

БАННЫХ АЛЕКСАНДРА АНДРЕЕВНА

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РИСКАМИ
РОЗНИЧНОГО КРЕДИТОВАНИЯ КОММЕРЧЕСКОГО БАНКА НА
ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Диссертационная работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Удмуртский государственный университет»

Научный руководитель доктор физико-математических наук, профессор
Лётчиков Андрей Владимирович

Официальные оппоненты: **Семёнычев Валерий Константинович**
доктор экономических наук, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры математики и экономико-математических методов ФГБОУ ВО «Самарский государственный экономический университет», г. Самара

Ивлиев Сергей Владимирович
кандидат экономических наук, доцент кафедры информационных систем и математических методов в экономике ФГБОУ ВПО «Пермский государственный национальный исследовательский университет», г. Пермь

Ведущая организация **ФГБУН «Институт экономики Уральского отделения Российской академии наук»**, г. Екатеринбург

Защита состоится «10» мая 2016 г. в 13:30 на заседании объединенного диссертационного совета ДМ 212.188.09 на базе ФГБОУ ВПО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет» и ФГБОУ ВПО «Пермский государственный национальный исследовательский университет» по адресу: 614990, г. Пермь, Комсомольский проспект, дом 29, аудитория 423б.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеках и на сайтах ФГБОУ ВПО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет» (<http://www.pstu.ru>) и ФГБОУ ВПО «Пермский государственный национальный исследовательский университет» (<http://www.psu.ru>).

Автореферат разослан «28» марта 2016 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета ДМ 212.188.09
кандидат экономических наук, доцент

Е.Е. Жуланов

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. В соответствии с Базельским соглашением о капитале, известным как Базель II, для оценки заемщиков при кредитовании рекомендуется использовать подход, основанный на внутренних кредитных рейтингах. Данный подход предполагает построение рейтинговой системы, включающей в себя индивидуальную оценку кредитного риска заемщиков и распределение их по разрядам рейтинговой шкалы данной системы, а также количественную оценку риска дефолта и фактически понесенных потерь. Поскольку в настоящее время Центральный банк Российской Федерации активно внедряет стандарты Базельского соглашения в российской банковской системе, проблема теоретической разработки математических моделей для рейтинговых систем оценки кредитного риска является актуальной.

В современных условиях высокой конкуренции на рынке потребительского кредитования для успешной работы кредитных организаций является важным внедрение эффективных систем поддержки принятия решений по кредитным заявкам. Такая система поддержки принятия решений должна способствовать достижению поставленных бизнес-целей, таких как увеличение прибыли, увеличение объема кредитного портфеля, снижение убытков. В связи с этим приобретает актуальность построение математических моделей системы розничного кредитования.

Одним из методов управления кредитным риском является оценка банковской рискованной маржи. Рисковая маржа — это одна из составляющих стоимости кредита, покрывающая возможные убытки невозврата займа по кредитному портфелю. Занижение значения рискованной маржи приводит к необоснованным потерям и убыточности реализуемых продуктов, а завышенная рискованная маржа понижает конкурентоспособность банка и ведет к упущенным выгодам.

Для оценки совокупного риска кредитного портфеля существует целый ряд моделей, разработанных зарубежными финансовыми институтами и получивших широкое признание в мире. Наиболее известными являются следующие: CreditMetrics, CreditRisk+, Moody's KMV Portfolio Manager и Credit Portfolio View. Однако данные модели затруднительно применять в целях оценки риска розничного кредитного портфеля, потому что они ориентированы на портфель корпоративных кредитов.

Таким образом, все вышесказанное определяет проблему разработок по совершенствованию системы управления рисками розничного кредитования коммерческого банка на основе математического моделирования, решение которой имеет большое значение для российского банковского сектора. Практическая значимость и недостаточная теоретическая проработанность данной проблемы обусловили актуальность темы диссертационного исследования.

Степень разработанности проблемы. Математические модели оценки кредитного риска, анализ эффективности их применения рассматриваются в

работах таких исследователей как Balzarotti V., Bohn J., Castro Ch., Gupton G. M., Kealhofer St., Kupiec P., Lamy M.-F., Mendoza J.-C., Patel K., Pereira R., Philosophov L., Phykhtin M., Powell A., Stein R. M., Stephanou C., Wehrspohn U., Zhu S., Алескеров Ф. Т., Андриевская И. К., Васичек О., Головань С. В., Карминский А. М., Пеникас Г. И., Пересецкий А. А., Солодков В. М., Фантаццини Д. и др.

Большое внимание уделяется кредитному скорингу как подходу к оценке кредитного риска. Эта тема освещается в работах следующих авторов: Anderson R., Capon N., Hoadley B., Oliver R. M., Siddiqi N., Wells E., Альтман Э., Ивлиев С. В., Мэйз Э., Петров Д. А., Помазанов М. В. и др.

Проблемам экономико-математического моделирования посвящены работы ученых: Афанасьева В. Н., Бобонца К. Ю., Воронцова К. В., Дубровой Т. А., Есенина М. А., Крамера Г., Лобанова А. А., Никонова О. И., Первадчука В. П., Семёнычева В. К., Симонова П. М., Чугунова А. В. и др.

В мировой практике главным документом в области регулирования банковских рисков является Базельское соглашение о капитале и дополнения к нему. В России данная сфера регулируется документами Центрального банка Российской Федерации.

Передовая практика в области решения задач оценки кредитного риска и управления им рассматривается в информационных документах крупнейших банков, таких как J. P. Morgan, а также в публикациях ведущих консалтинговых компаний: Moody's Analytics, McKinsey & Co и других.

Как уже было замечено, большинство современных российских исследований в области управления кредитным риском сосредоточено на изучении проблем оценки заемщиков — юридических лиц, при этом практические и теоретические аспекты управления розничным кредитованием затрагиваются редко. Вопросы разработки систем поддержки принятия решений в розничном кредитовании в научных исследованиях практически не освещаются. Тема ценообразования кредитных продуктов на основе риска разработана очень слабо. Проблема расчета банковской маржи с учетом возможного превышения фактического убытка над ожидаемым в научных трудах ранее не поднималась.

Целью исследования является развитие теоретических основ оценки и управления риском розничного кредитного портфеля коммерческого банка на основе экономико-математического моделирования для повышения качества управленческих решений.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи:

1. Построить экономико-математическую модель расчета банковской рискованной маржи с учетом возможных превышений убытков по розничному кредитному портфелю над их средним значением в случае однородного и неоднородного по риску портфеля.

2. Разработать многофакторную экономико-математическую модель формирования резервов под ожидаемые потери и оценить непредвиденные потери для розничного кредитного портфеля коммерческого банка.

3. Построить математическую модель рейтинговой оценки заемщика путем включения в нее данных из внешнего источника информации.

4. Разработать систему поддержки принятия решений по кредитным заявкам клиентов — физических лиц, основанную на комплексной оценке прибыли, убытков и объема розничного кредитного портфеля.

Объектом исследования является коммерческий банк Российской Федерации.

Предметом исследования является процесс управления кредитным риском розничного кредитного портфеля коммерческого банка.

Область исследования соответствует паспорту научной специальности ВАК РФ 08.00.13 «Математические и инструментальные методы экономики» по следующим пунктам:

1.1. Разработка и развитие математического аппарата анализа экономических систем: математической экономики, эконометрики, прикладной статистики, теории игр, оптимизации, теории принятия решений, дискретной математики и других методов, используемых в экономико-математическом моделировании.

1.4. Разработка и исследование моделей и математических методов анализа микроэкономических процессов и систем: отраслей народного хозяйства, фирм и предприятий, домашних хозяйств, рынков, механизмов формирования спроса и потребления, способов количественной оценки предпринимательских рисков и обоснования инвестиционных решений.

1.6. Математический анализ и моделирование процессов в финансовом секторе экономики, развитие метода финансовой математики и актуарных расчетов.

2.3. Разработка систем поддержки принятия решений для рационализации организационных структур и оптимизации управления экономикой на всех уровнях.

Теоретической и методологической основой диссертационного исследования являются труды отечественных и зарубежных ученых в области управления рисками, банковского дела, экономико-математического моделирования, микроэкономики, теории вероятностей и математической статистики. Для обработки информации и получения количественных результатов использовались методы теории вероятностей и математической статистики, эконометрического моделирования, теории риска, стохастического программирования, статистической обработки данных, финансового анализа.

Информационная база исследования представлена положениями, письмами, инструкциями ЦБ РФ, документами Базельского комитета по банковскому надзору, материалами, опубликованными в российской и зарубежной печати, исследованиями кредитного рынка, проводимыми бюро кредитных историй, методической, научной, учебной и справочной литературой, статистическими данными ЦБ РФ, базой данных о кредитных заявках ПАО «БыстроБанк».

Научная новизна. В процессе исследования лично автором получены следующие результаты, определяющие научную новизну и являющиеся предметом защиты:

1. Методами стохастического программирования построена экономико-математическая модель расчета банковской рискованной маржи с учетом возможных превышений убытков по розничному кредитному портфелю над их средним значением в случае однородного и неоднородного по риску портфеля, позволяющая в отличие от существующих аналогов управлять не только ожидаемыми, но и непредвиденными финансовыми потерями (п. 1.1. Разработка и развитие математического аппарата анализа экономических систем: математической экономики, эконометрики, прикладной статистики, теории игр, оптимизации, теории принятия решений, дискретной математики и других методов, используемых в экономико-математическом моделировании. Глава 2, параграф 2.6, стр. 79-84).

2. Разработана авторская многофакторная экономико-математическая модель расчета банковского резерва по розничному кредитному портфелю, позволяющая более точно оценить объем необходимого резерва за счет учета таких факторов, как сумма кредита, срок жизни кредита, длительность просрочки. Построенная модель дает возможность рассчитать экономический капитал, предназначенный для покрытия непредвиденных потерь по розничному кредитному портфелю (п. 1.6. Математический анализ и моделирование процессов в финансовом секторе экономики, развитие метода финансовой математики и актуарных расчетов. Глава 1, параграф 1.4, стр. 29-39).

3. Построена оригинальная математическая модель рейтинговой оценки заемщика: получен алгоритм включения в рейтинговую оценку данных из внешнего источника информации о клиенте на примере скоринга бюро кредитных историй (п. 1.4. Разработка и исследование моделей и математических методов анализа микроэкономических процессов и систем: отраслей народного хозяйства, фирм и предприятий, домашних хозяйств, рынков, механизмов формирования спроса и потребления, способов количественной оценки предпринимательских рисков и обоснования инвестиционных решений. Глава 3, параграф 3.2, стр. 95-100).

4. Разработана система поддержки принятия решений по кредитным заявкам клиентов — физических лиц, которая основана на комплексной оценке прибыли, убытков и объема розничного кредитного портфеля коммерческого банка (2.3. Разработка систем поддержки принятия решений для рационализации организационных структур и оптимизации управления экономикой на всех уровнях. Глава 3, параграф 3.3, стр. 100-109).

Достоверность и обоснованность полученных в ходе диссертационного исследования результатов и выводов подтверждена корректным теоретическим обоснованием приведенных утверждений. Все результаты подтверждены исследованиями, проведенными с использованием реальных данных о кредитных заявках ПАО «БыстроБанк».

Апробация результатов исследования. Результаты диссертационной работы были представлены на международном научно-практическом семинаре К(П)ФУ «Достижения и перспективы эконометрических исследований в России» (Казань, 2013 г.), международной научно-практической конференции студентов и аспирантов ВШЭ «Статистические методы анализа экономики и общества» (Москва, 2014 г.), международной заочной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых ПГНИУ «Молодые ученые о современном финансовом рынке РФ» (Пермь, 2014 г.), международной заочной научно-практической конференции МГТУ «Приложение математики в экономических и технических исследованиях» (Магнитогорск, 2014 г.), Всероссийской заочной научно-практической конференции «Математические методы и интеллектуальные системы в экономике и образовании» (Ижевск, 2013 г., 2014 г.).

Теоретическая значимость диссертации обусловлена ее новизной и заключается в развитии экономико-математических методов оценки и управления рисками, в развитии методов применения математического аппарата для повышения обоснованности управленческих решений по розничному кредитованию в коммерческом банке.

Практическая значимость исследования определяется возможностью использования разработанных моделей при оценке и управлении рисками розничного кредитного портфеля коммерческого банка.

Теоретические и практические выводы, полученные в ходе исследования, могут быть использованы при реализации образовательных программ бакалавриата и магистратуры по направлениям «Экономика», «Бизнес-информатика», «Финансы и кредит» в дисциплинах «Эконометрическое моделирование», «Математические методы риск-менеджмента», «Управление банковскими рисками». Результаты диссертационного исследования включены в магистерскую программу «Финансовый риск-менеджмент» по направлению «Экономика», реализуемую на кафедре математических методов в экономике ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет».

Результаты диссертационного исследования внедрены в ПАО «БыстроБанк». Применяя разработанные в диссертационной работе экономико-математические модели, банк увеличил объем кредитного портфеля и сократил долю просроченной задолженности в кредитном портфеле, что подтверждено Актом о внедрении результатов диссертационной работы.

Публикации. По теме диссертационного исследования опубликовано 12 работ объемом 4,8 п. л.

Структура и объем работы. Диссертация содержит введение, 3 главы и заключение, изложенные на 117 с. машинописного текста. В работу включены 13 рисунков, 27 таблиц, 1 приложение и список литературы из 136 наименований.

Введение содержит обоснование актуальности темы, формулировку целей работы, основные положения, выносимые на защиту, и определяет содержание и методы выполнения работы.

В **первой главе** проанализированы основные составляющие кредитного риска, классифицированы модели оценки кредитного риска портфеля. Проведен сравнительный анализ наиболее известных моделей оценки кредитного риска. Методами стохастического программирования разработана методика расчета банковского резерва на покрытие ожидаемых потерь по портфелю потребительских кредитов в течение года, а также методика расчета экономического капитала, необходимого для покрытия непредвиденных потерь по портфелю потребительских кредитов с заданной вероятностью.

Во **второй главе** рассмотрены вопросы разработки рейтинговой модели оценки заемщика. Проведен сравнительный анализ статистических методов, используемых для разработки рейтинговых моделей. Описана методология построения рейтинговой модели на основе логистической регрессии. Исследованы методы оценки качества рейтинговой модели. Разработан новый метод расчета показателя AUC, оценивающего качество рейтинговой модели оценки заемщика, позволяющий сравнивать рейтинговые модели по способности выявлять наиболее дисциплинированных и доходных заемщиков. Описаны существующие методики совмещения рейтинговых моделей оценки заемщика. Разработана модель расчета банковской рискованной маржи в случае однородного и неоднородного по риску портфеля розничных кредитов.

В **третьей главе** на основе данных, предоставленных ПАО «БыстроБанк», получены оценки параметров логистической регрессии, которая используется для прогнозирования вероятности дефолта заемщика в момент принятия решения по кредитной заявке. Проведено сравнение различных методик включения данных о кредитной истории в рейтинговую модель, основанную на социальных параметрах заемщика. Разработана система поддержки принятия решений в процессе розничного кредитования, основанная на комплексной оценке прибыли, убытков и объема розничного кредитного портфеля. Получены результаты расчетов рискованной маржи в случае однородного и неоднородного по риску портфеля розничных кредитов.

Заключение содержит описание результатов исследований.

II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Методами стохастического программирования построена экономико-математическая модель расчета банковской рискованной маржи с учетом возможных превышений убытков по розничному кредитному портфелю над их средним значением в случае однородного и неоднородного по риску портфеля, позволяющая в отличие от существующих аналогов управлять не только ожидаемыми, но и непредвиденными финансовыми потерями.

Как правило, рискованная маржа рассчитывается так, чтобы она обеспечивала покрытие ожидаемых потерь. При этом у банка возникает большой риск, что

суммарные случайные потери по портфелю розничных кредитов превысят ожидаемую величину потерь.

Рассматривается портфель договоров розничного кредитования с одинаковой вероятностью дефолта p . Для простоты рассуждений будем предполагать, что все договоры заключаются в один момент времени и на срок 1 год. Процентная ставка, начисляемая на выданную сумму по договору, определяется как сумма процентной ставки f и рискованной маржи r . Рискованная маржа r , необходимая для покрытия ожидаемых потерь банка, вычисляется по формуле:

$$r = \frac{(1+f)p}{1-p}, \quad (1)$$

где f - процентная ставка, включающая в себя трансфертную маржу и маржу банка; p - вероятность дефолта.

Как было замечено, полученная формула не учитывает возможность случайного превышения потерь банка над их средним значением. Для того чтобы рискованная маржа покрывала с достаточной надежностью и возможные превышения убытков над средними, предлагается рассчитывать дополнительный коэффициент t , который мы будем называть относительной рискованной надбавкой. Тогда сумма по каждому кредиту будет выдаваться под процент, равный $f+r(1+t)$. Вычислим t так, чтобы с наперед заданной надежностью $(1-a)$ убытки по портфелю не превышали возвращенной суммы рискованной маржи по портфелю.

Рассмотрим отдельный договор j ($j=1, \dots, N$), где N - число договоров в портфеле. Обозначим через I_j индикатор дефолта. Тогда

$$I_j = \begin{cases} 1 & \text{с вероятностью } p \\ 0 & \text{с вероятностью } 1 - p \end{cases}$$

Пусть L_j - случайная величина убытка, нанесенного заемщиком. Тогда

$$L_j = S_j(1+f)I_j - S_jr(1+t)(1-I_j), \quad (2)$$

где S_j - сумма выдачи по договору, t - относительная рискованная надбавка.

С учетом (1) находим математическое ожидание и дисперсию по договору L_j . Суммарный убыток по портфелю равен $L = \sum_{j=1}^N L_j$. Предполагается, что он имеет гауссовское распределение. Данное предположение подтверждается проведенными в диссертационной работе исследованиями с использованием статистических данных. На основе полученных математического ожидания и дисперсии по договору находим математическое ожидание и дисперсию убытка по портфелю. Далее находим среднее квадратическое отклонение величины L . Используя свойства гауссовских случайных величин, получаем уравнение для относительной рискованной надбавки t :

$$a(t) = -\sigma(t)q_{1-a}, \quad (3)$$

где q_{1-a} - квантиль стандартного гауссовского распределения уровня $(1-a)$.

Преобразуем и решаем уравнение относительно t :

$$t = q_{1-a} \sqrt{\bar{S}^{(2)}} \left(\bar{S} \sqrt{Np(1-p)} - q_{1-a} p \sqrt{\bar{S}^{(2)}} \right)^{-1} \quad (4)$$

В случае если в группе все выдачи однородны и $\bar{S}^{(2)} = \bar{S}^2$, формула имеет следующий вид:

$$t = \frac{q_{1-a}}{\sqrt{Np(1-p)} - q_{1-a} p} \quad (5)$$

Как видно из формул (4)-(5), относительная рискованная надбавка не зависит от процентной ставки f и рискованной маржи r , вычисляемой по формуле (1).

Построенная модель может быть также применена для портфеля кредитных договоров с разными вероятностями дефолта.

Рассматривается портфель кредитных договоров с разными вероятностями дефолта. Временной горизонт равен 1 год для всех договоров. Все договоры разбиваются на группы с равной вероятностью дефолта p_i , $i = 1, \dots, k$.

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} U &= \sum_{i=1}^k N_i \bar{S}_i p_i, \\ V_1 &= \sum_{i=1}^k N_i \bar{S}_i^{(2)} \frac{p_i}{1-p_i}, \\ V_2 &= \sum_{i=1}^k N_i \bar{S}_i^{(2)} \frac{p_i^2}{1-p_i}, \\ V_3 &= \sum_{i=1}^k N_i \bar{S}_i^{(2)} \frac{p_i^3}{1-p_i}. \end{aligned}$$

где N_i - число договоров в i -ой группе, S_i - сумма выдачи в i -ой группе, p_i - вероятность дефолта в i -ой группе.

Формула для расчета относительной надбавки имеет следующий вид:

$$t = \frac{V_2 + \sqrt{V_2^2 + (q_{1-a}^{-2} \cdot U^2 - V_3) \cdot V_1}}{q_{1-a}^{-2} \cdot U^2 - V_3}. \quad (6)$$

2. Разработана авторская многофакторная экономико-математическая модель расчета банковского резерва по розничному кредитному портфелю, позволяющая более точно оценить объем необходимого резерва за счет учета таких факторов, как сумма кредита, срок жизни кредита, длительность

просрочки. Построенная модель дает возможность рассчитать экономический капитал, предназначенный для покрытия непредвиденных потерь по розничному кредитному портфелю.

Наиболее известными моделями оценки совокупного риска кредитного портфеля являются: CreditMetrics, CreditRisk+, Moody's KMV Portfolio Manager и Credit Portfolio View. Однако данные модели затруднительно применять в целях оценки риска розничного кредитного портфеля, потому что они ориентированы на портфель корпоративных кредитов.

Разработанная методика основана на математической модели оценки суммарного возможного ущерба, который может быть нанесен банку в течение года по текущему портфелю потребительских кредитов. При этом под текущим кредитным портфелем понимается портфель договоров розничных кредитных продуктов всех категорий качества обеспечения, действующих на дату расчета резервов. Предполагается, что количество договоров N в портфеле достаточно большое.

Будем считать, что каждый кредитный договор i ($i = 1, 2, \dots, N$) в текущем портфеле несет потенциальную опасность нанести ущерб банку. Сумма ущерба определяется случайной величиной L_i как сумма невозвращенных в банк заемных средств и начисленных процентов. Тогда суммарный возможный ущерб L по текущему портфелю равен сумме случайных величин L_i : $L = \sum_{i=1}^N L_i$.

В предположениях о слабой зависимости случайных величин L_i и о том, что N достаточно велико, считается, что случайная величина L имеет гауссовское распределение, которое однозначно определяется математическим ожиданием $E(L)$ и дисперсией $D(L)$. Тогда с заданным уровнем надежности $(1 - \alpha)$ можно утверждать, что суммарный ущерб L не превысит $E(L) + q_{1-\alpha} \cdot \sqrt{D(L)}$:

$$Pr\{L \leq E(L) + q_{1-\alpha} \cdot \sqrt{D(L)}\} = 1 - \alpha,$$

где $q_{1-\alpha}$ - квантиль стандартного гауссовского распределения уровня $(1 - \alpha)$.

Полагая сумму резерва $R = E(L)$ как сумму ожидаемых потерь по портфелю, а экономический капитал $EC = q_{1-\alpha} \cdot \sqrt{D(L)}$ как наибольшую возможную сумму превышения ожидаемых потерь с заданным уровнем надежности, в итоге получаем, что с вероятностью $(1 - \alpha)$ суммарный ущерб L не превысит $R + EC$. Таким образом, задача расчета резерва и экономического капитала сводится к расчету математического ожидания $E(L)$ и дисперсии $D(L)$ случайной величины L . Предполагая независимость случайных величин L_i , из свойств математического ожидания и дисперсии имеем, что $E(L) = \sum_{i=1}^N E(L_i)$ и $D(L) = \sum_{i=1}^N D(L_i)$.

При индивидуальном моделировании случайной величины L_i мы предполагаем, что ущербом по i -тому кредитному договору является сумма основного долга и начисленных процентов в момент выхода кредитного договора в состояние дефолта за вычетом будущих возмещений. При этом дефолтным договор считается, если число дней просрочки по нему превышает 90 дней.

В итоге структурно случайная величина L_i может быть представлена в виде:

$$L_i = \max\{I_i \cdot EAD_i \cdot LGD_i - G_i, 0\}, \quad (7)$$

где I_i - индикатор дефолта (он равен 1, если в течение года i -тый кредитный договор становился дефолтным, и равен 0, если нет), EAD_i - сумма основного долга и начисленных процентов в момент выхода кредитного договора в состояние дефолта, LGD_i - коэффициент невозврата задолженности, отражающий уровень безвозвратных потерь без учета реализации залога, G_i - сумма возмещения, полученная за счет реализации залога.

В свою очередь случайную величину EAD_i можно рассчитывать как некоторый уровень от текущих суммы основного долга и начисленных процентов:

$$EAD_i = (D_i + P_i) \cdot Y_i, \quad (8)$$

где D_i - текущая сумма основного долга, P_i - сумма начисленных процентов на момент расчета резервов, Y_i - коэффициент понижения, отражающий изменения текущей задолженности к моменту выхода кредитного договора в дефолт в течение года.

В рамках построенной индивидуальной модели для расчета математического ожидания $E(L_i)$ и дисперсии $D(L_i)$ случайной величины L_i достаточно оценить следующие вероятностные характеристики i -того кредитного договора.

1. Вероятность выхода в дефолт в течение года: $pd_i = E(I_i)$.
2. Первый и второй моменты коэффициента понижения Y_i : $y_i = E(Y_i)$ и $y_i^{(2)} = E(Y_i^2)$.
3. Первый и второй моменты коэффициента невозврата LGD_i : $lgd_i = E(LGD_i)$ и $lgd_i^{(2)} = E(LGD_i^2)$.

Каждому договору текущего кредитного портфеля ставится в соответствие четыре основных параметра: категория рискованности, срок жизни, сумма кредита, длительность дефолта.

Категория рискованности r зависит от числа дней просрочки по исполнению обязательств и может принимать значения от 0 до 4. Если выплаты по договору просрочены не были, договору присваивается нулевая категория рискованности; при нарушении должником сроков исполнения обязательств не более чем на 30 дней договору присваивается первая категория, вторая - при нарушении сроков на 31-60 дней, третья - на 61-90 и четвертая - более, чем на 90 дней. Договоры, находящиеся в категории рискованности 4, являются дефолтными.

Срок жизни кредита t исчисляется в месяцах, начиная с даты заключения договора. Срок жизни принимает значения от 1 до 36, кредиты, для которых с момента заключения договора прошло 36 и более месяцев объединяются в 36-ю группу.

Продолжительность дефолта m исчисляется в месяцах, начиная с момента выхода в дефолт. В случае если договор недефолтный, полагается, что $m = 0$.

Сумма кредита s определяется суммой, выданной по кредитному договору, и является неизменной в течение срока жизни договора.

Вероятностные характеристики модели расчета резервов и экономического капитала определяются в зависимости от категории качества обеспечения кредитного договора на основе статистических данных. При этом для каждого кредитного договора вероятность дефолта в течение года $pd(r, t, s)$ определяется по его категории рискованности r , сроку жизни t и сумме кредитного договора s . Первый и второй моменты коэффициента понижения $y(r)$ и $y^{(2)}(r)$ рассчитываются в зависимости от категории рискованности кредитного договора r , первый и второй моменты коэффициента невозврата $lgd(m)$ и $lgd^{(2)}(m)$ - от продолжительности дефолта m .

Математическое ожидание потерь по i -ому кредитному договору рассчитывается по формуле:

$$E(L_i) = \max\{pd(r_i, t_i, s_i) \cdot (D_i + P_i) \cdot y(r_i) \cdot lgd(m_i) - G_i, 0\}, \quad (9)$$

где D_i - сумма основного долга по i -ому кредитному договору; P_i - величина начисленных процентов по i -ому кредитному договору на момент расчета резервов; G_i - предполагаемая сумма возмещения за счет реализации залога.

Сумма возмещения рассчитывается по формуле:

$$G_i = w_i \cdot k(m_i), \quad (10)$$

где $k(m_i)$ - усредненный коэффициент реализации залога, определяющий уровень, который составит цена реализации залога от его справедливой стоимости на момент реализации залога; w_i - справедливая стоимость залога на дату расчета резервов, в случае, если кредитный договор беззалоговый или залог невозможно взыскать, w_i принимается равной нулю ($w_i = 0$).

Для дефолтных договоров, когда $r = 4$, вероятность дефолта и первый момент коэффициента понижения равны 1: $pd(4, t, s) = y(4) = 1$.

Сумма ожидаемых потерь по дефолтным и недефолтным кредитам составляет математическое ожидание потерь по портфелю:

$$E(L) = \sum_{i=1}^N E(L_i). \quad (11)$$

Для расчета экономического капитала необходимо рассчитать дисперсию ущерба.

Общая формула для расчета дисперсии ущерба i -ого кредитного договора выглядит следующим образом:

$$D(L_i) = (D_i + P_i)^2 \cdot (pd(r_i, t_i, s_i) \cdot y^{(2)}(r_i) \cdot lgd^{(2)}(m_i) - (pd(r_i, t_i, s_i) \cdot y(r_i) \cdot lgd(m_i))^2), \quad (12)$$

Дисперсия величины ущерба складывается из дисперсий ущерба дефолтных и недефолтных кредитов всех категорий качества обеспечения.

$$D(L) = \sum_{i=1}^N D(L_i). \quad (13)$$

Сумма резерва по портфелю представляет собой сумму ожидаемых потерь по портфелю:

$$R = E(L). \quad (14)$$

Для расчета экономического капитала портфеля потребительских кредитов выбран уровень надежности $1 - \alpha = 99,7\%$, соответствующий квантиль стандартного гауссовского распределения $q_{1-\alpha} = 2,748$. Экономический капитал рассчитывается по следующей формуле:

$$EC = 2,748 \cdot \sqrt{D(L)}. \quad (15)$$

Оценка вероятностных характеристик модели расчета резервов и экономического капитала производится статистическими методами по историческим данным о кредитах.

3. Построена оригинальная математическая модель рейтинговой оценки заемщика: получен алгоритм включения в рейтинговую оценку данных из внешнего источника информации о клиенте на примере скоринга бюро кредитных историй.

Скоринговые технологии, основанные на статистических методах, позволяют банкам успешно решать задачи оценки вероятности дефолта заемщика и управления кредитным риском всего банка. Однако всегда остается актуальной проблема недостатка информации о кредитной истории. Немногие финансовые организации располагают качественными и информативными данными о своих заемщиках. С развитием сервисов, предоставляемых бюро кредитных историй (БКИ), банки получили возможность использовать в моделях агрегированные данные о платежной дисциплине заемщиков в виде скорингового балла БКИ. Таким образом, становится актуальной проблема совмещения оценки риска заемщика, основанной на социальных параметрах (анкетного скоринга), и оценки риска заемщика, основанной на кредитной истории (скоринга БКИ), поскольку эффективность прогноза модели в рамках интегральной системы может быть ниже эффективности прогноза каждой скоринговой модели, взятой в отдельности.

В рамках исследования была разработана математическая модель совмещения скоринговых оценок. Она предполагает построение эконометрической модели, использующей в качестве независимых переменных баллы анкетного скоринга и баллы бюро. На основе статистических данных, предоставленных ПАО «БыстроБанк», была построена модель логистической регрессии, в которой оба скоринговых балла участвуют как категориальные переменные. Модель прогнозирует вероятность дефолта заемщика в течение одного года с момента выдачи кредита. Под дефолтом понимается нарушение сроков оплаты по кредиту более чем на 90 дней. Такое определение «плохого»

заемщика соответствует требованиям Базельского соглашения по капиталу и методическим рекомендациям ЦБ.

Заемщик, допустивший неуплату более 90 дней в течение одного года с момента выдачи кредита, признается «плохим». Заемщик, который не допускал просрочку или допустивший просрочку не более 30 дней в течение одного года с момента выдачи кредита, признается «хорошим».

Модель совмещения скоринговых оценок имеет вид:

$$\ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = -7,152 + 1,089a_1 + 2,608a_2 + 1,224a_3 + 0,913a_4 + 3,786b_1 + 2,776b_2 + 1,810b_3,$$

где p – предсказанная моделью вероятность дефолта заемщика; a_i – индикатор принадлежности к i -му диапазону баллов БКИ; b_j – индикатор принадлежности к j -му диапазону баллов анкетного скоринга.

Расшифровка обозначения переменных содержится в табл. 1.

Таблица 1 - Обозначение переменных

Диапазон баллов		Обозначение
Скоринг БКИ	Нет кредитной истории	a_1
	От 1 до 515	a_2
	От 516 до 695	a_3
	От 696 до 858	a_4
	Более 858	a_5
Анкетный скоринг	От 6 до 60%	b_1
	От 3 до 6%	b_2
	От 1 до 3%	b_3
	Менее 1%	b_4

Коэффициенты перед переменными a_5 и b_4 равны нулю.

Таблица 2 показывает, что все коэффициенты регрессионного уравнения являются значимыми.

Таблица 2 - Переменные в уравнении

Переменная	Стд. Ошибка	Вальд	ст. св.	Знч.
a_1	,288	14,281	1	,000
a_2	,293	79,353	1	,000
a_3	,302	16,369	1	,000
a_4	,316	8,340	1	,004
b_1	,258	215,536	1	,000
b_2	,264	110,193	1	,000
b_3	,277	42,575	1	,000
Константа	,361	391,526	1	,000

Сравним прогностические качества модели анкетного скоринга, скоринга БКИ и совмещенной рейтинговой модели. Качество прогноза оценивалось с помощью коэффициента Gini и критерия Колмогорова-Смирнова. Коэффициент

Gini позволяет судить о дискриминирующей способности модели, то есть способности отличать «хороших» и «плохих» заемщиков. Статистика К-С показывает, насколько на определенном уровне скорингового балла и ниже доля плохих кредитов превышает долю хороших. Чем значительнее разница между долей плохих и хороших кредитов, тем выше данный показатель и эффективнее работа рейтинговой модели.

Таблица 3 - Показатели Gini и К-С

Показатель	Совмещенная модель	Анкетный скоринг	Скоринг БКИ
Индекс Gini	0,71	0,47	0,59
Статистика К-С	55	45	43

Как видно из табл. 3, совмещенная модель превосходит по своим прогностическим способностям как анкетный скоринг, так и скоринг бюро. Включение в модель анкетного скоринга данных о кредитной истории заемщика в виде скорингового балла БКИ позволило увеличить индекс Gini с 0,47 до 0,71 и статистику К-С с 45 до 55.

Разработанная методика оценки кредитного риска заемщика с применением скоринга БКИ помогает существенно улучшить качество прогноза. Итоговую оценку вероятности дефолта заемщика, полученную с помощью совмещенной модели, можно использовать для расчета риска по портфелю в целом, а так же в ценообразовании кредитного продукта с учетом риска.

4. Разработана система поддержки принятия решений по кредитным заявкам клиентов - физических лиц, которая основана на комплексной оценке прибыли, убытков и объема розничного кредитного портфеля коммерческого банка.

Управление кредитными рисками банка с помощью рейтинговой системы традиционно направлено на минимизацию потерь. Более эффективная стратегия заключается в комплексном подходе, учитывающем цели, которые ставит перед собой бизнес: объем портфеля, прибыль и убытки по портфелю.

Введем следующие обозначения: p_G - вероятность того, что заемщик окажется хорошим; p_B - вероятность того, что заемщик окажется плохим; $s(x)$ - рейтинговый балл заемщика с характеристиками x , $odds(G|x)$ – шансы заемщика с характеристиками x быть хорошим; $F_B(s)$ - распределение по баллам плохих заемщиков; $F_G(s)$ - распределение по баллам хороших заемщиков; $F(s)$ - распределение договоров по скоринговым баллам.

Традиционно выбор балла отсеечения осуществляется с помощью построения кривой стратегий. На рис.1 изображена кривая стратегий: по оси OY откладывается ожидаемый уровень риска $p_B(1 - F_B(s))$, по оси OX - доля одобрения $1 - F(s)$. Вся кривая стратегий является эффективной границей, которая определяет соотношение ожидаемого количества плохих и количества одобренных кредитов при различных баллах отсеечения. Эффективная граница представляет собой набор достижимых РТ, которые не доминируют другие РТ.

Левая нижняя часть кривой на рис. 1 соответствует высокому баллу отсечения и низкому уровню одобрения, верхняя правая часть соответствует низкому баллу отсечения и высокому уровню одобрения. Различным рейтинговым моделям соответствуют различные кривые стратегий.

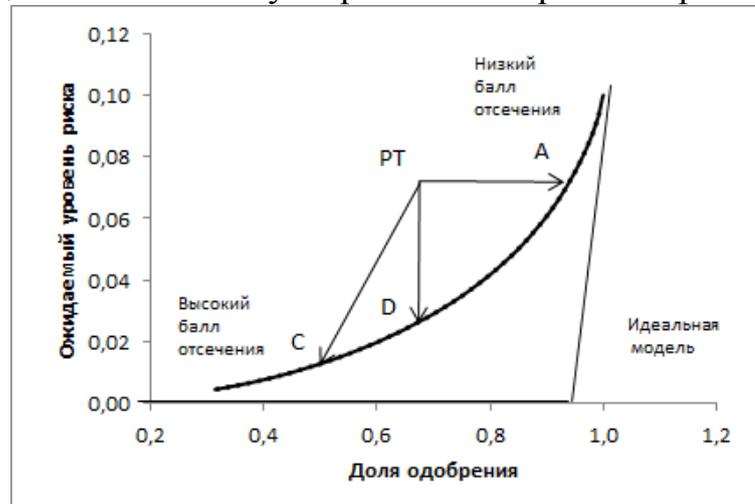


Рисунок 1 - Кривая стратегий

Рабочая точка (РТ) характеризует текущие показатели рейтинговой системы и определяется действующей политикой банка. Обычно при выборе новой РТ рассматривают два случая: 1) переход к новой РТ, которая сохраняет тот же ожидаемый уровень риска и повышает уровень одобрения (точка *A* на рис. 1); 2) сохранение того же уровня одобрения при одновременном снижении ожидаемого уровня риска (точка *D* на рис. 1).

На рис. 1 рабочая точка соответствует ожидаемому уровню риска 7% и уровню одобрения 64%. Указанная текущая РТ не лежит на рассматриваемой кривой стратегий, т.к. является результатом работы другой рейтинговой модели. Допустим, что в соответствии с действующей политикой в банке сложились следующие условия:

$$1 - F(s) = 0,644, \quad p_G = 0,900, \quad p_B = 0,100,$$

$$p_B(1 - F_B) = 0,070, \quad 1 - F_G = 0,638, \quad 1 - F_B = 0,699$$

Рассмотрим точку *A* на кривой стратегий, где ожидаемый уровень риска находится на уровне 7%, а уровень одобрения увеличен с 64 до 93%. Новая РТ получается при балле отсечения s_A , где

$$p_B(1 - F_B(s_A)) = 0,070$$

$$1 - F_G(s_A) = 0,938, \quad 1 - F_B(s_A) = 0,699$$

$$1 - F(s_A) = p_G(1 - F_G(s_A)) + p_B(1 - F_B(s_A)) = 0,934$$

Точка *D* соответствует снижению уровня риска, наблюдаемого в текущей РТ, при сохранении уровня одобрения 64%:

$$p_B(1 - F_B(s_D)) = 0,024$$

$$1 - F_G(s_D) = 0,652, 1 - F_B(s_D) = 0,236, 1 - F(s_D) = 0,644$$

Перебор различных операционных точек, сравнение ожидаемой доли плохих заемщиков и доли одобрения позволяет получить решение, которое оптимизирует соотношение между возможными убытками и объемом портфеля. Однако с помощью метода кривой стратегий невозможно явно оценить ожидаемую прибыль и определить точку отсечения, в которой прибыль на один выданный кредит будет максимальной (точка *C* на рис. 1). Для устранения данного недостатка предлагается использовать следующий алгоритм выбора балла отсечения:

1. Построение распределения хороших, плохих и общего распределения договоров по скоринговому баллу ($F_G(s)$, $F_B(s)$, $F(s)$).
2. Вычисление вероятности того, что заемщик окажется хорошим, и вероятности того, что заемщик окажется плохим (p_G и p_B).
3. Расчет объема портфеля, ожидаемого убытка и ожидаемой прибыли на один выданный кредит ($M[V_s]$, $M[L_s]$ и $M[P_s]$).
4. Выбор оптимальной точки отсечения в зависимости от поставленной бизнес-цели.

Каждый выданный кредит вносит случайный вклад в прибыль портфеля (положительный или отрицательный). Рис. 2 представляет собой график ожидаемых потерь в соотношении с ожидаемой прибылью, построенный на данных банка. Начало координат соответствует очень высокому уровню отсечения и низкой доле одобрения. При движении вдоль кривой против часовой стрелки от начала координат балл отсечения уменьшается. Пусть потери l , которые несет банк при одобрении плохого заемщика в 15 раз больше, чем прибыль g , полученная с хорошего кредита. Если все поступающие заявки будут одобряться, ожидаемый ущерб по портфелю будет настолько велик, что он превысит доходы, получаемые с хороших кредитов. Верхняя часть кривой имеет отрицательный наклон, поэтому снижение балла отсечения на этом участке приведет к снижению прибыли.

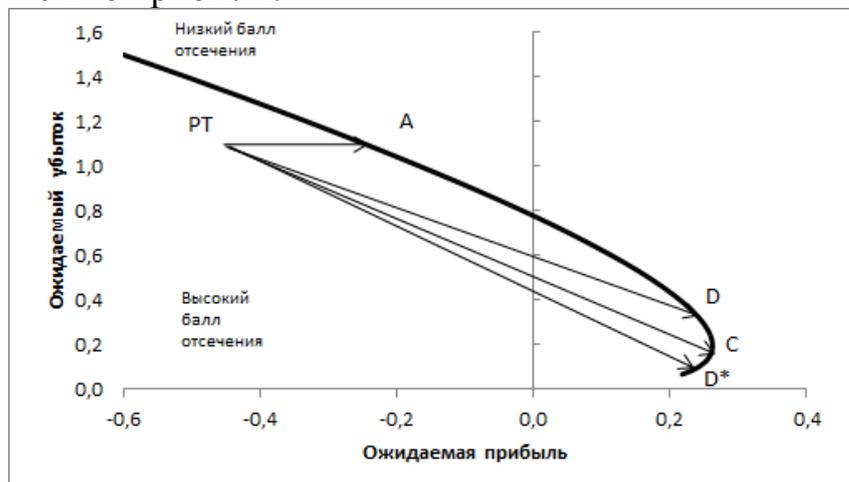


Рисунок 2 - График прибыли и убытков

Пусть потери l , которые несет банк при одобрении плохого заемщика, равны 15 руб., а прибыль g , полученная с хорошего кредита, равна 1 руб. Тогда можно оценить ожидаемый объем, потери и прибыль в текущей РТ.

$$M[V_{РТ}] = 0,644, \quad M[L_{РТ}] = lp_B(1 - F_B) = 1,049,$$

$$M[P_{РТ}] = gp_G(1 - F_G) - M[L_{РТ}] = -0,474.$$

Если $l = 150$ тыс. руб. и $g = 10$ тыс. руб., необходимо умножить полученные значения на 10 тыс., при этом изменится масштаб осей графика на рис. 2, но форма кривой остается прежней.

Рис. 3 представляет собой график ожидаемой прибыли в соотношении с долей одобрения. Начало координат соответствует высокому уровню отсечения и низкой доле одобрения. При движении вдоль кривой от начала координат балл отсечения уменьшается. Правая часть кривой имеет отрицательный наклон, поэтому снижение балла отсечения на этом участке приведет к снижению прибыли.

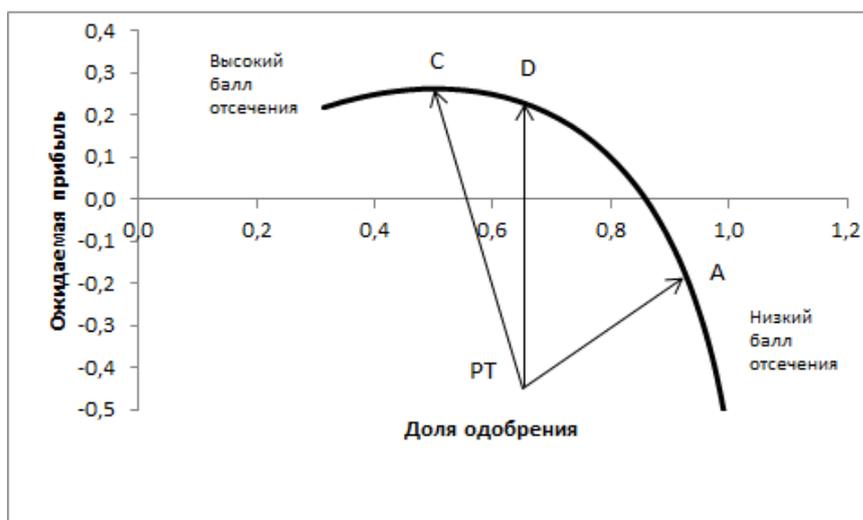


Рисунок 3 - График прибыли и доли одобрения

В результате проведенного анализа остается сделать выбор между несколькими рассматриваемыми точками: A , D , C . Целевые параметры: объем портфеля, прибыль, убыток для этих рабочих точек содержатся в табл. 4. Если средние потери с плохого кредита равны 150 тыс. руб., доход на один хороший кредит равен 10 тыс. руб., то прибыль в текущей рабочей точке составит -4744 руб. на один выданный кредит. Сохранив уровень риска 7% и увеличив долю одобрения (переход в точку A), банк получит прибыль -2043 руб. на кредит. Сохранив долю одобрения в 64% и снизив уровень риска до 2,4% (переход в точку D), банк получит прибыль 2326 руб. на кредит. Перейдя в точку C , банк получит максимальную прибыль 2628 руб. на один выданный кредит. Выбор той или иной точки отсечения будет зависеть от бизнес-целей банка. Если цель состоит в сохранении объема портфеля, то нужно установить точку отсечения D , а если цель заключается в максимизации прибыли, то нужно установить точку отсечения C .

Таблица 4 - Параметры портфеля для различных точек отсечения

	PT	A	D	C
$odds(G x)$ (Шансы)	9,000	9,944	34,423	52,189
$1 - F_G(s)$	0,638	0,938	0,652	0,508
$1 - F_B(s)$	0,699	0,699	0,236	0,130
$1 - F(s)$ (Доля одобрения)	0,644	0,934	0,644	0,501
$p_B(1 - F_B(s))$ (Ожидаемый уровень риска)	0,070	0,070	0,024	0,013
Ожидаемый убыток	1,049	1,049	0,354	0,194
Ожидаемый доход	0,574	0,844	0,587	0,457
Ожидаемая прибыль = доход - убыток	-0,474	-0,204	0,233	0,263

Разработанный комплексный подход позволяет контролировать три основных параметра: объем портфеля, прибыль и убытки по портфелю. В отличие от метода кривой стратегий, который лишь оптимизирует соотношение между возможными убытками и объемом портфеля и не дает однозначного решения задачи выбора оптимальной точки отсечения, предлагаемый подход дает, во-первых, единственное решение, максимизирующее прибыль, во-вторых, возможность рассчитать добавленную стоимость кросс-продаж, необходимую для увеличения объема портфеля при фиксированной прибыли. Предлагаемый инструмент риск-менеджмента может найти применение в кредитных организациях, использующих рейтинговые системы в процессе принятия решения о выдаче кредита.

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе построены экономико-математические модели управления риском розничного кредитного портфеля коммерческого банка, повышающие качество управленческих решений:

1. Построена модель расчета банковской рискованной маржи с учетом возможных превышений убытков по розничному кредитному портфелю над их средним значением в случае однородного и неоднородного по риску портфеля. Данная модель в контексте ее использования в ценообразовании кредитного продукта с учетом риска позволяет снизить уровень риска по портфелю за счет привлечения дополнительных заемщиков с низким уровнем риска, а также установить справедливую цену по высокорисковым сделкам.

2. Разработанные экономико-математические модели расчета банковского резерва и экономического капитала по розничному кредитному портфелю может использоваться коммерческими банками при формировании резервов под потери по потребительским кредитам, а также при оценке экономического капитала как показателя совокупного риска по розничному кредитному портфелю.

3. Разработана модель совмещения нескольких рейтинговых оценок заемщика, полученных из разных источников информации. В результате совмещения оценок, основанных на внутренних данных банка, и оценок, основанных на данных бюро кредитных историй, качество рейтинговой модели

оценки заемщика было улучшено с 0,47 до 0,71 Gini. Оценку вероятности дефолта заемщика, полученную с помощью разработанной модели, можно использовать для расчета риска по кредитному портфелю в целом, а так же в ценообразовании кредитного продукта с учетом риска.

4. Разработана система поддержки принятия решения по кредитным заявкам клиентов - физических лиц, основанная на комплексной оценке прибыли, убытков и объема розничного кредитного портфеля. Предлагаемый алгоритм дает, во-первых, единственное решение, максимизирующее прибыль, во-вторых, возможность рассчитать добавленную стоимость кросс-продаж, необходимую для увеличения объема портфеля при фиксированной прибыли.

5. Применение разработанных экономико-математических моделей позволило ПАО «БыстроБанк» почти в 2 раза увеличить объем кредитного портфеля, сократить долю просроченной задолженности в кредитном портфеле с 2,45% до 2,35%, увеличить чистую прибыль почти в 9 раз.

IV. СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. Банных, А. А. Методика оценки кредитного риска заемщика с применением скоринга бюро кредитных историй / А. А. Банных, А. В. Лётчиков // Вестник Удмуртского университета. Серия экономика и право. – 2013. – №4. – С. 5-9.

2. Банных, А. А. Методика оценки качества скоринговой модели с учетом доходности кредита / А. А. Банных // Вестник Удмуртского университета. Серия экономика и право. – 2014. – № 3. – С. 21-24.

3. Банных, А. А. Методика расчета экономического капитала на покрытие непредвиденных потерь по портфелю потребительских кредитов / А. А. Банных, А. В. Лётчиков // Вестник Удмуртского университета. Серия экономика и право. – 2015. – №1. – С. 18-24.

4. Банных, А. А. Математические модели управления рисками портфеля потребительских кредитов / А. А. Банных // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. – 2015. – № 6 (78). – Режим доступа: http://uecs.ru/index.php?option=com_flexicontent&view=items&id=3622 (дата обращения: июль 2015)

Статьи в других изданиях, тезисы материалов конференций

5. Банных, А. А. Оценка кредитного риска заемщика с применением скоринга бюро кредитных историй / А. А. Банных // Математические методы и интеллектуальные системы в экономике и образовании: сб. материалов всероссийской заочной науч.-практ. конф. – Ижевск, 2013. – С. 3-7.

6. Банных, А. А. Управление прибылью и убытками банка с помощью кредитного скоринга / А. А. Банных // Менеджмент: теория и практика. – Ижевск, 2013. – С. 106-112.

7. Банных, А. А. Методики оценки кредитного риска заемщика с применением скоринга бюро кредитных историй / А. А. Банных // Приложение математики в

экономических и технических исследованиях: сб. науч. трудов междунар. заочной науч.-практ. конф. / под общ. Ред. В.С. Мхитаряна. – Магнитогорск, 2014. – С. 25-32.

8. Банных, А. А. Использование метода VAR при расчете рисков маржи для портфеля розничных кредитов / А. А. Банных // Молодые ученые о современном финансовом рынке РФ: сб. материалов междунар. заочной науч.-практ. конф. – Пермь, 2014. – С. 17-24.

9. Коробейникова, А. А. Модель расчета рисков маржи для портфеля розничных кредитов / А. А. Коробейникова, А. В. Лётчиков // Достижения и перспективы эконометрических исследований в России: сб. докладов науч.-практ. семинара / под ред. д. э. н., профессора Ш. М. Валитова. – Казань, 2014. – С. 42-45.

10. Коробейникова, А. А. Методика оценки риска клиентов физических лиц с применением скоринга бюро кредитных историй / А. А. Коробейникова, А. В. Лётчиков, Н. В. Петрова, А. А. Ураськина // Достижения и перспективы эконометрических исследований в России: сб. докладов науч.-практ. семинара / под ред. д. э. н., профессора Ш. М. Валитова. – Казань, 2014. – С. 62-65.

11. Банных, А. А. Модель расчета рисков маржи для портфеля розничных кредитов / А. А. Банных // Статистические методы анализа экономики и общества: сб. докладов 5-й междунар. науч.-практ. конф. – М., 2014. – С. 27-28.

12. Банных, А. А. Методика расчета резервов под потери по потребительским кредитам / А. А. Банных // Математические методы и интеллектуальные системы в экономике и образовании: сб. материалов всероссийской заочной науч.-практ. конф. – Ижевск, 2014. – С. 3-8.

Подписано в печать 04.03.2016. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 1,3. Уч. изд. л. 1,7. Тираж 100 экз. Заказ № 681.

Издательство Института экономики и управления ФГБОУ ВПО «УдГУ»
Адрес: 426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 4.