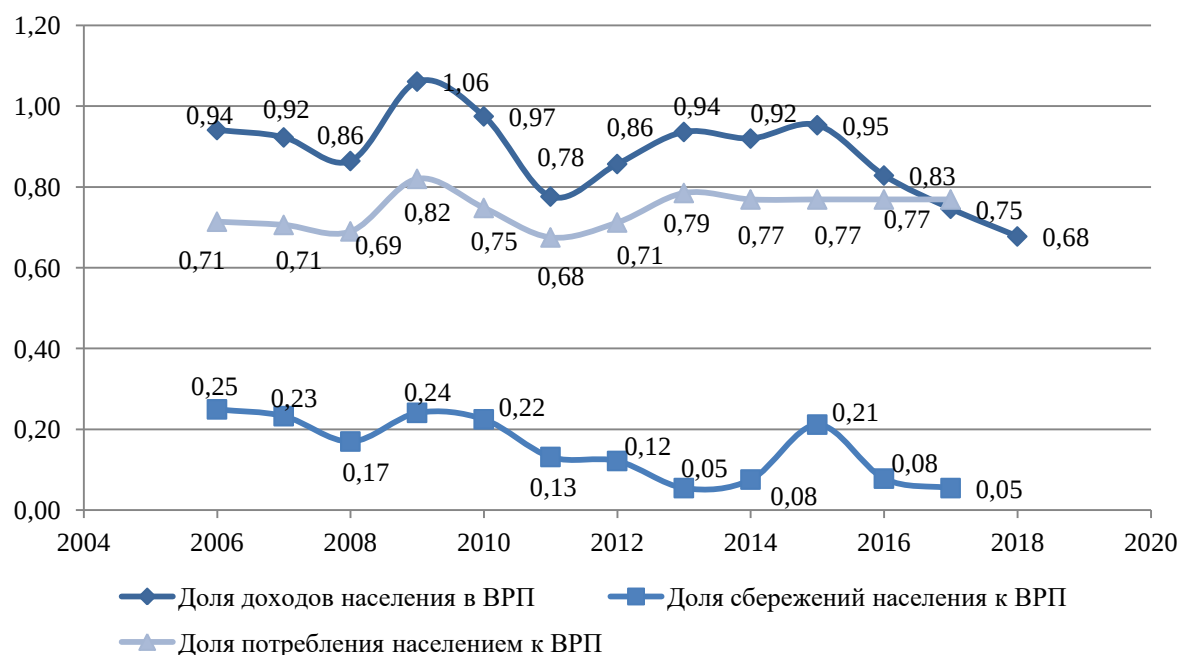


Рис. 10. Доля доходов, потребления и сбережений населения в ВРП  
Источник: ПермьСтат

Устойчивый рост за исследуемый период демонстрирует динамика средней номинальной заработной платы (Рис. 11) благодаря росту во внебюджетном секторе экономики и индексации зарплат работников

бюджетной сферы (согласно «майским» указам президента). В 2018 г. она составила 35577,5 рублей. Для сравнения в этом же году самой высокой заработной платой предсказуемо оказалась оплата труда в области добычи полезных ископаемых (57344,0 руб.), что на 38% выше средней по региону. Выше среднего регионального уровня оплачивается также финансовая и страховая деятельность (53184,6 руб.), деятельность в области информации и связи (50424,6 руб.), профессиональная, научная и техническая деятельность (48089,5 руб.). Самые низкие заработные платы у работников гостиниц и предприятий общественного питания (19626,8 руб.). Отношение самой высокой к самой низкой зарплате составляет 2,9 раза.

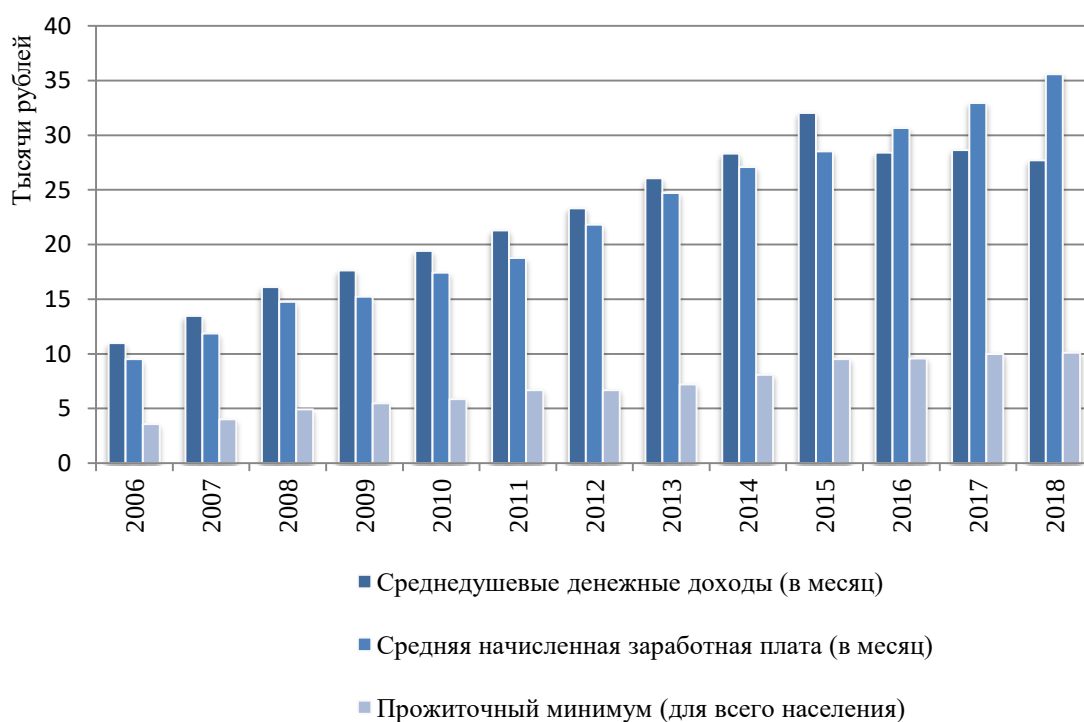


Рис. 11. Динамика среднедушевых денежных доходов, средней заработной платы

Источник: ПермьСтат

Несмотря на постоянный рост заработной платы в номинальном выражении, среднедушевые среднемесячные доходы росли лишь до 2015 гг, после чего 4 года подряд стали падать. Кроме того, в последние годы доля населения с доходами меньше прожиточного минимума стабильно высокая и

составляет почти 15% от общей численности населения Пермского края (Рис. 12).

На фоне санкционного режима давления на Россию тенденция ухудшения финансового состояния коснулась всех слоев населения, даже наиболее обеспеченных, о чем в частности свидетельствует снижение коэффициента фондов, характеризующего дифференциацию доходов. Все же за 2018 г. он составил 14,5, что ниже общероссийского значения, но является высоким и говорит о социальной напряженности общества.



Рис. 12. Динамика доли населения с доходами ниже величины прожиточного минимума и коэффициента фондов

Источник: ПермьСтат

На рисунке 13 население Пермского края представлено в разрезе по 20-ти % доходным группам. За период 2015-2018 гг. структура общества в регионе практически не менялась. Первая и вторая доходные группы вместе обладают в среднем 15,6% объема доходов и не имеют возможности формировать сбережения. Четвертой группе принадлежат чуть более 20% всего объема доходов, а пятой, наиболее обеспеченной доходной группе, - его половина. Эти группы формируют основную массу частных сбережений. Указанные пропорции соответствуют средним общероссийским реалиям.

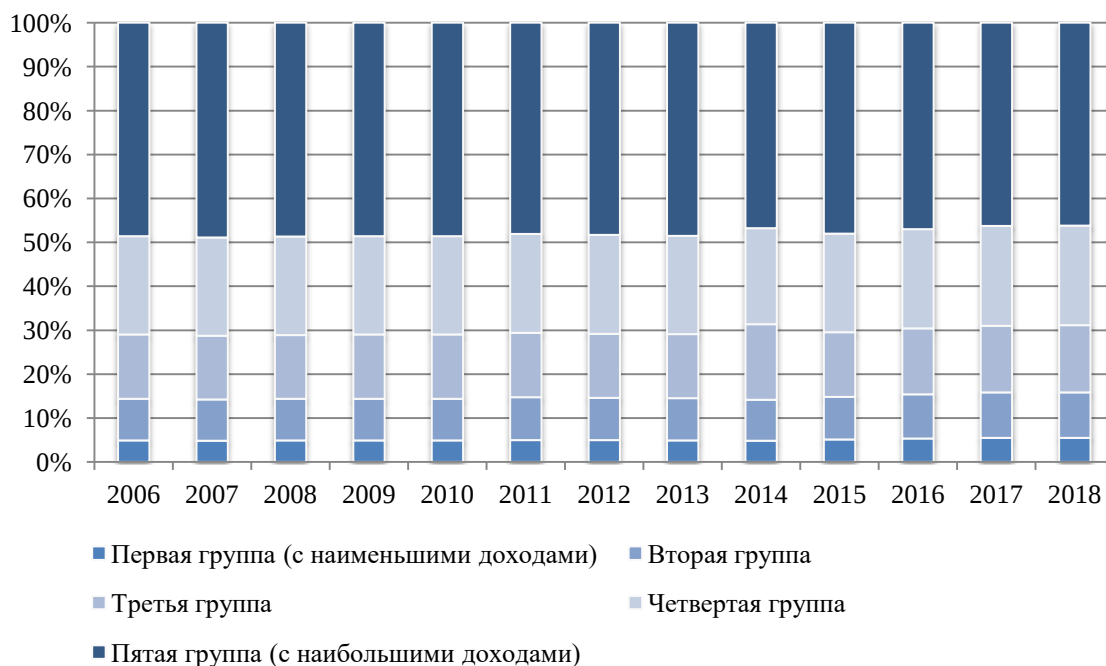


Рис. 13. Структура распределения доходов среди населения (по 20-ти % доходным группам)  
Источник: ПермьСтат

О сильном расслоении общества также свидетельствует гистограмма распределения населения по величине среднедушевых доходов (Рис. 14).

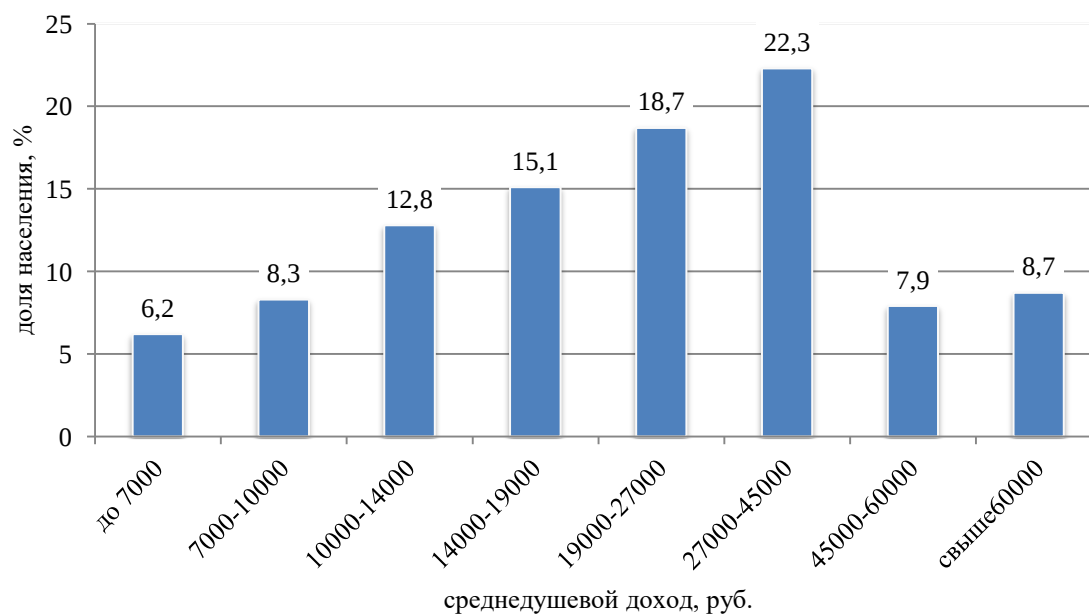


Рис. 14. Распределение населения по величине среднедушевых доходов за 2018 г.  
Источник: ПермьСтат

В самой многочисленной группе (22,3%) среднедушевой доход варьируется от 27 до 45 тысяч рублей. Наиболее обеспеченная группа, в

которую входят 8,7% населения, имеет среднедушевые ежемесячные доходы свыше 60 000 рублей. Рассмотрим структуру доходов населения с точки зрения источников формирования (Рис. 15).

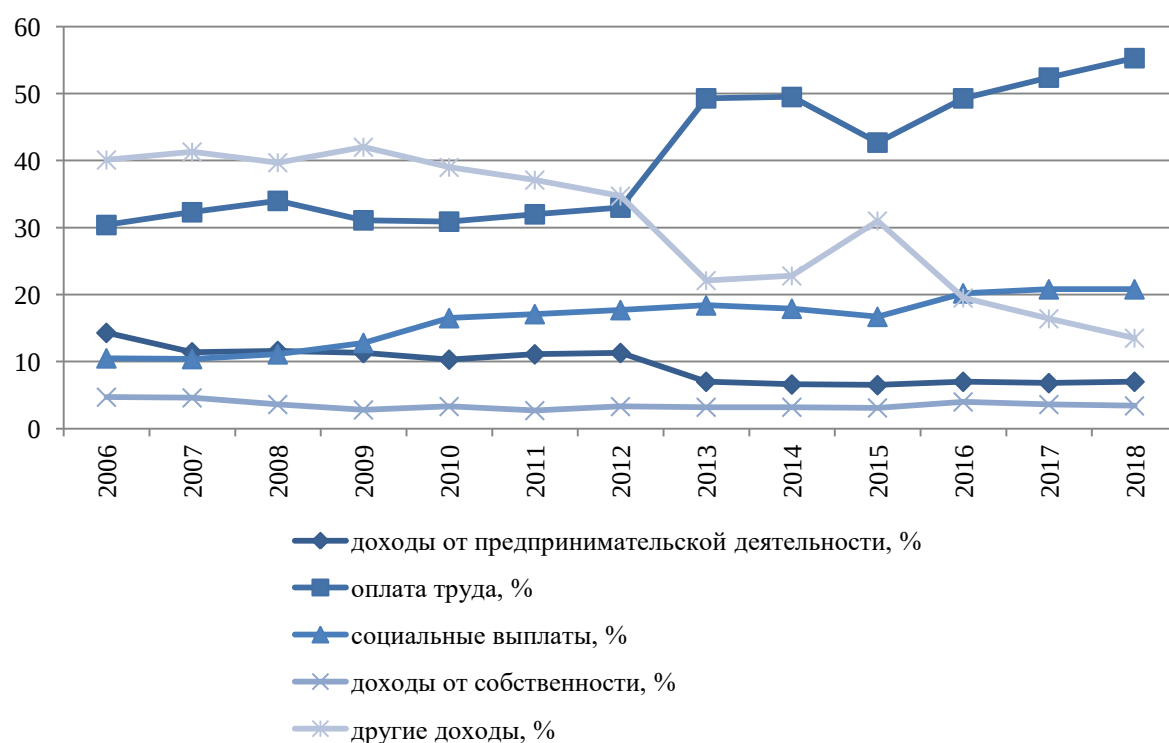


Рис. 15. Структура видов доходов населения за период 2006-2018 гг.  
Источник: ПермьСтат

Основным источником дохода населения является оплата труда. В среднем за данный период она формирует 40% общих доходов, а в последние годы возрастает (максимум в 55,3% приходится на 2018 г.), что означает сильную зависимость доходов домашних хозяйств от других секторов экономики. Тревожным сигналом является высокий удельный вес социальных выплат населению. Минимально они опускались до 11,1% в 2008 г. против наибольших значений в 2016-18 гг., когда они составляли пятую часть всех доходов. Доходы от предпринимательской деятельности снижались за весь рассматриваемый период и к 2018 г. упала в 2 раза по сравнению с 2006 г. Доходы от собственности, которые по сути являются доходами от инвестиционной деятельности, играют незначительную роль в образовании доходного фонда домохозяйств. Они формируют в среднем

3,5% от объема доходов, при этом амплитуда колебаний значений маленькая - всего 1,9%.

Структура использования доходов в динамике представлена на рис. 16. Доля средств, направленных на уплату обязательных платежей и взносов, имела тенденцию роста и составила рекордные 12,1% всех доходов в 2018 г. На покупку товаров и услуг население с 2006 г. уходило все большая часть семейного бюджета: если в начале периода она составляла 64,1%, то к 2018 г. достигла уровня в 83,8%. Соответственно, общая направленность изменения во времени денежных средств, которые домохозяйства сберегли, противоположная: 26,5% в 2006 г. против 3% в 2018 г. Таким образом, сберегательные настроения населения ухудшались со временем.



Рис. 16. Структура доходов по направлениям использования за 2008-2018 гг.  
Источник: ПермьСтат

Исключение составляет 2015 г., который характеризуется резким ростом уровня средств, направленных на сбережения — до 22,5%, и снижением уровня потребления: 66,6% доходов ушло на покупку товаров и услуг. В 2015 г. также произошел резкий скачок нормы сбережений (Рис. 17). Этот факт объясняется тем, что в начале кризисного периода в условиях неопределенности запускаются механизмы вынужденной бережливости,

население формирует подушку безопасности, погашает кредиты и прочие обязательства.

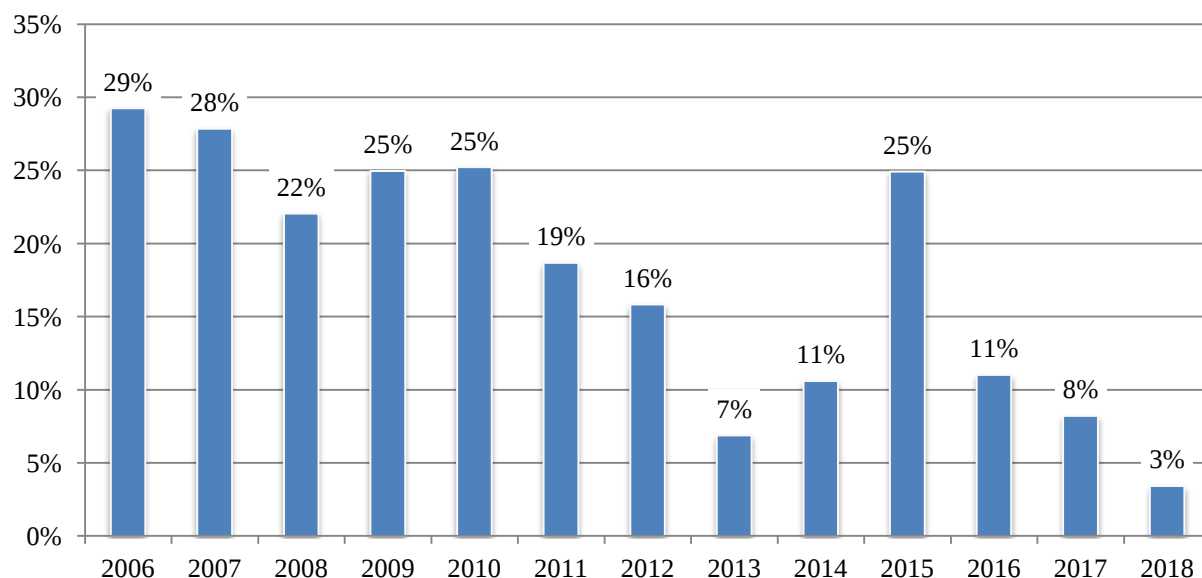


Рис. 17. Динамика нормы сбережений за период 2006-2018 гг.

Источник: ПермьСтат

Чтобы оценить динамику организованных сбережений, обратимся к анализу банковского сектора Прикамья. Исследователи отмечают низкий уровень развития института региональных банков [80]. В Пермском крае на 2020 г. функционируют всего 18 банков. Из них большинство (14) – филиалы иногородних банков (в основном, крупных московских), а региональных банков всего 4 (ПАО АКБ «УралФД», ПАО АКБ «Проинвестбанк», АО Банк «Пермь», АО АКИБ «Почтобанк»). В регионе в активной фазе находятся процессы банковских слияний и поглощений. Так в 2014 г. в Пермском крае функционировали 5 региональных и 37 филиалов внерегиональных банков, т.е. число игроков на рынке банковских услуг за 6 лет сократилось вдвое. Эта тенденция сокращения характерна для всей страны в целом. Государство проводит политику ужесточения требований к кредитным организациям (в т.ч. к ликвидности, достаточности капитала и др), в результате чего рынок покидают слабые игроки. Кроме того, сами банки стремятся оптимизировать свои операционные расходы. Таким образом, происходят качественные преобразования в банковской сфере.

Основные характеристики региональных банков приведены в таблице 2 по данным на 01.01.2020 г. Лидирующие позиции на краевом рынке кредитно-финансовых услуг занимает «УралФД».

Таблица 2.

## Основные показатели региональных банков Пермского края

| Характеристика \ Банк                             | УралФД | Пермь | Проинвестбанк | Почто-банк |
|---------------------------------------------------|--------|-------|---------------|------------|
| Уставный капитал, млн руб                         | 24588  | 0,8   | 229           | 231,9      |
| Лицензия*                                         | У      | Б     | Б             | Б          |
| Величина активов, млн руб.                        | 29997  | 2369  | 1774          | 1501       |
| Кредиты предприятиям, млн руб.                    | 6381   | 775   | 892           | 417        |
| Кредиты физлиц, млн руб.                          | 7802   | 153   | 142           | 314        |
| Депозиты юрлиц, млн руб.                          | 3119   | 168   | 268           | 17         |
| Депозиты физлиц, млн руб.                         | 14208  | 666   | 757           | 729        |
| Ценные бумаги, млн руб.                           | 4216   | 0     | 33            | 0          |
| Прибыль (за 2019 г.), млн руб.                    | 279    | 19    | 19            | 17         |
| Доля активов банка в активах КО Пермского края ** | 93%    | 7%    | 6%            | 5%         |
| Место по активам в рейтинге банков РФ***          | 128    | 323   | 344           | 363        |

\* У-универсальная, Б-базовая;

\*\* рассчитана как отношение активов банка к активам кредитных организаций (с сальдированием отдельных счетов), зарегистрированных в Пермском крае (на 01.01.20 г.)

\*\*\* рейтинг составлен рейтинговым агентством «Эксперт Урал» (на 01.01.2020 г.)

Источник: Банк России

Региональные банки с 90-х гг начинали свою деятельность с обслуживания преимущественно юридических лиц, деловой элиты региона. Сегодня они предоставляют широкий спектр услуг и населению, им присуща большая гибкость и динамичность по сравнению с федеральными. Однако конкурировать с последними тяжело, т.к. они имеют неоспоримые преимущества такие, как поддержка государства, развитая филиальная сеть, известная репутацию. В целом предложения региональных банков населению конкурентны с федеральными или даже выгоднее по депозитам, кредиты стоят дороже.

Рассмотрим в динамике изменения объемов привлеченных банками денежных средств населения и их заемных средств.

Динамика объема депозитов, размещенных в банках, в абсолютном выражении приведена на Рис. 18. Объем рублевых банковских вкладов рос на протяжении всего периода за исключением 2014 г. (снижение составило 6%), в 2016 гг. было околонулевое падение. В 2018 г. объем привлеченных депозитов составил 277094,1 млн рублей, что в 5,7 раз превосходит соответствующий показатель в 2006 г. и в 1,4 раза – объем депозитов в 2016г.



Рис. 18. Динамика объема рублевых банковских вкладов за период 2006-2018гг.

Источник: ПермьСтат

Коммерческие банки успешно привлекали средства населения. Доля депозитов, открытых в них, увеличивалась. Однако Сбербанк остается абсолютным лидером по привлечению вкладов населения (на 2006 г. доля вкладов в Сбербанке составляла 72%, в 2018 г. опустилась до 63%).

По отношению к совокупному объему денежных доходов доля объема вкладов населения составляет в среднем 20% (Рис. 17). В последние годы она демонстрирует положительную тенденцию, в 2018 г. составила 31%.

Заметим, что вклады как инвестиционный инструмент теряет свою привлекательность вследствие падения средневзвешенных ставок (Рис. 19): максимальное значение в 16% они достигали в 2015 г, после чего опустились за три года в два раза, т.е. на 8 процентных пункта. По оперативным данным в последнее время падение продолжается.



Рис. 19. Динамика депозитов в % соотношении к денежным доходам населения и средневзвешенных процентных ставок по депозитным операциям за период 2006-2018 гг.

Источник: Банк России, ПермьСтат

Объем потребительских кредитов, выданных банковскими институтами населению края, представлен на Рис. 20. До 2014 г. в условиях роста денежных доходов домохозяйства активно брали заемные средства, объем кредитования достиг в 2014 г. 161 млрд. руб, т.е. увеличился в 5,5 раз по сравнению с 2010 г. В 2015 г. ожидания падения будущих доходов остановили этот процесс. В 2016 г. произошло резкое снижение объема кредитования до уровня 2012 г., сопровождающееся ростом просроченной задолженности (Рис. 21). В последующие годы однако спрос населения на кредиты возобновился: за 2019 г. были выданы кредиты на общую сумму 224 млрд. руб.

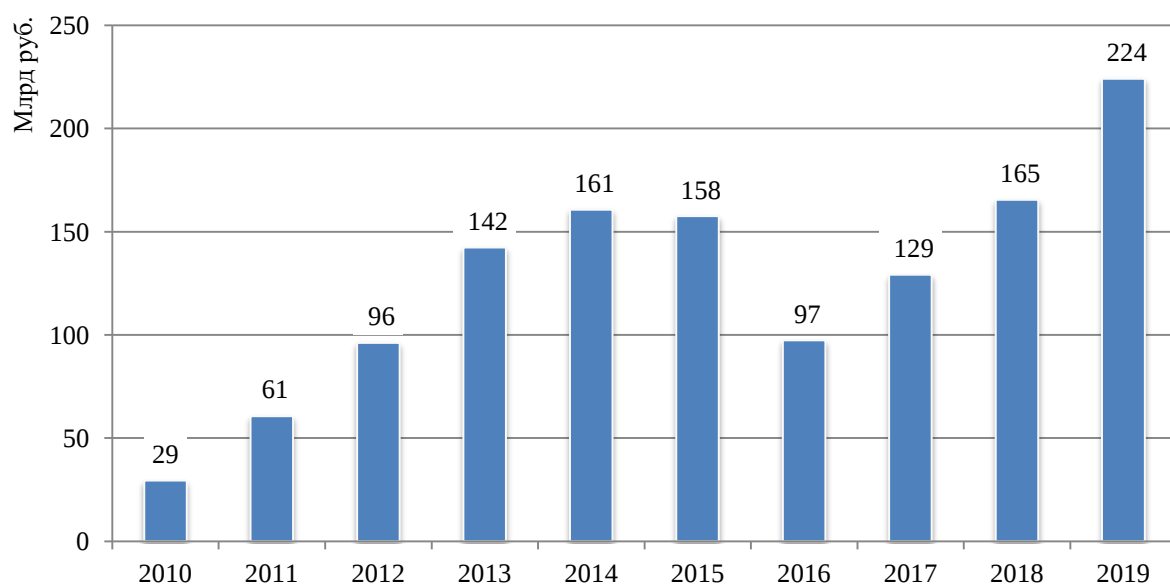


Рис. 20. Динамика изменения объема потребительских кредитов, выданных населению региона

Источник: Банк России

Последний период роста объема кредитования населения (2016-2019 гг) напрямую связан со снижением стоимости использования заемных денежных средств. Средневзвешанная ставка по кредитам снизилась до рекордных значений с 2000-х гг. Так, например, по выданным за 2018 г. ипотечным жилищным кредитам она в среднем составила 10,69%.

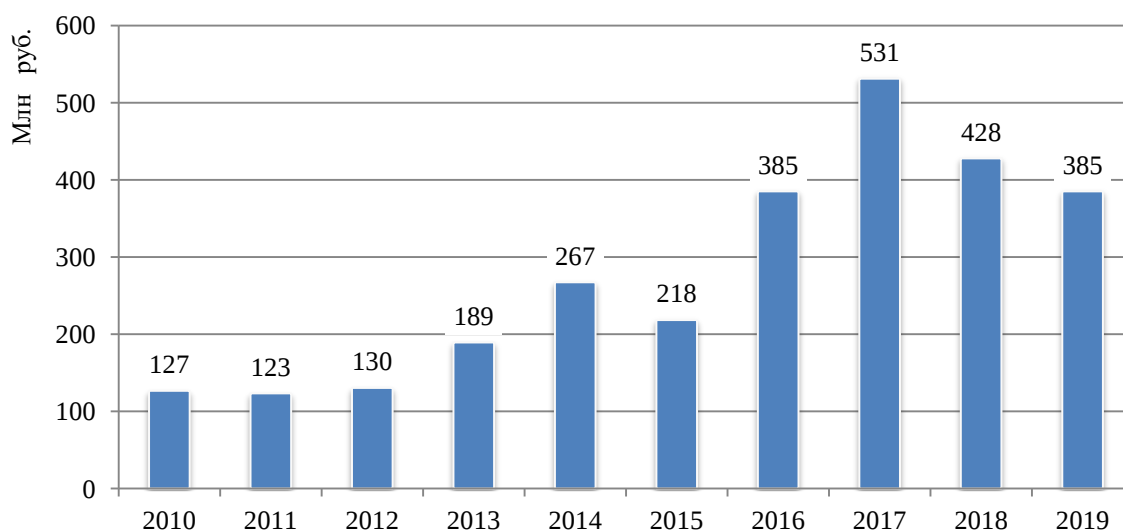


Рис. 21. Динамика изменения просроченной задолженности по потребительским кредитам

Источник: Банк России

На рисунке 22 отражена динамика изменения ставки по ипотечным жилищным кредитам, выданных финансовыми организациями населению Пермского края, а также доля потребительских кредитов в объеме денежных доходов населения. Видно, что кредитная задолженность за рассматриваемый период достигала максимальных значений в доходах в 2014 и 2018 гг.

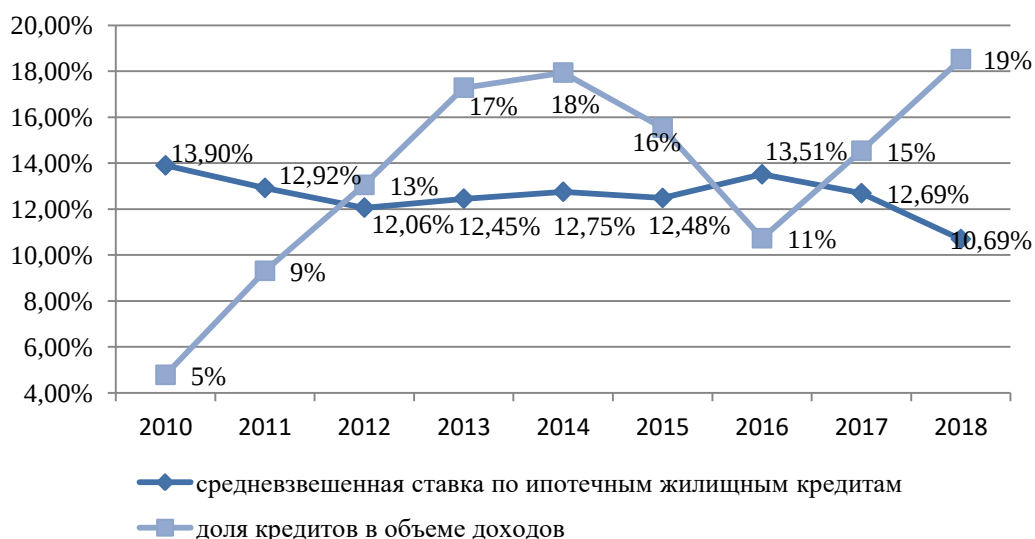


Рис. 22. Динамика изменения средневзвешенных ставок по кредитам (по ипотечным кредитам, выданным за год) и доли кредитов в объеме доходов за период 2010-2018 гг.

Источник: Банк России, ПермьСтат

Таким образом, в последнее время банковский сектор характеризуется увеличением объема и привлеченных, и заемных денежных средств. Нижние децильные группы по уровню доходов являются активными кредиторами, а домохозяйства четвертой и пятой децильных групп также размещают свои сбережения в виде депозитов. Однако привлекательность последних падает и позволяет скорее сохранить, чем преумножить денежные средства.

В целом за исследуемый период основные тенденции развития Пермского края повторяют общероссийские тренды: благодаря благоприятным макроэкономическим условиям до 2015 г. наблюдался рост основных экономических показателей, начиная с 2016 г. произошло их падение как проявление общероссийского кризиса экономики, вызванного внешним санкционным режимом.

## 4.2. Оценка управляющих воздействий на сбережения среднего класса Пермского края во взаимосвязи с его экономической средой

Представители среднего класса – с одной стороны, образованные, ответственные и рационально мыслящие личности, с другой – основные налогоплательщики и доноры всей финансовой системы.

Активизация инвестиционно-сберегательной модели поведения в среднем классе позволит

- домохозяйствам – улучшить свое финансовое положение за счет получения дополнительного инвестиционного дохода,
- организациям и предприятиям – получить средства для расширения производства на более выгодных условиях (акционерный капитал стоит, как правило, дешевле кредитов)
- органам власти – насытить экономику долгосрочными инвестициями для обеспечения экономического роста.

Таким образом, задача повышения уровня сбережений в среднем классе за счет снижения доли несберегателей актуальна для всех участников финансового рынка. Рассмотрим моделирование ее решения на примере Пермского края по описанной в Главе 2 методологии с применением разработанного программного приложения, описанного в Главе 3.

### *Этап 1. Анализ сбережений домохозяйств в регионе.*

Предварительный анализ социально-экономического состояния Пермского края был описан в п. 3.1 Главы 3.

### *Шаг 1.1. Определение параметров математической модели*

В России доля среднего класса стабильна во времени, поэтому функция притока/оттока  $f$  была принята равной 0. Длина отрезка  $L$  подбиралась из статистики (составляет примерно 4 прожиточных минимума). Доля домохозяйств с максимальными сбережениями стремится к нулю, поэтому  $u_L = 0$ . Постоянные коэффициенты:  $A=0,015$ ;  $B=0,1$ ;  $k=0,35$  [45].

Выбор временного периода 2003-2018 гг. обусловлен наличием необходимых статистических данных.

Динамика изменения доли несберегателей в среднем классе  $u_0=u(0,t)$  рассчитана по данным RLMS HSE [120]. Чтобы скорректировать ее значения для среднего класса использовался поправочный коэффициент: число несберегателей в среднем классе для 2014 г. было определено в Аналитическом докладе «Средний класс России» Института социологии Российской академии наук [75]. За период 2003-2018 гг. доля несберегателей в кластере варьировалась в пределах 51%-56% (Рис. 23), за 2018 г. она составила 55%. Важно понимать, что данные социологических исследований следует воспринимать как оценку снизу, поскольку люди склонны ухудшать свое финансовое состояние.

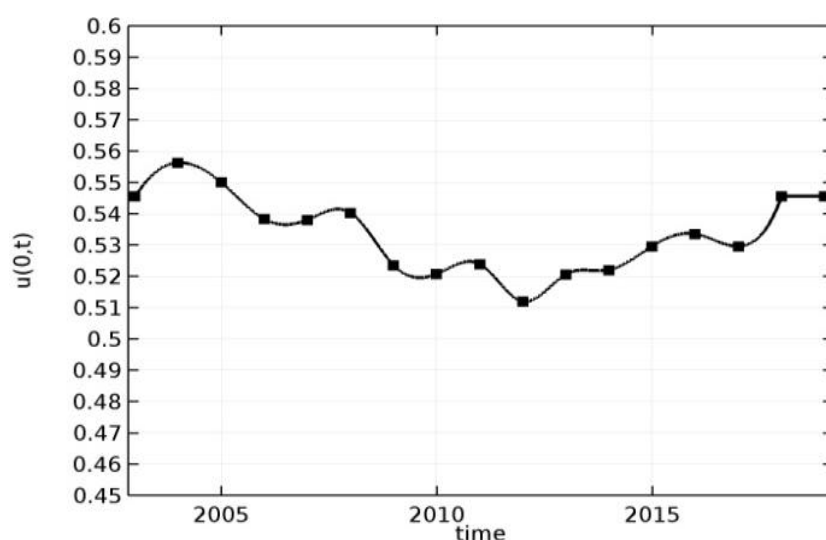


Рис. 23. Изменение доли несберегателей в среднем классе во времени  $u(0,t)$

Источник: рассчитано автором по [120, 75]

Динамика изменения среднедушевых доходов среднего класса ( $z(t)$ ), выраженных в прожиточных минимумах, рассчитана в предположении, что к среднему классу относятся домохозяйства с ежемесячным среднедушевым доходом, равным 1,5 средних доходов в регионе (средний доход определен согласно статистики Пермского края). График вариации доходов с учетом инфляции и сглаженный по времени для обеспечения свойства непрерывности представлен на рисунке 24.

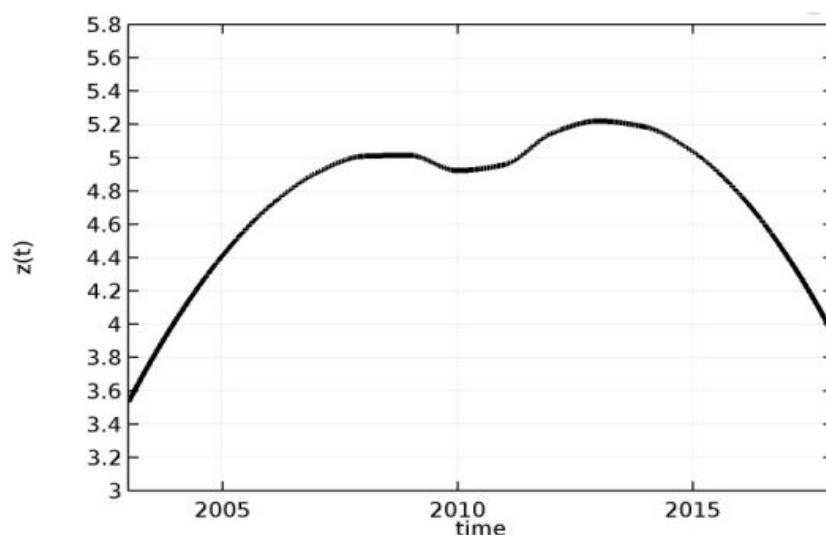


Рис. 24. Динамика изменения среднедушевых доходов в среднем классе во времени (в прожиточных минимумах).

Источник: рассчитано автором

Согласно экспертных оценок, приведенных в работе [45], заданы начальные значения функций минимальной  $x_1(t)$  и средней  $x_2(t)$  цен элитарных товаров и принято фиксированное значение шума  $b=6$ . Динамика цен элитарных товаров во времени с учетом инфляции представлена на рисунке 25.

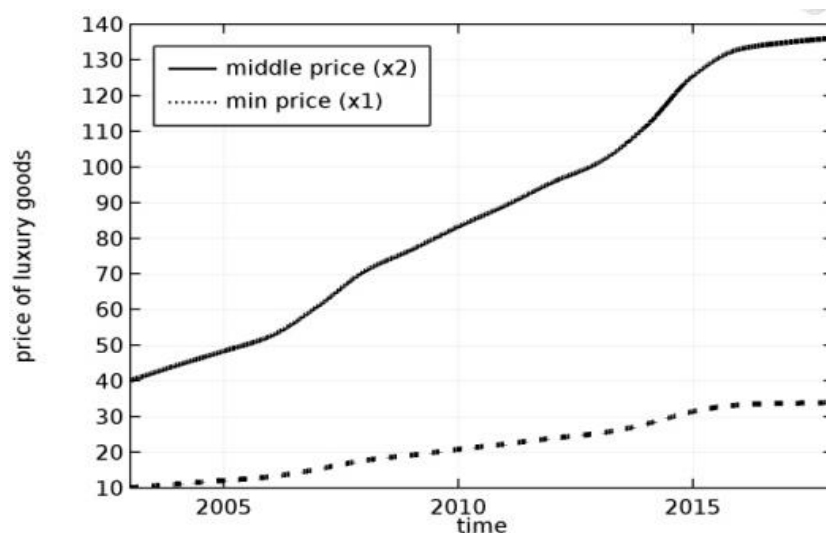


Рис. 25. Динамика изменения цен элитарных товаров во времени (в прожиточных минимумах)

Источник: рассчитано автором

Основной параметр модели – функция скорости изменения сбережений населения. Она рассчитана по формуле (30) на основе значений приведенных

выше параметров и приведена на рисунке 26 для начала и конца периода (для 2003 г. и 2018 г.).

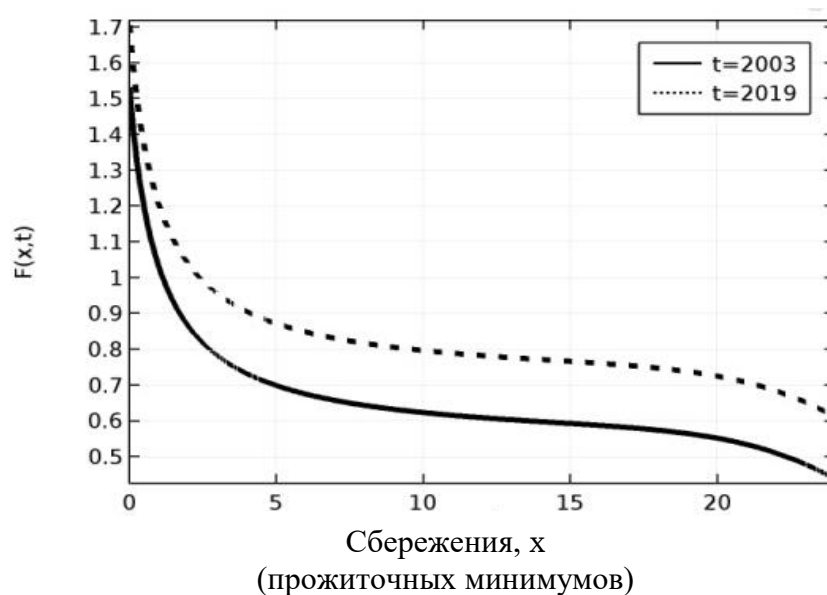


Рис. 26. Скорость изменения сбережений домохозяйств в 2003, 2018 гг. Источник: рассчитано автором

**Шаг 1.2. Получение количественных характеристик дифференциации домохозяйств по сбережениям**

Распределение среднего класса в Пермском крае по размеру среднемесячных сбережений рассчитано по математической модели (1) для 2019 г. как решение прямой задачи. Для этого в автоматизированной системе в блоке «Данные» были установлены значения:

*Год: 2018*

*Средний доход: 41 550 (руб)*

*Прожиточный минимум: 10 098 (руб)*

*Инфляция: 3,89 (%)*

*Доля несберегателей: 0,55.*

При нажатии на кнопку «Plot» была построена динамика распределения сбережений в среднем классе. По графику поверхности (Рис. 27) видно, что состояние системы близко к стационарному и мало изменяется во времени.

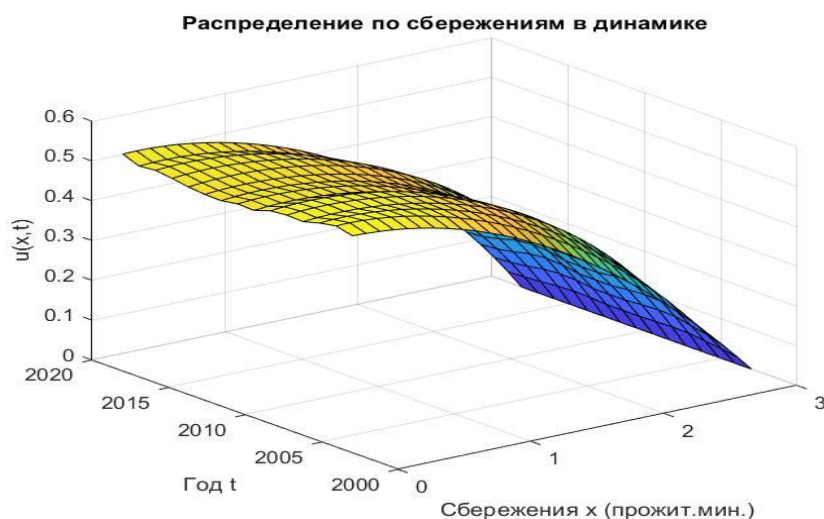


Рис. 27. Поверхность динамики распределения среднего класса по сбережениям в Пермском крае

Источник: рассчитано автором

Текущее распределение (2018 г.) было принято за начальное  $u_{start}$  для решения задачи управления.

*Этап 2. Определение целей развития региона в области частных сбережений.*

Рассматривается реалистичный вариант развития региона, который предусматривает снижение доли несберегателей в среднем классе до 40% к 2023 г. В СППР в блоке «Цель» задано значение «0,40». При нажатии на кнопку «Plot» целевое распределение  $u^*$  аппроксимируется параболической функцией и визуализируется графиком (Рис. 28).

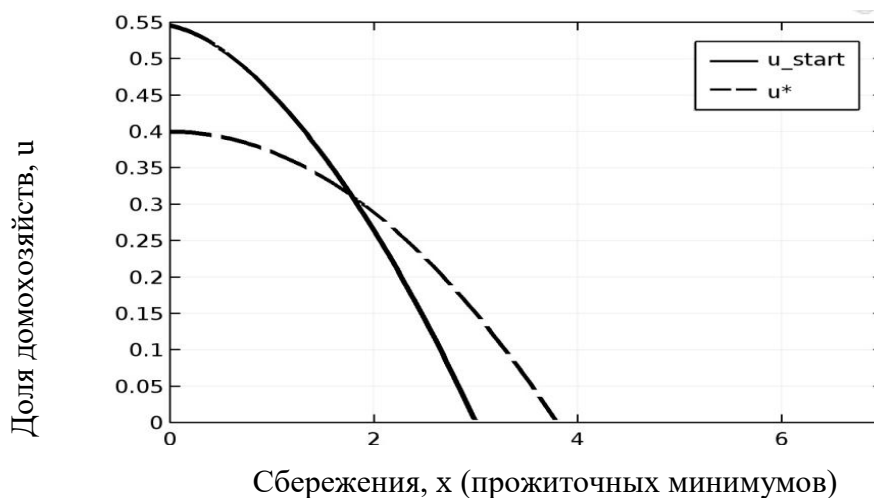


Рис. 28. Начальное (сплошная) и целевое (пунктир) распределения по сбережениям в среднем классе Пермского края

*Этап 3. Определение оптимальных управляющих воздействий на дифференциацию домохозяйств по размеру сбережений.*

Распределение среднего класса по сбережениям в Пермском крае в результате оптимального управляющего воздействия вычислено в разработанной автоматизированной системой (при нажатии на кнопку «Run») как решение системы оптимальности (18) и представлено на рисунке 29.

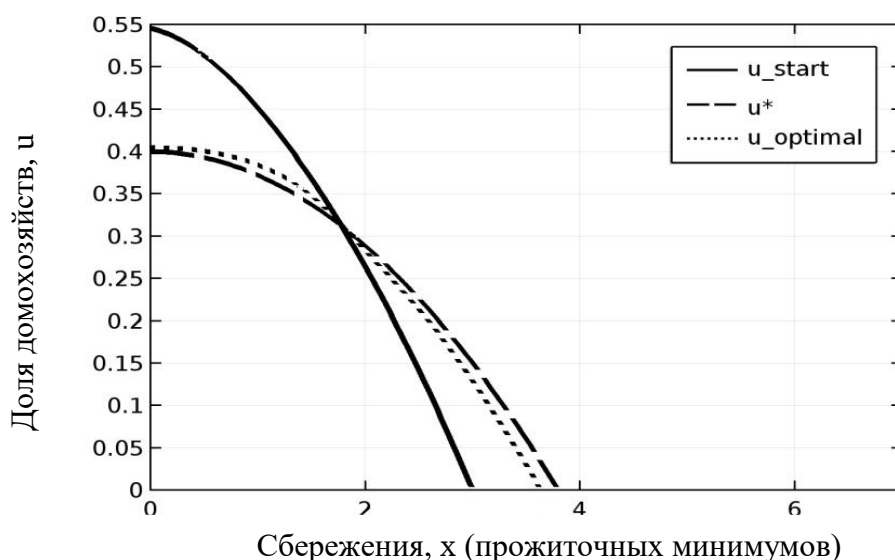


Рис. 29. Начальное (сплошная), целевое (пунктир) и оптимальное (точечная) распределения населения по сбережениям

Источник: рассчитано автором

Кривая дифференциации сбережений стала более пологой, приблизилась к целевой структуре, разброс среднемесячных сбережений составил 0-3,78 прожиточных минимумов.

При этом доля несберегателей снизилась с 55% до 40%. Оптимальный закон ее сокращения, вычисленный по формуле (17) представлен на рисунке 30.

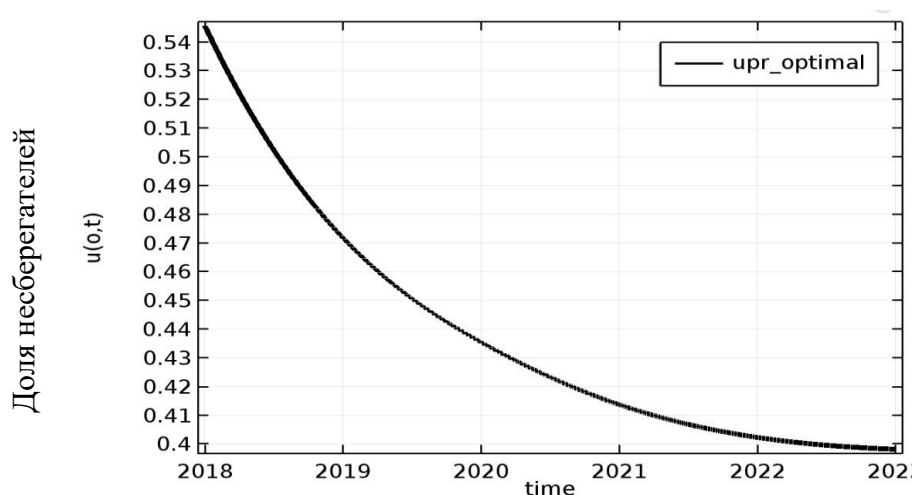


Рис. 30. Оптимальный закон сокращения доли несберегателей во времени

Источник: рассчитано автором

#### *Этап 4. Оценка социально-экономических факторов*

Теория функционирования социально-экономических систем устанавливает взаимозависимость роста инвестиций, экономического роста, роста доходов и сбережений населения. Для установления количественных оценок этих связей проводится корреляционно-регрессионный анализ по данным официальной статистики Пермского края за 2003-2018 гг. В Приложении приведены основные результаты анализа, реализованного в три этапа – для определения трех зависимостей [26].

Поскольку доход является главной детерминантой сбережений, определим зависимость доли несберегателей в среднем классе и среднедушевых среднемесячных доходов, построив модель линейной регрессии. Обозначим факторы:  $y$  – доля несберегателей,  $x$  – среднедушевой среднемесячный доход в среднем классе (в ценах 2003 года). Обратно пропорциональная зависимость факторов отображена на рисунке 31.

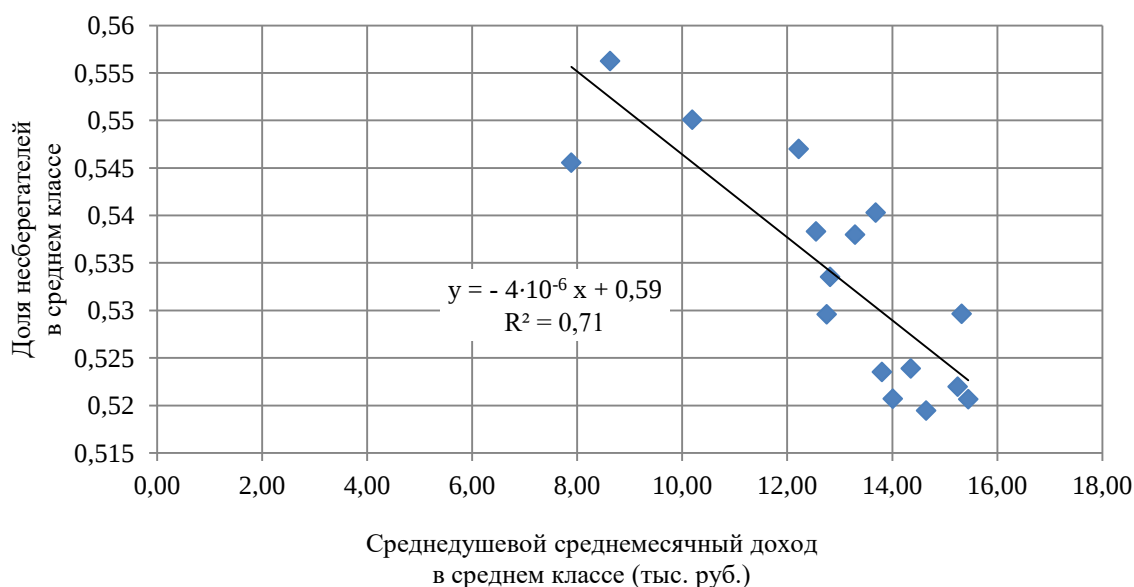


Рис. 31. Зависимость доли несберегателей и среднего дохода  
Источник: рассчитано автором

Коэффициент корреляции составляет  $-0,84$ , что говорит о тесной обратной связи. Согласно полученному коэффициенту детерминации, в 71% случаев изменения доходов приводят к изменению числа несберегателей. Коэффициент детерминации и уравнение регрессии значимы по критерию Фишера ( $F = 33,59$ ) с надежностью 95%. Коэффициенты уравнения регрессии значимы по критерию Стьюдента с надежностью 95%. Таким образом, статистически доказано, что к сокращению доли несберегателей приведет возрастание дохода.

Среднедушевой доход в условиях рыночных отношений является результатом работы всей экономики и поэтому он взаимосвязан с основным ее показателем – производством валового регионального продукта (ВРП). Проведем корреляционно-регрессионный анализ среднедушевого дохода ( $y$ ) и среднедушевого объема ВРП ( $x$ ) по данным официальной статистики Пермского края за период 2003-2017 гг. (в ценах, приведенных к 2003 г.). Полученная прямо пропорциональная зависимость представлена на рисунке 32.

Связь между факторами – тесная (коэффициент корреляции равен  $0,87$ ). В 75% случаев увеличение среднедушевых объемов ВРП приводит к

росту среднедушевых доходов. Коэффициент детерминации и уравнение регрессии значимы по критерию Фишера ( $F = 39,75$ ) с надежностью 95%. Коэффициенты регрессии значимы по критерию Стьюдента с надежностью 95%. Таким образом, показано, что наращивание объема ВРП приводит к увеличению доходов населения.

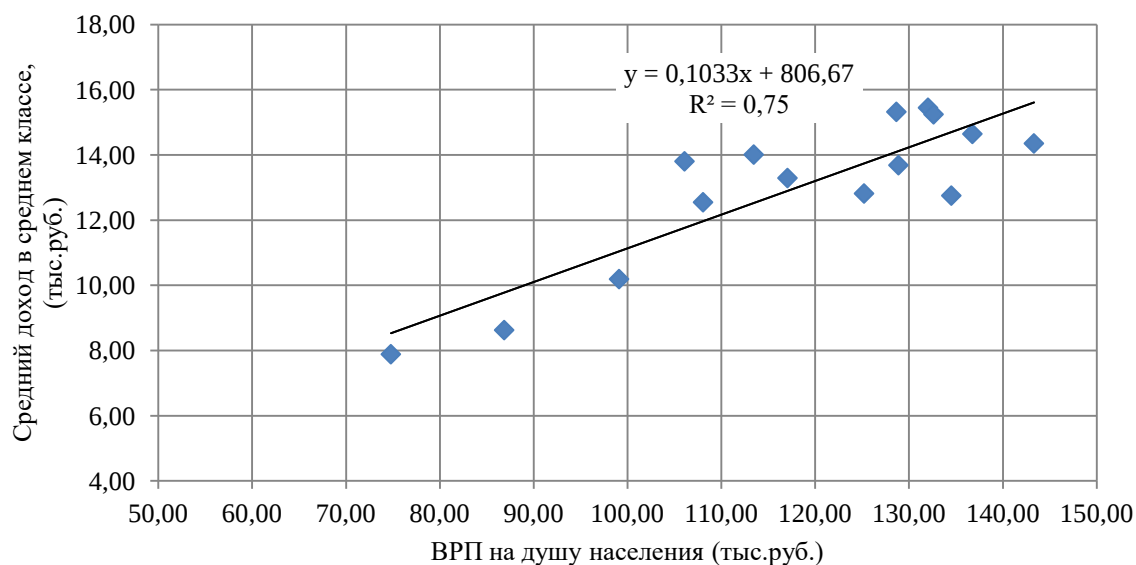


Рис. 32. Зависимость среднего дохода от ВРП на душу населения  
Источник: рассчитано автором

Источником роста ВРП являются инвестиции. Поэтому необходимо также получить численные оценки этой зависимости. Анализируются объем ВРП и объем инвестиций. Объем инвестиций рассчитывался как сумма инвестиций организаций в финансовые и нефинансовые активы, а также инвестиции сектора домохозяйств (как объем вкладов населения, активы ИИС). Полученная зависимость отражена на рисунке 33.

В результате корреляционно-регрессионного анализа установлена тесная связь между факторами (коэффициент корреляции равен 0,95). В 91% случаев рост инвестиций приводит к увеличению объема ВРП. Коэффициент детерминации и уравнение регрессии значимы по критерию Фишера ( $F = 21,59$ ) с надежностью 95%. Коэффициенты регрессии значимы по критерию Стьюдента с надежностью 95%. Таким образом, имеет место прямая зависимость между объемом инвестиций и объемом производимого ВРП.

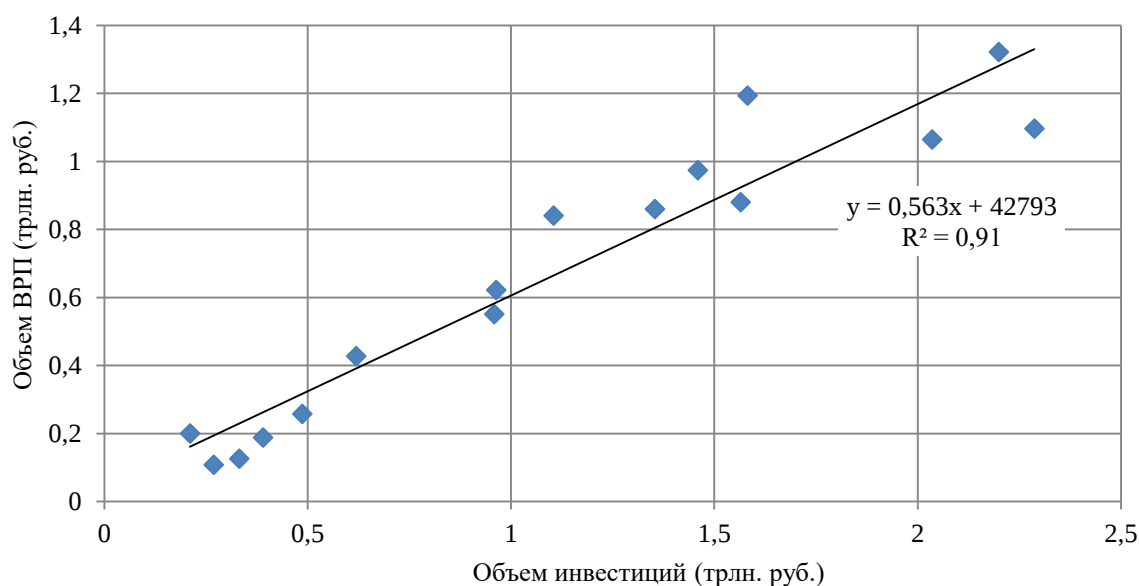


Рис. 33. Зависимость объема ВРП от объема инвестиций

Источник: рассчитано автором

Зависимости, обратные к найденным, приведены в таблице 3.

Таблица 3.

Модели линейных регрессий для социально-экономических факторов

Пермского края

|                                                                                                  |                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| х – доля несберегателей в среднем классе,<br>у – среднемесячный доход в среднем классе<br>(руб.) | $y = 102632 - 168468x;$<br>$r_{xy} = -0,84; R^2 = 0,71; A = 7,67\%;$ |
| х – среднемесячный доход в среднем классе<br>(руб.),<br>у – ВРП на душу населения (руб.)         | $y = 23152 + 7,3x;$<br>$r_{xy} = 0,87; R^2 = 0,75; A = 6,42\%;$      |
| х – объем ВРП (млн руб.),<br>у – объем инвестиций (млн руб.)                                     | $y = 26547 + 1,62x;$<br>$r_{xy} = 0,95; R^2 = 0,91; A = 9,52\%.$     |

Источник: рассчитано автором

Полученные зависимости, заложенные в прототипе автоматизированной системы, позволили рассчитать исходя из оптимального снижения доли несберегателей (Рис. 30) плановые ориентиры роста среднедушевого ежемесячного дохода в среднем классе, объема производства ВРП и объема инвестиций для Пермского края к 2023г. (Рис. 34-36).

К снижению доли несберегателей в среднем классе до 40% к 2023 г приведет увеличение среднедушевого среднемесячного дохода до 119 тыс. руб. (Рис. 32).

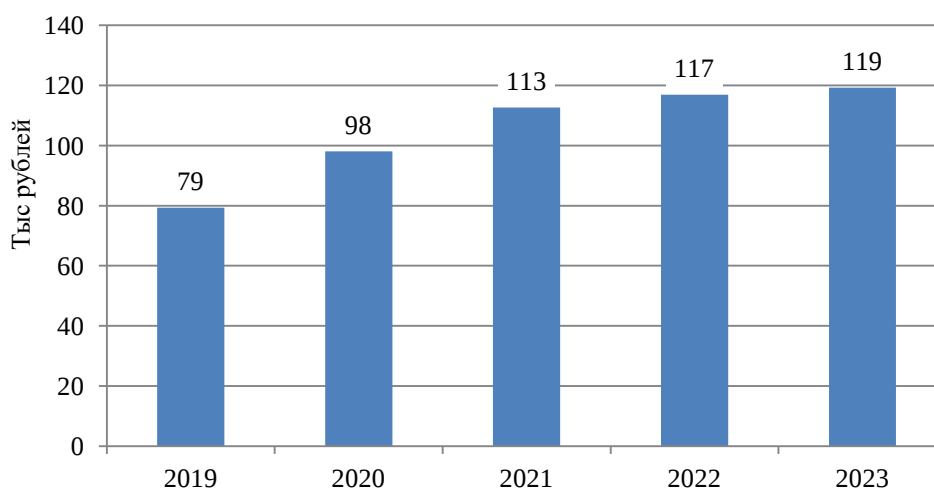


Рис. 34. Необходимый рост среднедушевого дохода в среднем классе Пермского края

Источник: рассчитано автором

К росту среднедушевых доходов приведет наращивание объема ВРП: к 2023 г. ВРП на душу населения должен составлять 950 тыс. руб. (Рис. 35).

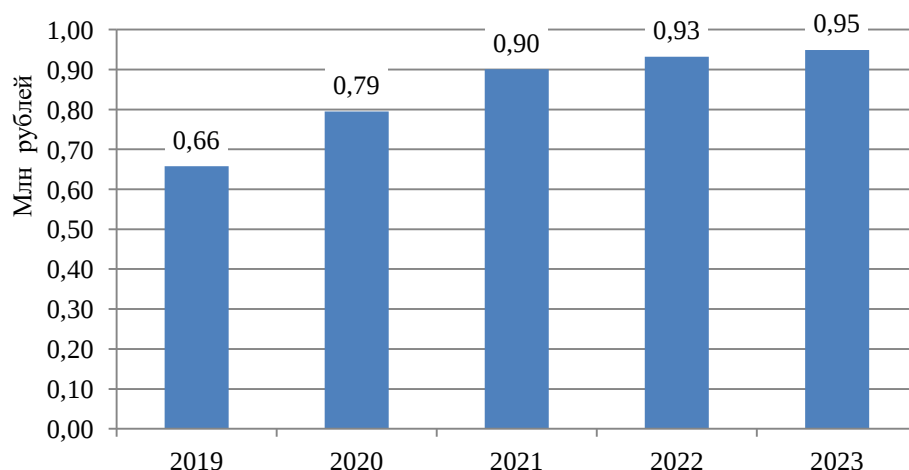


Рис. 35. Необходимый рост ВРП на душу населения в Пермском крае

Источник: рассчитано автором

Объем ВРП возрастет в ответ на увеличение объема инвестиций до 4043 млрд. рублей к 2023 г. (Рис. 36).

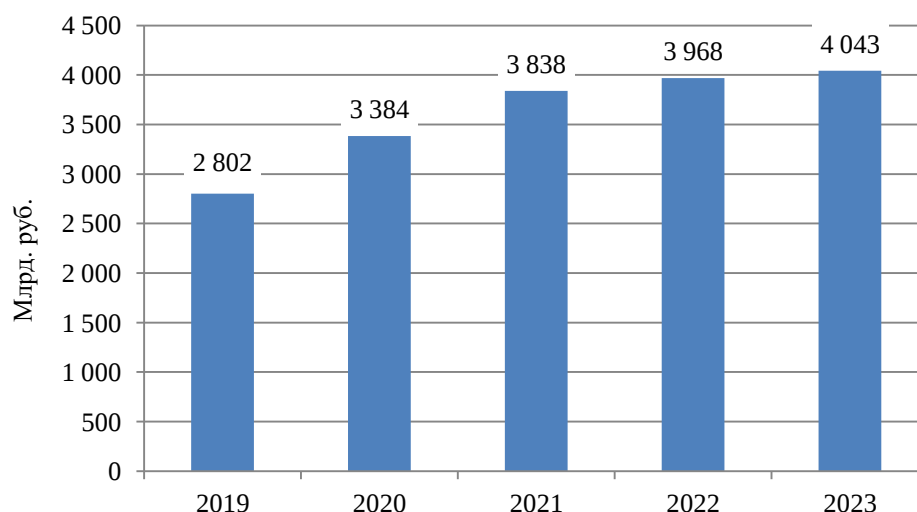


Рис. 36. Необходимый рост объема инвестиций в Пермском крае  
Источник: рассчитано автором

Поскольку в среднем 10% объема инвестиций составляют инвестиции домохозяйств, был рассчитан необходимый прирост инвестиций домохозяйств во времени при условии сохранения данной пропорции (Рис. 37).

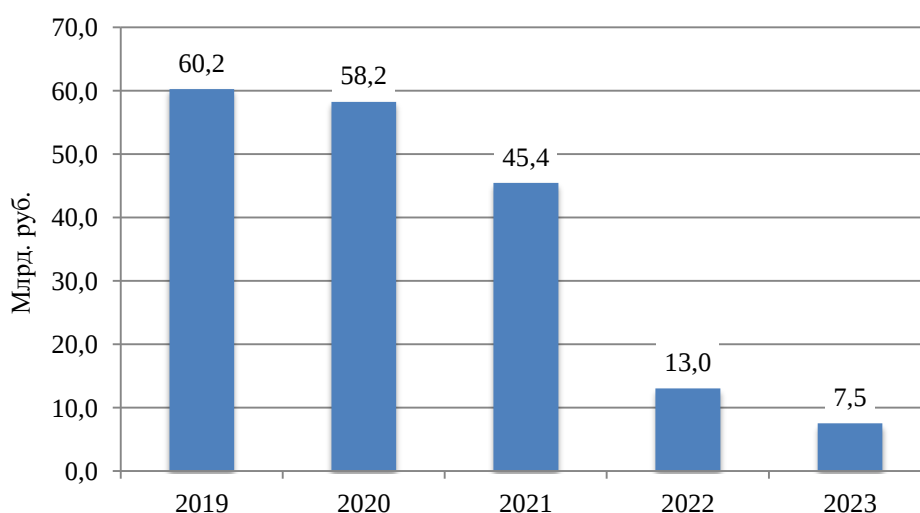


Рис. 37. Необходимый прирост инвестиций сектора домохозяйств в Пермском крае  
Источник: рассчитано автором

Таким образом, исходя из заданного целевого распределения домохозяйств среднего класса по сбережениям, получены оптимальный закон снижения доли несберегателей во времени с 55% до 40%, а также количественные оценки целевых показателей экономики региона.

### 4.3. Анализ возможностей привлечения инвестиций домохозяйств в экономику Пермского края

Для формулирования рекомендаций по достижению найденных целевых показателей необходимо проанализировать возможности привлечения инвестиций домохозяйств в экономику.

В структуре объема инвестиций Пермского края основная часть приходится на инвестиции организаций, а инвестиции сектора домохозяйств (включая депозиты) незначительны и составляют в среднем порядка 10% (за 2009-2018 гг), а доля инвестиций в их объеме – всего 3% (Рис. 38).

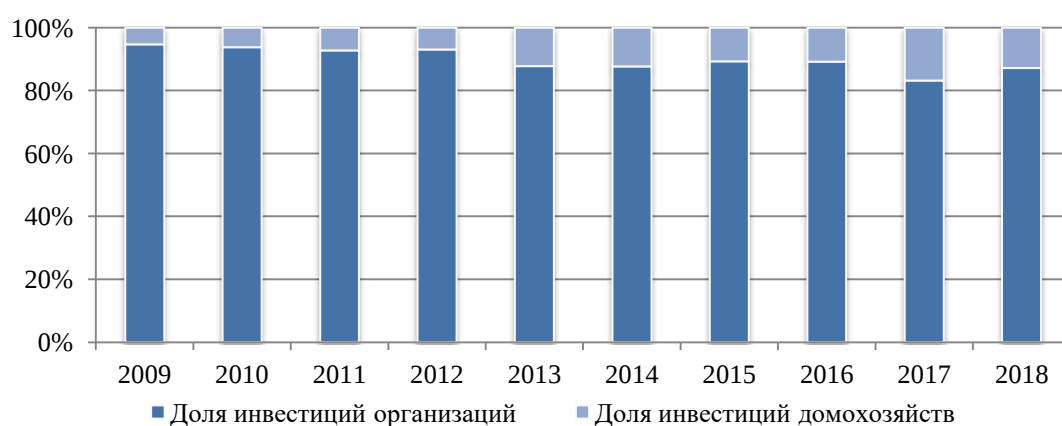


Рис. 38. Структура инвестиций в Пермском крае

Источник: ПермьСтат, Банк России

В развитых странах большая часть сбережений домохозяйств (65%) направлена в инвестиционные формы, меньшая (35%) – в депозиты (Рис. 39).

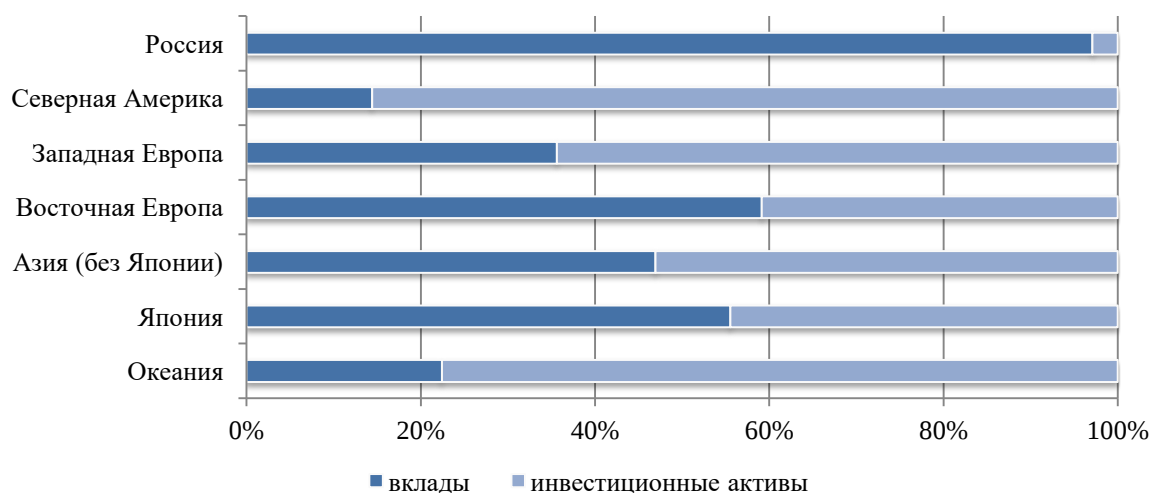


Рис. 39. Структура сбережений по видам активов в различных странах

Источник Банк России [67], Allianz Group [90]

Эти факты свидетельствует о незрелом состоянии финансового рынка Пермского края и России в целом. Однако в последние годы на фоне низких ставок по вкладам и при активном посредничестве банков (имеющих налаженный контакт с населением, аккумулирующих большую часть его финансовых сбережений и стремящихся не допустить их перетока в конкурентные субституты и увеличить свои комиссионные доходы) наметилась положительная тенденция роста интереса домохозяйств к инструментам инвестирования денежных средств на финансовом рынке.

Рассмотрим три современные альтернативные банковским депозитам инвестиционные инструменты: полис инвестиционного страхования жизни (ИСЖ), индивидуальный пенсионный план (ИПП) и индивидуальный инвестиционный счет (ИИС). В таблице 4 проведено их сравнение по основным характеристикам.

Таблица 4

Сравнение ИСЖ, ИПП и ИИС по основным характеристикам

| <b>Инструмент</b><br><b>Характеристика</b> | <b>ИСЖ</b><br><b>(инвестиционное</b><br><b>страхование жизни)</b>                                                                                                                                                        | <b>ИПП</b><br><b>(индивидуальный</b><br><b>пенсионный план)</b>                                | <b>ИИС</b><br><b>(индивидуальный</b><br><b>инвестиционный</b><br><b>счет)</b>                                                                               |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>финансовый институт</b>                 | страховые компании, основные посредники – банки                                                                                                                                                                          | негосударственные пенсионные фонды (НПФ)                                                       | брокерские и управляющие компании, основные посредники – банки                                                                                              |
| <b>прибыль</b>                             | нефиксированная, зависит от макроэкономической конъюнктуры рынка. Определяется «коэффициентом участия» в распределении прибыли страховой компании согласно договору. Возможны выплаты при наступлении страховых случаев. | нефиксированная, зависит от макроэкономической конъюнктуры рынка. Определяется доходностью НПФ | нефиксированная, зависит от макроэкономической конъюнктуры рынка. Определяется доходностью ценных бумаг. Возможна выплата дивидендов – по решению компаний. |

Продолжение Таблицы 4

|                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>бонусы</b>                                                                                  | 1. страхование от рисков<br>2. налоговый вычет с суммы вложенных средств (120 тыс. руб. - максимальная сумма, с которой может быть возвращен НДФЛ)<br>3. не подлежит декларации государственными служащими<br>4. адресное наследование<br>5. защита от притязания третьих лиц | 1. налоговый вычет с суммы вложенных средств (120 тыс. руб. - максимальная сумма, с которой может быть возвращен НДФЛ)<br>2. не подлежит декларации государственными служащими<br>3. адресное наследование<br>4. защита от притязания третьих лиц | налоговый вычет на входе для 1 типа ИИС (400 тыс.руб. - максимальная сумма, с которой может быть возвращен НДФЛ)                                                                       |
| <b>срок</b>                                                                                    | минимум - 3 года, ограничен                                                                                                                                                                                                                                                   | срок зависит от начала установления государственной пенсии (фактически - от возраста и жизненных обстоятельств)                                                                                                                                   | минимум - 3 года, не ограничен                                                                                                                                                         |
| <b>гарантия сохранности номинала вложенных средств (в случае работы финансового института)</b> | есть, нет риска получить убыток.                                                                                                                                                                                                                                              | есть, нет риска получить убыток.                                                                                                                                                                                                                  | нет, существует риск получить убыток.                                                                                                                                                  |
| <b>случай прекращения работы финансового института</b>                                         | гарантия государства возврата денежных средств отсутствует                                                                                                                                                                                                                    | гарантия государства возврата денежных средств отсутствует                                                                                                                                                                                        | гарантия государства возврата средств, находящихся на брокерском счете (в кэше), отсутствует. Инвестированные в ценные бумаги средства сохраняются, их можно перевести другому брокеру |

Продолжение Таблицы 4

|                                                 |                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>налог на прибыль</b>                         | взимается с части прибыли, уменьшенной на ставку рефинансирования                                                                                                                                                                | взимается с инвестиционного дохода только в случае досрочного закрытия договора                                                                                                                                                                                                                                             | в зависимости от типа ИИС. Для 1 типа ИИС налог взимается с прибыли от продажи активов при закрытии ИИС, сразу удерживается - на дивиденды. ИИС 2 типа освобождены от налога на прибыль с продажи активов (вместо права на налоговый вычет), но налог с дивидендов удерживается |
| <b>завершение договора</b>                      | Выплачивается номинал вложенных средств и инвестиционная прибыль                                                                                                                                                                 | Выплаты в виде негосударственной пенсии начинаются одновременно с государственной пенсией и осуществляются в течение определенного условиями договора срока (не одновременно)                                                                                                                                               | При закрытии ИИС выводятся свободные денежные средства, ценные бумаги можно продать по текущей стоимости или вывести на другой брокерский счет.                                                                                                                                 |
| <b>штрафы за досрочное расторжение договора</b> | выплачивается 0%-100% вложенных средств в зависимости от установленного в договоре размера выкупной суммы, теряется инвестиционная прибыль и право на налоговый вычет (если был получен налоговый вычет, его необходимо вернуть) | Выплачивается 0%-100% вложенных средств в зависимости от установленного в договоре размера выкупной суммы (собственные средства и инвестиционная прибыль), теряется право на налоговый вычет (если был получен налоговый вычет, его необходимо вернуть) и право на освобождение от уплаты налогов на инвестиционную прибыль | теряется право на налоговый вычет (если был получен налоговый вычет, его необходимо вернуть), но не на инвестиционный доход                                                                                                                                                     |

Источник: составлено автором

Опишем действие каждого рассматриваемого механизма.

С точки зрения процесса инвестирования, клиент, заключивший договор ИСЖ, доверяет страховой компании вложение собственных средств в финансовые активы и получает за это гарантию сохранности номинала вложенных средств, потенциально возможную высокую доходность, право на налоговый вычет (до 15600 руб. в год), а также страховую защиту своей жизни.

ИСЖ, как сектор страхования жизни, являлся драйвером роста всей отрасли страхования в период 2016-18 гг. [57] В целом динамика сборов и выплат по страхованию жизни в Пермском крае представлена на рисунке 40. Объем сборов по данному направлению в 2016 г. увеличился более, чем на 160%, в 2017 г – почти 175%, в 2018 г – порядка 160%. В 2018 г лидерами рынка страхования жизни стали федеральные гиганты «Сбербанк страхование жизни», «СК Согаз жизнь», «Капитал лайф страхование жизни», «Альфастрахование-жизнь», «Росгосстрах жизнь», «ВТБ страхование жизни» (региональные страховые компании полисы ИСЖ не предлагают).

За 2019 г. было впервые за 10 лет зафиксировано снижение объема страховых премий в регионе и по всей России, вызванное исчерпанием клиентской базы и разочарованием населения в продукте: реальная доходность полисов оказалась намного ниже ожидаемой (за 2017-18 гг. она составила в среднем 2,4-3,3%, что объясняется падением индекса РТС, золота, акций фармацевтических компаний, к которым были привязаны большинство стратегий тех лет) [44], агенты недобросовестно информировали клиентов о значимых недостатках ИСЖ (отсутствие государственной гарантии возврата капитала при банкротстве страховой компании, штрафах за досрочное расторжение договоров).

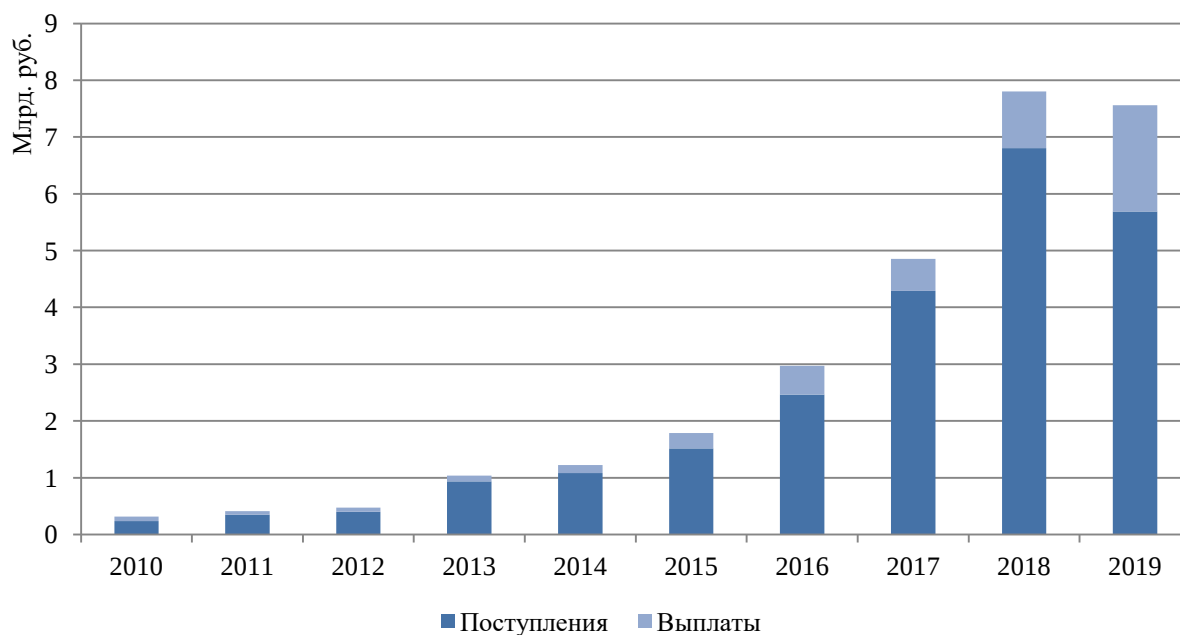


Рис. 40. Динамика объема сборов и выплат по страхованию жизни в Пермском крае

Источник: ЗАО Медиа-Информационная Группа «Страхование сегодня» (МИГ) [76].

Видя репутационные риски отрасли страхования, Банк России разработал концепцию развития ИСЖ, согласно которой в 2021 г. запланировано появление системы государственного гарантирования средств, вложенных в полисы ИСЖ [43], в рамках которой компенсационными выплатами будет заниматься АСВ.

В целом механизм инвестирования ИСЖ подходит домохозяйствам, которые обладают немалым накопленным капиталом, свободным на ближайшие 3, 5 лет (типичный срок полиса), официальной заработной платой, пассивной моделью инвестирования (умеренная склонность к риску, делегирование полномочий управления процессом инвестирования).

Для работающих граждан предпенсионного возраста, не имеющих крупной суммы свободного капитала более актуальным может оказаться другой схожий продукт - индивидуальный пенсионный план (ИПП), предоставляемый негосударственными пенсионными фондами (НПФ). Он представляет собой программу негосударственного пенсионного обеспечения за счет дохода от инвестирования денежных средств клиента в российские

ценные бумаги посредством НПФ. Также, как и ИСЖ, НПФ гарантируют полный возврат капитала, доходность ИПП не фиксирована, но потенциально может быть выше ставки по депозиту, имеется также возможность получения налогового вычета (до 15600 руб. в год) и защита от притязания третьих лиц (не делятся при разводе). Однако срок получения выплат увязан на назначении государственной пенсии и растянут во времени.

В Пермском крае региональные НПФ «Стратегия», «Урал ФД» прекратили свою работу в связи с аннулированием Банком России их лицензий в 2016 г. Сегодня в Прикамье в направлении негосударственного пенсионного обеспечения осуществляют деятельность филиалы крупных московских НПФ. Судя по открытым данным Банка России, их активы растут, однако это в большей степени обусловлено развитием обязательного пенсионного страхования (Таблица 5), фактическая доходность сопоставима с доходностью вкладов или даже уступает им.

Таблица 5

Ключевые показатели деятельности НПФ «Сбербанка» по негосударственному пенсионному обеспечению (по России в целом)

| Показатель                       | 2017    | 2018    | 2019*   |
|----------------------------------|---------|---------|---------|
| Активы всего, млн.руб            | 509 584 | 627 149 | 661 320 |
| Пенсионные резервы, млн. руб.    | 26 651  | 37 718  | 44 215  |
| Количество участников, тыс. чел. | 1 575   | 1 752   | 1 758   |
| Из них получают пенсию, тыс.чел. | 17      | 30      | 32      |
| Выплаты пенсий, млн. рублей      | 280     | 458     | 449     |
| Фактическая доходность, %        | 9,78    | 4,98    | 10,93   |

\* - за 9 месяцев

Источник: Банк России

Главный недостаток ИСЖ и ИПП – в отсутствии государственной гарантии сохранения капитала. В случае банкротства НПФ или страховой компании клиент рискует потерять не только инвестиционный доход, но и номинал вложенных средств. Таким образом, ИСЖ и ИПП в существующих реалиях выгоднее вкладов лишь в некоторых частных случаях и недостаточно привлекательны для широких масс.

Рассмотрим третий инвестиционный инструмент – индивидуальный инвестиционный счет (ИИС). Он начал функционировать с 01.01.2015 г. и был создан на основе мирового опыта стимулирования инвестиционной активности граждан (прежде всего, имеются ввиду счета IRA в США, ISA в Великобритании и др.). ИИС по сути является брокерским счетом, но позволяет получить налоговую льготу от государства. Существуют два типа вычета на выбор инвестора:

- Тип А – вычет на взносы. Резиденты имеют право на налоговый вычет в 13% от суммы внесенных средств (ежегодно не более 52 000 руб, что в 3,3 раза больше, чем по ИСЖ и ИПП). Подходит широкому кругу лиц, в особенности инвесторам-консерваторам и новичкам, платящих НДФЛ. Ежегодный налоговый вычет можно рассматривать как получение гарантированного дохода.
- Тип Б – вычет с прибыли. Право на освобождение от уплаты НДФЛ, полученных от торговых операций. Предоставляется при закрытии ИИС. Подходит для неимеющих декларируемого налогооблагаемого дохода, а также активных инвесторов, зарабатывающих на спекуляциях (когда налог на прибыль выше максимально допустимого вычета).

Размер вложений и сроки определяются по усмотрению владельца, но есть несколько ограничений по сумме вложений - от 0 до 1 млн руб. ежегодно, , минимальному сроку владения - от 3 лет (с момента открытия), а также по активам приобретения - доступны только ценные бумаги, торгующиеся на Московской Бирже.

Открывают ИИС брокеры, а также компании, которые оказывают услуги по доверительному управлению ценными бумагами (в частности, банки), когда клиент выбирает стратегию, в рамках которой действует управляющая компания. Возможно и самостоятельное управление счетом. Многие брокерские компании предоставляют эти услуги дистанционно. Простота процесса обеспечивается удобным интерфейсом приложений, подборкой аналитики, онлайн-консультантами и роботами-помощниками.

В топ-5 профессиональных участников по количеству открытых ИИС входят «Сбербанк», «Банк ВТБ», «Тинькофф-Банк», «Компания БКС», «Открытие Брокер».на июнь 2020 г. Характеризуя своих розничных клиентов, брокерские компании отмечают следующее [62,77]:

- клиенты в основном покупают акции, затем по убывающей – облигации компаний, государственные облигации (ОФЗ), ETF;
- средний возраст инвесторов - 35-40 лет;
- уровень дохода - выше среднего (у 77% ежемесячный доход свыше 50 000 рублей);
- стратегия инвестирования – консервативная (свыше 90%): клиенты придерживаются правила «buy&hold», означающего направленность не на торговые операции, а на формирование и держание инвестиционного портфеля с постепенным наращиванием и диверсификацией его активов;
- по типу занимаемой должности клиенты – рядовые сотрудники (47%) или руководители (23%);
- высокий уровень образования (83% имеют неполное высшее или высшее образование).

Такое описание розничного инвестора ИИС вполне соответствует среднему классу общества. Его представители получают официальную заработную плату выше среднего уровня, готовы инвестировать на срок от 3 лет с доходностью чуть выше вклада и несильно рисковать, при этом они образованны и владеют азами финансовой грамотности.

Статистика основных показателей ИИС по данным МосБиржи в целом по России приведена в таблице 6.

Таблица 6

## Динамика основных показателей механизма ИИС по России

| <b>Показатель \ Год</b>                                                                                        | <b>2015</b> | <b>2016</b> | <b>2017</b> | <b>2018</b> | <b>2019</b> | <b>2020*</b> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
| <b>Количество открытых ИИС всего, тыс.</b>                                                                     | 89          | 196         | 301         | 597         | 1646        | 2414         |
| <b>Количество открытых брокерских ИИС, тыс</b>                                                                 | 85          | 177         | 263         | 514         | 1424        | 2151         |
| <b>Количество открытых ИИС с ДУ**, тыс</b>                                                                     | 4           | 19          | 38          | 83          | 222         | 263          |
| <b>Доля ИИС, открытых в качестве первого брокерского счета/счета ДУ, к числу ИИС за весь период, %</b>         | 11,2        | 13,3        | 11,6        | 15,6        | 12,4        | 14           |
| <b>Количество ИИС, открытых в качестве первого брокерского счета/счета ДУ, по годам, тыс.</b>                  | 10          | 16          | 17          | 59          | 107         | 127          |
| <b>Количество активных ИИС, по которым была совершена хотя бы одна сделка за год, нарастающим итогом, тыс.</b> | 17          | 64          | 118         | 226         | 420         | 604          |
| <b>Оборот ИИС всего, млрд руб</b>                                                                              | 35          | 162         | 297         | 478         | 620         | 717          |
| <b>Оборот брокерских ИИС, млрд руб</b>                                                                         | 34          | 158         | 294         | 469         | 603         | 704          |
| <b>Оборот ИИС с ДУ, млрд руб</b>                                                                               | 0,5         | 3           | 4           | 8           | 17          | 13           |
| <b>Активы ИИС всего, млрд руб</b>                                                                              |             |             | 51          | 99          | 198         | 218          |

Продолжение Таблицы 6

|                                                                                 |    |     |      |      |      |     |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|-----|------|------|------|-----|
| <b>Активы брокерских ИИС, млрд руб</b>                                          |    |     | 37   | 65   | 132  | 143 |
| <b>Активы ИИС с ДУ, млрд руб</b>                                                |    |     | 14   | 33   | 66   | 74  |
| <b>Объем полученных вычетов по типу А, млн руб</b>                              |    | 329 | 861  | 1825 | 3296 |     |
| <b>Количество владельцев, получивших вычет типа А, тыс.чел.</b>                 |    | 9   | 21   | 43   | 80   |     |
| <b>Средний размер вычета типа А, тыс.руб</b>                                    |    | 38  | 40,9 | 42,5 | 41,3 |     |
| <b>Объем полученных вычетов по типу Б, млн руб</b>                              |    |     |      | 35   |      |     |
| <b>Количество владельцев, получивших вычет типа Б, чел.</b>                     |    |     |      | 276  |      |     |
| <b>Средний размер вычета типа Б, тыс.руб</b>                                    |    |     |      | 127  |      |     |
| <b>Доля фондированных брокерских ИИС, %</b>                                     | 28 | 25  | 28   | 46   | 23   |     |
| <b>Средний размер брокерского ИИС (без учета нефондированных ИИС), тыс.руб.</b> |    |     | 431  | 305  | 442  | 351 |
| <b>Средний размер ИИС с ДУ, тыс.руб.</b>                                        |    |     | 310  | 405  | 328  | 284 |
| <b>Доля брокерских ИИС в общем количестве уникальных счетов физ.лиц, %</b>      |    |     | 17   | 20   | 29   | 35  |
| <b>Доля ИИС с ДУ в общем количестве уникальных счетов физ.лиц, %</b>            |    |     | 51   | 55   | 61   | 67  |

\*за первый квартал 2020г.

\*\* ДУ – доверительное управление

Источник: данные Московской Биржи [36]

За первый 2015 г. было открыто 89 тыс. счетов, за неполных 5 лет их число увеличилось более, чем в 27 раз и превысило 2 млн счетов. По представленным данным можно отметить однозначную положительную тенденцию: растет не только число ИИС, но и оборот, и активы, и доля ИИС, открытых в качестве первого брокерского счета.

Пермский край по количеству открытых ИИС занимает 12 место по России и 4 место в Приволжском Федеральном округе (из 14), динамика объема открытия счетов представлена на рисунке 41 [41]. Уровень распространения ИИС в регионе выше общегосударственного и составляет 1,4%.

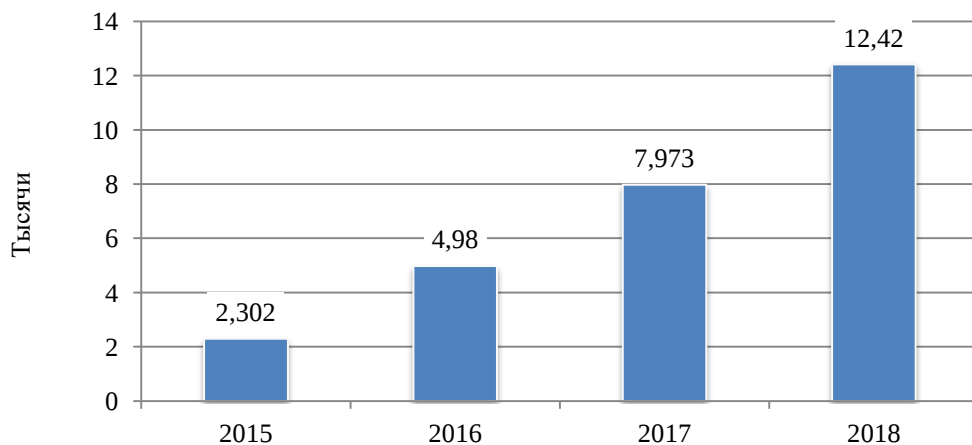


Рис. 41. Количество открытых ИИС в Пермском крае  
Источник: Банк России

В настоящее время среди спектра инвестиционных продуктов, представленных на финансовом рынке России и в ее регионах, единственным инвестиционным инструментом, который является успешным в последние годы и привлекает множество частных инвесторов, является индивидуальный инвестиционный счет. Он выгодно отличается от своих конкурентов более высокой доходностью за счет налогового вычета, низким финансовым порогом входа и возможностью самостоятельного управления, что является весомым аргументом для среднего класса, который имеет свободные денежные средства, а также в состоянии разобраться в финансовых тонкостях и нести ответственность за свои рискованные решения.

Таким образом, за счет инструмента ИИС можно частично обеспечить необходимый прирост инвестиций домохозяйств, изображенный на рисунке 34. С учетом экстраполяции темпов открытия ИИС, рассчитана возможная доля ИИС в необходимом приросте инвестиций домохозяйств в Пермском крае и представлена на рисунке 42. По крайней мере 6% необходимого прироста объема инвестиций можно обеспечить за счет привлечения средств на ИИС.

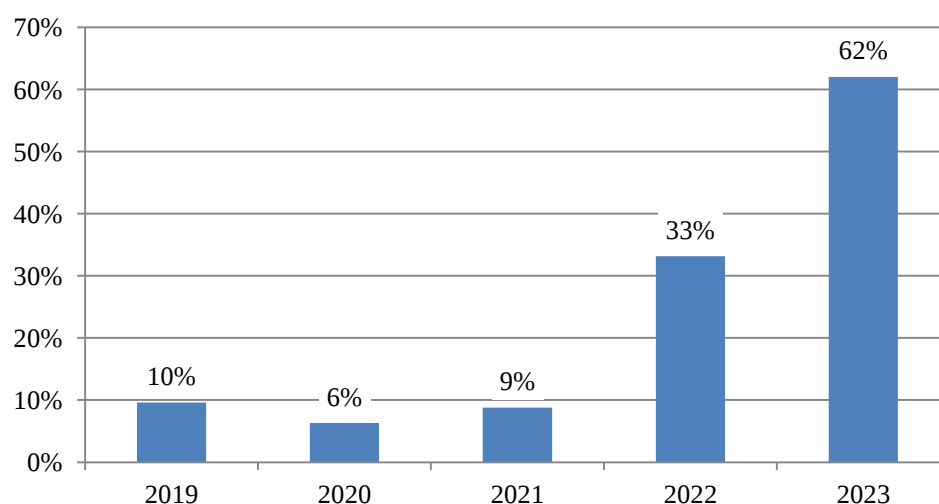


Рис. 42. Возможная доля ИИС в необходимом приросте объема инвестиций домохозяйств

Источник: рассчитано автором

Однако для того, чтобы доля несберегателей упала до 40%, как показывают приведенные выше расчеты, одного инструмента ИИС привлечения частных инвесторов недостаточно.

К факторам, тормозящим процесс развития финансового рынка России, можно отнести, прежде всего, отсутствие системы защиты капитала инвесторов (по аналогии с АСВ в банковском секторе, которое осуществляет свою деятельность с 2004 г.), а также экономическую нестабильность в стране, низкий уровень доверия финансовым институтам и финансовой грамотности населения, слабую нормативно-правовую базу функционирования финансового рынка. Действия государственной политики в области сбережений должны быть направлены на преодоление указанных

препятствий. Классификация инструментов воздействия на инвестиционную деятельность домохозяйств стимулирующего характера приведена на Рис. 43.

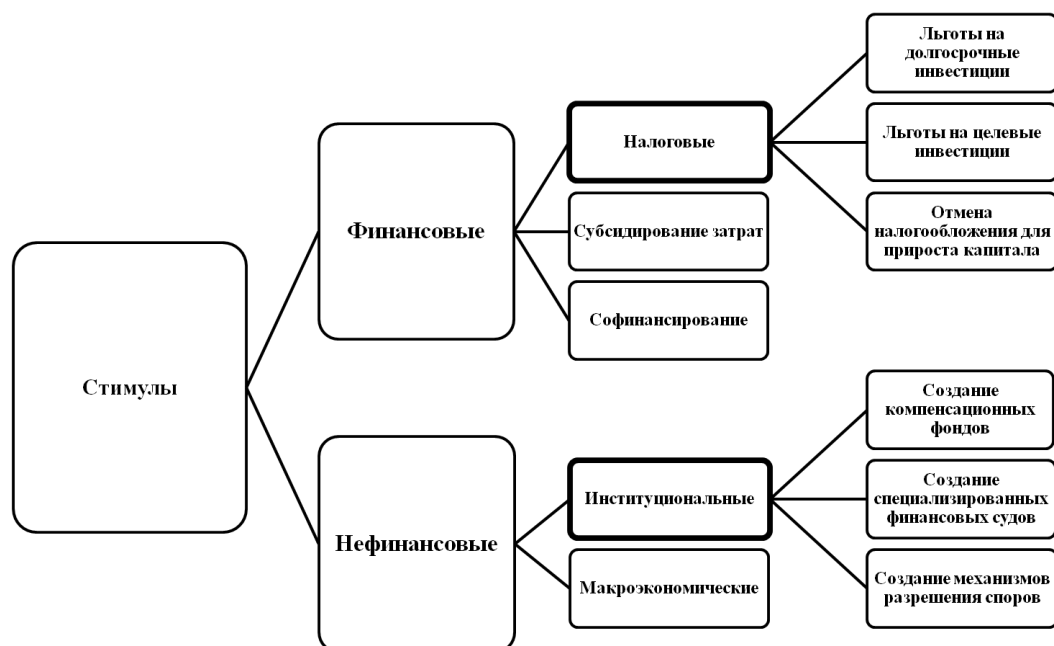


Рис. 43. Классификация стимулов инвестиционной деятельности домохозяйств.

Источник: составлено автором по [22].

В России на наш взгляд необходимо акцентировать внимание на разработке институциональных и налоговых стимулирующих инструментов. Создание и внедрение системы страхования и защиты прав инвесторов для небанковского сектора - первоочередная системная задача, решение которой позволит существенно снизить риски инвестирования. Подобного рода компенсационные системы функционируют во многих странах. Эту практику необходимо перенять и освоить и в России.

Налоговое стимулирование является самым распространенным и мощным финансовым стимулом инвестиционной деятельности домохозяйств, когда привлекательность инвестиций повышается за счет увеличения их доходности. На наш взгляд, целесообразными являются следующие предложения по развитию системы налогового стимулирования в России и ее регионах:

1. Понизить ставку налога на доходы физических лиц (НДФЛ)
  - на доход от дивидендов по ценным бумагам;

- на суммы взносов работодателей в пользу своих работников по договорам инвестиционного страхования жизни;
- на суммы взносов работодателей в пользу своих работников по договорам индивидуального пенсионного плана;

2. Предусмотреть повышение налоговой льготы по мере роста срока инвестирования;

3. Индексировать максимальные суммы, с которых может быть возвращен налоговый вычет;

4. Расширить спектр инвестиционных продуктов, по которым действуют налоговые вычеты;

5. Разработать механизмы целевых ИИС (в частности, пенсионных, строительных и прочих).

На региональном уровне меры налогового стимулирования необходимо внедрять с ориентацией на поддержку региональных предприятий и компаний, формируя тем самым институты взаимодействия власти и бизнеса на финансовом рынке.

Учитывая незрелое состояние финансового сектора Пермского края, руководству региона необходимо содействовать процессу развитию банковской сети, а также небанковских участников: региональных страховых и брокерских компаний, негосударственных пенсионных фондов, создавая условия, способствующие финансовой инклюзии населения.

Кроме того, необходимо воспитывать культуру инвестирования, проводить обучающие мероприятия с целью повышения уровня финансовой грамотности и формирования эффективных частных сбережений.

Результаты апробации подхода к управлению сбережениями домохозяйств, полученные среднего класса Пермского края, а также разработанная СППР являются важными для Пермского края и приняты к внедрению в деятельность Министерства экономического развития и инвестиций Пермского края и Центра прикладной экономики НИУ ВШЭ-Пермь. Акты о внедрении приведены в Приложении.

### 3.4. Краткие выводы по Главе 4

Глава была посвящена апробации применения предложенных подхода и прототипа СППР к оцениванию влияния управляющих воздействий на сбережения домохозяйств среднего класса Пермского края с учетом распределенного характера сбережений и взаимосвязи с экономической средой региона.

Для этого

- 1) был проведен классический анализ социально-экономического развития Пермского края;
- 2) на основе математической модели и комбинированных данных было получено текущее распределение домохозяйств среднего класса по размеру сбережений;
- 3) была сформулирована и решена задача повышения среднего уровня сбережений в кластере за счет сокращения доли несберегателей, количественно определено оптимальное управляющее воздействие во времени;
- 4) с помощью корреляционно-регрессионного анализа были установлены количественные зависимости доли несберегателей и значимых социально-экономических факторов: среднего дохода, объема ВРП и объема инвестиций;
- 5) с помощью разработанной СППР была произведена количественная оценка целевых ориентиров данных факторов для достижения заданной структуры сбережений в кластере;
- 6) был проведен анализ существующих инвестиционных инструментов, исходя из которого были сформулированы рекомендации органам государственной власти в рамках мер по стимулированию инвестиционно-сберегательного поведения населения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа была посвящена повышению эффективности процесса принятия решений в области сбережений населения за счет применения моделей оптимального управления сбережениями домохозяйств с учетом их распределенного характера и взаимосвязи с экономической средой. Основу решения проблемы образуют следующие результаты, полученные в ходе исследования.

1. Сформулированная **математическая постановка задачи** оптимального управления сбережениями домохозяйств позволила описать проблему регулирования сбережений домохозяйств с учетом их распределенного характера. Показано, что задача является корректной, что подтверждается рядом свойств целевого функционала.
2. Разработанный **подход к управлению сбережениями** домохозяйств позволил получить закон изменения доли несберегателей во времени в явной форме. Проведенный количественный анализ взаимосвязи между найденной оптимальной траекторией изменения доли несберегателей во времени и доступными для регулирования социально-экономическими факторами позволил выработать набор управленческих решений и мероприятий для стимулирования инвестиционно-сберегательного поведения.
3. Разработанная **система поддержки принятия решений** для задачи повышения инвестиционно-сберегательной активности населения позволила вычислить оптимальную траекторию изменения доли несберегателей во времени, а также необходимые для ее реализации рост доходов населения, ВРП и объема инвестиций. Показано, что как минимум 6% необходимого прироста объема инвестиций домохозяйств можно обеспечить за счет привлечения средств на ИИС.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Авраамова Е.В., Овчарова Л.Н. Сбережения населения России в период экономических реформ. - 10 с. - URL: <http://ecsocman.hse.ru/data/744/679/1219/031Avraamova.pdf>
- 2 Авраамова Е.М., Малева Т.М. Эволюция российского среднего класса: миссии и методология // Общественные науки и современность. – 2014. - №4. – С. 5-17.
- 3 Авраамова Е.М., Малышев М.А. Становление и развитие концепции среднего класса в России // Государственное управление. Электронный вестник. - 2017. - № 61. - С.208-227
- 4 Айвазян С.А. Интегральные индикаторы качества жизни населения; их построение и использование в социально-экономическом управлении и межрегиональных сопоставлениях. - М.: ЦЭМИ РАН. - 2000. - 118 с.
- 5 Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. - М.: Физматлит. -2002. - 320 с.
- 6 Алиева И.А. Сбережения населения как источники формирования инвестиционного потенциала в условиях экономической трансформации: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. эконом. наук (08.00.01) / Алиева Иноббат Акрамовна; Кыргызко-Российский славянский универ.. – Бишкек, 2008. – 16 с.
- 7 Анкудинов В. Е. Компьютерное моделирование процессов переноса и деформаций в сплошных средах: Учебное пособие / В.Е. Анкудинов, Д.Д. Афлятунова, М.Д. Кривилев, Г.А. Гордеев. – Ижевск. – 2014. – 105 с.
- 8 Баланс денежных доходов и расходов населения [Электронный ресурс] / - URL: [https://www.gks.ru/bgd/free/b99\\_10/isswww.exe/stg/d000/i000170r.htm](https://www.gks.ru/bgd/free/b99_10/isswww.exe/stg/d000/i000170r.htm)

9 Белехова Г. В. Индикаторы сберегательной активности населения (на примере Вологодской области) // Проблемы и перспективы экономики и управления : материалы II Междунар. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, июнь 2013 г.). — Т. 0. — Санкт-Петербург : Реноме, 2013. — С. 119-122. — URL: <https://moluch.ru/conf/econ/archive/77/3995/>

10 Белехова Г.В. О методологических подходах к исследованию сберегательного поведения населения / Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. – 2015. - №1(37). – С.246-263

11 Бурдяк А.Я. Денежные сбережения домашних хозяйств на разных этапах жизненного цикла // Финансовый журнал. – 2014. - №1. - С. 129-140

12 Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами.- М.: Наука. -1975. – 568 с.

13 Великанова Т.Б, Колмаков И.В., Фролова Е.Б. Совершенствование методики и моделей распределения населения по среднедушевому доходу. // Вопросы статистики. - 1996. -№5.- С.50-58

14 Владимирова Д.Б., Деревянкина П.О. Оптимальное управление распределенными системами в задачах социально-экономического анализа // Глобальный научный потенциал. - 2016. -№ 3 (60). - С. 40-43.

15 Гитман Л.Дж., Джонк М. Д. Основы инвестирования. Пер. с англ. – М.: Дело, 1997. - 1008 с.

16 Гнедков В.В. Экономическая сущность категории "сбережения населения" // Экономика: вчера, сегодня и завтра. - 2018/ - Т.8, №6А. - стр.165-175

17 Горшков М.К., Тихонова Н.Е. Средний класс как социальная база обеспечения конкурентоспособности России // Россия реформирующаяся. - 2005. - №5. - С. 10-43

18 Григорьев Л., Иващенко А. Мировые дисбалансы сбережений и инвестиций // Вопросы экономики. – 2011. – № 6. – С. 4–19.

- 19 Григорьев Л., Салмина А., Кузина О. Российский средний класс: анализ структуры и финансового поведения. – М.: Экон-Информ, 2009. – 148 с.
- 20 Гюльмамедова Г. Сравнительный анализ моделей денежных и материальных накоплений // Актуальные проблемы экономики. - 2012. - №12. - Т. 138. - С. 322-327
- 21 Гюльмамедова Г.А. Математические инструментари в анализе денежных и материальных накоплений: автореферат дисс. ...докт. Философии по экономике: 5302.01. - Баку.- 2013. - 28 с.
- 22 Данилов Ю.А. Стимулирование долгосрочных инвестиций домохозяйств в финансовые инструменты: отчет науч.-иссл.работы РАНХиГС. - Москва. -2019. - 57 с. - URL: <https://socionet.ru/~cyrcitec/rnp-pdf/wpaper/041904.pdf>
- 23 Данилов Ю.А., Абрамов А.Е., Буклемишев О.В. Реформа финансовых рынков и небанковского финансового сектора. – М.: Центр стратегических разработок, июль 2017. - URL: <http://csr.ru/wp-content/uploads/2017/07/Report-Financial-markets-v2-web.pdf>
- 24 Данилов Ю.А., Абрамов А.Е., Буклемишев О.В. Реформа финансовых рынков и небанковского финансового сектора. – М.: Центр стратегических разработок. - 2017. - URL: <http://csr.ru/wp-content/uploads/2017/07/Report-Financial-markets-v2-web.pdf>.
- 25 Данилов Ю.А., Пивоваров Д.А. Финансовая структура в России: выводы для государственной политики // Вопросы экономики. - 2018. - №3. - С. 30-47. - <https://doi.org/10.32609/0042-8736-2018-3-30-47>
- 26 Деревянкина П.О. Анализ влияния экономических факторов в задаче оптимального управления сбережениями домохозяйств // Прикладная математика и вопросы управления. - 2020 -№ . - С. 75-88.
- 27 Друкер П. Практика менеджмента. - Москва: Издательский дом «Вильямс». - 2000. - 388 с

- 28 Егоров А.И., Знаменская Л.Н. Введение в теорию управления системами с распределенными параметрами. - СПб.: Лань. - 2017. – 292 с.
- 29 Ерофеев В.Т., Козловская И.С. Уравнения с частными производными и математические модели в экономике: курс лекций. - М: Едиториал УРСС, 2004. - 248 с.
- 30 Ефимова М.Р., Аббас Н.Ю. Инвестиционный потенциал населения России: основные аспекты статистического изучения // Вопросы статистики. – 2011. – № 1. – С. 21–30.
- 31 Жеребин В.Н., Ермакова Н.А. Уровень жизни населения – как он понимается сегодня // Вопросы статистики. - 2000. - №8. - С.3-11.
- 32 Ибрагимова Д.Х. Сберегательное поведение россиян в 2009-2013 гг. // Банковское дело. - 2013. - № 12. - С. 48-53
- 33 Иваненко В.И., Мельник В.С. Вариационные методы в задачах управления для систем с распределенными параметрами. - Киев: Наукова Думка. - 1988. – 284 с.
- 34 Иванов Ю.Н., Хоменко Т.А. Проблемы и методы статистики сбережения населения в соответствии с концепциями СНС // Экономический журнал ВШЭ. - 1988. - №4. - С.508-515
- 35 Игонина Л.Л. Финансовый потенциал инвестиционного процесса в российской экономике / Дайджест-Финансы. - 2016. - т. 21, № 2. - С. 2-14
- 36 Индивидуальный инвестиционный счет. Мосбиржа. [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.moex.com/msn/tax-exemption>
- 37 Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. - М.: Наука. - 1974. - 481 с.
- 38 Кадыкова Е. Налоговое стимулирование инвестиций в пенсионное страхование // Экономическое развитие России. - 2017. - №6. - С. 51-57. - URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/nalogovoe-stimulirovanie-investitsiy-v-pensionnoe-strahovanie>

39 Кацуба Е.Е. Денежные сбережения населения как инвестиционный ресурс: автореф. дис ... канд. экон. наук: 08.00.10 / Е. Е. Кацуба. – М.: Изд-во РЭА им. Г. В. Плеханова, 2003. – 22 с.

40 Козлова О.А., Тухтарова Е.Х. Факторный анализ взаимосвязи «Потребление сбережение» в Уральском федеральном округе // Экономика региона. - 2014. - №3. – С. 248-257.

41 Количество ИИС в Пермском крае за три года выросло в 5 раз. [Электронный ресурс]. – URL: <https://cbr.ru/press/regevent/?id=5631>

42 Колмаков И.Б. Методы и модели прогнозирования показателей дифференциации и поляризации денежных доходов населения : автореферат дис. ... доктора экономических наук : 08.00.13 / Колмаков Игорь Борисович; [Место защиты: Рос. эконом. акад. им. Г.В. Плеханова]. - Москва, 2008. - 47 с.

43 Концепция гарантирования на рынке страхования жизни: старт обсуждения [Электронный ресурс]. – URL: <http://cbr.ru/Press/event/?id=3958>

44 Концепция по совершенствованию регулирования инвестиционного страхования жизни [Электронный ресурс]. – URL: [https://www.cbr.ru/Content/Document/File/51259/concept\\_20181030.pdf](https://www.cbr.ru/Content/Document/File/51259/concept_20181030.pdf)

45 Крысова Е.В., Шатров А.В. Методы стохастической динамики в математическом моделировании социально-экономических процессов // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. -2006. - № 8. - С. 301-315.

46 Кузина О., Рощина Я. Экономические теории финансового поведения домохозяйств, часть 2. - 21 с. - URL: <http://ecsocman.hse.ru/data/264/124/1231/ykonomix5eeskiex20teoriix20fpx20x5eastx2.doc>

47 Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. - М.: Мир. - 1972. – 387 с.

48 Ломова Е.А. Особенности сбережений доходов домашних хозяйств как основы финансирования инвестиций в России // Вестник ЧелГУ.

- 2010. - №26. - URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-sberezheniy-dohodov-domashnih-hozyaystv-kak-osnovy-finansirovaniya-investitsiy-v-rossii>

49 Луценко А.В., Радаев В.В. Сбережения средних слоев населения // Экономика и организация промышленного производства. - 1995. - № 6 - С. 125-141

50 Магомедов И.И., Магомедов Р.И. Математическое моделирование мощности фирмы с помощью стохастических дифференциальных уравнений // Научно-технический вестник Поволжья. - 2011. - № 2. - С. 112-122.

51 Малкина М.Ю., Храмова И.Ю. Факторы сбережений населения: страновой и региональный анализ // Региональная экономика: теория и практика. – 2017. – Т. 15, № 10. – С. 1844 – 1867

52 Мамонов М., Пестова А., Панкова В., Ахметов Р., Солнцев О. Долгосрочное прогнозирование размера и структуры финансового сектора России. Серия докладов об экономических исследованиях. № 20 / Июль 2017 – М.: Банк России, 2017. - URL: [https://cbr.ru/content/document/file/16719/wp\\_20.pdf](https://cbr.ru/content/document/file/16719/wp_20.pdf)

53 Матовников М.Ю. Сберегательная активность населения России // Деньги и кредит. Информационно-аналитические материалы. - 2015. - №9. - С. 34-39

54 Мосесян М.А. Трансформация сберегательного поведения населения в условиях кризиса // Вестн. Волгогр. гос. ун-та. Сер. 3, Экон. Экол. - 2010. - № 2 (17) . - С.102-107

55 Низкая норма накопления – приговор инвестиционному климату [Электронный ресурс] / Л.М. Григорьев. – URL: <http://www.hse.ru/news/recent/26840696.html>

56 Николаенко С.А. Личные сбережения населения //Экономический журнал ВШЭ. - № 4. -1998. - С. 500-507

57 Обзор ключевых показателей деятельности страховщиков [Электронный ресурс]. – URL: [https://www.cbr.ru/Collection/Collection/File/27614/review\\_insure\\_19Q4.pdf](https://www.cbr.ru/Collection/Collection/File/27614/review_insure_19Q4.pdf)

58 Оруджев Э.Г., Гюльмамедова Г.А. О смешанных задачах на конечном пространстве накоплений // Актуальные проблемы экономики. - 2011. - №11. – С. 431–441.

59 Первадчук В.П., Владимирова Д.Б., Деревянкина П.О. Математическое моделирование экономической структуры общества на примере статистических данных по Пермскому краю // Вестник Пермского университета. Серия: Экономика. - 2018. - Т. 13. - № 3. - С. 390-401.

60 Первадчук В.П., Владимирова Д.Б., Деревянкина П.О. Распределенное управление в задаче моделирования дифференциации населения по объему накоплений // Вестник ПНИПУ. Серия: Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2019. - №30. – С. 151-163.

61 Пешина Э.В., Истомина Н.А., Анкудинова А.П. Необходимость и направления государственной политики стимулирования сбережений населения // Финансы и кредит. - 30(558). – 2013. - С.1-9

62 Портрет владельца ИИС [Электронный ресурс]. – URL: <https://bcspremier.ru/knowledge/basics/iis-i-statistika/>

63 Прогноз долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2030 года [Электронный ресурс]. - URL: <http://static.government.ru/media/files/41d457592e04b76338b7.pdf>

64 Программные продукты COMSOL [Электронный ресурс] – URL: <https://www.comsol.ru/products>

65 Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. - М.: Высш. шк.. - 2003. – 299 с.

66 Расчет оптимальных управляющих воздействий на динамику сбережений населения региона с учетом их распределенного характера:

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019662539 от 25.09.2019 / Владимирова Д.Б., Деревянкина П.О. (RU)

67 Результаты социологического исследования «Отношение населения Российской Федерации к наличным деньгам» за 2018 г. [Электронный ресурс]. – URL: [https://cbr.ru/Content/Document/File/95170/results\\_2018.pdf](https://cbr.ru/Content/Document/File/95170/results_2018.pdf)

68 Римашевская Н.М., Дискин И.Е. Сбережения населения как источник инвестиций // Экономические науки современной России. - 1998.- №2. - URL: <http://www.cemi.rssi.ru/ecr/1998/2/content2.htm>

69 Рыжановская Л. Ю. Национальная система сбережений // Финансы. - 2005. - № 5. - С. 67–71.

70 Рыжкова М.В. Эволюция взглядов на гипотезу жизненного цикла // Известия Томского политехнического университета. - 2013. - Т. 322, № 6. - С.61-64

71 Сиразетдинов Т.К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. – М.: Наука. - 1977. – 480 с

72 Социально-экономическое положение регионов РФ. Аналитический бюллетень Итоги 2019 г. [Электронный ресурс] – URL: [https://www.skyscrapercity.com/attachments/%D0%91%D1%8E%D0%BB%D0%BB%D0%B5%D1%82%D0%B5%D0%BD%D1%8C\\_%D1%80%D0%B5%D0%B3%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D1%8B\\_%D0%A0%D0%A4-2019\\_%D0%B3-pdf.38799/](https://www.skyscrapercity.com/attachments/%D0%91%D1%8E%D0%BB%D0%BB%D0%B5%D1%82%D0%B5%D0%BD%D1%8C_%D1%80%D0%B5%D0%B3%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D1%8B_%D0%A0%D0%A4-2019_%D0%B3-pdf.38799/)

73 Социально-экономическое развитие и бюджет Пермского края [Электронный ресурс]. – URL: [https://mfin.permkrai.ru/upload/pages/1658/dat\\_1574918814485.pdf](https://mfin.permkrai.ru/upload/pages/1658/dat_1574918814485.pdf)

74 Средний класс — основа любого общества. HBR-Russia [Электронный ресурс] / Тихонова Н. - URL: <https://hbr-russia.ru/biznes-i-obshchestvo/fenomeny/a19781>

75 Средний класс в современной России: 10 лет спустя: Аналитический доклад. Науч. ред. Никс Н. Н. - Институт социологии Российской Академии Наук. – Москва. - 2014. - 222 с.

76 Страхование сегодня. [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.insur-info.ru/statistics/analytics/?order=un02&region=81&datatype=itog&currency=rub&unAction=a03>

77 Тинькофф Инвестиции составили «Портрет современного розничного инвестора» [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.tinkoff.ru/invest/news/342033/>

78 Трусов П.В. Введение в математическое моделирование: Учебное пособие / П.В.Трусов. – М.: Университетская книга, Логос. – 2007. – 440 с.

79 Федотов А.И. Анализ моделей построения пенсионных систем // Труды ИСА РАН. - 2008. - Т. 38. - С. 168-173

80 Фрейман Е.Н. Трансакционный сектор региона и его влияние на экономику субъектов РФ : структурно-функциональный подход : автореферат дис. ... кандидата экономических наук : 08.00.05 / Фрейман Екатерина Николаевна; [Место защиты: Юж.-Ур. гос. ун-т]. - Челябинск, 2018. - 25 с.

81 Фурсиков, А.В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения: Учебное пособие / А.В. Фурсиков. — Новосибирск: Научная книга. - 1999. — 352 с.

82 Чернавский Д.С., Пирогов Г.Г. и др. Динамика экономической структуры общества// Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. - 1996. - Т.4, №3. - С.67-75.

83 Чернавский Д.С., Попков Ю.С., Рахимов А.Х. Математические модели типологии семейных накоплений // Экономика и математические методы. - 1994. - Т. 30. Вып. 2. - С. 98-106.

- 84 Чернавский Д.С., Старков Н.И., Щербаков А.В. О проблемах физической экономики // Успехи физических наук. - 2002. - Т.172. - №9. - С. 1045-1066
- 85 Чернова Т.В. Межрегиональная дифференциация денежных доходов населения. - Ростов н/Д: Изд-во СКНЦ ВШ. - 2002. - 192 с.
- 86 Шевяков А.Ю., Кирута А.Я. Экономическое неравенство, уровень жизни и бедность населения России и ее регионов в процессе реформ: методы измерения и анализа причинных зависимостей: Финальный отчет по проекту EERC. - М.:ИСЭПН РАН. - 1999. - 62 с.
- 87 Шмелева Н.А., Назарова И.Б. Преобразование пенсионной системы России: необходимость и риски / Горизонты экономики. – 2018. - №5(45). – С. 130-138
- 88 Шумкова Д.Б. Прикладная математика: оптимальное управление распределенными системами в экономике и технике: учеб.-метод. Пособие / Д.Б.Шумкова. - Пермь: Изд-во Перм.гос.техн.ун-та. - 2009. - 50 с.
- 89 Экланд И., Темам Р. Выпуклый анализ и вариационные проблемы. – М.: Мир. - 1979. – 325 с.
- 90 Allianz global wealth report 2019. Economic research. [Electronic Resource]. – URL: [https://www.allianz.com/content/dam/onemarketing/azcom/Allianz\\_com/economic-research/publications/specials/en/2019/AGWR\\_2019.pdf](https://www.allianz.com/content/dam/onemarketing/azcom/Allianz_com/economic-research/publications/specials/en/2019/AGWR_2019.pdf)
- 91 Attanasio O.P. Cohort Analysis of Saving Behavior by U.S. Households // Journal of Human Resources. - 1998. - no. 23. - pp. 575-609.
- 92 Attanasio O.P., Weber G. Consumption and Saving: Models of Intertemporal Allocation and Their Implications for Public Policy // NBER Working Paper. - 2010. - №15756. - URL: <http://www.nber.org/papers/w15756>
- 93 Attanasio O.P., Browning M. Consumption over the Life Cycle and over the Business Cycle // American Economic Review. - 1995. - no.85. - pp. 1187-37.

- 94 Averting the old age crisis : policies to protect the old and promote growth [Electronic Resource]. - URL: <http://documents.worldbank.org/curated/en/973571468174557899/Averting-the-old-age-crisis-policies-to-protect-the-old-and-promote-growth>
- 95 Bandiera O., Caprio G., Honohan P., Schiantarelli F. Does Financial Reform Raise or Reduce Saving? // Review of Economics and Statistics. - 2000, vol. 82, iss. 2, pp. 239–263. - URL: <http://documents1.worldbank.org/curated/en/898421468777978943/pdf/multi-page.pdf>
- 96 Barbu V. Optimal Control of Parameter Distributed Systems. // Mathematical Methods in Optimization of Differential Systems. Mathematics and Its Applications: Springer, Dordrecht. - 1994. - vol 310. - URL: [https://doi.org/10.1007/978-94-011-0760-0\\_4](https://doi.org/10.1007/978-94-011-0760-0_4)
- 97 Bensoussan A. Deterministic Optimal Control. - Estimation and Control of Dynamical Systems. Interdisciplinary Applied Mathematics: Springer, Cham, 2018. - pp 215-247. - URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-75456-7\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-319-75456-7_10)
- 98 Coulter F.A.E., Cowell F.A., Jenkins S.P. Differences in needs and assessment of income distributions// Bulletin of Economic Research. - 1992. - V.2. - № 44. - PP. 77-124
- 99 Cournède B., Denk O., Hoeller P. Finance and Inclusive Growth // OECD Economic Policy Paper. - 2015. - no. 14. - 46 pp. - URL: [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2649801](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2649801)
- 100 Cristadoro R., Marconi D. Urban and Rural Household Savings in China: Determinants and Policy Implications. // The Chinese Economy. Berlin, Heidelberg, Springer. - 2012. - pp 101-135.
- 101 De Mello L., Kongsrud P., Price R. Saving Behavior and the Effectiveness of Fiscal Policy. Paris, OECD Publishing, OECD Economics Department Working Papers. – 2004. - № 397.
- 102 Franco Modigliani - Facts - NobelPrize.org [Electronic Resource]. — URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1985/modigliani/facts/>

103 Friedman M. A theory of the consumption function. - Princeton: Princeton University Press, 1957. - pp. 220-239.

104 Harvey R. Comparison of household saving ratios: Euro area/United States/Japan [Электронный ресурс] / Statistics Brief. OECD. – 2004. – № 8. – URL : <http://www.oecd.org/std/na/32023442.pdf>

105 Hondroyannis G. Private Saving Determinants in European Countries: A Panel Cointegration Approach // Social Science Journal. - 2006. - vol. 43, iss. 4. - pp. 553–569. - URL: [https://www.researchgate.net/publication/240396606\\_Private\\_saving\\_determinants\\_in\\_European\\_countries\\_A\\_panel\\_cointegration\\_approach](https://www.researchgate.net/publication/240396606_Private_saving_determinants_in_European_countries_A_panel_cointegration_approach)

106 Horioka Ch.Y., Terada-Hagiwara A. The Determinants and Long-term Projections of Saving Rates in Developing Asia // NBER Working Paper Series. - 2010. - URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/The-Determinants-and-Long-Term-Projections-of-Rates-Horioka-Terada-Hagiwara/86aa21b78c8cb26b32cfb426145eb51ac94b9c70>

107 Hüfner F., Koske I. Explaining Household Saving Rates in G7 Countries: Implications for Germany. - OECD Economics Department Working Papers. - Paris: OECD Publishing. - 2010. - № 754. - 25 p. - URL: <https://www.oecd-ilibrary.org/docserver/5kmjv81n9phc-en.pdf?expires=1596524105&id=id&accname=guest&checksum=4CF0D0065516F08DF539802D79402F31>

108 Jäntti M., Sierminska E., Van Kerm P. Modelling the joint distribution of income and wealth. // IZA Discussion Papers. - 2015. - № 9190. - 31 p.

109 Jappelli T. The Age-Wealth Profile and the Life-Cycle Hypothesis: A Cohort Analysis with a Time Series of Cross-Sections of Italian Households // Macroeconomics eJournal. - 1999, n. pag. - URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/The-Age-Wealth-Profile-and-the-Life-Cycle-A-Cohort-Jappelli/644bbb5e1f0798472058b5d75984a2ebc70009a9>

110 Kapteyn A., Alessie R., Lusardi A. Explaining the Wealth Holdings of Different Cohorts: Productivity Growth and Social Security // Journal of Catalysis.

- 1999. - n. pag. - URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Explaining-the-Wealth-Holdings-of-Different-Growth-Kapteyn-Alessie/ceab8a8e8de2ddb1f8c1dada880d97fb2b7799cc>

111 Kirsanova T., Sefton J.A. Comparison of National Saving Rates in the UK? US and Italy // *European Economic Review*. - 2007. - vol. 51, iss. 8. - pp. 1998–2028

112 Kitamura Y., Takayama N., Arita F. Household savings and wealth distribution in Japan. In *Life Cycle Savings and Public Policy: A Cross-National Study of Six Countries*, ed. Börsch-Supan A. Academic Press. - San Diego. - 2003. - 34 p.

113 Kolasa A., Liberda V. Determinants of Saving in Poland: Are They Different Than in Other OECD Countries? // *Eastern European Economics*. - 2015. - vol. 53, iss. 2. - pp. 124–148

114 Loayza N, Schmidt-Hebbel K., Servén L. What Drives Private Saving Across the World? // *Review of Economics and Statistics*. - 2000. - URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/What-Drives-Private-Saving-Across-the-World-Loayza-Schmidt-Hebbel/f3c17535f0f7150e3469917169496e0f381ba4d5>

115 Modigliani F., Brumberg R. Utility Analysis and the Consumption Function: an Interpretation of Cross Section Data. - *Post-Keynesian Economics*, London : Allen and Unwin. - 1955, p. 388-436

116 Pervadchuk V.P., Vladimirova D.B. , Derevyankina P.O. Numerical study of optimal control problem for a distributed system of savings in the region's population: Proceeding of the International Science and Technology Conference "FarEastCon 2019" // *Smart Innovation, Systems and Technologies*. - 2020. - vol.172 . - pp.117-123

117 Pervadchuk V.P., Vladimirova D.B., Derevyankina P.O. Modeling the dynamics of the distribution of company orders at their cost // *Journal of Physics: Conference Series*. - 2019. - Vol. 1353- Art. 012132. - 6 p.

118 Poterba J. Ed. *International Comparisons of Household Savings*. - University of Chicago Press, 1994. - 286 p.

119 Renner, A. G., Yarkova O. N. , Pivovarova Ch. V. Approaches to modeling capital of commercial banks in the dynamics // Математическое и компьютерное моделирование в экономике, страховании и управлении рисками : материалы V Междунар. молодеж. науч.-практ. конф., 9-12 нояб. 2016 г. Саратов. - Саратов: Научная книга. - 2016. - С. 133-142.

120 RLMS-HSE The Russia Longitudinal Monitoring Survey [Электронный ресурс] – URL: <http://www.cpc.unc.edu/projects/rlms> (дата обращения 01.11.2019 г.)

121 Ruggles R. Accounting for saving and capital formation in the United States 1947-1991 // Journal of Economic Perspectives. - 1993. - v. 7.

122 Sarma M. Index of Financial Inclusion // ICRIER Working Paper. - 2008. - URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Index-of-Financial-Inclusion-Sarma/e4512319adffc7c37f27931801fe5a8162adb2f3>

123 Shiller R.J. From Efficient Markets Theory to Behavioral Finance // The Journal of Economic Perspectives. - 2003. - Vol. 17, no. 1. - pp. 83-104.

124 Solow R. M. A Contribution to the Theory of Economic Growth // The Quarterly Journal of Economics. — 1956. — vol. 70, № 1. — pp 65-94

125 Späth J., Schmid K.D. The Distribution of Household Savings in Germany // IMK Studies. - 2016. - №50. - 36 p.

126 The various measures of the saving rate and their interpretation. Statistics directorate OECD. [Electronic Resource]. – URL: [www.oecd.org/dataoecd/10/34/1953416.doc](http://www.oecd.org/dataoecd/10/34/1953416.doc)

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

**МИНИСТЕРСТВО ЭКОНОМИЧЕСКОГО  
РАЗВИТИЯ И ИНВЕСТИЦИЙ  
ПЕРМСКОГО КРАЯ**

Ул. Куйбышева, д. 14, г. Пермь, 614000

Тел. (342) 211-70-32

E-mail: [info@economy.permkrai.ru](mailto:info@economy.permkrai.ru)[www.economy.permkrai.ru](http://www.economy.permkrai.ru)

10.11.2020 № 18-03-10-исх-2

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

О внедрении результатов  
диссертационного  
исследования Деревянкиной  
Полины ОлеговныПроректору по науке  
и инновациям ФГБОУ ВО  
«Пермский национальный  
исследовательский  
политехнический университет»

Коротаеву В.Н.

Комсомольский проспект, д. 29,  
г. Пермь, 614990[alekseev@cems.pstu.ru](mailto:alekseev@cems.pstu.ru)[p.derevyankina@bk.ru](mailto:p.derevyankina@bk.ru)

Уважаемый Владимир Николаевич!

Ваше письмо от 19 октября 2020 г. № 960/УИИ рассмотрено Министерством экономического развития и инвестиций Пермского края (далее – Министерство). По результатам рассмотрения сообщаем следующее.

Министерством проанализированы результаты диссертационного исследования, полученные соискателем ученой степени кандидата технических наук Деревянкиной Полиной Олеговной. По итогам анализа направляется акт о внедрении результатов диссертационного исследования.

Приложение: упомянутое на 1 л. в 1 экз.

И.о. министра

Т.П. Чуксина

**АКТ О ВНЕДРЕНИИ**  
результатов диссертационного исследования  
Деревянкиной Полины Олеговны

Министерством экономического развития и инвестиций Пермского края (далее – Министерство) рассмотрены результаты диссертационного исследования, полученные соискателем ученой степени кандидата технических наук Деревянкиной Полиной Олеговной.

В результате рассмотрения сделан вывод о возможной актуальности и практической значимости для Министерства. Также результаты исследования могут быть учтены при проведении мероприятий, направленных на стимулирование инвестиционно-сберегательного поведения населения.

Интерес для Министерства представляют ориентиры развития экономической системы Пермского края, оптимизирующие структуру общества по сбережениям, а также рекомендации по развитию комплекса мер, направленных на стимулирование инвестиционно-сберегательного поведения домохозяйств с целью восполнения дефицита долгосрочных финансовых ресурсов экономики и повышения уровня благосостояния граждан за счет прироста ее рыночной капитализации.

И.о. министра



Т.П. Чуксина

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ  
НИУ ВШЭ – Пермь



## АКТ О ВНЕДРЕНИИ

результатов диссертационного исследования  
Дервянкиной Полины Олеговны

Настоящим удостоверяется, что для Центра прикладной экономики НИУ ВШЭ-Пермь имеют реальное практическое значение результаты, полученные соискателем ученой степени кандидата технических наук Дервянкиной Полиной Олеговной в рамках диссертационного исследования.

К наиболее существенным результатам, позволяющим повысить качество стратегического планирования развития территорий России, относятся:

- разработанная автором и основанная на математической модели управления структурой общества по сбережениям методика получения количественных оценок характеристик экономического развития региона;
- реализующая данную методику проблемно-ориентированная система поддержки принятия решений в области управления сбережениями;
- количественные оценки влияния доли несберегателей в среднем классе Пермского края на динамику сбережений и ряда важных экономических показателей;
- рекомендации по развитию комплекса мер стимулирования инвестиционно-сберегательного поведения домохозяйств, основанные на критическом анализе существующих инструментов привлечения сбережений домохозяйств в экономику региона.

Данные результаты приняты к внедрению в деятельность Центра прикладной экономики, касающуюся возможных проектов по разработке программ стратегического планирования на региональном и муниципальном уровнях с целью повышения их эффективности.

Заведующий Центром прикладной экономики

Мальцев А.А.



26.01.2021

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе,  
Пермского национального  
исследовательского университета,  
доктор технических наук,

(должность, название вуза)

/ Н.В. Лобов

(фамилия, имя, отчество)



2021 г.

### Акт

**о внедрении научных результатов,  
полученных Деревянкиной Полиной Олеговной  
при выполнении диссертационной работы  
«Управление сбережениями домохозяйств с учетом их распределенного  
характера (на примере Пермского края)»  
на соискание ученой степени кандидата технических наук**

Комиссия в составе:

Председатель: Зубко И.Ю., канд. физ.-мат. наук, декан факультета прикладной математики и механики ПНИПУ

Члены комиссии: Первадчук В.П., доктор техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Прикладная математика», Давыдов А.Р., канд. техн. наук, доцент кафедры «Прикладная математика», Пушкарев Г.А., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Прикладная математика»,

составила настоящий акт о том, что основные теоретические положения диссертационной работы Деревянкиной П.О. активно использованы в образовательном процессе, реализуемом для бакалавров и магистров направления подготовки 01.03.02, 01.04.02 – Прикладная математика и информатика.

В ходе исследования соискателем были применены методы теории оптимального управления системами с распределенными параметрами в задачах, касающихся вопросов государственного регулирования сбережений домохозяйств. В качестве распределенной системы выступала дифференциация домохозяйств по размеру сбережений, в качестве управляющих воздействий – функции изменения доли несберегателей

(граничное управление) и функции притока/оттока домохозяйств в кластер (распределенное управление).

Предложенные математические постановки задач управления сбережениями и полученные системы оптимальности используются в лекционных и практических занятиях по дисциплине «Оптимальное управление».

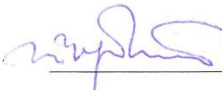
Разработанный подход к управлению сбережениями, включающий математическое и программное обеспечение решения задач оптимального управления структурой общества по сбережениям, открывает новое направление в исследовании социально-экономических взаимосвязей и используется при выполнении научно-исследовательской работы студентов и при проведении научно-исследовательского семинара.

Эффект от внедрения результатов диссертационной работы заключается в повышении уровня освоения профессиональных компетенций и их компонентов (знаний, умений, навыков) в области математического моделирования и оптимального управления, что соответствует требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования.

Вопросы внедрения результатов диссертационной работы обсуждались на заседании Ученого совета ФПММ 26.01.21, протокол № 5.

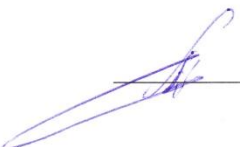
Председатель комиссии:

канд. физ.-мат. наук,  
декан факультета прикладной  
математики и механики ПНИПУ

 /Зубко И.Ю.

Члены комиссии:

доктор техн. наук, профессор  
зав. кафедрой  
«Прикладная математика»

 /Первадчук В.П.

канд. техн. наук,  
доцент кафедры  
«Прикладная математика»

 /Давыдов А.Р.

канд. физ.-мат. наук,  
доцент кафедры  
«Прикладная математика»

 /Пушкарев Г.А.

«26» января 2021 г.

# ПРИЛОЖЕНИЕ 4

## Статистические показатели регрессионных моделей

| <div>Зависимость</div> <div>Статисти-<br/>ческий<br/>показатель</div> | <div>Зависимость<br/>среднемесячных<br/>доходов в<br/>среднем классе и<br/>доли<br/>несберегателей</div>                                             | <div>Зависимость<br/>среднемесячного<br/>дохода в среднем<br/>классе и ВРП на<br/>душу населения</div>                                                                  | <div>Зависимость<br/>объема ВРП и<br/>объема<br/>инвестиций</div>                                              |
|-----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                       | <div><math>y</math> – доля<br/>несберегателей,<br/><math>x</math> –<br/>среднедушевой<br/>среднемесячный<br/>доход в среднем<br/>классе (руб.)</div> | <div><math>y</math> –<br/>среднедушевой<br/>среднемесячный<br/>доход в среднем<br/>классе (руб.),<br/><math>x</math> – объем ВРП<br/>на душу<br/>населения (руб.)</div> | <div><math>y</math> – объем ВРП<br/>(млн руб.),<br/><math>x</math> – объем<br/>инвестиций (млн<br/>руб.)</div> |
| Коэффициент<br>корреляции                                             | 0.84                                                                                                                                                 | 0.87                                                                                                                                                                    | 0.95                                                                                                           |
| Значимость<br>коэффициента<br>корреляции                              | значим<br>$t = 5.75 (\alpha=0.05)$                                                                                                                   | значим<br>$t = 6.3 (\alpha=0.05)$                                                                                                                                       | значим<br>$t = 12 (\alpha=0.05)$                                                                               |
| Коэффициент<br>детерминации                                           | 0.71                                                                                                                                                 | 0.75                                                                                                                                                                    | 0.91                                                                                                           |
| Значимость<br>коэффициента<br>детерминации                            | значим<br>$F = 33.59$<br>$(\alpha=0.05)$                                                                                                             | значим<br>$F = 39.75$<br>$(\alpha=0.05)$                                                                                                                                | значим<br>$F = 148$<br>$(\alpha=0.05)$                                                                         |
| Уравнение<br>регрессии $y$ на $x$                                     | $y = -4 \cdot 10^{-6} x + 0.59$                                                                                                                      | $y = 0.1x + 806.67$                                                                                                                                                     | $y = 0.56x + 42792.69$                                                                                         |
| Значимость<br>коэффициентов<br>регрессий                              | значимы<br>$t_{\hat{\beta}_0} = 60$ ;<br>$t_{\hat{\beta}_1} = 5.75$<br>$(\alpha=0.05)$                                                               | значимы<br>$t_{\hat{\beta}_0} = 2.19$ ;<br>$t_{\hat{\beta}_1} = 33.18$<br>$(\alpha=0.05)$                                                                               | значимы<br>$t_{\hat{\beta}_0} = 2.15$ ;<br>$t_{\hat{\beta}_1} = 12.18$<br>$(\alpha=0.05)$                      |
| Средняя ошибка<br>аппроксимации                                       | 1 %                                                                                                                                                  | 7.9 %                                                                                                                                                                   | 9 %                                                                                                            |
| Стандартная<br>ошибка регрессии                                       | 0.006                                                                                                                                                | 1 205                                                                                                                                                                   | 106 423                                                                                                        |

## ПРИЛОЖЕНИЕ 5

### Фрагмент кода на языке Matlab

«Savings.mlapp»

```
classdef Savings < matlab.apps.AppBase
```

```
methods (Access = private)
```

```
% блок Данные кнопка Plot
```

```
function PlotButtonPushed(app, event)
```

```
% вызов функции direct решения прямой задачи
```

```
[x_direct,t_direct,u_direct] =
```

```
direct(app.Spinner.Value,app.EditField.Value,app.EditField_2.Value,app.EditField_3.Value,app.EditField_4.Value); % app.Spinner – год, app.EditField – ср.доход, app.EditField_2 – прож.минимум, app.EditField_3 – инфляция, app.EditField_4 – тек.доля несберегателей
```

```
end
```

```
% блок Цель кнопка Plot
```

```
function PlotButton_2Pushed(app, event)
```

```
% вызов функции aim
```

```
aim(app.EditField_5); % app.EditField_5 – цел. доля несберегателей
```

```
end
```

```
% кнопка Run
```

```
function RunButtonPushed(app, event)
```

```
DirectTask=load("mydirect_app.mat","x","t","u","z","x1","x2");
```

```
u_direct(:,1)=DirectTask.x;
```

```
u_direct(:,2)=DirectTask.u(length(DirectTask.t),:);
```

```
% вызов функции control решения задачи управления
```

```
[cmodel,xmesh,tmesh,u_opt,upr_opt]=control(DirectTask.x1,DirectTask.x2,DirectTask.z,app.EditField_5,u_direct,app.EditField_4.Value,app.Spinner.Value);
```

```
% вызов функции plan вычисления плановых экономических показателей
```

```
[Ynsb,Ydohod,Yvrp,Yinvest,year]=plan(tmesh,upr_opt,app.Spinner.Value);
```

```
bar(app.UIAxes,year,Ynsb);
```

```
bar(app.UIAxes3,year,Ydohod);
```

```
bar(app.UIAxes2,year,Yvrp);
```

```
bar(app.UIAxes4,year,Yinvest);
```

```
end
```

---

«direct.m»

```
function [out1,out2,out3] = direct(year,srdohod,prmin,infl,dnsb)
```

```
if year>2018
```

```
    srdoh_data(length(srdoh_data)+1,1)=year;
```

```
    srdoh_data(length(srdoh_data)+1,2)=srdohod/prmin;
```

```
    z=srdohod/prmin;
```

```
    infl_data(length(infl_data)+1,1)=year;
```

```
    infl_data(length(infl_data)+1,2)=infl;
```

```
    dnsb_data(length(dnsb_data)+1,1)=year;
```

```
    dnsb_data(length(dnsb_data)+1,2)=dnsb;
```

```

x1_data(length(x1_data)+1,1)=year;
x1_data(length(x1_data)+1,2)=x1_data(length(x1_data),2)*(1+infl/100);
x1=x1_data(length(x1_data),2)*(1+infl/100);
x2_data(length(x2_data)+1,1)=year;
x2_data(length(x2_data)+1,2)=x2_data(length(x2_data),2)*(1+infl/100);
x2=x2_data(length(x2_data),2)*(1+infl/100);
end

m = 0;
x = linspace(0,3,30);
t = linspace(2003,year,15);
save('mydirect_app.mat','x','t','srdoh_data','infl_data','dnsb_data','x1_data','x2_data','year');
u = pdepe(m,@koefpde1,@initpde1,@boundpde1,x,t);

out1=x;
out2=t;
out3=u;
save('mydirect_app.mat','u','x','t','z','x1','x2');

figure;
surf(x,t,u);
title('Распределение по сбережениям в динамике')
xlabel('Сбережения x (прожит.мин.)');
ylabel('Год t');
zlabel('u(x,t)');

function [c,f,s] = koefpde1(x,t,u,DuDx)
S=load('mydirect_app.mat','srdoh_data','x1_data','x2_data','year');
[w1,w2,w3]=prices(t,S.year,S.x1_data,S.x2_data,S.srdoh_data);
f = -F(x,w1,w2,w3)*u+0.5*6*DuDx;
c = 1;
s = 0;
function u0 = initpde1(x)
u0 = 0.545-0.060556*x*x;

function [pl,ql,pr,qr] = boundpde1(xl,ul,xr,ur,t)
S=load('mydirect_app.mat','dnsb_data','year');
pl = ul-d_nsbereg(t,S.year,S.dnsb_data);
ql = 0;
pr = ur-0.000009;
qr = 0;

-----
«control.m»

function control[out,xmesh,tmesh,U,UprOpt] =
comsolopt_cont(inX1,inX2,inZ,inU0_aim,inUstart_,inNsb,InYear)

import com.comsol.opt_cont.*
import com.comsol.opt_cont.util.*

opt_cont = Opt_contUtil.create('Opt_cont');
opt_cont.opt_contPath('...');
opt_cont.label('control.mph');
opt_cont.comments(['solve_systems\n\n']);

```

```

opt_cont.param.set('x1', inX1);
opt_cont.param.set('x2', inX2);
opt_cont.param.set('z', inZ);
opt_cont.param.set('L', 4);

opt_cont.opt_contNode.create('comp1');
opt_cont.file.clear;

opt_cont.func.create('int1', 'Interpolation');
opt_cont.func.create('int2', 'Interpolation');
opt_cont.func.create('an1', 'Analytic');
opt_cont.func.create('an2', 'Analytic');
opt_cont.func.create('an3', 'Analytic');
opt_cont.func('int1').set('table', ...);
opt_cont.func('int1').set('funcname', 'u_aim');
% opt_cont.func('int2').set('table'...);
inUstart=string(inUstart_);
opt_cont.func('int2').set('table', inUstart);
opt_cont.func('int2').set('funcname', 'u_start');
opt_cont.func('an1').label('tetta_');
opt_cont.func('an1').set('args', {'x' 'y'});
opt_cont.func('an1').set('expr', '(x^8)/((x^8)+(y^8))');
opt_cont.func('an1').set('plotargs', {'x' '0' 'L'; 'y' '0' 'L'});
opt_cont.func('an1').set('funcname', 'tetta_');
opt_cont.func('an2').label('P_');
opt_cont.func('an2').set('expr', 'z-0.015*x*tetta_(x,x2)');
opt_cont.func('an2').set('plotargs', {'x' '0' 'L'});
opt_cont.func('an2').set('funcname', 'P_');
opt_cont.func('an3').label('F_');
opt_cont.func('an3').set('expr', '(1-0.35*tetta_(P_(x),1))*(P_(x))-(x/(x+1))-0.1*x*tetta_(x,x1)');
opt_cont.func('an3').set('plotargs', {'x' '0' 'L'});
opt_cont.func('an3').set('funcname', 'F_');

opt_cont.geom.create('geom1', 1);

opt_cont.mesh.create('mesh1', 'geom1');

opt_cont.geom('geom1').create('i1', 'Interval');
opt_cont.geom('geom1').feature('i1').set('p2', 'L');
opt_cont.geom('geom1').run;
opt_cont.geom('geom1').run('fin');

opt_cont.physics.create('c', 'CoefficientFormPDE', 'geom1');
opt_cont.physics('c').field('dimensionless').field('u1');
opt_cont.physics('c').field('dimensionless').component({'u1'});
opt_cont.physics('c').create('dir1', 'DirichletBoundary', 0);
opt_cont.physics('c').feature('dir1').selection.set([1]);
opt_cont.physics('c').create('dir2', 'DirichletBoundary', 0);
opt_cont.physics('c').feature('dir2').selection.set([2]);
opt_cont.physics.create('c2', 'CoefficientFormPDE', 'geom1');
opt_cont.physics('c2').field('dimensionless').field('u2');
opt_cont.physics('c2').field('dimensionless').component({'u2'});
opt_cont.physics('c2').create('dir1', 'DirichletBoundary', 0);
opt_cont.physics('c2').feature('dir1').selection.set([1]);
opt_cont.physics('c2').create('dir2', 'DirichletBoundary', 0);
opt_cont.physics('c2').feature('dir2').selection.set([2]);
opt_cont.physics.create('c3', 'CoefficientFormPDE', 'geom1');

```

```

opt_cont.physics('c3').field('dimensionless').field('u3');
opt_cont.physics('c3').field('dimensionless').component({'u3'});
opt_cont.physics('c3').create('dir1', 'DirichletBoundary', 0);
opt_cont.physics('c3').feature('dir1').selection.set([1]);
opt_cont.physics('c3').create('dir2', 'DirichletBoundary', 0);
opt_cont.physics('c3').feature('dir2').selection.set([2]);
%
% opt_cont.view('view1').axis.set('xmax', '..');
% opt_cont.view('view1').axis.set('xmin', '..');

opt_cont.physics('c').feature('cfreq1').set('c', '3');
opt_cont.physics('c').feature('cfreq1').set('f', '0');
opt_cont.physics('c').feature('cfreq1').set('al', '-F_(x)');
opt_cont.physics('c').feature('init1').set('u1', 'u_start(x)');
opt_cont.physics('c').feature('dir1').set('r', inNsb);
opt_cont.physics('c').feature('dir2').set('r', '9.6e-5');
opt_cont.physics('c2').feature('cfreq1').set('c', '-3');
opt_cont.physics('c2').feature('cfreq1').set('f', '0');
opt_cont.physics('c2').feature('cfreq1').set('be', 'F_(x)');
opt_cont.physics('c2').feature('init1').set('u2', 'u1-u_aim(x)');
opt_cont.physics('c3').feature('cfreq1').set('c', '3');
opt_cont.physics('c3').feature('cfreq1').set('f', '0');
opt_cont.physics('c3').feature('cfreq1').set('al', '-F_(x)');
opt_cont.physics('c3').feature('init1').set('u3', 'u_start(x)');
opt_cont.physics('c3').feature('init1').set('u3t', '9.6e-5');
opt_cont.physics('c3').feature('dir1').set('r', '-2.2*d(u2,x)');
opt_cont.physics('c3').feature('dir2').set('r', '9.6e-5');

opt_cont.mesh('mesh1').run;

opt_cont.study.create('std1');
opt_cont.study('std1').create('time', 'Transient');
opt_cont.study.create('std2');
opt_cont.study('std2').create('time', 'Transient');
opt_cont.study.create('std3');
opt_cont.study('std3').create('time', 'Transient');

opt_cont.sol.create('sol1');
opt_cont.sol('sol1').study('std1');
opt_cont.sol('sol1').attach('std1');
opt_cont.sol('sol1').create('st1', 'StudyStep');
opt_cont.sol('sol1').create('v1', 'Variables');
opt_cont.sol('sol1').create('t1', 'Time');
opt_cont.sol('sol1').feature('t1').create('fc1', 'FullyCoupled');
opt_cont.sol('sol1').feature('t1').feature.remove('fcDef');

opt_cont.study('std1').feature('time').set('initstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('initsolhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('solnumhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('notstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('notsolhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('notsolnumhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('initstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('initsolhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('solnumhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('notstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('notsolhide', 'on');

```

```

opt_cont.study('std2').feature('time').set('notsolnumhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('initstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('initsolhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('solnumhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notsolhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notsolnumhide', 'on');

```

```

opt_cont.sol.create('sol2');
opt_cont.sol('sol2').study('std2');
opt_cont.sol('sol2').attach('std2');
opt_cont.sol('sol2').create('st1', 'StudyStep');
opt_cont.sol('sol2').create('v1', 'Variables');
opt_cont.sol('sol2').create('t1', 'Time');
opt_cont.sol('sol2').feature('t1').create('fc1', 'FullyCoupled');
opt_cont.sol('sol2').feature('t1').feature.remove('fcDef');

```

```

opt_cont.study('std1').feature('time').set('initstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('initsolhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('solnumhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('notstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('notsolhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('notsolnumhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('initstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('initsolhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('solnumhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('notstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('notsolhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('notsolnumhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('initstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('initsolhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('solnumhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notsolhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notsolnumhide', 'on');

```

```

opt_cont.sol.create('sol3');
opt_cont.sol('sol3').study('std3');
opt_cont.sol('sol3').attach('std3');
opt_cont.sol('sol3').create('st1', 'StudyStep');
opt_cont.sol('sol3').create('v1', 'Variables');
opt_cont.sol('sol3').create('t1', 'Time');
opt_cont.sol('sol3').feature('t1').create('fc1', 'FullyCoupled');
opt_cont.sol('sol3').feature('t1').feature.remove('fcDef');

```

```

opt_cont.study('std1').feature('time').set('initstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('initsolhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('solnumhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('notstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('notsolhide', 'on');
opt_cont.study('std1').feature('time').set('notsolnumhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('initstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('initsolhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('solnumhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('notstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('notsolhide', 'on');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('notsolnumhide', 'on');

```

```

opt_cont.study('std3').feature('time').set('initstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('initsolhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('solnumhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notstudyhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notsolhide', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notsolnumhide', 'on');

opt_cont.result.create('pg1', 'PlotGroup1D');
opt_cont.result.create('pg2', 'PlotGroup1D');
opt_cont.result.create('pg3', 'PlotGroup1D');
opt_cont.result('pg1').create('lngr1', 'LineGraph');
opt_cont.result('pg1').feature('lngr1').set('xdata', 'expr');
opt_cont.result('pg1').feature('lngr1').selection.all;
opt_cont.result('pg2').set('data', 'dset2');
opt_cont.result('pg2').create('lngr1', 'LineGraph');
opt_cont.result('pg2').feature('lngr1').set('xdata', 'expr');
opt_cont.result('pg2').feature('lngr1').selection.all;
opt_cont.result('pg3').set('data', 'dset3');
opt_cont.result('pg3').create('lngr1', 'LineGraph');
opt_cont.result('pg3').feature('lngr1').set('xdata', 'expr');
opt_cont.result('pg3').feature('lngr1').selection.all;
opt_cont.result.export.create('data1', 'Data');
opt_cont.result.export.create('data2', 'Data');
opt_cont.result.export.create('data3', 'Data');
opt_cont.result.export.create('data4', 'Data');

opt_cont.study('std1').feature('time').set('activate', {'c' 'on' 'c2' 'off' 'c3' 'off'});
opt_cont.study('std1').feature('time').set('tlist', 'range(0,0.1,5)');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('activate', {'c' 'off' 'c2' 'on' 'c3' 'off'});
opt_cont.study('std2').feature('time').set('notstudy', 'std1');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('notsolnum', 'last');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('tlist', 'range(5,-0.1,0)');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('notsolmethod', 'sol');
opt_cont.study('std2').feature('time').set('usesol', 'on');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('activate', {'c' 'off' 'c2' 'off' 'c3' 'on'});
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notstudy', 'std2');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notsolnum', 'all');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('tlist', 'range(0,0.1,5)');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('notsolmethod', 'sol');
opt_cont.study('std3').feature('time').set('usesol', 'on');

opt_cont.sol('sol1').attach('std1');
opt_cont.sol('sol1').feature('v1').feature('comp1_u2').set('solvefor', false);
opt_cont.sol('sol1').feature('v1').feature('comp1_u3').set('solvefor', false);
opt_cont.sol('sol1').feature('t1').set('tlist', 'range(0,0.1,5)');
opt_cont.sol('sol1').runAll;
opt_cont.sol('sol2').attach('std2');
opt_cont.sol('sol2').feature('v1').set('notsolmethod', 'sol');
opt_cont.sol('sol2').feature('v1').set('notsol', 'sol1');
opt_cont.sol('sol2').feature('v1').set('notsolnum', 'last');
opt_cont.sol('sol2').feature('v1').feature('comp1_u1').set('solvefor', false);
opt_cont.sol('sol2').feature('v1').feature('comp1_u3').set('solvefor', false);
opt_cont.sol('sol2').feature('t1').set('tlist', 'range(5,-0.1,0)');
opt_cont.sol('sol2').runAll;
opt_cont.sol('sol3').attach('std3');
opt_cont.sol('sol3').feature('v1').set('notsolmethod', 'sol');
opt_cont.sol('sol3').feature('v1').set('notsol', 'sol2');

```

```

opt_cont.sol('sol3').feature('v1').set('notsolnum', 'all');
opt_cont.sol('sol3').feature('v1').feature('comp1_u1').set('solvefor', false);
opt_cont.sol('sol3').feature('v1').feature('comp1_u2').set('solvefor', false);
opt_cont.sol('sol3').feature('t1').set('tlist', 'range(0,0.1,5)');
opt_cont.sol('sol3').runAll;

```

```

opt_cont.result('pg1').set('ylabel', 'Dependent variable u1 (1)');
opt_cont.result('pg1').set('xlabel', 'x-coordinate (m)');
opt_cont.result('pg1').set('xlabelactive', false);
opt_cont.result('pg1').set('ylabelactive', false);
opt_cont.result('pg1').feature('lngr1').set('xdatadescr', 'x-coordinate');
opt_cont.result('pg1').feature('lngr1').set('xdataexpr', 'x');
opt_cont.result('pg1').feature('lngr1').set('xdataunit', 'm');
opt_cont.result('pg2').set('ylabel', 'Dependent variable u2 (1)');
opt_cont.result('pg2').set('xlabel', 'x-coordinate (m)');
opt_cont.result('pg2').set('xlabelactive', false);
opt_cont.result('pg2').set('ylabelactive', false);
opt_cont.result('pg2').feature('lngr1').set('xdatadescr', 'x-coordinate');
opt_cont.result('pg2').feature('lngr1').set('xdataexpr', 'x');
opt_cont.result('pg2').feature('lngr1').set('expr', 'u2');
opt_cont.result('pg2').feature('lngr1').set('xdataunit', 'm');
opt_cont.result('pg2').feature('lngr1').set('descr', 'Dependent variable u2');
opt_cont.result('pg3').set('ylabel', 'Dependent variable u3 (1)');
opt_cont.result('pg3').set('xlabel', 'x-coordinate (m)');
opt_cont.result('pg3').set('xlabelactive', false);
opt_cont.result('pg3').set('ylabelactive', false);
opt_cont.result('pg3').feature('lngr1').set('xdatadescr', 'x-coordinate');
opt_cont.result('pg3').feature('lngr1').set('xdataexpr', 'x');
opt_cont.result('pg3').feature('lngr1').set('expr', 'u3');
opt_cont.result('pg3').feature('lngr1').set('xdataunit', 'm');
opt_cont.result('pg3').feature('lngr1').set('descr', 'Dependent variable u3');
opt_cont.result.export('data1').set('descr', {'Dependent variable u1'});
opt_cont.result.export('data1').set('expr', {'u1'});
opt_cont.result.export('data1').set('filename', '...');
opt_cont.result.export('data1').set('unit', {'1'});
opt_cont.result.export('data2').set('data', 'dset2');
opt_cont.result.export('data2').set('descr', {'Dependent variable u2'});
opt_cont.result.export('data2').set('expr', {'u2'});
opt_cont.result.export('data2').set('filename', '...');
opt_cont.result.export('data2').set('unit', {'1'});
opt_cont.result.export('data3').set('data', 'dset3');
opt_cont.result.export('data3').set('descr', {'Dependent variable u3'});
opt_cont.result.export('data3').set('expr', {'u3'});
opt_cont.result.export('data3').set('filename', '...');
opt_cont.result.export('data3').set('unit', {'1'});
opt_cont.result.export('data4').label('upr_opt');
opt_cont.result.export('data4').set('data', 'dset3');
opt_cont.result.export('data4').set('descr', {''});
opt_cont.result.export('data4').set('filename', '...');
opt_cont.result.export('data4').set('unit', {'1/m'});
opt_cont.result.export('data4').set('expr', {'-2.2*d(u2,x)'});

```

```

out = opt_cont;
U = mphinterp(opt_cont,'u3','coord',xmesh,'dataset','dset3');
Upr = mphinterp(opt_cont,'-2.2*d(u2,x)','coord',xmesh,'dataset','dset3');
UprOpt=Upr(:,1);
u_direct=(inUstart_(:,2)); u_direct_x=(inUstart_(:,1));

```

## ПРИЛОЖЕНИЕ 6

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2019662539

Расчет оптимальных управляющих воздействий на  
динамику денежных сбережений населения региона с учетом  
их распределенного характера

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования «Пермский  
национальный исследовательский политехнический  
университет» (RU)*

Авторы: *Владимирова Дарья Борисовна (RU),  
Деревянкина Полина Олеговна (RU)*



Заявка № 2019661435

Дата поступления 17 сентября 2019 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 25 сентября 2019 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев