

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Пермский национальный исследовательский
политехнический университет»

Кафедра механики композиционных материалов и конструкций

В.Е. Шавшуков

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТАНТ ВЫСОКОЭЛАСТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

*Методические указания
к выполнению лабораторной работы*

Издательство
Пермского национального исследовательского
политехнического университета
2025

УДК 678.07

Ш14

Рецензент:

д-р техн. наук, доцент *М.Н. Каченюк*
(Пермский национальный исследовательский
политехнический университет)

Шавшуков, В.Е.

Ш14 Определение констант высокоэластического потенциала :
метод. указания к выполнению лабораторной работы / В.Е. Шав-
шуков ; ФГАОУ ВО «Пермский национальный исследователь-
ский политехнический университет». – Пермь : Изд-во Перм.
нац. исслед. политехн. ун-та, 2025. – 16 с.

ISBN 978-5-398-03309-0

Представлены методические рекомендации по выполнению ла-
бораторной работы «Определение констант высокоэластического
потенциала».

Предназначено для студентов бакалавриата очной и заочной
форм обучения по направлению подготовки 22.03.01 «Технология
материалов» (профили: «Конструирование и производство изделий
из композиционных материалов», «Материаловедение и технологии
авиационно-космических материалов»).

УДК 678.07

ISBN 978-5-398-03309-0

© ПНИПУ, 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1. Основные теоретические сведения	6
2. Порядок проведения испытаний и обработки результатов	10
3. Содержание отчета о лабораторной работе	13
4. Правила техники безопасности при работе на оборудовании при испытании на растяжение	14
Контрольные вопросы	14
Список рекомендуемой литературы	15

ВВЕДЕНИЕ

Полимерные композиционные материалы находят широкое применение в различных отраслях техники. В конструкционных полимерных композиционных материалах матрицей служат линейные или пространственно сшитые полимеры. Полимеры обладают рядом специфических физических состояний и особенностей механического поведения.

В физике и механике полимеров широко используются идеи и методы физики твердого тела, физики жидкого состояния, термодинамики и статистической физики. И физику твердого тела, и физику полимеров интересует связь между физическими свойствами и строением вещества. Любые твердые тела, в том числе полимеры, представляют собой сложные системы, из которых можно выделить ряд важнейших подсистем (кристаллические решетки, группы атомов, сегменты, макромолекулы). В физике твердого тела для различных классов кристаллов наблюдаются так называемые «сверхсостояния» (сверхпроводимость, ферромагнетизм, сверхпластичность для металлов, сверхтекучесть для квантовой жидкости (гелия) и т.д.). Полимеры обладают своим сверхсостоянием, которое называется высокоэластическим состоянием. Высокоэластическое состояние объясняется не только структурой полимерных молекул или макромолекул, но и свойством внутреннего вращения. Теория высокоэластичности основывается на применении конформационной статистики макромолекул, которая является развитием статистической физики в физике и механике полимеров.

Аморфные полимеры по структуре сложнее, чем низкомолекулярные вещества, но по строению примыкают к жидкостям. Кристаллические полимеры по своему строению похожи на конвенциональные твердые тела, но сложнее их в том отношении, что наряду с кристаллической фазой имеют в объеме и аморфную фазу с межфазными слоями. Все полимеры обладают уникальными механическими свойствами, среди которых высокоэластические свойства занимают самое важное место.

В кристаллическом и стеклообразном состояниях деформирование полимеров сходно с поведением конвенциональных конструкционных материалов. При температурах между температурой кристаллизации и температурой стеклования во многих типах полимеров реализуется высокоэластическое состояние. В этом состоянии полимеры могут испытывать очень большие деформации (удлинения) – до пятисот и более процентов – и полностью возвращаться в исходное недеформированное состояние. Это связано с тем, что упругость эластомеров имеет энтропийную природу. Зависимость напряжений от удлинений носит существенно нелинейный характер. Расстояния между атомами в полимерных цепях практически не изменяются при деформировании, как это имеет место при деформировании конвенциональных конструкционных материалов.

Для описания упругих свойств эластомеров на основе термодинамического рассмотрения вводят особые величины – высокоэластические потенциалы, математический вид которых получают на основе тех или иных модельных представлений. Простейший высокоэластический потенциал (потенциал Трелоара) выводится из чисто статистического рассмотрения полимерных цепей эластомеров в виде нерастяжимых нитей, состоящих из шарнирно соединенных сегментов. Потенциал Трелоара содержит одну феноменологическую константу, подлежащую определению. На сегодняшний день существует несколько десятков высокоэластических потенциалов, содержащих две, три и более константы. В настоящей лабораторной работе используются двухпараметрические потенциалы.

Цель работы – экспериментальное определение констант двухпараметрического высокоэластического потенциала в эксперименте на растяжение.

Оборудование, принадлежности и материалы для выполнения работы:

- 1) разрывная испытательная машина с большим (500–700 мм) ходом траверсы и скоростью перемещения до 500–700 мм/мин;
 - 2) штангенциркуль;
 - 3) набор образцов эластомера в виде прямоугольных полосок.
- Размеры образцов выбирают согласно ГОСТ Р 54553-2011 «Резина и

термопластичные эластомеры. Определение упругопрочностных свойств при растяжении» или ISO 527-1, ISO 527-2 «Испытание пластмасс на растяжение», ASTM D412 «Испытание резины и эластомеров на растяжение».

1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Элементы механики эластомеров

В кристаллическом и стеклообразном состояниях деформирование полимеров не отличается от деформирования обычных твердых тел. Под нагрузкой происходят малые смещения молекул (или их сегментов) от положений равновесия без проскальзывания молекул относительно друг друга. Таково же типичное поведение атомов в конвенциональных твердых телах при малых деформациях и квазистатическом нагружении. Поэтому в кристаллическом и стеклообразном состояниях полимеры подчиняются закону Гука со своим набором упругих постоянных.

Ситуация качественно меняется в высокоэластическом состоянии. Такое состояние обычно реализуется в следующем диапазоне температур:

$$T_{\text{стекл}} < T < T_{\text{крист}},$$

где $T_{\text{стекл}}$ – температура стеклования; $T_{\text{крист}}$ – температура кристаллизации.

Этот диапазон может быть достаточно широк и распространяться в область отрицательных (по Цельсию) температур.

Для описания механического деформирования при одноосном нагружении вводят перечисленные ниже величины.

Удлинением λ называется отношение длины l рабочей части образца эластомера при действующей нагрузке к длине l_0 до деформирования:

$$\lambda = \frac{l}{l_0}.$$

Условным напряжением f называется отношение действующей нагрузки F к площади поперечного сечения образца A_0 до деформирования:

$$f = \frac{F}{A_0}.$$

Истинным напряжением σ называется отношение действующей нагрузки F к площади поперечного сечения образца A при этой нагрузке:

$$\sigma = \frac{F}{A}.$$

Для несжимаемых эластомеров истинное и условное напряжения связаны соотношением

$$\sigma(\lambda) = \lambda \cdot f.$$

Достаточно сложный термодинамический анализ показывает, что имеется следующая связь между условным напряжением и внутренней энергией E , энтропией S и объемом образца V :

$$V_0 f = \left(\frac{\partial E}{\partial \lambda} \right)_{P,T} - T \left(\frac{\partial S}{\partial \lambda} \right)_{P,T} + P \left(\frac{\partial V}{\partial \lambda} \right)_{P,T},$$

где V_0 – объем образца до деформирования; V – объем образца после деформирования; T – температура; P – давление.

Первый член в правой части описывает обычную «упругую» часть напряжений. Для эластомеров она мала. Последний член для эластомеров обращается в ноль вследствие их несжимаемости. В итоге для эластомеров получаются следующие уравнения (в термодинамике называемые уравнениями состояния) для случая одноосного растяжения:

$$f = -\frac{1}{V_0} T \left(\frac{\partial S}{\partial \lambda} \right)_{P,T}, \quad \sigma = -\frac{1}{V_0} \lambda T \left(\frac{\partial S}{\partial \lambda} \right)_{P,T}.$$

Эти уравнения отражают энтропийную природу упругости эластомеров.

Вместо энтропии и явной зависимости от температуры удобно ввести понятие высокоэластического потенциала (или плотности высокоэластического потенциала). Условные и истинные напряжения могут быть выражены через производные от плотности высокоэластического потенциала w по удлинению:

$$f(\lambda) = \frac{\partial w}{\partial \lambda}, \quad \sigma(\lambda) = \lambda \cdot \frac{\partial w}{\partial \lambda}.$$

Последние формулы являются основными для механики упругого (гиперупругого) деформирования полимеров в высокоэластическом состоянии.

Конкретный вид модельных потенциалов постулируется на основе анализа экспериментальных данных и термодинамических соображений.

Существует много модельных высокоэластических потенциалов. Каждый из них хорошо описывает деформирование соответствующих классов эластомеров для разных диапазонов температур, диапазонов удлинений и т.д.

Приведем некоторые типы модельных потенциалов:

1. Потенциал Трелоара (однопараметрический потенциал):

$$w = C \left(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3 \right),$$

соответствующее ему истинное напряжение

$$\sigma = 2C \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right),$$

где C – постоянная.

Потенциал Трелоара выведен на основе конформационной статистики молекул полимера как нерастяжимой цепи из шарнирно соединенных сегментов. Сегменты совершают свободное тепловое вращение в шарнирах. Несмотря на простоту, потенциал Трелоара

качественно описывает высокоэластическое деформирование многих полимеров.

2. Потенциал Бартенева – Хазановича:

$$w = C \left(\lambda + \frac{2}{\sqrt{\lambda}} - 3 \right); \quad \sigma = 2C \left(\lambda - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \right).$$

3. Потенциал Муни:

$$w = C_1 \left(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3 \right) + C_2 \left(\frac{1}{\lambda^2} + 2\lambda - 3 \right);$$

$$\sigma = 2C_1 \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) + 2C_2 \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right),$$

где C_1 и C_2 – постоянные.

4. Потенциал Черных – Шубиной:

$$w = C_1 \left(\lambda + \frac{2}{\sqrt{\lambda}} - 3 \right) + C_2 \left(\frac{1}{\lambda} + 2\sqrt{\lambda} - 3 \right);$$

$$\sigma = C_1 \left(\lambda - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \right) + C_2 (-\lambda + \sqrt{\lambda}).$$

1.2. Метод наименьших квадратов интерполирования экспериментальных кривых

Пусть имеется экспериментальная зависимость между двумя величинами y и x , заданная в табличном виде (табл. 1).

Таблица 1

x	x_1	x_2					x_n
y	y_1	y_2					y_n

Нужно подобрать функцию, которая выражала бы экспериментальную зависимость с максимально точным приближением:

$$y = f(x).$$

Метод наименьших квадратов состоит в следующем:

1. Берется пробная функция $\varphi(x, t_1, t_2, \dots)$, содержащая неопределенные параметры t_i .

2. Минимизируется сумма квадратов:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \varphi(x_i, t_1, t_2, \dots))^2 = \min.$$

3. Составляется система уравнений для нахождения неопределенных параметров (условия минимума функционала от неопределенных параметров)

$$\frac{\partial}{\partial t_1} \sum_{i=1}^n (y_i - \varphi(x_i, t_1, t_2, \dots))^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t_2} \sum_{i=1}^n (y_i - \varphi(x_i, t_1, t_2, \dots))^2 = 0$$

.....

Всего n уравнений.

В общем случае система уравнений может быть нелинейной. В этом случае необходимо применение специальных численных методов решения.

2. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ИСПЫТАНИЙ И ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ

Перед испытанием необходимо ознакомиться с устройством разрывной машины, правилами поведения в лаборатории и техникой безопасности.

2.1. Выполнение работы

1. До испытания провести измерение штангенциркулем размеров образца с погрешностью 0,1 мм и вычислить площадь поперечного сечения каждого образца. За расчетное значение принимается среднее по трем замерам поперечных размеров.

2. Произвести растяжение каждого образца с записью диаграммы «нагрузка – перемещение траверсы». Скорость перемещения траверсы 500 ± 50 мм/мин. Пример диаграммы показан на рисунке.

Образцы с 1 по 1

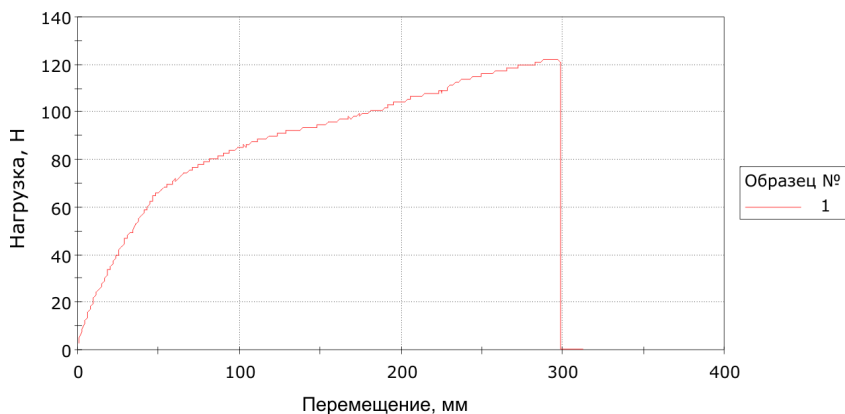


Рис. Диаграмма растяжения образца

3. Взять у учебного мастера файл с экспериментальными точками для нагрузок и перемещений (записывается испытательным оборудованием автоматически). Файл содержит 500 экспериментальных значений.

Пример приведен в табл. 2.

4. Выбрать из табл. 2 не менее 10 экспериментальных точек из восходящей части диаграммы, примерно равномерно распределенных по всему диапазону перемещений. Пересчитать данные табл. 2 в переменные «истинные напряжения – удлинения» (табл. 3). За удлинения принимать отношение перемещения траверсы плюс начальное расстояние между захватами к начальному расстоянию между захватами разрывной машины.

5. Применить метод наименьших квадратов для нахождения постоянных высокоэластического потенциала для данного образца.

Таблица 2

Время, с	Перемещение, мм	Нагрузка, Н	Время, с	Перемещение, мм	Нагрузка, Н
0,00000	0,61637	2,68813	39,50000	296,88132	121,60164
0,10000	1,24137	5,30770	39,60000	297,63126	121,21229
0,20000	2,10169	7,06063	39,70000	298,38132	77,33630
0,30000	2,87344	9,03911	39,80000	299,13135	0,28779
0,40000	3,62900	10,43327	39,90000	299,88135	0,69281
0,50000	4,38075	11,88343	40,00000	300,63135	0,76068
0,60000	5,13119	12,98377	40,10000	301,38132	0,51781
0,70000	5,88119	14,35438	40,20000	302,13132	0,86253
0,80000	6,63131	15,67257	40,30000	302,88126	0,64362
0,90000	7,38131	16,92300	40,40000	303,63135	0,65239
1,00000	8,13125	18,06599	40,50000	304,38129	0,54687
1,10000	8,88131	19,32665	40,60000	305,13141	0,68750
1,20000	9,63131	20,82006	40,70000	305,88126	0,61872
1,30000	10,38137	22,28807	40,80000	306,63132	0,64230
1,40000	11,13131	23,17817	40,90000	307,38129	0,74555
1,50000	11,88131	24,38876	41,00000	308,13135	0,63667
1,60000	12,63131	25,42305	41,10000	308,88135	0,72557
1,70000	13,38131	26,54070	41,20000	309,63132	0,64406
1,80000	14,13131	27,53586	41,30000	310,38132	0,70681
1,90000	14,88131	28,19331	41,40000	311,13126	0,54909
2,00000	15,63131	29,31147	41,50000	311,88129	0,67058
2,10000	16,38137	30,27138	41,60000	312,63129	0,74738
2,20000	17,13131	31,17654	41,62200	312,79626	0,77549
2,30000	17,88131	32,08320			
2,40000	18,63131	33,19294			
2,50000	19,38131	33,99631			
2,60000	20,13131	34,99480			
2,70000	20,88125	35,82989			

Таблица 3

σ	σ_1						σ_n
λ	λ_1						λ_n

Пример. Найдем постоянные потенциала Черных – Шубиной:

$$\sigma = C_1 \left(\lambda - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \right) + C_2 (-\lambda + \sqrt{\lambda}).$$

Для этого решим систему уравнений:

$$C_1 \sum_i A_i^2 + C_2 \sum_i A_i B_i - \sum_i \sigma_i A_i = 0,$$

$$C_1 \sum_i A_i B_i + C_2 \sum_i B_i^2 - \sum_i \sigma_i B_i = 0,$$

где $A_i \equiv \lambda_i - \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}}$; $B_i \equiv \sqrt{\lambda_i} - \frac{1}{\lambda_i}$; λ_i и σ_i – экспериментальные значения из табл. 3 (не менее 10 пар значений).

Запишем значения постоянных для данного образца.

Для других модельных потенциалов нужно самостоятельно вывести уравнения для нахождения искомых постоянных согласно схеме, изложенной в теоретическом разделе настоящих рекомендаций.

6. Повторить пп. 1–5 для всех образцов.

2.2. Обработка результатов испытаний

1. Вычислить средние значения постоянных C_1 и C_2 по пяти образцам.

2. Вычислить средние квадратичные отклонения по данным для пяти образцов и доверительные интервалы, соответствующие доверительной вероятности 0,95.

3. Результат записать в виде, содержащем средние значения, доверительные интервалы и доверительную вероятность.

3. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Отчет должен включать следующее:

- 1) цель работы;
- 2) основные теоретические положения по теме работы (кратко);
- 3) описание отдельных стадий выполнения работы с указанием используемого оборудования, с необходимыми пояснениями, цифровыми данными, зарисовками и их описаниями;
- 4) анализ полученных результатов, выводы.

4. ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ РАБОТЕ НА ОБОРУДОВАНИИ ПРИ ИСПЫТАНИИ НА РАСТЯЖЕНИЕ

1. Проверить исправность оборудования (с учебным мастером).
2. Ознакомиться с технической документацией предстоящей работы.
3. Подготовить рабочее место: на нем не должно быть ничего лишнего, оно должно содержаться в чистоте.
4. Использовать защитные очки или прозрачный экран для защиты от возможных осколков образца при разрыве.
5. По окончании работы выключить оборудование.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие образцы применяются для испытания высокоэластичных материалов на растяжение?
2. Объясните принцип работы испытательной машины.
3. Какой вид имеет диаграмма растяжения для высокоэластичного материала?
4. Чем объясняется нелинейность диаграммы растяжения эластомера?
5. Что такое высокоэластический потенциал?
6. Что такое условное и истинное напряжение? Какова их связь?
7. Выведите уравнения метода наименьших квадратов для нахождения постоянных потенциалов Муни, Трелоара.
8. Какова физическая природа высокоэластической упругости?
9. Можно ли использовать ниспадающие ветви диаграммы нагружения для нахождения постоянных высокоэластических потенциалов?
10. Как определить расчетную длину образца до испытания?
11. Какие Вы знаете однопараметрические, многопараметрические модельные высокоэластические потенциалы?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бартенев Г.М., Зеленов Ю.В. Физика и механика полимеров. – М.: Высшая школа, 1983. – 391 с.
2. Бартенев Г.М., Френкель С.Я. Физика полимеров. – Л.: Химия, 1990. – 432 с.
3. Argon A.S. The physics of deformation and fracture of polymers. – Cambridge: Cambridge University Press, 2013. – 511 p.
4. ГОСТ Р 54553-2011 Резина и термопластичные эластомеры. Определение упругопрочностных свойств при растяжении. – М.: Стандартиформ, 2015. – 23 с.

Учебное издание

Шавшуков Вячеслав Евгеньевич

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТАНТ ВЫСОКОЭЛАСТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

*Методические указания
к выполнению лабораторной работы*

Подписано в печать 10.06.2025. Формат 60×90/16.
Усл. печ. л. 1,0. Тираж 19 экз. Заказ № 091.

Издательство Пермского национального
исследовательского политехнического университета.
Адрес: 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, к. 113.
Тел.: (342) 219-80-33

Отпечатано в типографии
Издательства Пермского национального
исследовательского политехнического университета.
Адрес: 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, к. 113.
Тел.: (342) 219-80-33