

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Пермский национальный исследовательский
политехнический университет»

Кафедра механики композиционных материалов
и конструкций

В.Е. Шавшуков

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Методические указания

Издательство
Пермского национального исследовательского
политехнического университета
2025

УДК 624.21

Ш14

Рецензент:

д-р техн. наук, доцент *М.Н. Каченюк*
(Пермский национальный исследовательский
политехнический университет)

Шавшуков, В.Е.

Ш14 Прогнозирование прочности слоистых конструкций из полимерных композиционных материалов : метод. указания / В.Е. Шавшуков ; ФГАОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет». – Пермь : Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2025. – 16 с.

ISBN 978-5-398-03308-3

Представлены методические рекомендации по изучению темы «Прогнозирование прочности слоистых конструкций из полимерных композиционных материалов» дисциплины «Проектирование и разработка технологии создания конструкций из полимерных композиционных материалов».

Предназначено для студентов бакалавриата очной и заочной форм обучения по направлению подготовки 22.03.01 «Технология материалов» (профили: «Конструирование и производство изделий из композиционных материалов», «Материаловедение и технологии авиационно-космических материалов»).

УДК 624.21

ISBN 978-5-398-03308-3

© ПНИПУ, 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Плоское напряженное состояние	4
2. Эффективные матрицы жесткости слоистого композита при ПНС.....	8
3. Вычисление напряжений в слоях	9
4. Пример оценки прочности слоистой конструкции	11
Контрольные вопросы.....	14
Список рекомендуемой литературы	15

1. ПЛОСКОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

Многие конструкции из полимерных композиционных материалов являются слоистыми, состоящими из чередующихся тканых или однонаправленных слоев армирующего наполнителя и связующего. Типовые узлы мотогондол и корпусов реверсивных устройств современных авиационных двигателей представляют собой оболочечные конструкции большого диаметра с малой толщиной обшивок. Вследствие этого нагруженные элементы таких узлов находятся в плоском напряженном состоянии (ПНС). Это обстоятельство существенно упрощает расчеты напряжений в узлах и, что особенно важно при инженерном анализе работоспособности конструкции, сокращает число необходимых для расчетов упругих и прочностных констант композитных материалов.

Типичный слоистый композит является ортотропным материалом. Соответственно, он имеет девять компонент тензора модулей упругости, знание которых необходимо для расчетов напряженно-деформированного состояния в трехмерной постановке. Экспериментальное определение этих параметров весьма сложно и трудоемко. Ни один паспорт на распространенные промышленные композиты не содержит такого количества параметров. Число прочностных параметров (в простейших случаях различных пределов прочности) для оценки прочности еще больше. В случае плоского напряженного состояния число необходимых упругих констант для ортотропного композита уменьшается до четырех, достаточно просто измеряемых в стандартных испытаниях образцов. Количество необходимых прочностных констант, также измеряемых стандартными методами, уменьшается до пяти.

Крупногабаритные конструкции имеют малую кривизну. Поэтому с большой точностью можно считать их оболочечные элементы безмоментными.

Везде ниже используется декартова ортогональная система координат. Оси координат X_1 и X_2 лежат в плоскости композита, ось X_3 перпендикулярна им (рисунок).

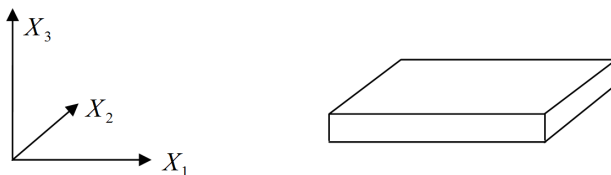


Рис. Система координат плоского композита

По определению плоского напряженного состояния принимается:

$$\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0,$$

где σ – компоненты тензора напряжений.

В инженерном анализе оставшиеся три ненулевые компоненты тензора напряжений σ_{11} , σ_{22} и σ_{12} принято для краткости обозначать соответственно σ_1 , σ_2 и τ_{12} , а в качестве сдвиговой компоненты тензора деформаций ϵ_{12} использовать угол сдвига γ_{12} (равный удвоенной недиагональной компоненте тензора деформаций). Тогда закон Гука для ортотропного тела в нотации Фойгта (матричном виде) в системе координат с осями, параллельными осям ортотропии, принимает вид

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & 0 \\ g_{21} & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{66} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix},$$

где g_{11} и т.д. – компоненты матрицы жесткости.

В обращенном виде закон Гука имеет вид

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & 0 \\ s_{21} & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{66} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix},$$

где s_{11} и т.д. – компоненты матрицы податливости.

Матрицы жесткости связаны с техническими упругими постоянными ортотропного материала при ПНС следующими формулами:

$$g_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}};$$

$$g_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}};$$

$$g_{12} = \frac{E_1\nu_{21}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}};$$

$$g_{66} = G_{12},$$

где E_1 , E_2 – соответственно модули Юнга (вдоль основы ткани/волокон и в поперечном направлении); G_{12} – модуль сдвига в плоскости композита; ν_{12} , ν_{21} – коэффициенты Пуассона.

При повороте системы координат вокруг оси X_3 на угол φ компоненты тензоров напряжений и деформаций преобразуются по формулам, вытекающим из общего правила преобразования компонент тензора 2-го ранга. Эти формулы имеют вид:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & -2sc \\ s^2 & c^2 & 2sc \\ sc & -sc & (c^2 - s^2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & -sc \\ s^2 & c^2 & sc \\ 2sc & -2sc & (c^2 - s^2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix},$$

где $s = \sin \varphi$, $c = \cos \varphi$, нижние индексы x, y относятся к повернутой системе координат.

Формулы обратного преобразования из повернутой системы координат в исходную имеют следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & (c^2 - s^2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2sc & 2sc & (c^2 - s^2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что матрица обратного преобразования для напряжений равна транспонированной матрице прямого преобразования деформаций, а матрица обратного преобразования для деформаций равна транспонированной матрице прямого преобразования для напряжений.

Из правил преобразования напряжений и деформаций при поворотах системы координат и закона Гука следуют правила преобразования компонент матриц жесткости. Компоненты матрицы жесткости в повернутой системе координат будем отмечать чертой сверху:

$$\begin{pmatrix} \bar{g}_{11} & \bar{g}_{12} & \bar{g}_{16} \\ \bar{g}_{12} & \bar{g}_{22} & \bar{g}_{26} \\ \bar{g}_{16} & \bar{g}_{26} & \bar{g}_{66} \end{pmatrix}.$$

Ее компоненты выражаются через компоненты в исходной системе координат (которые обозначим g_{11}^0 и т.д.) следующими формулами:

$$\begin{aligned} \bar{g}_{11} &= c^4 g_{11}^0 + s^4 g_{22}^0 + 2(g_{12}^0 + 2g_{66}^0)s^2 c^2; \\ \bar{g}_{12} &= (g_{11}^0 + g_{22}^0 - 4g_{66}^0)s^2 c^2 + (s^4 + c^4)g_{12}^0; \\ \bar{g}_{16} &= [c^2 g_{11}^0 - s^2 g_{22}^0 + (g_{12}^0 + 2g_{66}^0)(s^2 - c^2)]sc; \\ \bar{g}_{22} &= s^4 g_{11}^0 + c^4 g_{22}^0 + 2(g_{12}^0 + 2g_{66}^0)s^2 c^2; \\ \bar{g}_{26} &= [s^2 g_{11}^0 - c^2 g_{22}^0 - (g_{12}^0 + 2g_{66}^0)(s^2 - c^2)]sc; \\ \bar{g}_{12} &= (g_{11}^0 - 2g_{12}^0 + g_{22}^0)s^2 c^2 + (s^2 - c^2)^2 g_{66}^0. \end{aligned}$$

2. ЭФФЕКТИВНЫЕ МАТРИЦЫ ЖЕСТКОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА ПРИ ПНС

В механике композитов эффективными упругими характеристиками называются величины, связывающие (в упругой постановке) осредненные по объему тела тензоры напряжений и деформаций. В общем случае это выражается равенством

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = C_{ijkl}^* \langle \varepsilon_{kl} \rangle,$$

где C_{ijkl}^* – эффективный тензор модулей упругости.

Для эффективных характеристик композиционных материалов существует множество моделей, позволяющих вычислять эти характеристики с различной степенью точности. Для слоистых композитов эффективные упругие свойства описываются эффективной матрицей жесткости. Эффективная матрица жесткости с достаточной инженерной точностью вычисляется (особенно в условиях ПНС) по модели Фойгта.

Компоненты эффективной матрицы жесткости будем обозначать просто g_{11} и т.д. В приближении Фойгта получаются следующие выражения:

$$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{16} \\ g_{12} & g_{22} & g_{26} \\ g_{16} & g_{26} & g_{66} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^n V^{(k)} \begin{pmatrix} \bar{g}_{11}^{(k)} & \bar{g}_{12}^{(k)} & \bar{g}_{16}^{(k)} \\ \bar{g}_{12}^{(k)} & \bar{g}_{22}^{(k)} & \bar{g}_{26}^{(k)} \\ \bar{g}_{16}^{(k)} & \bar{g}_{26}^{(k)} & \bar{g}_{66}^{(k)} \end{pmatrix},$$

где индекс (k) нумерует слои; n – количество слоев; $V^{(k)}$ – относительная толщина k -го слоя.

По найденной эффективной матрице жесткости могут быть найдены эффективные технические упругие постоянные композита, например модуль Юнга и модуль сдвига:

$$E_x = \frac{\det(g_{ij})}{g_{11}g_{66} - g_{16}^2}, \quad G_{xy} = \frac{\det(g_{ij})}{g_{11}g_{22} - g_{12}^2},$$

где $\det(g_{ij})$ – определитель эффективной матрицы жесткости.

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В СЛОЯХ

Для оценки прочности композитной конструкции используется структурно-феноменологический подход. Согласно этому подходу прочность конструкции оценивается по прочности структурных элементов. Для слоистого композита такими элементами являются отдельные слои.

Для оценки прочности слоев по тому или иному критерию (полного разрушения или повреждения) необходимо знание напряжений в слоях. При этом средние напряжения в композите считаются известными. Часто последние являются статически определимыми и легко вычисляются.

Рассмотрим слоистый композит произвольной структуры. Для такого композита структура есть последовательность укладки слоев с различной ориентацией осей упругой симметрии слоев относительно конструкции.

Исходными данными для расчетов являются:

- 1) средние напряжения (получаемые из расчета напряженно-деформированного состояния конструкции) $\langle \sigma_x \rangle$, $\langle \sigma_y \rangle$, $\langle \tau_{12} \rangle$;
- 2) свойства слоев E_1 , E_2 , G_{12} и ν_{12} ;
- 3) структура пакета (углы укладки, толщины, количество всех слоев).

Вычисления производятся в следующем порядке:

1. Вычисляется эффективная матрица жесткости пакета по приведенным выше формулам с учетом свойств и структуры пакета.
2. Вычисляются средние деформации в композите по заданным средним напряжениям по закону Гука для ПНС:

$$\begin{pmatrix} \langle \sigma_x \rangle \\ \langle \sigma_y \rangle \\ \langle \tau_{xy} \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{16} \\ g_{12} & g_{22} & g_{26} \\ g_{16} & g_{26} & g_{66} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \langle \epsilon_x \rangle \\ \langle \epsilon_y \rangle \\ \langle \gamma_{xy} \rangle \end{pmatrix}.$$

Для симметричных пакетов матрица жесткости содержит много нулей:

$$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & 0 \\ g_{21} & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{66} \end{pmatrix}.$$

Поэтому решение системы линейных уравнений рационально выполнять по методу Крамера.

3. Деформации в слоях приравниваются к средним деформациям (приближение Фойгта).

4. Вычисляются напряжения во всех слоях по закону Гука в системе координат композита (в которой слои повернуты на угол укладки каждого слоя):

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^{(k)} \\ \sigma_y^{(k)} \\ \tau_{xy}^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{g}_{11}^{(k)} & \bar{g}_{12}^{(k)} & \bar{g}_{16}^{(k)} \\ \bar{g}_{12}^{(k)} & \bar{g}_{22}^{(k)} & \bar{g}_{26}^{(k)} \\ \bar{g}_{16}^{(k)} & \bar{g}_{26}^{(k)} & \bar{g}_{66}^{(k)} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \langle \epsilon_x \rangle \\ \langle \epsilon_y \rangle \\ \langle \gamma_{xy} \rangle \end{pmatrix}.$$

5. Напряжения для каждого слоя перевычисляются из системы координат композита в системы координат осей упругой симметрии каждого слоя по формулам обратного преобразования из повернутой системы координат в неповёрнутую (исходную для слоя):

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix}^{(k)} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & (c^2 - s^2) \end{pmatrix}^{(k)} \times \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}^{(k)},$$

где верхний индекс (k) означает принадлежность к k -му слою.

Соответственно в матрицу поворота для каждого слоя входит свой угол укладки.

6. Вычисленные напряжения в слоях используют для анализа повреждений или разрушений слоев по тем или иным критериям прочности.

Изложенная общая схема расчета напряжений в слоях реализуется для конкретных структур слоистых композитов и различных условий нагружения.

4. ПРИМЕР ОЦЕНКИ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТОЙ КОНСТРУКЦИИ

Для тонкостенных крупногабаритных конструкций напряженное состояние в характерных сечениях часто является плоским. В связи с этим обычно достаточно рассмотреть деформирование и разрушение (повреждение) плоского слоистого композита в условиях плоского напряженного состояния.

Композитные слои материала являются анизотропными. Они могут разрушаться по нескольким критериям. Поэтому разрушение по какому-либо одному (или нескольким) из них не означает полную потерю несущей способности слоя. Слой становится частично поврежденным. В составе пакета такой слой может продолжать вносить вклад в механическое сопротивление композита в целом.

Здесь мы не будем исследовать деформирование композита с поврежденными слоями, а будем искать момент первого повреждения какого-либо слоя в составе пакета слоев. В механике композитных конструкций соответствующая этому моменту нагрузка называется пределом монолитности. После достижения предела монолитности конструкция обычно продолжает сохранять несущую способность вплоть до нагрузок, существенно превышающих предел монолитности (до двух-трех раз). Это есть хорошо известное свойство волокнистых полимерных композитов не разрушаться катастрофически после первых повреждений. В конструкторской практике композитные изделия чаще проектируют, ориентируясь на предел монолитности.

В качестве числового примера рассмотрим одноосное по напряжениям растяжение слоистого композита заданной структуры. Требуется найти напряжение растяжения, при котором происходит первое повреждение какого-либо слоя. Для оценки повреждений слоев используем критерий наибольших нормальных и сдвиговых напряжений.

Структура укладки слоев (в чертежах деталей ее называют схемой армирования) имеет вид

$$0^\circ/+40^\circ/-40^\circ/+80^\circ/-80^\circ,$$

где углы в градусах обозначают направление укладки основы рулона препрега относительно оси изделия.

Количество слоев каждого направления одинаковое, толщины всех слоев одинаковы. Всего имеется пять различных слоев. Следовательно, матрица жесткости имеет вид

$$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & 0 \\ g_{21} & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{66} \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 \begin{pmatrix} \bar{g}_{11}^{(k)} & \bar{g}_{12}^{(k)} & \bar{g}_{16}^{(k)} \\ \bar{g}_{12}^{(k)} & \bar{g}_{22}^{(k)} & \bar{g}_{26}^{(k)} \\ \bar{g}_{16}^{(k)} & \bar{g}_{26}^{(k)} & \bar{g}_{66}^{(k)} \end{pmatrix}.$$

Свойства слоев:

$E_1 = 47$ ГПа – модуль Юнга вдоль основы;

$E_2 = 13$ ГПа – модуль Юнга вдоль утка;

$G_{12} = 4,5$ ГПа – модуль сдвига в плоскости слоя;

$\nu_{12} = 0,25$ – коэффициент Пуассона;

$F_1 = 1000$ МПа – предел прочности при растяжении по основе;

$F_{-1} = 550$ МПа – предел прочности при сжатии по основе;

$F_2 = 30$ МПа – предел прочности при растяжении по утку;

$F_{-2} = 340$ МПа – предел прочности при сжатии по утку;

$F_{12} = 60$ МПа – предел прочности при сдвиге в плоскости слоя.

Композит подвергнут одноосному растяжению со средним напряжением $\langle \sigma_x \rangle > 0$ (остальные равны нулю). Для нахождения

предела монолитности нужно задать увеличивающийся ряд напряжений $\langle \sigma_x \rangle$ с малым шагом, на каждом шаге сосчитать напряжения во всех слоях (в системах координат упругой симметрии слоев), сравнить с пределами прочности слоев и выделить нагрузку (в данном случае $\langle \sigma_x \rangle$), при которой в каком-либо слое впервые выполняется какой-либо критерий разрушения. Это и будет искомый предел монолитности.

При решении задачи в упругой постановке действия существенно упрощаются. Достаточно взять произвольное значение для $\langle \sigma_x \rangle$, называемое пробным, и найти соответствующие ему напряжения в слоях; затем, учитывая, что напряжения в слоях прямо пропорциональны среднему напряжению, составить простую пропорцию, из которой найти предел монолитности.

Итак, берем пробное напряжение:

$$\langle \sigma_x \rangle = 10 \text{ МПа.}$$

Вычисления по приведенной выше схеме дают следующие напряжения в слоях в соответствующих системах координат упругой симметрии слоев:

слой 0°

$$\sigma_1 = 20,54 \text{ МПа,}$$

$$\sigma_2 = -0,033 \text{ МПа,}$$

$$\tau_{12} = 0 \text{ МПа;}$$

слои $+40^\circ/-40^\circ$

$$\sigma_1 = 10,44 \text{ МПа,}$$

$$\sigma_2 = 2,21 \text{ МПа,}$$

$$\tau_{12} = \mp 2,43 \text{ МПа;}$$

слои $+80^\circ/-80^\circ$

$$\sigma_1 = -3,16 \text{ МПа,}$$

$$\sigma_2 = 5,25 \text{ МПа,}$$

$$\tau_{12} = \mp 0,84 \text{ МПа.}$$

Как обычно, знак «+» относится к растягивающим напряжениям, знак «-» к сжимающим, а знак у сдвиговых напряжений не имеет значения.

Из всех слоев ближе всех к пределам прочности лежат растягивающие напряжения по утку $\sigma_2 = 5,25$ МПа в слоях $+80^\circ/-80^\circ$.

В силу линейности задачи составляем пропорцию:

$$\langle \sigma_x \rangle = 10 \text{ МПа} \quad \leftrightarrow \quad \sigma_2 = 5,25 \text{ МПа.}$$

$$\langle \sigma_x \rangle_{\text{крит}} = ? \quad \leftrightarrow \quad F_2 = 30 \text{ МПа.}$$

Отсюда находим предел монолитности для данного композита, соответствующий разрыву слоев $+80^\circ/-80^\circ$ от растяжения вдоль утка:

$$\langle \sigma_x \rangle_{\text{крит}} = \frac{10 \cdot 30}{5,25} = 57,13 \text{ МПа.}$$

Для многоосных пропорциональных нагружений вычисления незначительно усложняются. При непропорциональных нагружениях, когда отдельные компоненты средних напряжений изменяются независимо друг от друга, нужно задавать многомерный (соответственно числу задействованных компонент тензора средних напряжений) массив пошагово изменяющихся нагрузок. Для каждого элемента массива нагрузок (шага нагрузки) следует вычислять напряжения в слоях по описанной схеме и по ним находить момент потери монолитности.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое плоское напряженное состояние?
2. Почему слоистые композиты часто находятся в плоском напряженном состоянии?
3. Чему равно число ненулевых компонент тензора деформаций при плоском напряженном состоянии?
4. В чем заключается приближение Фойгта при вычислении эффективных упругих характеристик слоистого композита?

5. Выведите правила преобразования компонент напряжений при повороте системы координат для случая плоского напряженного состояния из общих формул преобразования для произвольного напряженного состояния.

6. Что такое предел монолитности?

7. Почему слоистые волокнистые полимерные композиты не испытывают катастрофического разрушения после потери монолитности?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.

2. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.

3. Композиционные материалы: справочник / В.В. Васильев [и др.]. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.

Учебное издание

Шавшуков Вячеслав Евгеньевич

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ
СЛОИСТЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ
КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Методические указания

Подписано в печать 10.06.2025. Формат 60×90/16.

Усл. печ. л. 1,0. Тираж 19 экз. Заказ № 090.

Издательство Пермского национального
исследовательского политехнического университета.

Адрес: 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, к. 113.

Тел.: (342) 219-80-33

Отпечатано в типографии

Издательства Пермского национального

исследовательского политехнического университета.

Адрес: 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, к. 113.

Тел.: (342) 219-80-33