

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Пермский национальный исследовательский
политехнический университет»

П.Н. ЦЫЛЁВ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Утверждено
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

Издательство
Пермского национального исследовательского
политехнического университета
2014

УДК 621.3(075.8)

Ц60

Рецензенты:

канд. техн. наук *В.А. Русов*,

(ООО «ДИМРУС»);

канд. техн. наук, доцент *В.А. Иваницкий*

(Пермский национальный исследовательский
политехнический университет)

Цылёв, П.Н.

Ц60 Электротехника: учеб. пособие / П.Н. Цылёв. – Пермь:
Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2014. – 208 с.

ISBN 978-5-398-01251-4

Приведены теория линейных электрических цепей постоянно-го и синусоидального напряжений и методика их расчета, примеры решений задач по расчету электрических цепей. Представлены варианты задач для самостоятельного решения, в том числе для выполнения контрольных работ. Приводится перечень контрольных вопросов для подготовки к сдаче зачета.

Предназначено для студентов очной и заочной форм обучения по специальности 130400.65 «Горное дело», специализация 10 «Электрификация и автоматизация горного производства». Также может быть рекомендовано студентам электротехнического факультета, изучающим теорию линейных электрических цепей постоянного и синусоидального тока и студентам неэлектротехнических специальностей для успешного освоения курса «Электротехника».

УДК 621.3(075.8)

ISBN 978-5-398-01251-4

© ПНИПУ, 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	6
Глава 1. Понятие об электрической цепи.....	7
1.1. Преимущества электрической энергии.....	7
1.2. Электрическая цепь и ее основные элементы.....	7
Глава 2. Электрические цепи постоянного тока.....	13
2.1. Получение постоянного напряжения. Параметры источников, приемников и проводников в цепи постоянного напряжения.....	13
2.2. Параметры источника постоянного напряжения и его внешняя характеристика.....	14
2.3. Основные понятия и определения.....	17
2.4. Основные законы расчета электрических цепей постоянного тока.....	18
2.5. Расчет электрической цепи, содержащей источник постоянного напряжения и приемники, соединенные последовательно между собой.....	24
2.6. Расчет электрической цепи, содержащей источник постоянного напряжения и потребителя, соединенные параллельно друг с другом.....	30
2.7. Расчет электрической цепи постоянного тока, содержащей участки с последовательным и параллельным соединением резистивных элементов.....	35
2.8. Расчет электрической цепи постоянного тока с приемником, представляющим собой активный элемент.....	40
2.9. Расчет сложных электрических цепей постоянного тока с несколькими источниками электрической энергии.....	42
Глава 3. Электрические цепи однофазного синусоидального напряжения.....	48
3.1. Основные величины, характеризующие синусоидальные функции времени.....	48

3.2. Действующие и средние значения ЭДС, напряжения и тока в электрических цепях синусоидального напряжения.....	51
3.3. Изображение синусоидальных функций времени векторами на декартовой плоскости координат.....	55
3.4. Особенности расчета электрических цепей синусоидального напряжения по сравнению с электрическими цепями постоянного тока.....	58
3.5. Расчет электрических цепей однофазного синусоидального напряжения. Общие положения	60
3.6. Расчет идеализированной электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и резистивный элемент с активным сопротивлением r	61
3.7. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и идеализированный индуктивный элемент.....	69
3.8. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и идеализированный емкостной элемент.....	77
3.9. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и катушку, представленную последовательным соединением активного сопротивления и индуктивности	84
3.10. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и конденсатор, представленный последовательным соединением активного сопротивления и емкости	93
3.11. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и нагрузку в виде резистивного, индуктивного и емкостного элементов, включенных последовательно.	102
3.12. Резонанс напряжений.....	112
3.13. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и нагрузку в виде параллельного соединения катушки, конденсатора и резистора	115

3.14. Проводимости в электрических цепях синусоидального напряжения	121
3.15. Активные и реактивные составляющие токов в электрических цепях однофазного синусоидального напряжения	123
3.16. Резонанс токов.....	127
3.17. Компенсация реактивной мощности	132
3.18. Расчет электрической цепи однофазного синусоидально напряжения при параллельном соединении потребителей с учетом параметров питающей линии	134
Глава 4. Электрические цепи трехфазного синусоидального напряжения	145
4.1. Основные понятия. Элементы трехфазной цепи. Трехфазный синхронный генератор.....	145
4.2. Способы соединения обмоток фаз синхронного генератора	149
4.3. Схемы соединения фаз трехфазных приемников электрической энергии	151
4.4. Фазные и линейные напряжения и токи	152
4.5. Расчет симметричной трехфазной электрической цепи синусоидального напряжения при соединении фаз приемника по схеме «треугольник»	157
4.6. Расчет трехфазной электрической цепи при соединении фаз несимметричного приемника по схеме «треугольник».....	165
4.7. Симметричная трехфазная система при соединении фаз приемника по схеме «звезда»	171
4.8 Расчет трехфазной электрической цепи при соединении фаз несимметричного нагрузки по схеме «звезда»	176
Задачи для самостоятельного решения и выполнения контрольной работы по курсу «Электротехника».....	183
Вопросы для подготовки к зачетному занятию по курсу «Электротехника».....	204
Список литературы.....	207

ВВЕДЕНИЕ

Электротехнический персонал промышленных предприятий, включая горные предприятия, занимается эксплуатацией электрооборудования наземных и подземных трансформаторных подстанций, распределительных устройств высокого и низкого напряжений, элементов кабельных и воздушных сетей, большого числа асинхронных и синхронных электроприводов, неуправляемых и управляемых выпрямителей, систем защиты, автоматики, измерений и контроля, средств телемеханики и диспетчеризации и т.п.

Изучение дисциплины «Электротехника» позволяет студентам получить необходимый объем знаний об источниках и приемниках электрической энергии, кабельных и воздушных линиях, коммутационной, защитной и измерительной аппаратуре. В процессе изучения материала курса студенты знакомятся с параметрами и характеристиками элементов электрических цепей, существующими количественными связями между отдельными электрическими параметрами, режимами работы электрооборудования, с методами расчета и анализа электрических цепей постоянного и переменного синусоидального тока, получают представление о балансе мощностей в электрических цепях. Изучение материала предлагаемого пособия подготавливает студентов к пониманию структуры систем электроснабжения предприятий, принципа работы и конструктивного исполнения отдельных элементов и их характеристик. Большое внимание при изучении дисциплины уделяется вопросам повышения энергетических показателей электрооборудования.

Успешное освоение курса «Электротехника» предполагает знание студентами раздела «Электричество и магнетизм» из физики, а также раздела «Дифференцирование и интегрирование тригонометрических функций» из высшей математики.

Глава 1. ПОНЯТИЕ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

1.1. Преимущества электрической энергии

Электрическая энергия по сравнению с другими видами энергии обладает следующими существенными преимуществами:

- трудно вообразимой скоростью распространения электромагнитных явлений (300 000 км/с);
- простотой производства и высокой экономичностью передачи электрической энергии на большие расстояния;
- возможностью несложного распределения электрической энергии между потребителями различной мощности;
- простотой преобразования электрической энергии в другие виды энергии.

Высокая скорость распространения электромагнитных явлений используется в электротехнике слабых токов (электрическая связь, радиовещание, телевидение, радиолокация, сигнализация, телемеханика).

Простота производства, передачи, распределения и преобразования электрической энергии в другие виды энергии используется в электротехнике сильных токов, которая подразделяется на следующие отрасли:

- производство электрической энергии (электрические станции);
- преобразование, передача и распределение электрической энергии между потребителями (электрические сети и системы);
- преобразование электрической энергии на месте ее потребления в другие виды энергии (электропривод, электрическая тяга, электротермия, электрохимия, электрометаллургия и т.д.).

1.2. Электрическая цепь и ее основные элементы

Электрическая цепь, являющаяся важнейшим понятием в электротехнике, представляет собой совокупность устройств, предназначенных для производства, передачи, распределения и преобразования электрической энергии в другие виды энергии.

Основными элементами электрической цепи являются: источники электрической энергии, приемники (потребители) электрической энергии, проводники электрического тока, коммутационная аппаратура, защитная аппаратура, электроизмерительные приборы.

Источники электрической энергии предназначены для преобразования различных видов энергии неэлектрического происхождения в электрическую энергию. Например, в аккумуляторах в процессе их разряда химическая энергия преобразуется в электрическую энергию. В электрических генераторах механическая энергия, подводимая от первичного двигателя (паровой, гидравлической, газовой турбин и т.п.), преобразуется в электрическую энергию. Солнечные батареи осуществляют преобразование энергии солнца в электрическую энергию и т.д.

Производство электрической энергии осуществляется синхронными генераторами, которые устанавливаются на электрических станциях. Важнейшее значение в выработке электрической энергии в России имеют тепловые электрические станции (ГРЭС – государственная районная электрическая станция; КЭС – конденсационная электрическая станция; ТЭЦ – теплоэлектроцентраль), атомные электростанции (АЭС) и гидроэлектростанции (ГЭС).

Процесс производства электрической энергии на тепловых электрических станциях заключается в последовательном преобразовании энергии сжигаемого топлива в тепловую энергию водяного пара, приводящего во вращение турбоагрегат (паровую турбину, соединенную с генератором). В качестве топлива на тепловых электростанциях используются каменный уголь, газ, торф, мазут, древесные отходы. Крупнейшей тепловой электростанцией в Пермском крае является Пермская ГРЭС (г. Добрянка). В настоящее время в эксплуатации на Пермской ГРЭС находится три синхронных генератора, каждый из которых рассчитан на мощность 800 тыс. кВт. Второй по значимости тепловой электростанцией Пермского края является Яйвинская ГРЭС (пос. Яйва), установленная мощность генераторов которой составляет 1025 тыс. кВт.

Атомные электростанции отличаются от ГРЭС, КЭС, ТЭЦ тем, что на АЭС в качестве источника тепловой энергии используется процесс деления ядер урана, плутония, тория и других радиоактивных элементов. В результате расщепления этих материалов в реакторах выделяется огромное количество тепловой энергии.

На гидроэлектростанциях осуществляется процесс преобразования энергии падающей воды в электрическую энергию. Это преобразование производится посредством гидроагрегата, в состав которого входят гидравлическая турбина и синхронный генератор. В процессе строительства ГЭС по всему створу реки сооружают плотину. Уровень воды перед плотиной (верхний бьеф) выше уровня воды после плотины (нижний бьеф). Разность уровней воды в верхнем и нижнем бьефах представляет собой напор. Мощность электростанции определяется значением напора и количеством воды, проходящей через турбины в единицу времени. Наиболее крупными гидроэлектростанциями в Пермском крае являются: Воткинская ГЭС (г. Чайковский), установленная мощность генераторов которой составляет 1млн 100 тыс. кВт, Камская ГЭС (г. Пермь) – 528 тыс. кВт, Широковская ГЭС (г. Кизел) – 100 тыс. кВт.

Более подробно информация о типах электрических станций и режимах их работы изложена в [1, с.7–15].

Приемники электрической энергии осуществляют преобразование электрической энергии в другие виды энергии. Например, лампы накаливания преобразуют электрическую энергию в тепловую и световую энергию; в аккумуляторах в процессе их заряда осуществляется процесс преобразования электрической энергии в химическую и тепловую энергию; электрические двигатели преобразуют электрическую энергию в механическую и тепловую энергию и т.д. Основными приемниками электрической энергии на промышленных предприятиях являются асинхронные и синхронные электрические двигатели, сварочное оборудование, нагревательные электрические приборы, освещение.

Проводники электрического тока предназначены для передачи электрической энергии от источников к приемникам. В качестве материала для проводников используется медь, алюми-

ний, железо. Передача электрической энергии от источников до главных понижающих подстанций и главных распределительных пунктов промышленных предприятий осуществляется, как правило, посредством неизолированных, т.е. голых проводов. Распределение электрической энергии на территории промышленных предприятий выполняется кабелями и изолированными проводами.

Коммутационная аппаратура предназначена для осуществления включения и отключения элементов электрической цепи. Коммутационные аппараты часто называют просто выключателями. Тип и габариты коммутационных аппаратов определяются родом тока (постоянный ток, однофазный синусоидальный ток, трехфазный синусоидальный ток), величиной напряжения установки, в которой используются аппараты, значением мощности, которую аппараты должны включать и отключать, местом установки (внутри или снаружи помещений). В электроустановках высокого напряжения (свыше 1000 В) широкое применение получили масляные, вакуумные и воздушные выключатели, выключатели нагрузки, отделители, короткозамыкатели, разъединители, заземляющие ножи. В электроустановках низкого напряжения (до 1000 В) используются автоматические выключатели, контакторы, магнитные пускатели, рубильники и другие коммутационные аппараты.

Защитная аппаратура служит для защиты элементов электрической цепи от аварийных и аномальных режимов работы, возникающих в процессе эксплуатации электроустановок. К аварийным и аномальным режимам работы электрических цепей относятся короткие замыкания, перегрузка, понижение и повышение напряжения, снижение частоты питающего напряжения и т.д. Схемные решения различных видов защит, элементная база, используемая при их выполнении, определяются ответственностью элемента электрической цепи в системе электроснабжения предприятия, а также его мощностью, величиной напряжения и другими параметрами. Так, например, для защиты трансформаторов, установленных на главных понизительных подстанциях

(ГПП) предприятий, используются максимальные токовые защиты с выдержкой и без выдержки времени срабатывания, дифференциальная защита, газовая защита.

Следует отметить, что на производстве и в быту широко используются аппараты, в которых функции коммутационных и защитных аппаратов совмещены. К таким аппаратам относятся автоматические выключатели.

Электроизмерительная аппаратура позволяет осуществлять визуальное наблюдение за параметрами электрической цепи и дает возможность персоналу, обслуживающему электроустановки, своевременно оказывать влияние на режим их работы. На практике широкое применение получили амперметры, вольтметры, частотомеры, счетчики активной и реактивной энергии и другие электроизмерительные приборы.

Для элементов, из которых состоит электрическая цепь, в соответствии с системой Единой конструкторской документации (ЕСКД) приняты условные графические изображения. Электрическая цепь, в которой образующие цепь элементы показаны условными графическими изображениями, называется электрической схемой. При выполнении расчетов электрических цепей пользуются расчетными электрическими схемами, т.е. схемами, на которых коммутационная, защитная и измерительная аппаратура не указывается. Такое допущение объясняется тем, что сопротивления коммутационных и защитных аппаратов, а также токовых обмоток измерительных приборов малы по величине и не оказывают сколько-нибудь заметного влияния на ток и мощность в электрической цепи. Сопротивление обмоток напряжения измерительных приборов, наоборот, очень велико, и поэтому ток, протекающий в этих обмотках, и мощность, которая в них выделяется, ничтожно малы.

Из сказанного следует, что при выполнении расчетов электрических цепей необходимо учитывать параметры источников электрической энергии, приемников электрической энергии и проводников, соединяющих источники и приемники. При небольшой удаленности приемников от источника сопротивление

проводников электрического тока, соединяющих источник и приемники, не оказывает заметного влияния на величины электрических параметров цепи и на расчетной схеме не указывается.

Источники электрической энергии характеризуются электродвижущей силой (ЭДС) и внутренним сопротивлением. Параметрами приемников электрической энергии в общем случае являются сопротивление, индуктивность и емкость. Проводники электрического тока на расчетных схемах могут быть представлены сопротивлением и индуктивностью, а при использовании кабельных линий – также емкостью.

Глава 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

2.1. Получение постоянного напряжения.

Параметры источников, приемников и проводников в цепи постоянного напряжения

Электрический ток, электрическое напряжение, электродвижущая сила называются постоянными, если их величины во времени остаются неизменными. На рис 2.1 в качестве примера приведен график зависимости постоянного тока I от времени t . Единицей измерения тока является Ампер (А), единица измерения времени – секунда (с). Постоянное во времени напряжение и постоянная во времени электродвижущая сила обозначаются соответственно U и E , а единицей их измерения является Вольт (В).

К электрическим сетям постоянного напряжения подключаются двигатели постоянного тока прокатных станков, бумагоделательных машин, металлообрабатывающих станков, шахтных электровозов, установки электролиза и гальванических покрытий и т.д. Постоянный ток широко ис-

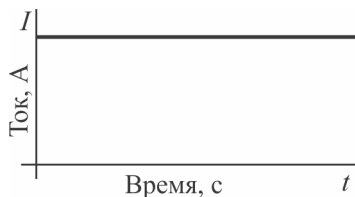


Рис. 2.1. Зависимость постоянного тока от времени

пользуется в цепях релейной защиты, сигнализации, автоматики, управления, в сетях аварийного освещения и т.д.

Производство электрической энергии постоянного тока осуществляется источниками постоянного тока. К их числу относятся: гальванические элементы, аккумуляторные батареи, электромеханические генераторы, неуправляемые или управляемые полупроводниковые преобразователи. На рис. 2.2 изображена принципиальная схема полупроводникового преобразователя.

Однофазное (трехфазное) синусоидальное напряжение от источника однофазного (трехфазного) синусоидального напряжения (И.П.Н.) поступает на вход согласующего трансформато-

ра (С.Т.), с помощью которого производится преобразование величины синусоидального напряжения без изменения его формы и частоты. С выхода согласующего трансформатора преобразованное по величине напряжение поступает на вход неуправляемого или управляемого полупроводникового выпрямителя (П.П.В.), на выходе которого получается пульсирующее напряжение, т.е. напряжение, которое во времени изменяется по величине, но не изменяется по направлению. Далее пульсирующее напряжение подается на вход сглаживающего фильтра (С.Ф.), где осуществляется преобразование пульсирующего во времени напряжения в постоянное во времени напряжение.



Рис. 2.2. Принципиальная схема преобразования синусоидального напряжения в постоянное во времени напряжение

К электрической сети постоянного напряжения подключаются приемники электрической энергии постоянного тока (П.П.Т.).

2.2. Параметры источника постоянного напряжения и его внешняя характеристика

Параметрами источников электрической энергии постоянного напряжения, независимо от конструктивного их исполнения, являются электродвижущая сила (ЭДС) E и внутреннее сопротивление R_b .

Электродвижущая сила представляет собой работу сторонних сил, затрачиваемую на перемещение единицы положительного заряда от зажима с меньшим потенциалом к зажиму с большим потенциалом:

$$E = \frac{A}{q}, \quad (2.1)$$

где A – работа сторонних сил, Дж; q – электрический заряд, Кл.

При работе источника без нагрузки, когда ток через источник не проходит, ЭДС численно равна разности потенциалов внешних зажимов источника,

$$E = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (2.2)$$

где φ_1, φ_2 – электрические потенциалы положительного и отрицательного зажимов, В.

Разность потенциалов внешних зажимов источника, с другой стороны, представляет собой электрическое напряжение

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (2.3)$$

Следовательно, при работе источника с отключенными приемниками электродвижущая сила источника равна напряжению на внешних его зажимах:

$$E = U_{12}. \quad (2.4)$$

Схема замещения источника электрической энергии постоянного напряжения приведена на рис. 2.3. Стрелки на рисунке показывают положительные направления ЭДС и напряжения. Положительное направление ЭДС принимается от внешнего зажима 2, имеющего меньший потенциал, к внешнему зажиму 1 с большим потенциалом. За положительное направление для напряжения принимается направление от положительного зажима 1 к отрицательному зажиму 2.

Если к внешним зажимам 1, 2 источника подключить приемник с сопротивлением $R_{\text{н}}$, т.е. источник нагрузить (рис. 2.4), то в замкнутой электрической цепи будет проходить постоянный ток I , который в приемнике имеет направление от зажима 1, имеющего положительный потенциал, к зажиму 2, имеющему отрицательный потенциал. При этом напряжение U_{12} между зажимами 1, 2 источника будет меньше его ЭДС E на величину падения напряжения на внутреннем сопротивлении $R_{\text{в}}$:

$$U_{12} = E - R_{\text{в}} \cdot I. \quad (2.5)$$

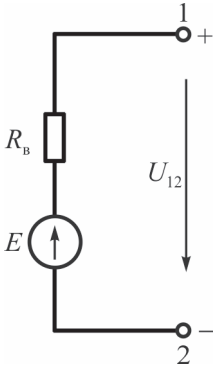


Рис. 2.3. Схема замещения источника напряжения

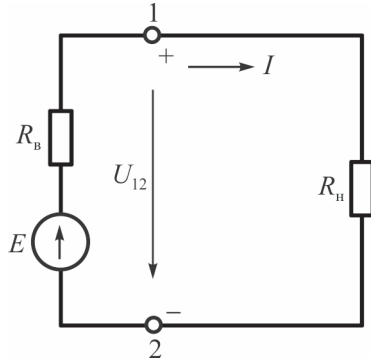


Рис. 2.4. Источник постоянного напряжения, работающий на нагрузку

Данное уравнение устанавливает связь между напряжением на внешних зажимах источника и током источника, который в данной цепи равен току в сопротивлении нагрузки R_H . Зависимость напряжения U_{12} от тока I представляет уравнение внешней характеристики источника. В графической форме внешняя характеристика источника имеет вид, показанный на рис 2.5. Из графика следует, что по мере увеличения тока напряжение на внешних зажимах источника уменьшается.

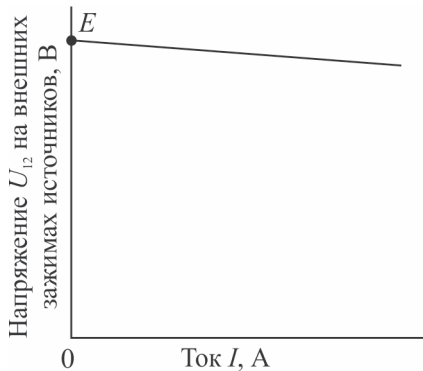


Рис. 2.5. Внешняя характеристика источника постоянного напряжения

Степень уменьшения напряжения определяется величиной внутреннего сопротивления источника: с ростом внутреннего сопротивления напряжение на внешних зажимах источника уменьшается более быстро.

Приемники электрической энергии постоянного тока в своем большинстве являются пассивными элементами электрических цепей, а их параметром является омическое сопротивление, величина которого рассчитывается по формуле

$$R = \rho \frac{l}{s}, \quad (2.6)$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление материала токоведущей части приемника; l – длина токоведущей части; s – площадь поперечного сечения.

К пассивным элементам электрических цепей относятся, например, резисторы, лампы накаливания, бытовые нагревательные приборы, печи сопротивления и т.д.

Вторую группу приемников электрической энергии постоянного тока образуют активные элементы электрических цепей, к числу которых относятся: электрические двигатели постоянного тока, аккумуляторы. Параметрами активных элементов являются ЭДС E и омическое сопротивление R .

Проводники электрического тока, посредством которых осуществляется соединение источников с приемниками, на электрических схемах замещаются омическим сопротивлением, которое рассчитывается по формуле (2.6).

2.3. Основные понятия и определения

Ветвь электрической цепи – участок электрической цепи без ответвлений, примыкающий своими концами к двум узлам и включающий в себя один или несколько элементов, по которым проходит один и тот же ток.

Активная ветвь – ветвь электрической цепи, содержащая источник.

Пассивная ветвь – ветвь электрической цепи, не содержащая источника энергии.

Узел электрической цепи – место соединения трех и большего числа ветвей.

Контур электрической цепи – замкнутый путь, образованный одной или несколькими ветвями.

Независимый контур – контур, в состав которого входит хотя бы одна ветвь, не входящая в состав других контуров.

Основные понятия, относящиеся к электрическим цепям, поясняются на примере расчетной схемы электрической цепи, изображенной на рис. 2.6.

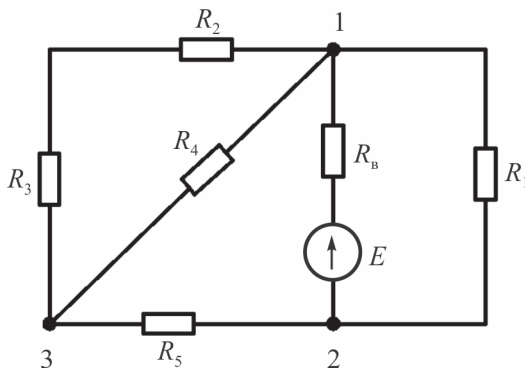


Рис. 2.6. Схема для пояснения понятий ветви, узла, контура электрической цепи

В состав электрической цепи входят пять ветвей: $1-R_B-E-2$ – активная ветвь; $1-R_1-2$; $1-R_2-R_3-3$; $1-R_4-3$; $2-R_5-3$ – пассивные ветви; три узла 1,2,3 и три независимых контура: $1-R_B-E-2-R_1-1$; $1-R_B-E-2-R_5-3-R_4-1$; $1-R_2-R_3-3-R_4-1$.

2.4. Основные законы расчета электрических цепей постоянного тока

Расчет электрической цепи постоянного тока предполагает известными напряжение на внешних зажимах источника и сопротивления приемников электрической энергии. В случае удаленности

источника и приемников должны быть известными также длина линии, сечение ее проводов и материал, из которого изготовлены провода. Данные о линии позволяют рассчитать ее сопротивление.

Задачей расчета является определение: токов в приемниках, линии, источнике; напряжений на приемниках и в линии, а также мощностей всех элементов цепи. Знание указанных величин позволяет по справочным и каталожным данным выбрать источник электрической энергии, марку и сечение проводов и кабелей, коммутационную и защитную аппаратуру, необходимые электроизмерительные приборы. После монтажа всех элементов и их отладки электротехническая установка сдается в эксплуатацию. Надежность и долговечность эксплуатации электроустановки определяется правильностью выполненных расчетов.

Расчет электрических цепей постоянного тока базируется на использовании законов Ома для замкнутой электрической цепи и для участка цепи, первого и второго законов Кирхгофа, а также закона Джоуля–Ленца.

Закон Ома для простейшей замкнутой электрической цепи устанавливает зависимость тока от ЭДС источника и сопротивлений резисторов, входящих в состав электрической цепи. Для электрической схемы (рис. 2.7) эта зависимость приобретает вид

$$I = \frac{E}{R_{\text{в}} + R_{\text{л}} + R_{\text{н}}}, \quad (2.7)$$

где I – электрический ток; E – ЭДС источника электрической энергии; $R_{\text{в}}$ – внутреннее сопротивление источника; $R_{\text{л}}$ – сопротивление проводов линии, соединяющей источник и нагрузку; $R_{\text{н}}$ – эквивалентное сопротивление нагрузки.

Формулы расчета величины $R_{\text{н}}$ при произвольном количестве приемников, соединенных последовательно, параллельно или последовательно-параллельно, приводятся в ходе изложения материала.

Закон Ома для участка электрической цепи, содержащего пассивные элементы, устанавливает связь между током, напря-

жением и сопротивлением интересующего нас участка и записывается следующим образом:

$$I_i = \frac{U_i}{R_i}, \quad (2.8)$$

где I_i, U_i, R_i – ток, напряжение и сопротивление i -го участка.

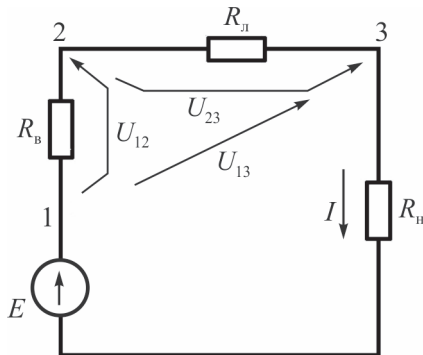


Рис. 2.7. Электрическая схема, поясняющая закон Ома для замкнутой электрической цепи и ее участков

Так, для участка электрической цепи $1-2$ (см. рис. 2.7) справедливо выражение

$$I = \frac{U_{12}}{R_B}, \quad (2.9)$$

где U_{12}, R_B – напряжение на участке $1-2$ и сопротивление этого участка.

Для участков электрической цепи $2-3$ и $1-3$ закон Ома записывается в форме

$$I = \frac{U_{23}}{R_Л}, \quad (2.10)$$

$$I = \frac{U_{13}}{R_Л + R_B}. \quad (2.11)$$

В данных выражениях U_{23}, U_{13} представляют напряжения на участках 2-3 и 1-3; $R_{л}, (R_{л} + R_{в})$ – сопротивления участков 2-3 и 1-3.

Первый закон Кирхгофа устанавливает связь между токами ветвей, образующими узел электрической цепи. Этот закон дается в следующей формулировке: в любом узле электрической цепи алгебраическая сумма токов ветвей, образующих узел, равна нулю. Математическая форма записи первого закона Кирхгофа представляется следующим уравнением:

$$\sum_{i=1}^{i=k} I_i = 0, \quad (2.12)$$

где k – число ветвей, сходящихся в узле.

Слово «алгебраическая» предполагает запись токов со знаком «плюс» или «минус». Принято следующее правило: токи ветвей, направленные к узлу, записываются в уравнении со знаком «плюс», а токи ветвей, направленные от узла, – со знаком «минус».

Так, для узла 1 электрической цепи (рис. 2.8) справедливо следующее выражение, полученное на основании первого закона Кирхгофа:

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0. \quad (2.13)$$

После преобразования данное выражение приводится к виду

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4. \quad (2.14)$$

Следовательно, ток ветви, направленный к узлу, равен сумме токов ветвей, направленных от узла.

Второй закон Кирхгофа устанавливает связь ЭДС источников напряжения, входящих в рассматриваемый контур электри-

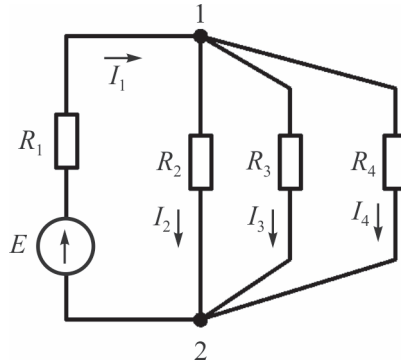


Рис. 2.8. Схема для пояснения 1-го закона Кирхгофа

ческой цепи, с напряжениями на сопротивлениях резисторов, входящих в этот же контур.

Второй закон Кирхгофа формулируется так: в любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма ЭДС источников напряжения, входящих в контур, равна алгебраической сумме напряжений на сопротивлениях, входящих в этот же контур. Математическая запись 2-го закона Кирхгофа представляется уравнением

$$\sum_{i=1}^{i=n} E_i = \sum_{j=1}^{j=m} R_j I_j, \quad (2.15)$$

где n – число источников электрической энергии в рассматриваемом контуре; m – количество резисторов, входящих в этот же контур; R_j – сопротивление j -го резистора; I_j – ток в резисторе j .

Чтобы правильно составить уравнение по 2-му закону Кирхгофа, необходимо выбрать положительное направление обхода контура, указав его стрелкой внутри контура, а также положительные направления токов в отдельных ветвях, образующих контур, также обозначив эти направления стрелкой. Если в электрической схеме имеется всего лишь один источник, то направления токов в сопротивлениях контура однозначно определяются полярностью источника электрической энергии: от «плюса» источника к его «минусу». Если же в схеме имеется несколько источников, то положительными направлениями токов задаются условно. Эта условность сохраняется до окончания расчета токов. В случае когда расчетное значение тока получается со знаком «плюс», выбранное нами условное направление тока совпадает с действительным. Если же полученное из расчета значение тока получается со знаком «минус», то это означает, что действительное направление тока в ветви противоположно условно выбранному направлению.

После выбора положительного направления обхода контура и положительных направлений токов в ветвях, образующих контур, составляется уравнение. ЭДС источников, направления ко-

торых совпадают с направлением обхода контура, вводятся в уравнение со знаком «плюс». Если же направление ЭДС источников и положительное направление обхода контура противоположны, то ЭДС следует вводить в уравнение со знаком «минус». Токи, входящие в уравнение, записываются со знаком «плюс» при совпадении их положительного направления с выбранным положительным направлением обхода контура. Наоборот, если положительное направление тока в ветви и положительное направление обхода контура противоположны, то ток в уравнении необходимо записывать со знаком «минус».

Ниже в качестве примера приводится запись уравнения, составленного по 2-му закону Кирхгофа для контура электрической цепи, ограниченного узловыми точками а, б, в, г, д (рис. 2.9),

$$E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_4 I_4 + R_5 I_5. \quad (2.16)$$

При составлении уравнения обход контура производился по часовой стрелке, а положительные направления токов в ветвях выбирались произвольно, так как электрическая цепь содержит два источника электрической энергии.

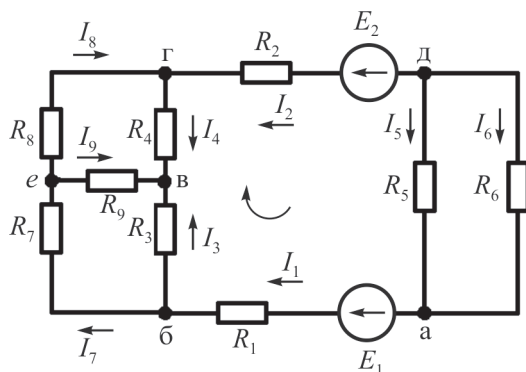


Рис. 2.9. Схема электрической цепи, на примере которой поясняется порядок составления уравнений по 2-му закону Кирхгофа

Закон Джоуля–Ленца определяет тепловое действие электрического тока. В соответствии с этим законом электрическая

энергия W , потребляемая резистором с сопротивлением R при прохождении по нему постоянного тока I в течение времени T , рассчитывается по одной из следующих формул:

$$W = RI^2T = UIT = \frac{U^2}{R}T, \quad (2.17)$$

где U – напряжение на зажимах резистора.

В резисторе электрическая энергия преобразуется в тепловую энергию. Единицей измерения энергии является Джоуль (Дж).

Процесс преобразования электрической энергии в тепловую энергию в единицу времени характеризуется величиной мощности P .

Для определения величины мощности используются следующие выражения:

$$P = \frac{W}{T} = RI^2 = UI = \frac{U^2}{R}. \quad (2.18)$$

Единицей измерения мощности является Ватт ($1 \text{ Вт} = = 1 \text{ Дж/с}$). На практике используются более крупные единицы измерения мощности: киловатт ($1 \text{ кВт} = 10^3 \text{ Вт}$) или мегаватт ($1 \text{ МВт} = 10^6 \text{ Вт}$).

Учет потребления электрической энергии производится в киловатт-часах ($1 \text{ кВт}\cdot\text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Вт}\cdot\text{с}$).

2.5. Расчет электрической цепи, содержащей источник постоянного напряжения и приемники, соединенные последовательно между собой

Последовательным называется соединение элементов электрической цепи, при котором условный конец первого элемента соединяется с условным началом второго, конец второго – с началом третьего и т.д. Характерным признаком последовательного соединения элементов является одинаковая величина тока во всех элементах.

Рассмотрим последовательность расчета электрической цепи постоянного напряжения с последовательным соединением потребителей на примере схемы (рис. 2.10).

В состав электрической цепи входят следующие элементы: три приемника и линия, соединяющая источник с приемниками.

Источник электрической энергии постоянного напряжения представлен на схеме электродвижущей силой E и внутренним сопротивлением R_B . Резисторы с сопротивлениями R_1 , R_2 , R_3 выступают в качестве приемников электрической энергии. Провода линии, соединяющие источник с приемниками, замещены резистором с сопротивлением R_L . Источник, приемники и линия образуют неразветвленную замкнутую электрическую цепь, и поэтому ток в элементах электрической цепи имеет одинаковую величину. Следовательно, источник, приемники и линия включены последовательно.

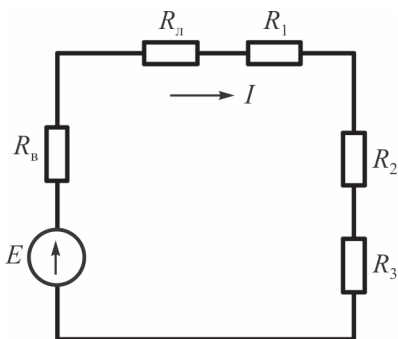


Рис. 2.10. Электрическая цепь с последовательным соединением приемников

Ток в замкнутой электрической цепи (см. рис. 2.10) определяется на основании закона Ома:

$$I = \frac{E}{R_B + R_L + R_1 + R_2 + R_3}. \quad (2.19)$$

Если количество приемников, включенных последовательно, увеличится, то это обусловит рост сопротивления электрической цепи и приведет при заданном значении ЭДС источника напряжения к уменьшению силы тока.

Преобразуем выражение (2.19) к следующему виду:

$$E - R_B I = (R_L + R_1 + R_2 + R_3)I. \quad (2.20)$$

Левая часть уравнения (2.20) представляет напряжение на внешних зажимах источника. Обозначив это напряжение через U , получим равенство

$$U = (R_{\text{л}} + R_1 + R_2 + R_3)I. \quad (2.21)$$

Выражению (2.21) отвечает схема электрической цепи (рис. 2.11).

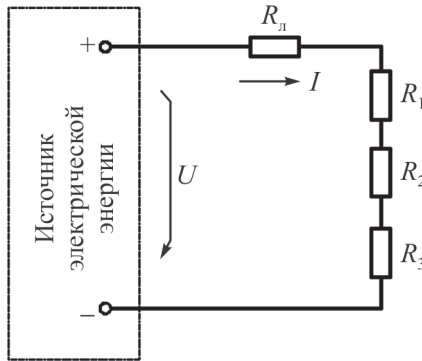


Рис. 2.11. Схема электрической цепи с последовательным соединением приемников при учете сопротивления линии

Представление источника его внешними зажимами, между которыми действует напряжение U , позволяет несколько уменьшить трудоемкость изображения электрических цепей и широко используется в электротехнической практике.

Равенство (2.21) путем несложных преобразований можно привести к виду

$$U = U_{\text{л}} + U_1 + U_2 + U_3, \quad (2.22)$$

где $U_{\text{л}}, U_1, U_2, U_3$ – падение напряжения в проводах линии и напряжения на отдельных приемниках.

$$U_{\text{л}} = R_{\text{л}}I, U_1 = R_1I, U_2 = R_2I, U_3 = R_3I. \quad (2.23)$$

Согласно (2.23) значения напряжений на приемниках при последовательном их включении могут отличаться только за счет различия величин сопротивлений. С увеличением сопро-

тивления приемника напряжение, которое к нему приложено, возрастает. Лишь в частном случае при равенстве величин сопротивлений приемников напряжения на них будут одинаковыми. Падение напряжения в проводах линии приводит к уменьшению напряжения на приемниках по сравнению с напряжением на внешних зажимах источника.

Если умножить значения напряжений в уравнении (2.22) на силу тока, то получим выражение, которое устанавливает связь мощности, которую источник отдает во внешнюю электрическую цепь, с мощностями приемников и мощностью потерь в линии:

$$P = P_{\text{л}} + P_1 + P_2 + P_3, \quad (2.24)$$

где P – мощность, отдаваемая источником во внешнюю цепь; $P_{\text{л}}, P_1, P_2, P_3$ – мощность потерь в линии и мощности приемников;

$$P = UI,$$

$$P_{\text{л}} = U_{\text{л}} I = R_{\text{л}} I^2,$$

$$P_1 = U_1 I = R_1 I^2,$$

$$P_2 = U_2 I = R_2 I^2,$$

$$P_3 = U_3 I = R_3 I^2.$$

Уравнение (2.24) представляет собой уравнение баланса мощностей. Согласно данному уравнению мощность, отдаваемая источником во внешнюю цепь, частично расходуется на нагрев проводов (потери мощности), а основная ее часть используется приемниками для совершения полезной работы.

При последовательном соединении приемников электрической энергии требуется согласование их номинальных данных. Исключается также возможность независимого включения и отключения приемников, а нарушение работы любого приемника, связанное, например, с перегоранием токоведущей части, неминуемо сопровождается отключением и всех остальных потребителей. Указанные недостатки являются причиной, по кото-

рой последовательное включение приемников находит на практике ограниченное применение. Приведем два примера электрических схем, в которых находит применение последовательное включение элементов.

В схеме, представленной на рис. 2.12, *а*, последовательно с нерегулируемым резистором R включен резистор с регулируемым сопротивлением R_p , что позволяет осуществлять плавное регулирование тока, напряжения и мощности в нерегулируемом резисторе.

В схеме, показанной на рис. 2.12, *б*, последовательно с вольтметром включено добавочное сопротивление R_d . Такая схема дает возможность существенно расширить диапазон измеряемых вольтметром величин напряжений.

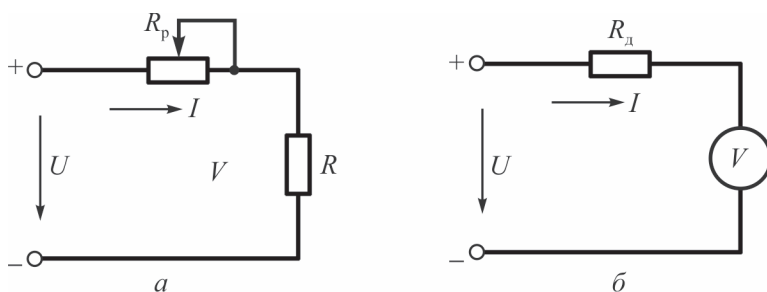


Рис. 2.12. Примеры практического использования последовательного соединения элементов

Пример 2.1

В электрической цепи (см. рис. 2.10) источник, приемники и линия имеют следующие параметры: $E = 130$ В, $R_b = 0,2$ Ом, $R_n = 0,3$ Ом, $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = 5,5$ Ом, $R_3 = 1$ Ом.

Рассчитать электрический ток в цепи, напряжение на внешних зажимах источника, потери напряжения в линии, напряжения на приемниках электрической энергии, а также мощности источника, приемников и потери мощности в источнике и линии. Составить уравнение баланса мощностей.

Решение

Ток в электрической цепи

$$I = \frac{E}{R_b + R_{л} + R_1 + R_2 + R_3} = \frac{130}{0,2 + 0,3 + 6 + 5,5 + 1} = 10 \text{ А.}$$

Напряжение на внешних зажимах источника

$$U = E - R_b I = 130 - 0,2 \cdot 10 = 128 \text{ В.}$$

Потери напряжения в проводах линии

$$U_{л} = R_{л} I = 0,3 \cdot 10 = 3 \text{ В.}$$

Напряжения на приемниках электрической энергии

$$U_1 = R_1 I = 6 \cdot 10 = 60 \text{ В,}$$

$$U_2 = R_2 I = 5,5 \cdot 10 = 55 \text{ В,}$$

$$U_3 = R_3 I = 1 \cdot 10 = 10 \text{ В.}$$

Мощность, вырабатываемая источником электрической энергии,

$$P = EI = 130 \cdot 10 = 1300 \text{ Вт.}$$

Потери мощности внутри источника, обуславливающие его нагрев,

$$\Delta P_b = R_b I^2 = 0,2 \cdot 10^2 = 20 \text{ Вт.}$$

Мощность потерь в линии

$$P_{л} = R_{л} I^2 = 0,3 \cdot 10^2 = 30 \text{ Вт.}$$

Мощность приемников электрической энергии:

$$P_1 = R_1 I^2 = 6 \cdot 10^2 = 600 \text{ Вт,}$$

$$P_2 = R_2 I^2 = 5,5 \cdot 10^2 = 550 \text{ Вт,}$$

$$P_3 = R_3 I^2 = 1 \cdot 10^2 = 100 \text{ Вт.}$$

Уравнение баланса мощностей

$$P = \Delta P_{\text{в}} + P_{\text{л}} + P_1 + P_2 + P_3.$$

Подстановка численных значений величин мощностей дает следующий результат:

$$1300 \text{ Вт} = 20 \text{ Вт} + 30 \text{ Вт} + 600 \text{ Вт} + 550 \text{ Вт} + 100 \text{ Вт.}$$

Следовательно, баланс мощностей выполняется.

2.6. Расчет электрической цепи, содержащей источник постоянного напряжения и потребителя, соединенные параллельно друг с другом

Параллельным называется соединение элементов, при котором условные начала элементов соединены между собой и образуют один узел, а условные концы также соединены между собой и образуют другой узел. Характерным для параллельного соединения элементов является одинаковая величина напряжения на всех элементах. Параллельно соединяются элементы электрической цепи, рассчитанные на одно и то же напряжение.

При параллельном соединении элементов не требуется согласования их номинальных данных, возможно включение и отключение отдельных элементов независимо от остальных. Выход из строя при работе любого из параллельно включенных элементов не нарушает нормальную работу других элементов.

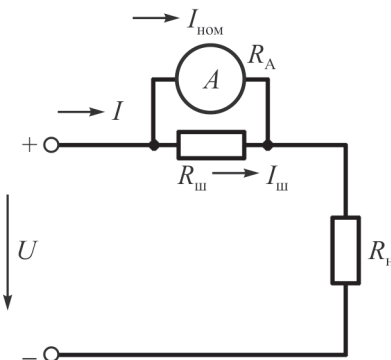


Рис. 2.13. Включение амперметра параллельно шунтирующему резистору

На рис. 2.13 в качестве примера изображена схема электрической цепи, в которой

амперметр и резистор с сопротивлением $R_{ш}$ включены параллельно. Такая схема широко используется на практике для измерения тока I , величина которого превышает значение номинального тока амперметра $I_{ном}$.

Последовательность расчета электрической цепи постоянного тока с параллельным соединением трех резистивных элементов рассмотрим на примере схемы, изображенной на рис. 2.14. Заданными являются напряжение U на внешних зажимах источника и сопротивления резистивных элементов R_1, R_2, R_3 . Сопротивление линии, соединяющей источник и приемники, при расчете не учитывается.

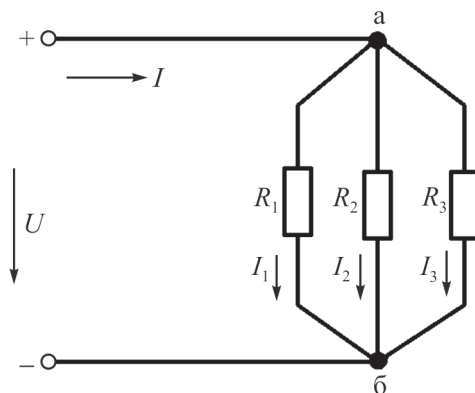


Рис. 2.14. Электрическая цепь с параллельным соединением приемников

Токи в резистивных элементах рассчитываются по формулам, выражающим закон Ома для участка электрической цепи:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = U \cdot g_1, \quad (2.25)$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = U \cdot g_2, \quad (2.26)$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = U \cdot g_3, \quad (2.27)$$

где g_1, g_2, g_3 – электрические проводимости приемников,

$$g_1 = \frac{1}{R_1}, \quad g_2 = \frac{1}{R_2}, \quad g_3 = \frac{1}{R_3}.$$

Единицей измерения электрической проводимости является Сименс (См).

На основании первого закона Кирхгофа, записанного, например, для узла «а» электрической цепи, рассчитывается ток, вырабатываемый источником электрической энергии:

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (2.28)$$

С учетом (2.25)–(2.27) выражению для тока источника можно придать вид

$$I = U \frac{1}{R_3} = U \cdot g_3, \quad (2.29)$$

где

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3},$$

$$g_3 = g_1 + g_2 + g_3.$$

Здесь R_3, g_3 – сопротивление и электропроводимость эквивалентного резистора, потребляющего от источника ток и мощность тех же величин, что и три реальных приемника.

Найденные значения токов используются для расчета электрических мощностей приемников:

$$P_1 = UI_1 = R_1 I_1^2 = \frac{U^2}{R_1} = U^2 g_1, \quad (2.30)$$

$$P_2 = UI_2 = R_2 I_2^2 = \frac{U^2}{R_2} = U^2 g_2, \quad (2.31)$$

$$P_3 = UI_3 = R_3 I_3^2 = \frac{U^2}{R_3} = U^2 g_3. \quad (2.32)$$

Электрическая мощность источника может быть рассчитана по одному из следующих выражений:

$$P = UI = R_3 I^2 = \frac{U^2}{R_3} = U^2 g_3 = P_1 + P_2 + P_3. \quad (2.33)$$

Согласно (2.25)–(2.27), (2.30)–(2.32) токи в приемниках и их мощности при заданной величине напряжения источника определяются величинами сопротивлений приемников. С уменьшением сопротивления приемников токи и мощности возрастают.

Ток источника и его мощность согласно (2.28), (2.33) определяются как сумма токов и сумма мощностей отдельных приемников. Поэтому с увеличением количества включенных приемников ток источника и вырабатываемая им мощность возрастают. Необходимо подчеркнуть, что увеличение тока и мощности, вырабатываемых источником, обуславливают рост расхода топлива на тепловых и атомных электростанциях и снижение запасов воды на гидростанциях. Следовательно, экономия энергоресурсов предполагает оптимизацию количества включенных приемников электрической энергии и рациональное использование их мощности.

Изложенный метод расчета остается справедливым при произвольном количестве резисторов, включенных параллельно.

Пример 2.2

В схеме (см. рис. 2.14) $U = 110$ В, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 10$ Ом. Рассчитать токи и мощности приемников и источника. Сопротивлением проводов линии, соединяющей источник и приемники, пренебречь.

Решение

Токи в приемниках определяются на основании закона Ома для участка цепи:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{110}{2} = 55 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{110}{4} = 27,5 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{110}{10} = 11 \text{ А}.$$

Ток источника рассчитывается с использованием выражения, составленного на основании 1-го закона Кирхгофа:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 55 + 27,5 + 11 = 93,5 \text{ А}.$$

Мощности приемников электрической энергии:

$$P_1 = UI_1 = 110 \cdot 55 = 6050 \text{ Вт},$$

$$P_2 = UI_2 = 110 \cdot 27,5 = 3025 \text{ Вт},$$

$$P_3 = UI_3 = 110 \cdot 11 = 1210 \text{ Вт}.$$

Мощность, отдаваемая источником во внешнюю цепь,

$$P = UI = 110 \cdot 93,5 = 10285 \text{ Вт}.$$

Правильность решения задачи проверяется посредством составления уравнения баланса мощностей

$$P = P_1 + P_2 + P_3.$$

Подстановка численных значений дает следующий результат:

$$10\,285 \text{ Вт} = 10\,285 \text{ Вт}.$$

Следовательно, расчеты выполнены правильно.

2.7. Расчет электрической цепи постоянного тока, содержащей участки с последовательным и параллельным соединением резистивных элементов

Электрическая цепь, имеющая участки с последовательным и параллельным соединением элементов, называется электрической цепью со смешанным соединением элементов. Со смешанным соединением элементов электрической цепи приходится сталкиваться при регулировании напряжения на резисторе R с помощью делителя напряжения R_d (рис. 2.15, а), в случае измерения вольтметром напряжения на резисторе R_2 (рис. 2.15, б) и т.д.

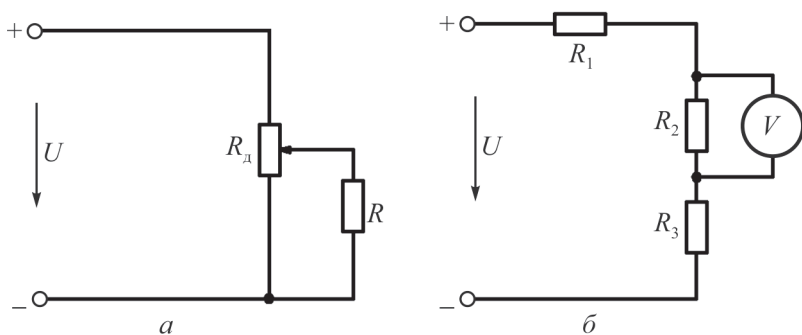


Рис. 2.15. Примеры электрических схем с последовательно-параллельным соединением элементов

Последовательность расчета электрической цепи постоянного тока, содержащей источник и четыре резистора, соединенных последовательно-параллельно, рассмотрим на примере схемы (рис. 2.16), на которой резистор R_d замещает сопротивление проводов линии.

Первоначально три параллельно включенных резистора с сопротивлениями R_1, R_2, R_3 заменяются одним реально несуществующим резистором с эквивалентным сопротивлением $R_{аб}$:

$$R_{аб} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}. \quad (2.34)$$

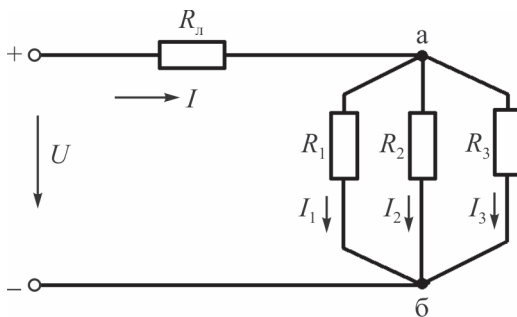


Рис. 2.16. Электрическая схема с последовательно-параллельным соединением резисторов

Замена трех резисторов одним эквивалентным резистором позволяет исходную электрическую схему (см. рис. 2.16), в которой элементы соединены последовательно-параллельно, преобразовать в электрическую схему с последовательным соединением элементов (рис. 2.17).

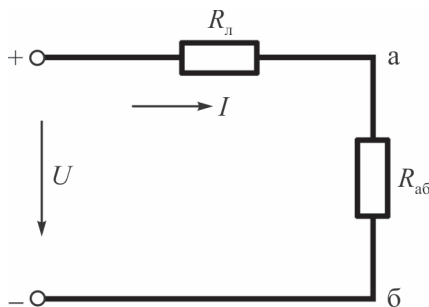


Рис. 2.17. Схема электрической цепи, эквивалентная схеме на рис. 2.16

На основании закона Ома, записанного для электрической цепи (см. рис. 2.17), рассчитывается ток источника и линии:

$$I = \frac{U}{R_{л} + R_{аб}}. \quad (2.35)$$

Для расчета токов I_1, I_2, I_3 в резисторах необходимо знать напряжение между узлами «а» и «б». Эта задача наиболее просто решается при обращении к электрической цепи, изображенной на рис. 2.17. Для участка цепи с эквивалентным сопротивлением $R_{аб}$ закон Ома записывается в виде

$$U_{аб} = R_{аб}I. \quad (2.36)$$

Токи в резисторах R_1, R_2, R_3 рассчитываются по выражениям

$$I_1 = \frac{U_{аб}}{R_1}, \quad (2.37)$$

$$I_2 = \frac{U_{аб}}{R_2}, \quad (2.38)$$

$$I_3 = \frac{U_{аб}}{R_3}. \quad (2.39)$$

При прохождении тока по проводам линии часть напряжения U , вырабатываемого источником, теряется в сопротивлениях прямого и обратного проводов. Эти потери напряжения в линии нетрудно рассчитать, если применить закон Ома для участка цепи с сопротивлением $R_{л}$:

$$\Delta U_{л} = R_{л}I = \rho \frac{l}{s}I, \quad (2.40)$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление материала проводов, Ом·м; l – общая длина прямого и обратного проводов, м; s – площадь поперечного сечения проводов, м².

Второй закон Кирхгофа для электрической цепи, представленной на рис. 2.17, записывается в виде

$$U = U_{аб} + \Delta U_{л}. \quad (2.41)$$

Из данного выражения следует, что напряжение на приемниках электрической энергии

$$U_{аб} = U - \Delta U_{л}. \quad (2.42)$$

Для ограничения потерь напряжения в линии и улучшения качества электрической энергии на потребителях площадь поперечного сечения проводов линии рассчитывается по выражению

$$S = \frac{\rho \cdot l \cdot I_{ном}}{\Delta U_{л.доп}}, \quad (2.43)$$

где $I_{ном}$ – номинальное значение тока в линии; $\Delta U_{л.доп}$ – допустимая потеря напряжения в линии.

В электрических цепях различного назначения допустимая потеря напряжения в линии $\Delta U_{л.доп}$ составляет 5–8 % от величины номинального напряжения $U_{ном}$ на внешних зажимах источника.

Расчет мощности приемников и потерь мощности в линии производится по выражениям

$$P_1 = R_1 I_1^2 = U_{аб} I_1, \quad (2.44)$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = U_{аб} I_2, \quad (2.45)$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 = U_{аб} I_3, \quad (2.46)$$

$$\Delta P_{л} = R_{л} I^2 = \Delta U_{л} I. \quad (2.47)$$

Мощность, отдаваемая источником во внешнюю цепь, вычисляется по формуле

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \Delta P_{л} = UI = (R_{л} + R_{аб}) I^2. \quad (2.48)$$

Аналогично производится расчет электрических цепей постоянного тока произвольной конфигурации с последовательно-параллельным соединением резистивных элементов.

Пример 2.3

К источнику электрической энергии посредством проводов линии подключены три приемника, включенных параллельно (см. рис. 2.16). Напряжение на внешних зажимах источника и сопротивления приемников те же, что и в примере 2.2. Общее сопротивление $R_{л}$ прямого и обратного проводов линии составляет 0,1 Ом. Определить напряжение на зажимах приемников, токи и мощности приемников, ток и мощность, отдаваемые источником во внешнюю цепь, а также потери напряжения и мощности в проводах линии.

Решение

Производится замена трех реальных приемников одним реально не существующим приемником с эквивалентным сопротивлением:

$$R_{аб} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10}{2 \cdot 4 + 4 \cdot 10 + 2 \cdot 10} = 1,18 \text{ Ом.}$$

Определяется ток, проходящий через источник и провода линии,

$$I = \frac{U}{R_{л} + R_{аб}} = \frac{110}{0,1 + 1,18} = 85,90 \text{ А.}$$

По закону Ома для участка цепи, заключенного между точками «а», «б» (см. рис. 2.17), рассчитывается напряжение на приемниках электрической энергии:

$$U_{аб} = R_{аб} I = 1,18 \cdot 85,9 = 101,36 \text{ В.}$$

Определяются величины токов в отдельных приемниках:

$$I_1 = \frac{U_{аб}}{R_1} = \frac{101,36}{2} = 50,68 \text{ А,}$$

$$I_2 = \frac{U_{аб}}{R_2} = \frac{101,36}{4} = 25,34 \text{ А,}$$

$$I_3 = \frac{U_{аб}}{R_3} = \frac{101,36}{10} = 10,14 \text{ А.}$$

Потеря напряжения в проводах линии

$$\Delta U_{л} = R_{л} I = 0,1 \cdot 85,9 = 8,59 \text{ В.}$$

Мощности приемников электрической энергии:

$$P_1 = U_{аб} I_1 = 101,36 \cdot 50,68 = 5136,9 \text{ Вт,}$$

$$P_2 = U_{аб} I_2 = 101,36 \cdot 25,34 = 2568,5 \text{ Вт,}$$

$$P_3 = U_{аб} I_3 = 101,36 \cdot 10,14 = 1027,8 \text{ Вт.}$$

Потери мощности в проводах линии:

$$\Delta P_{л} = \Delta U_{л} I = 8,59 \cdot 85,9 = 737,9 \text{ Вт.}$$

Мощность, отдаваемая источником во внешнюю цепь,

$$P = UI = 110 \cdot 85,9 = 9449 \text{ Вт.}$$

Уравнение баланса мощностей

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \Delta P_{л}.$$

Подстановка численных значений дает следующий результат:

$$9449 \text{ Вт} = 9471 \text{ Вт.}$$

Небольшое расхождение результатов объясняется тем, что расчет токов и напряжений производился приближенно до 2 значащих цифр после запятой.

2.8. Расчет электрической цепи постоянного тока с приемником, представляющим собой активный элемент

Рассмотрим электрическую цепь, в которой к внешним зажимам «а», «б» источника электрической энергии, между которыми действует напряжение U , подключен активный элемент с

электродвижущей силой E и внутренним сопротивлением R (рис. 2.18). Составим для рассматриваемой электрической цепи уравнение по 2-му закону Кирхгофа, обойдя контур электрической цепи по часовой стрелке,

$$E = -U + RI. \quad (2.49)$$

Из данного уравнения получаем выражение для тока

$$I = \frac{U + E}{R}. \quad (2.50)$$

Если ЭДС E будет направлена встречно току I , то выражение для тока принимает следующий вид:

$$I = \frac{U - E}{R}. \quad (2.51)$$

В общем случае

$$I = \frac{U \pm E}{R}. \quad (2.52)$$

Данное выражение представляет запись закона Ома для электрической цепи, содержащей активный элемент. Электродвижущая сила E вводится в выражении для тока со знаком «плюс», если ее направление совпадает с направлением тока, и со знаком «минус» – при противоположном направлении.

Умножим левую и правую части равенства (2.49) на величину тока и придадим выражению следующую форму записи:

$$UI = \mp EI + RI^2, \quad (2.53)$$

где UI – электрическая мощность, которую источник отдает во внешнюю цепь; $-EI$ – электрическая мощность, вырабатываемая активным элементом; $+EI$ – электрическая мощность, по-

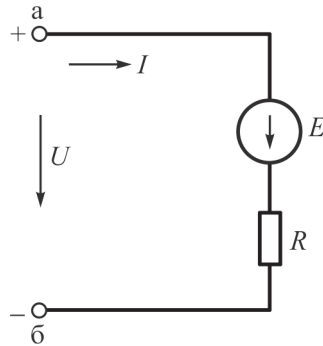


Рис. 2.18. Подключение активного элемента к внешним зажимам источника электрической энергии

требляемая активным элементом; RI^2 – потери мощности во внутреннем сопротивлении активного элемента, обуславливающие его нагрев.

Энергетический процесс, происходящий в электрической цепи (см. рис. 2.18), во многом определяется полярностью ЭДС E и полярностью напряжения. Если ЭДС E и напряжение U направлены встречно, то в этом случае величина тока I определяется разностью напряжения и ЭДС. В случае когда напряжение и ЭДС совпадают по направлению, величина тока в цепи возрастает, так как определяется суммой ($U + E$). В первом случае потери RI^2 во внутреннем сопротивлении и нагрев внутреннего сопротивления будут меньше по сравнению со вторым вариантом.

Если в качестве активного элемента выступает аккумулятор, то схема его подключения (см. рис. 2.18) соответствует режиму разряда. Мощность источника и мощность аккумулятора в этом случае покрывают потери во внутренних сопротивлениях.

2.9. Расчет сложных электрических цепей постоянного тока с несколькими источниками электрической энергии

Для расчета сложных электрических цепей, содержащих несколько источников электрической энергии, наиболее часто на практике применяются два метода: метод непосредственного использования 1-го и 2-го законов Кирхгофа и метод контурных токов.

Расчет электрической цепи постоянного тока по законам Кирхгофа

Метод расчета сложных электрических цепей по законам Кирхгофа рассмотрим на примере электрической цепи (рис. 2.19). В состав электрической цепи входят пять ветвей, из которых две ветви являются активными, а три ветви пассивными. Количество неизвестных токов, которые необходимо рассчитать, равняется числу

ветвей и составляет пять. Для определения пяти неизвестных токов необходимо составить и совместно решить пять уравнений. По первому закону Кирхгофа составляется $(n - 1)$ уравнение, где n – количество узлов в данной электрической цепи. Остальные уравнения, число которых равняется $(m - n + 1)$, где m – количество ветвей, составляются с использованием второго закона Кирхгофа.

Составление уравнений по 1-му закону Кирхгофа начинается с выбора условных положительных направлений токов в ветвях электрической цепи. Выбранные положительные направления токов на схеме указываются стрелками. Для узлов «а» и «б» (рис. 2.19) уравнения записываются в виде

$$-I_1 - I_4 + I_5 = 0, \quad (2.54)$$

$$-I_2 - I_3 - I_5 = 0. \quad (2.55)$$

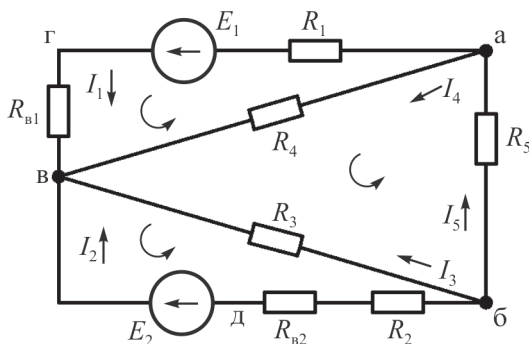


Рис. 2.19. Электрическая цепь с двумя источниками электрической энергии

Для записи уравнений по 2-му закону Кирхгофа выбираются три независимых контура (на схеме обозначены буквами $a - \beta - \gamma - a$; $a - \beta - \delta - a$; $\beta - \delta - \beta$) и условные положительные направления их обхода, показанные на рис. 2.19 стрелками внутри контуров. ЭДС источников в левой части уравнений записываются со знаком «+», если их направления

совпадают с направлениями обхода контуров, и наоборот. Этого же правила следует придерживаться в отношении токов в правых частях уравнений.

Уравнения, составленные по 2-му закону Кирхгофа для контуров $a - b - \gamma - a$; $a - b - \delta - a$; $b - \delta - \epsilon - b$, имеют вид

$$E_1 = (R_1 + R_{b1})I_1 - R_4I_4, \quad (2.56)$$

$$0 = -R_3I_3 + R_4I_4 + R_5I_5, \quad (2.57)$$

$$-E_2 = -(R_2 + R_{b2})I_2 + R_3I_3. \quad (2.58)$$

Совместное решение системы уравнений (2.54)–(2.58) позволяет определить значения токов во всех ветвях электрической цепи. Если в результате расчета значения токов в ряде ветвей получились со знаком «минус», то это означает, что действительные направления токов в этих ветвях противоположны условно выбранным направлениям.

Правильность выполненных расчетов токов ветвей проверяется с помощью уравнения баланса мощностей

$$\sum_{i=1}^{i=m} E_i I_i = \sum_{i=1}^{i=m} R_i I_i^2. \quad (2.59)$$

Произведение вида EI вводится в левую часть уравнения баланса мощностей со знаком «плюс», если направление ЭДС и действительное направление тока в ветви совпадают, и со знаком «минус» – если направление ЭДС и тока противоположны.

Расчет электрических цепей постоянного тока по методу контурных токов

Электрический ток, проходящий по всем ветвям независимого контура, называется контурным током. Контурные токи реально не существуют и вводятся в теорию электрических цепей с целью упрощения их расчета.

Расчет сложных электрических цепей постоянного тока с несколькими источниками электрической энергии по методу контурных токов распадается на два этапа.

На первом этапе производится определение $(m - n + 1)$ значений контурных токов, где m, n – количество ветвей и узлов в электрической цепи. Для решения данной части задачи в электрической цепи выделяется $(m - n + 1)$ число независимых контуров и выбираются условные положительные направления контурных токов, указываемых на схеме стрелками. Для независимых контуров составляются уравнения по 2-му закону Кирхгофа. При составлении уравнений обход независимых контуров производится в том же направлении, что и контурные токи. В левую часть каждого из уравнений записывается контурная ЭДС, которая равна алгебраической сумме ЭДС источников, входящих в рассматриваемый контур. В правую часть записываются падения напряжений на сопротивлениях резисторов, входящих в рассматриваемый контур. При этом в выражения падений напряжений на сопротивлениях ветвей, общих для 2 контуров, вводится алгебраическая сумма контурных токов. Совместное решение $(m - n + 1)$ контурных уравнений позволяет определить значения $(m - n + 1)$ неизвестных контурных токов.

На втором этапе решения задачи находятся значения реальных токов ветвей электрической цепи. Токи ветвей, входящих в один контур, по величине равны контурным токам. Токи ветвей, входящих в состав двух контуров, равны алгебраической сумме контурных токов. Если направления контурных токов в ветви, принадлежащей двум контурам, одинаковы, то реальный ток ветви равен сумме контурных токов. Если же направления контурных токов в общей ветви противоположны, то реальный ток ветви равен разности контурных токов.

Расчет сложной электрической цепи постоянного тока с использованием метода контурных токов рассмотрим на примере электрической цепи, изображенной на рис. 2.20.

Электрическая цепь содержит пять ветвей и три узла. По ветвям трех независимых контуров *I, II, III* проходят контур-

ные токи I_I, I_{II}, I_{III} , положительное направление которых на схеме условно показано в виде закругленных стрелок.

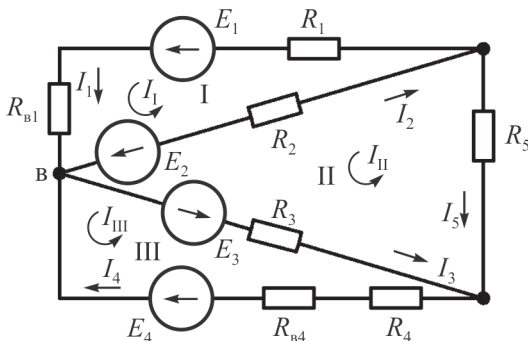


Рис. 2.20. Схема электрической цепи для расчета по методу контурных токов

Для расчета контурных токов по 2-му закону Кирхгофа составляются три контурных уравнения

$$E_I = I_I R_{I,I} + I_{II} R_{I,II} + I_{III} R_{I,III}, \quad (2.60)$$

$$E_{II} = I_I R_{II,I} + I_{II} R_{II,II} + I_{III} R_{II,III}, \quad (2.61)$$

$$E_{III} = I_I R_{III,I} + I_{II} R_{III,II} + I_{III} R_{III,III}, \quad (2.62)$$

где E_I, E_{II}, E_{III} – контурные ЭДС, равные алгебраической сумме ЭДС, входящих в контуры I, II, III ; $R_{I,I}, R_{II,II}, R_{III,III}$ – собственные сопротивления контуров I, II, III , равные арифметической сумме сопротивлений резисторов, входящих в эти контуры; $R_{I,II}, R_{I,III}, R_{II,I}, R_{II,III}, R_{III,I}, R_{III,II}$ – сопротивления резисторов ветвей, общих для контуров $I, II; I, III; II, III$.

$$E_I = E_1 - E_2, E_{II} = E_2 + E_3, E_{III} = -E_3 - E_4, \quad (2.63)$$

$$R_{I,I} = R_1 + R_{b1} + R_2, R_{II,II} = R_2 + R_3, R_{III,III} = R_3 + R_4 + R_{b4}, \quad (2.64)$$

$$R_{I,II} = R_{II,I} = -R_2, R_{I,III} = R_{III,I} = 0, R_{II,III} = R_{III,II} = -R_3. \quad (2.65)$$

Сопrotивления ветвей, общих для двух контуров, записываются со знаком «+», если контурные токи в этой ветви имеют одинаковое направление, и наоборот. В случае когда контуры не содержат общих ветвей, их общее сопротивление равно нулю.

Решение системы уравнений (2.60)–(2.62) с учетом выражений (2.63)–(2.65) позволяет найти значения контурных токов I_I, I_{II}, I_{III} .

Для определения реальных токов ветвей I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 выбираются их условные положительные направления, показанные на (см. рис. 2.20) прямыми стрелками. Токи I_1, I_4, I_5 проходят по ветвям, которые входят в состав только одного из контуров. Поэтому $I_1 = I_I, I_4 = -I_{III}, I_5 = -I_{II}$. Токи I_2, I_3 проходят по ветвям, общим для двух контуров. В этом случае $I_2 = I_I - I_{II}, I_3 = I_{II} - I_{III}$.

Расчет сложных электрических цепей постоянного тока по методу контурных токов требует совместного решения $(m - n + 1)$ уравнений, по сравнению с решением m уравнений по законам Кирхгофа. Следовательно, использование метода контурных токов позволяет несколько уменьшить трудоемкость расчетов электрических цепей постоянного тока.

Глава 3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

3.1. Основные величины, характеризующие синусоидальные функции времени

Электрические цепи однофазного синусоидального напряжения и тока широко используются на производстве и в быту для осуществления работы осветительных устройств, бытовых нагревательных приборов, электродвигателей холодильников, стиральных машин, пылесосов, электрифицированного инструмента и т.п.

Электрическими цепями однофазного синусоидального напряжения и тока называются электрические цепи, в которых электродвижущая сила, напряжение и ток изменяются во времени по синусоидальному закону и описываются следующими математическими выражениями:

$$e = E_m \sin(\omega t + \Psi_e), \quad (3.1)$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u), \quad (3.2)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \Psi_i), \quad (3.3)$$

где e, u, i – мгновенные значения ЭДС, напряжения и тока; E_m, U_m, I_m – амплитудные (максимальные) значения; $(\omega t + \Psi_e)$, $(\omega t + \Psi_u)$, $(\omega t + \Psi_i)$ – фазовые углы; ω – угловая частота, рассчитываемая по формуле $\omega = 2\pi f$, f – циклическая частота изменения во времени синусоидальных функций; t – время; Ψ_e , Ψ_u , Ψ_i – начальные фазы ЭДС, напряжения и тока, представляющие собой значения фазовых углов данных синусоидальных функций в момент времени $t = 0$.

Величина, обратная частоте, представляет период синусоидальных функций T ,

$$T = \frac{1}{f}. \quad (3.4)$$

В состав электрических цепей однофазного синусоидального напряжения входят следующие элементы: источники электрической энергии синусоидального напряжения, приемники электрической энергии синусоидального тока, проводники электрического тока, а также коммутационная аппаратура, защитные устройства и измерительные приборы, предназначенные для работы в электрических цепях синусоидального напряжения.

В качестве источника электрической энергии однофазного переменного тока можно использовать однофазные синхронные генераторы, представляющие собой электрическую машину, преобразующую механическую энергию, подводимую от первичного двигателя в электрическую энергию. Описание конструктивного исполнения однофазных синхронных генераторов, а также принципа их работы приводится в [2]. На производстве и в быту, однако, работа приемников электрической энергии однофазного синусоидального тока, как правило, осуществляется от трехфазных систем синусоидального напряжения, в которых одним из основных элементов являются 3-фазные синхронные генераторы. Целесообразность такого технического решения очевидна, так как от одного и того же источника электрической энергии осуществляется работа трехфазных и однофазных приемников электрической энергии. Устройство и принцип действия трехфазного синхронного генератора излагаются ниже, в п. 4.1. Здесь лишь отметим, что при работе трехфазного синхронного генератора в каждой из его трех фаз наводятся синусоидальные ЭДС одинаковой амплитуды и частоты, отличающиеся друг от друга значением начальных фаз. Отличие начальных фаз ЭДС не оказывает влияния на работу однофазных приемников, которые могут быть подключены к любой фазе трехфазной системы.

Синхронные генераторы электрических станций России и стран Европы вырабатывают электрическую энергию при частоте ЭДС, напряжения и тока f , равной 50 Гц. Для получения такой частоты на роторе синхронного генератора, который жестко сочленяется с валом первичного двигателя (турбиной), размещается обмотка постоянного тока, создающая определенное количество пар полюсов p ,

$$p = \frac{60f}{n} = \frac{60 \cdot 50}{n} = \frac{3000}{n}, \quad (3.5)$$

где n – число оборотов в минуту ротора синхронного генератора.

Из данного выражения следует, что при малом значении n , что характеризует работу турбин гидроэлектростанций, построенных на равнинных реках, количество пар полюсов ротора может быть весьма значительным. Например, если гидравлическая турбина совершает 375 об/мин, то количество пар полюсов генератора $p = 8$. На тепловых и атомных электрических станциях первичными двигателями являются быстроходные паровые турбины. Частота их вращения составляет 3000 или 1500 оборотов в минуту. При этом для получения частоты ЭДС, напряжения и тока 50 Гц на роторе синхронного генератора достаточно разместить одну или две пары полюсов.

Период T синусоидальных функций времени при частоте их изменения 50 Гц

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ с.} \quad (3.6)$$

Круговая частота напряжения, ЭДС и тока

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ с}^{-1}. \quad (3.7)$$

ЭДС фаз синхронного генератора, напряжение на внешних зажимах отдельных фаз и ток в фазах связаны между собой уравнением внешней характеристики. Это уравнение имеет вид,

аналогичный структуре уравнения (2.5) внешней характеристики источника постоянного напряжения. Внешняя характеристика синхронного генератора по своему виду представляет собой прямую линию, имеющую небольшой наклон к оси тока из-за падения напряжения на внутреннем сопротивлении генератора. Вследствие несколько большей величины внутреннего сопротивления синхронного генератора по сравнению с внутренним сопротивлением источника постоянного напряжения наклон его внешней характеристики к оси тока также несколько больше, чем у внешней характеристики, приведенной на рис. 2.5. При отключенных приемниках электрической энергии, когда ток в фазах синхронного генератора равен нулю, напряжение на внешних зажимах фаз в любой момент времени по величине равно ЭДС. При подключении приемников возникает электрический ток, обуславливающий падение напряжения на внутренних сопротивлениях фаз. При этом напряжение на внешних зажимах фаз становится меньше ЭДС фаз. Чем больше ток, тем значительнее падение напряжения внутри генератора и тем меньше напряжение на внешних зажимах генератора.

3.2. Действующие и средние значения ЭДС, напряжения и тока в электрических цепях синусоидального напряжения

Для установления эквивалентности переменному синусоидальному току в отношении совершаемой им работы, а также уменьшения времени, необходимого для выполнения расчетов параметров электрических цепей, изменяющиеся непрерывно во времени синусоидальные ЭДС, напряжение и ток заменяют эквивалентными неизменными во времени величинами.

Эквивалентным (действующим) значением синусоидального тока называется неизменный по величине и направлению во времени ток I , который при прохождении через резистивный элемент с сопротивлением r в течение времени, равного периоду T , совершает ту же работу, что и изменяющийся во времени по величине и направлению синусоидальный ток i .

Синусоидальный ток, проходя через резистивный элемент с сопротивлением r за время, равное периоду T , совершает работу по преобразованию электрической энергии в тепловую энергию, которая рассчитывается по выражению

$$W_{\sim} = \int_0^T r i^2 dt = \int_0^T r I_m^2 \sin^2(\omega t + \Psi_i) dt . \quad (3.8)$$

Работа, которая будет совершаться неизменным по величине током в этом же резистивном элементе за время, равное периоду T , определяется формулой

$$W_{-} = r I^2 T . \quad (3.9)$$

Приравнивая правые части (3.8) и (3.9)

$$r I^2 T = \int_0^T r I_m^2 \sin^2(\omega t + \Psi_i) dt \quad (3.10)$$

и решая полученное равенство относительно тока I , найдем выражение его действующего значения:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \Psi_i) dt} . \quad (3.11)$$

После интегрирования и подстановки пределов получаем простую формулу, связывающую между собой значение эквивалентного постоянного тока и амплитудное значение реального синусоидального тока:

$$I = I_m / \sqrt{2} = 0,707 I_m . \quad (3.12)$$

Следовательно, действующее значение синусоидального тока составляет 0,707 его амплитудного значения.

На рис. 3.1 изображена зависимость мгновенного значения синусоидального тока i от фазового угла ωt . Построение кривой выполнено по выражению

$$i = I_m \sin(\omega t + 30^\circ), \quad (3.13)$$

т.е. значение начальной фазы тока Ψ_i для определенности принято равным 30° . График зависимости действующего значения тока I от фазового угла ωt на этом рисунке показан в виде прямой линии, проведенной параллельно оси фазового угла на уровне $0,707$ от амплитудного значения синусоидального тока I_m .

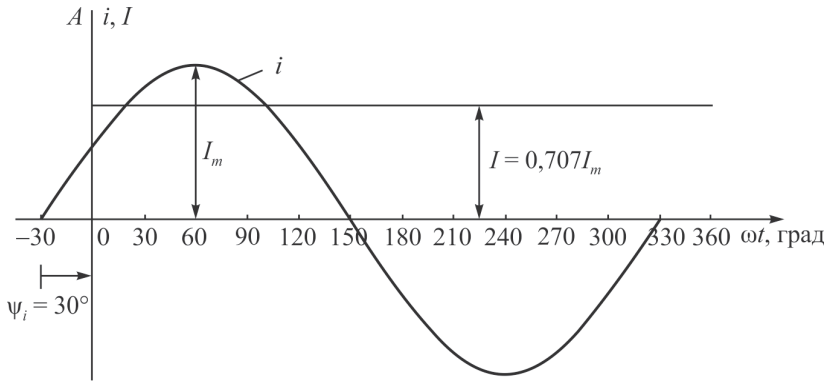


Рис. 3.1. Зависимости мгновенного значения тока i и его действующего значения I от фазового угла ωt

Действующие значения ЭДС и напряжения рассчитываются по выражениям, аналогичным (3.11), (3.12):

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T E_m^2 \sin^2(\omega t + \Psi_e) dt}, \quad (3.14)$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_m^2 \sin^2(\omega t + \Psi_u) dt}, \quad (3.15)$$

$$E = E_m / \sqrt{2} = 0,707 E_m, \quad (3.16)$$

$$U = U_m / \sqrt{2} = 0,707 U_m. \quad (3.17)$$

Необходимо отметить, что когда речь заходит о значениях ЭДС, напряжения и тока в электрических цепях синусоидального напряжения, то, как правило, имеются в виду их действующие значения. Так, например, если напряжение в квартирах жилых домов составляет 220 В, то амплитудное значение напряжения

$$U_m = \sqrt{2}U = 1,41 \cdot 220 = 310,2 \text{ В}, \quad (3.18)$$

а мгновенное его значение

$$u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u) = 310,2 \sin(\omega t + \Psi_u). \quad (3.19)$$

Измерение действующих значений синусоидальных ЭДС, напряжения и тока осуществляется приборами электродинамической, электромагнитной, тепловой систем измерения. Например, если показание амперметра электромагнитной системы составляет 5 А, то амплитудное значение тока

$$I_m = \sqrt{2}I = 1,41 \cdot 5 = 7,05 \text{ А}, \quad (3.20)$$

а мгновенное его значение

$$i = I_m \sin(\omega t + \Psi_i) = 7,05 \sin(\omega t + \Psi_i). \quad (3.21)$$

При расчетах параметров неуправляемых и управляемых выпрямителей используются средние значения синусоидальных ЭДС, напряжения и тока. Расчет этих значений производится на временном интервале, равном половине периода, так как средние значения синусоидальных функций времени за период равны нулю. Следовательно, для средних значений ЭДС, напряжения и тока, изменяющихся во времени по синусоидальному закону, справедливы следующие выражения:

$$E_{\text{cp}} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} e dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} E_m \sin(\omega t + \Psi_e), \quad (3.22)$$

$$U_{\text{cp}} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} u dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} U_m \sin(\omega t + \Psi_u), \quad (3.23)$$

$$I_{\text{cp}} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} i dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin(\omega t + \Psi_i). \quad (3.24)$$

После выполнения операции интегрирования и подстановки пределов интегрирования получаем простые формулы для расчета средних значений ЭДС, напряжения и тока

$$E_{\text{cp}} = 0,637E_m, \quad (3.25)$$

$$U_{\text{cp}} = 0,637U_m, \quad (3.26)$$

$$I_{\text{cp}} = 0,637I_m. \quad (3.27)$$

Для измерения средних значений синусоидальных функций, например тока, за время, равное половине периода, синусоидальный ток предварительно пропускают через выпрямительное устройство. Приборы магнитоэлектрической системы измеряют средние значения синусоидальных функций за период, т.е. средние значения функций за период, взятых по абсолютной величине.

Величина отношения действующих значений синусоидальных функции к их средним значениям называется коэффициентом формы.

$$K_{\phi} = \frac{E}{E_{\text{cp}}} = \frac{U}{U_{\text{cp}}} = \frac{I}{I_{\text{cp}}}. \quad (3.28)$$

Для синусоидальных функций времени коэффициент формы K_{ϕ} равен 1,11, т.е. действующие значения на 11 % больше средних значений.

3.3. Изображение синусоидальных функций времени векторами на декартовой плоскости координат

Часть разделов ряда последующих за курсом «Электротехника» электротехнических дисциплин, в частности «Электрические машины», «Электроснабжение промышленных предпри-

ятий», базируется на анализе электромагнитных явлений в электрических цепях синусоидального напряжения с помощью векторных диаграмм.

Векторная диаграмма представляет собой совокупность двух и большего числа векторов, изображающих синусоидальные функции времени на декартовой плоскости координат. Каждый из векторов вращается во времени с постоянной угловой частотой ω в направлении, противоположном направлению вращения часовой стрелки. Так как все векторы, изображающие синусоидальные функции времени, вращаются с одинаковой угловой частотой ω , то в любой момент времени векторы неподвижны друг относительно друга. По этой причине условились строить векторные диаграммы только для одного момента времени t , который принят равным нулю. Длины векторов находятся через действующие или амплитудные значения синусоидальных функций и выбранные масштабы, в которых выполняется построение векторов. Направления векторов определяются значениями начальных фаз синусоидальных функций, отсчет которых производится от положительного направления оси OX декартовой плоскости координат.

Пример 3.1

Построить на декартовой плоскости координат векторы, соответствующие синусоидальному напряжению и синусоидальному току, которые описываются следующими выражениями:

$$u = 282 \sin(\omega t + 30^\circ),$$

$$i = 14,1 \sin(\omega t - 30^\circ).$$

Решение

Определяются действующие значения напряжения и тока:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{282}{1,41} = 200 \text{ В},$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{14,1}{1,41} = 10 \text{ А}.$$

Производится выбор масштабов, в которых предполагается осуществлять построение векторов напряжения и тока. В частности, построение вектора напряжения целесообразно выполнить в масштабе m_U , равном 20 В/см, а построение вектора тока в масштабе m_I , равном 2 А/см. Далее определяются длины векторов напряжения и тока:

$$l_U = \frac{U}{m_U} = \frac{200}{20} = 10 \text{ см},$$

$$l_I = \frac{I}{m_I} = \frac{10}{2} = 5 \text{ см}.$$

Вектор напряжения \vec{U} длиной 10см проводится из начала декартовой плоскости координат под углом Ψ_u к положительному направлению оси OX . В рассматриваемом примере начальная фаза напряжения Ψ_u равна 30° . Вектор тока \vec{I} , длина которого составляет 5 см, проводится из начала декартовой плоскости координат под углом Ψ_i к положительному направлению оси OX . В условиях данной задачи начальная фаза тока Ψ_i равна -30° . Векторная диаграмма электрической цепи, к которой приложено синусоидальное напряжение u и по которой проходит синусоидальный ток i , изображена на рис. 3.2.

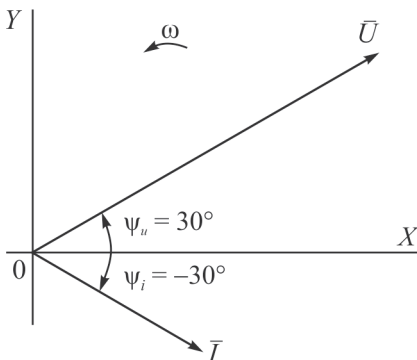


Рис. 3.2. Векторная диаграмма напряжения и тока

Обратный переход от векторного изображения синусоидальной функции, например напряжения, к мгновенному ее значению осуществляется по выражению

$$u = \sqrt{2}m_v \cdot l_U \sin(\omega t + \Psi_u).$$

Длина l_U вектора напряжения измеряется с помощью линейки, а начальная фаза Ψ_u – посредством транспортира.

Изображение синусоидальных функций времени векторами на декартовой плоскости координат позволяет упростить расчет электрических цепей синусоидального напряжения за счет замены преобразований тригонометрических функций геометрическим построением векторов.

3.4. Особенности расчета электрических цепей синусоидального напряжения по сравнению с электрическими цепями постоянного тока

Отличия в расчете электрических цепей синусоидального напряжения по сравнению с электрическими цепями постоянного тока сводятся к следующему.

1. В электрических цепях синусоидального напряжения распределение тока по сечению проводников электрического тока в общем случае неравномерно: в центральной зоне проводников плотность тока меньше, а в зонах, примыкающих к наружной поверхности, выше. Вытеснение тока из внутренних слоев проводников к их наружной поверхности (поверхностный эффект) эквивалентно уменьшению площади поперечного сечения проводников и обуславливает увеличение их сопротивления по сравнению с сопротивлением в электрических цепях постоянного напряжения, в которых ток распределяется равномерно по поперечному сечению токоведущих частей. Разность величин сопротивлений проводников электрического тока постоянному и синусоидальному токам зависит от значения параметра λ , величина которого рассчитывается по формуле

$$\lambda = d\sqrt{\mu \cdot \gamma \cdot f}, \quad (3.29)$$

где d – диаметр проводника, м; μ – абсолютная магнитная проницаемость материала проводника, Гн/м; γ – удельная электрическая проводимость материала проводника, Ом⁻¹м⁻¹; f – частота переменного тока, Гц.

В электрических цепях синусоидального тока сопротивление проводников называется активным сопротивлением. Активное сопротивление обозначается буквой r . Единицей измерения активного сопротивления является Ом. Расчет активного сопротивления производится по выражению

$$r = k(\lambda) \cdot R, \quad (3.30)$$

где R – сопротивление проводника в электрической цепи постоянного тока,

$$R = \rho \frac{l}{S};$$

$k(\lambda)$ – коэффициент, учитывающий увеличение сопротивления токоведущих частей в электроустановках синусоидального тока за счет явления поверхностного эффекта $k(\lambda) \geq 1$.

2. При прохождении синусоидального тока по индуктивному элементу (катушке), обладающему индуктивностью L , в нем наводится ЭДС самоиндукции:

$$e_L = -L \frac{di}{dt}. \quad (3.31)$$

ЭДС самоиндукции согласно принципу Ленца препятствует изменениям синусоидального тока во времени, т.е. оказывает влияние на его величину. Поэтому расчет электрических цепей синусоидального напряжения должен производиться с учетом индуктивности ее элементов.

3. Синусоидальное напряжение u , приложенное к емкостному элементу (конденсатору) емкостью C , обуславливает на его обкладках электрический заряд q ,

$$q = C \cdot u. \quad (3.32)$$

При изменениях синусоидального напряжения во времени заряды на обкладках перераспределяются, что сопровождается их движением, т.е. электрическим током:

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}. \quad (3.33)$$

Данное обстоятельство приводит к необходимости учета емкости элементов при расчете электрических цепей синусоидального напряжения.

На работу электротехнических устройств синусоидального тока и отдельных их элементов в общем случае оказывают влияние активное сопротивление r , индуктивность L и емкость C . Однако применительно к конкретному электротехническому устройству влияние каждого из трех параметров проявляется в разной степени. Это позволяет в ряде случаев с целью уменьшения трудоемкости выполнения расчетов не учитывать тот или иной параметр, влияние которого на работу электротехнического устройства несущественно.

Таким образом, расчетные электрические схемы электротехнических устройств синусоидального напряжения характеризуются одним из параметров r , L , C или их комбинацией.

3.5. Расчет электрических цепей однофазного синусоидального напряжения. Общие положения

Расчет электрической цепи однофазного синусоидального напряжения предполагает известными мгновенное или действующее значение напряжения на внешних зажимах источника, параметры приемников электрической энергии, а также параметры воздушной или кабельной линии, посредством которой

электрическая энергия от источника передается приемникам. В круг вопросов, на которые следует ответить при расчете электрической цепи, входит определение мгновенных, амплитудных и действующих значений токов в ветвях, нахождение мгновенных, амплитудных и средних значений мощности, построение временных графиков изменения синусоидальных функций, а также построение векторных диаграмм.

Три последующих параграфа посвящены расчету электрических цепей, в которых в качестве нагрузки источника выступают электротехнические устройства, замещаемые на расчетных схемах одним параметром: активным сопротивлением, индуктивностью или емкостью. Расчетные электрические схемы с одним параметром в технической литературе принято называть идеализированными электрическими цепями.

Расчет идеализированных электрических цепей позволяет установить особенности физических процессов, которые протекают в процессе их работы. Знание этих особенностей дает возможность исследовать физические процессы в реальных электротехнических устройствах, представленных на расчетных схемах сочетанием двух или трех идеализированных элементов.

При выполнении расчетов электрических цепей однофазного синусоидального напряжения используются законы Ома, Кирхгофа, Джоуля–Ленца. При записи этих законов ЭДС, напряжение и ток представляются их мгновенными значениями.

3.6. Расчет идеализированной электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и резистивный элемент с активным сопротивлением r

На производстве и в быту широко используются различные нагревательные приборы и устройства. К ним относятся печи сопротивления, тигели, камины, радиаторы, рефлекторы, электрические плитки, утюги. Существенную электрическую нагрузку для источников и электрических сетей создают лампы

накаливания, предназначенные для освещения производственных и бытовых корпусов и помещений, жилых домов, заведений социальной сферы, культурно-развлекательных центров и т.д.

Одним из основных конструктивных элементов перечисленной группы приемников является спираль, выполненные проводом из материала с высоким удельным электрическим сопротивлением ρ . Активное сопротивление спиралей значительно по величине и оказывает определяющее влияние на физические процессы и работу нагревательных приборов и устройств. Индуктивность спиралей и их емкость, как правило, невелики, и поэтому при расчете могут не учитываться.

В свете сказанного изучение особенностей физических процессов, протекающих при работе нагревательных приборов и устройств, а также их расчет, целесообразно производить с использованием схемы замещения, изображенной на рис. 3.3.

Источник электрической энергии на схеме показан внешними зажимами. Мгновенное значение напряжения между внешними зажимами источника

$$u = U_m \sin \omega t . \quad (3.34)$$

К источнику электрической энергии подключена нагрузка, представленная резистивным элементом с эквивалентным значением активного сопротивления r . При последовательном соединении отдельных резистивных элементов нагрузки эквивалентное значение активного сопротивления рассчитывается по формуле

$$r = r_1 + r_2 + \dots + r_{n-1} + r_n , \quad (3.35)$$

где $r_1, r_2, \dots, r_{n-1}, r_n$ – активные сопротивления отдельных элементов; n – количество резистивных элементов, включенных последовательно.

При включении резистивных элементов на параллельную работу значение их эквивалентного активного сопротивления r находится из выражения

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_{n-1}} + \frac{1}{r_n}. \quad (3.36)$$

На схеме не указаны параметры линии, посредством которой осуществляется передача электрической энергии от источника к нагрузке, т.е. предполагается, что линия короткая, а ее сопротивление существенно меньше эквивалентного сопротивления нагрузки. На рис. 3.3 стрелки указывают положительные направления напряжения и тока, соответствующие одному фиксированному моменту времени.

Перед выполнением расчетов мгновенного и действующего значений тока, построения временных графиков и векторной диаграммы, а также нахождения мгновенной и средней мощности электрической цепи должны быть заданы амплитуда U_m и угловая частота ω напряжения источника, а также активные сопротивления всех резистивных элементов и схема их

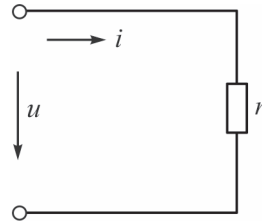


Рис. 3.3. Электрическая цепь однофазного синусоидального напряжения с резистивным элементом

включения, что позволяет определить эквивалентное активное сопротивление r .

Для электрической цепи (см. рис. 3.3) мгновенное значение тока рассчитывается по формуле, представляющей закон Ома для участка цепи, содержащего пассивный элемент,

$$i = \frac{u}{r} = \frac{U_m}{r} \sin \omega t = I_m \sin \omega t, \quad (3.37)$$

где I_m – амплитудное значение тока,

$$I_m = \frac{U_m}{r}.$$

Если амплитудные значения тока и напряжения разделить на $\sqrt{2}$, то получаем формулу, позволяющую рассчитать дейст-

вующее значение тока через действующее значение напряжения и эквивалентное значение активного сопротивления нагрузки:

$$I = \frac{U}{r}. \quad (3.38)$$

На рис. 3.4 изображены графики зависимостей мгновенных значений напряжения u и тока i от фазового угла ωt .

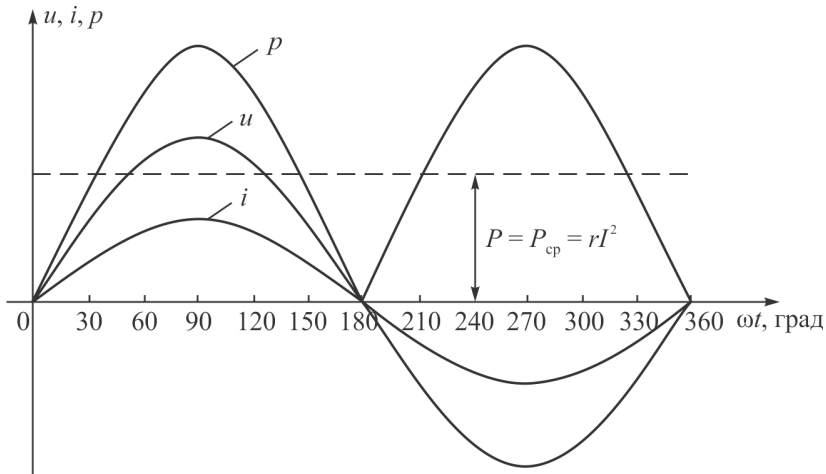


Рис. 3.4. Кривые изменения напряжения, тока и мощности в функции фазового угла

Построение графиков выполнялось с использованием выражений (3.34), (3.37) на временном интервале, равном периоду T .

Построение векторов напряжения \bar{U} и тока \bar{I} , т.е. построение векторной диаграммы данной электрической цепи, как условилось выше, выполняется для момента времени t , равного нулю. Для данного момента времени значение фазового угла $\omega t = 0$, $\sin \omega t = 0$, $u = 0$, $i = 0$. Мгновенные значения напряжения и тока представляют проекции вращающихся векторов на ось OY декартовой плоскости координат. Так как для рассматриваемого момента времени проекции векторов \bar{U} и \bar{I} равны

нулю, то, следовательно, векторы напряжения и тока имеют направление, совпадающее с положительным направлением оси OX . Векторная диаграмма электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с идеализированным резистивным элементом изображена на рис. 3.5.

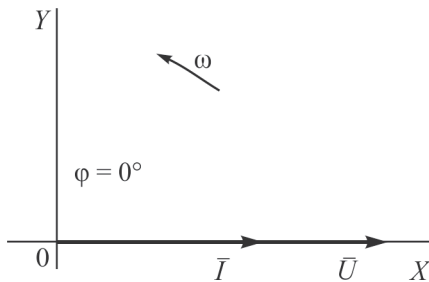


Рис. 3.5. Векторная диаграмма напряжения и тока электрической цепи с резистором

Вид векторной диаграммы показывает, что в электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с активным сопротивлением r векторы напряжения и тока совпадают по направлению или, как принято говорить, совпадают по фазе. Данное утверждение является справедливым не только для момента времени t , равного нулю, но и для произвольного момента времени, так как векторы напряжения и тока вращаются во времени с одинаковой угловой частотой ω , в одном направлении, противоположном вращению часовой стрелки.

Оси декартовой плоскости координат OX и OY при построении векторных диаграмм, как правило, не показываются, а удерживаются перед мысленным взором. Этого правила следует придерживаться при дальнейшем изложении материала.

Введем понятие угла сдвига фаз, который в общем случае рассматривается как разность фазовых углов синусоидальных функций времени. В частности, угол сдвига фаз между синусоидальным напряжением и синусоидальным током в технической литературе обозначается буквой φ (фи), а его значение находится, как раз-

ность фазового угла напряжения и фазового угла тока. В условиях решаемой задачи начальная фаза напряжения Ψ_u и начальная фаза тока Ψ_i равны нулю градусов и поэтому угол сдвига фаз

$$\varphi = \omega t - \omega t = 0^\circ. \quad (3.39)$$

Данный вывод остается справедливым для произвольного момента времени.

Мгновенное значение мощности в цепи однофазного синусоидального напряжения с идеализированным резистивным элементом рассчитывается по выражению

$$p = u \cdot i. \quad (3.40)$$

После замены в правой части (3.40) мгновенных значений напряжения и тока их выражениями (3.34), (3.37) формула для мгновенной мощности приводится к виду

$$p = U_m I_m \sin^2 \omega t = 2UI \sin^2 \omega t. \quad (3.41)$$

Из курса тригонометрии известно равенство

$$\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}. \quad (3.42)$$

С учетом данного равенства выражению мгновенной мощности можно придать вид

$$p = UI - UI \cos 2\omega t = P - p', \quad (3.43)$$

где $P = UI$ – постоянная во времени по величине составляющая мгновенной мощности; $p' = UI \cos 2\omega t$ – переменная во времени составляющая мгновенной мощности.

Переменная составляющая мгновенной мощности изменяется во времени с частотой 2ω , что в два раза превышает частоту изменения во времени напряжения и тока.

График зависимости мгновенной мощности p от фазового угла ωt представлен на рис. 3.4. Анализ этой зависимости показывает, что мощность в цепи с активным сопротивлением при всех зна-

чениях фазового угла остается положительной, за исключением его значений 0, 180, 360, 540, ... градусов, когда мощность равна нулю. При этом направление потока электрической энергии остается неизменным от источника к нагрузке. В активном сопротивлении нагрузки электрическая энергия необратимо преобразуется в другие виды энергии, например в тепло, свет и т.д.

Среднее значение мощности за период

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt = \frac{UI}{T} \int_0^T dt - \frac{UI}{T} \int_0^T \cos 2\omega t dt. \quad (3.44)$$

Учитывая, что

$$\int_0^T \cos 2\omega t dt = 0, \quad (3.45)$$

после интегрирования, подстановки пределов и несложных преобразований получаем несколько формул, по которым может быть произведен расчет величины средней мощности:

$$P_{\text{cp}} = UI = rI^2 = \frac{U^2}{r}. \quad (3.46)$$

Согласно полученным формулам среднее значение мощности представляет собой постоянную составляющую мгновенной мощности. В технической литературе среднее значение мощности в электрической цепи принято называть активной мощностью. Активная мощность обозначается буквой P , а единицей ее измерения в системе СИ является Ватт (Вт). На практике активная мощность чаще выражается в кВт; в ряде случаев – в МВт.

Таким образом

$$P = P_{\text{cp}}. \quad (3.47)$$

График зависимости активной мощности P от фазового угла ωt изображен на рис. 3.4 пунктирной линией.

В заключение приведем последовательность расчета электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с резистивным элементом.

Рассчитывается действующее значение напряжения на внешних зажимах источника:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Определяется действующее значение тока:

$$I = \frac{U}{r}.$$

Записывается выражение мгновенного значения тока:

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_i),$$

где $\psi_i = \psi_u$.

Рассчитывается активная мощность цепи:

$$P = rI^2.$$

При необходимости строятся временные графики и векторная диаграмма.

Пример 3.2

Напряжение на внешних зажимах источника однофазного синусоидального напряжения $u = 282 \sin(\omega t + 45^\circ)$. К источнику подключены приемники, эквивалентное активное сопротивление r которых составляет 20 Ом. Определить мгновенное и действующее значения тока, а также активную мощность цепи.

Решение

Мгновенное значение тока

$$i = \frac{u}{r} = \frac{282 \sin(\omega t + 45^\circ)}{20} = 14,1 \sin(\omega t + 45^\circ).$$

Действующее значение тока

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{14,1}{1,41} = 10 \text{ A}.$$

Активная мощность цепи

$$P = rI^2 = 20 \cdot 10^2 = 2000 \text{ Вт} = 2 \text{ кВт.}$$

3.7. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и идеализированный индуктивный элемент

Электромагнитные устройства однофазного синусоидального напряжения (трансформаторы, электрические двигатели, электромагниты, контакторы, реле) содержат стальной сердечник и намагничивающую катушку с числом витков w , выполненную изолированным проводом из меди или алюминия. Ток, проходящий по намагничивающей катушке при подключении ее к источнику однофазного синусоидального напряжения, возбуждает изменяющийся во времени магнитный поток. Стальной сердечник усиливает магнитный поток, созданный током намагничивающей катушки. В ряде электротехнических устройств, в частности в реакторах, широко применяемых в системах электроснабжения и полупроводниковых выпрямителях для ограничения токов короткого замыкания, стальные сердечники не используются. Намагничивающие катушки в таких устройствах размещаются на каркасах из изоляционных материалов.

Параметрами намагничивающих катушек в общем случае являются их индуктивность L , активное сопротивление материала провода r и емкость C , существующая между отдельными витками катушки, а также между витками катушки и землей. При подключении намагничивающей катушки к источнику питания определяющее влияние на электрические величины и энергетические процессы оказывает индуктивность. Активное сопротивление материала провода катушки, как правило, мало по величине, а следовательно, его влияние на величины электрических параметров и энергетические процессы в цепи весьма незначительно. Также не существенно влияние на работу электрической цепи емкости катушки. С учетом сказанного выше представляется целесообразным исследовать работу электрической цепи (рис. 3.6).

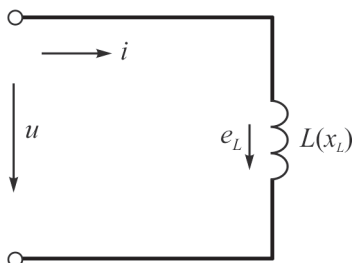


Рис. 3.6. Схема электрической цепи с индуктивностью

Источник электрической энергии на схеме представлен внешними зажимами, между которыми действует однофазное синусоидальное напряжение u . К внешним зажимам источника однофазного синусоидального напряжения подключен идеализированный индуктивный элемент (катушка).

Индуктивность идеализированного элемента равна L . Параметры линии, соединяющей источник и идеализированный индуктивный элемент, при выполнении расчетов не учитываются. Стрелками на схеме показаны условные положительные направления напряжения, ЭДС самоиндукции и тока для одного фиксированного момента времени.

Для упрощения изложения материала данного параграфа целесообразно считать заданным ток

$$i = I_m \sin \omega t. \quad (3.48)$$

Использование тока в качестве известной величины вместо напряжения источника позволяет при математическом описании процессов в данной электрической цепи от операции интегрирования синусоидальных функций перейти к более простой операции по дифференцированию синусоидальных функций.

Изменяющийся во времени синусоидальный ток i наводит в катушке ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L \frac{di}{dt}. \quad (3.49)$$

После подстановки в правую часть формулы (3.49) выражения мгновенного значения тока по (3.48) и дифференцирования синусоидальной функции тока по времени получаем

$$e_L = \omega L I_m \sin(\omega t - 90^\circ) = E_{Lm} \sin(\omega t - 90^\circ), \quad (3.50)$$

где E_{Lm} – амплитудное значение ЭДС самоиндукции,

$$E_{Lm} = \omega L I_m. \quad (3.51)$$

Произведение ωL , стоящее в правой части (3.51), имеет размерность сопротивления и называется индуктивным сопротивлением. Для индуктивного сопротивления введено обозначение x_L :

$$x_L = \omega L = 2\pi fL. \quad (3.52)$$

Согласно (3.52) индуктивное сопротивление катушки x_L зависит от частоты f переменного напряжения. С ростом частоты напряжения индуктивное сопротивление возрастает, а с уменьшением частоты напряжения – уменьшается. В частном случае, если $f = 0$, что характерно для электрических цепей постоянного тока, $x_L = 0$. Зависимость величины индуктивного сопротивления катушек от частоты синусоидального напряжения широко используется на практике в устройствах, с помощью которых из сигнала с широким спектром частот выделяют сигнал нужной низкой частоты.

Переход от амплитудных значений ЭДС самоиндукции и тока к их действующим значениям осуществляется путем деления на величину $\sqrt{2}$ левой и правой частей выражения (3.51):

$$E_L = \omega L I = x_L I. \quad (3.53)$$

В соответствии с (3.53) действующее значение ЭДС самоиндукции может быть выражено через действующее значение тока и индуктивное сопротивление. Такой способ представления ЭДС самоиндукции позволяет учитывать влияние индуктивности катушек на параметры электрической цепи посредством введения в состав электрической цепи индуктивного сопротивления, рассчитанного, при известном значении индуктивности, по выражению (3.52).

Для определения напряжения на внешних зажимах источника составим для рассматриваемой электрической цепи уравнение по 2-му закону Кирхгофа:

$$u = -e_L. \quad (3.54)$$

С учетом (3.50) выражение для мгновенного значения напряжения приводится к виду

$$u = \omega L I_m \cos \omega t = U_m \sin(\omega t + 90^\circ), \quad (3.55)$$

где U_m – амплитудное значение напряжения,

$$U_m = \omega L I_m = x_L I_m.$$

Посредством деления амплитудных значений напряжения и тока на величину $\sqrt{2}$ выполняется переход к их действующим значениям:

$$U = x_L I. \quad (3.56)$$

Кривые изменения тока, ЭДС самоиндукции и напряжения в функции фазового угла, построенные по уравнениям (3.48), (3.50), (3.55), показаны на рис. 3.7.

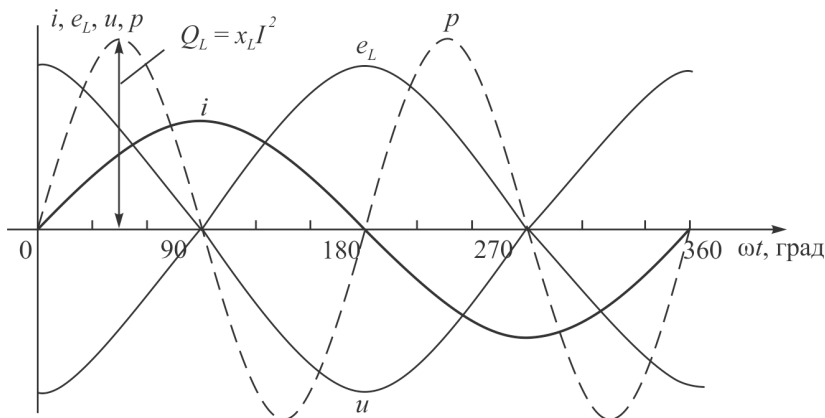


Рис. 3.7. Зависимости мгновенных значений тока, ЭДС самоиндукции и напряжения от фазового угла ωt

Построение векторной диаграммы электрической цепи выполняется для момента времени t , равного нулю. Согласно рис. 3.7 в данный момент времени $i = 0$, $e_L = -E_m$, $u = U_m$. Данным значени-

ям рассматриваемых синусоидальных функций времени соответствует векторная диаграмма (рис. 3.8).

Вектор тока на диаграмме направлен в положительном направлении оси OX декартовой плоскости координат. Вектор ЭДС самоиндукции и вектор напряжения направлены соответственно в отрицательном и положительном направлениях оси OY . Угол сдвига фаз φ между вектором напряжения и вектором тока для рассматриваемой электрической цепи составляет 90° . Вектор напряжения и вектор ЭДС самоиндукции имеют противоположные направления, т.е. угол сдвига фаз между этими векторами равен 180 градусам.

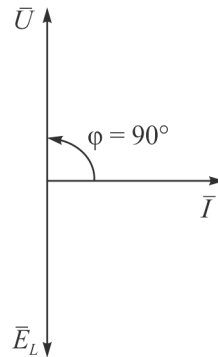


Рис. 3.8. Векторная диаграмма электрической цепи с индуктивностью

Мгновенная мощность электрической цепи с индуктивностью

$$p = ui. \quad (3.57)$$

Осуществляя замену мгновенных значений тока и напряжения их выражениями (3.48), (3.55) и учитывая тригонометрическое равенство

$$\sin \omega t \cos \omega t = \frac{1}{2} \sin 2\omega t, \quad (3.58)$$

приходим к следующей форме записи выражения мгновенной мощности:

$$p = UI \sin 2\omega t. \quad (3.59)$$

Согласно (3.59) мгновенная мощность в данной цепи изменяется во времени по синусоидальному закону с угловой частотой 2ω , т.е. с частотой, которая в два раза больше угловой частоты напряжения и тока. Максимальное (амплитудное) значение мгновенной мощности рассчитывается по формуле

$$P_m = UI. \quad (3.60)$$

Максимальное значение мгновенной мощности принято называть индуктивной реактивной мощностью. Для обозначения индуктивной реактивной мощности используется символ Q_L . Таким образом,

$$Q_L = P_m. \quad (3.61)$$

Для расчета индуктивной реактивной мощности используется одно из следующих выражений:

$$Q_L = UI = \frac{U^2}{x_L} = x_L I^2. \quad (3.62)$$

Единицами измерения индуктивной реактивной мощности являются: вольт-ампер реактивный (1 вар), киловольт-ампер реактивный (1 квар; 1 квар = 10^3 вар) и мегавольт – ампер реактивный (1 Мвар; 1 Мвар = 10^6 вар).

Кривая изменения мгновенной мощности в функции фазового угла представлена на рис. 3.7 пунктирной линией. Согласно рис. 3.7 в интервале значений фазового угла ωt $0 \dots 90^\circ$, когда ток в цепи возрастает от 0 до амплитудного значения I_m , мгновенная мощность положительна. При этом электрическая энергия от источника поступает в индуктивность, преобразуется и накапливается в ней в виде энергии магнитного поля. Наибольшее значение энергии магнитного поля будет иметь к концу полупериода мгновенной мощности, когда ток в цепи достигает своего амплитудного значения. Это значение энергии магнитного поля рассчитывается по формуле

$$W_L = \frac{LI_m^2}{2} = LI^2. \quad (3.63)$$

В интервале изменения фазового угла ωt $90 \dots 180^\circ$, когда ток i в цепи уменьшается от амплитудного значения I_m до 0, мгновенная мощность отрицательна. Физически это означает, что энергия,

запасенная в магнитном поле индуктивности, преобразуется в электрическую энергию и возвращается источнику. В дальнейшем энергетический процесс в электрической цепи повторяется.

Среднее значение мощности за период синусоидального напряжения

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t dt = 0. \quad (3.64)$$

Выше показано, что P_{cp} представляет активную мощность P . Так как среднее значение мощности в электрической цепи с идеализированным индуктивным элементом равно нулю, то и активная мощность также равна нулю. Следовательно, в цепи с идеализированным индуктивным элементом необратимых процессов преобразования электрической энергии в другие виды энергии не происходит. Имеет место колебательный процесс обмена электрической энергией источника и энергией магнитного поля индуктивности.

Акцентируем внимание на следующем: создание переменного магнитного поля катушками индуктивности связано с потреблением индуктивной реактивной мощности. Эта мощность вырабатывается генераторами электрических станций, обуславливая их дополнительную токовую нагрузку. В процессе передачи индуктивной реактивной мощности от электрических станций к электромагнитным устройствам синусоидального напряжения, установленным на предприятиях, в элементах систем электроснабжения (трансформаторах, воздушных и кабельных линиях, реакторах и т.д.) возникают потери энергии и напряжения, что негативно отражается на величине КПД систем электроснабжения и показателях качества электрической энергии. По указанным причинам необходимо ограничивать потребление индуктивной реактивной мощности или же проводить мероприятия по ее компенсации.

Ниже приводится последовательность расчета электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с идеализированным индуктивным элементом.

Исходными данными для расчета являются: напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u)$ между внешними зажимами источника, определяемое своим амплитудным значением U_m , угловой частотой ω и начальной фазой Ψ_u , и величина индуктивности катушки L .

Находится действующее значение напряжения:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Рассчитывается индуктивное сопротивление катушки:

$$x_L = \omega L = 2\pi fL.$$

Определяется действующее значение тока:

$$I = \frac{U}{x_L}.$$

Записывается выражение для мгновенного значения тока:

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \Psi_u - 90^\circ).$$

Находится значение индуктивной реактивной мощности:

$$Q_L = x_L I^2 = UI.$$

Пример 3.3

Напряжение на внешних зажимах источника $u = 564 \sin \times (314t + 30^\circ)$, а индуктивность катушки $L = 63,7 \cdot 10^{-3}$ Гн.

Определить мгновенное и действующие значения тока, величину индуктивного сопротивления катушки и индуктивную реактивную мощность.

Решение

Индуктивное сопротивление

$$x_L = \omega L = 314 \cdot 63,7 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ Ом.}$$

Действующее значение напряжения

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{564}{1,41} = 400 \text{ В} .$$

Действующее значение тока

$$I = \frac{U}{x_L} = \frac{400}{20} = 20 \text{ А} .$$

Мгновенное значение тока

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin(314t + \Psi_u - 90^\circ) = \sqrt{2} \cdot 20 \sin(314t + 30^\circ - 90^\circ) = \\ &= 28,2 \sin(314t - 60^\circ) . \end{aligned}$$

Индуктивная реактивная мощность

$$Q_L = x_L I^2 = 20 \cdot 20^2 = 8000 \text{ вар} = 8 \text{ квар} .$$

3.8. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и идеализированный емкостной элемент

В радиотехнических устройствах емкостные элементы (конденсаторы) входят в состав колебательных контуров, фильтров, усилителей и т.д. В силовых установках конденсаторы, низковольтные и высоковольтные, используются для компенсации реактивной мощности, потребляемой катушками индуктивности, а также как элементы колебательных контуров высокочастотных установок для закалки и плавки металлов и т.п. В электротехнических установках два проводника электрического тока, по которым проходит ток, а также система «проводник электрического тока – земля» представляют собой емкостные элементы.

При большой протяженности проводов воздушных линий электропередач, что характерно для систем внешнего электроснабжения предприятий, разветвленной кабельной сети систем внутреннего электроснабжения предприятий емкость электри-

ческих сетей может оказаться значительной, и ее необходимо учитывать при проведении расчетов. В высокочастотных электрических цепях и установках влияние даже незначительных по величине емкостей элементов на работу может быть весьма существенным, и его необходимо также учитывать.

Рассмотрим особенности физических процессов, происходящих в электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и идеализированный емкостной элемент в виде конденсатора, подключенного к внешним зажимам источника (рис. 3.9).

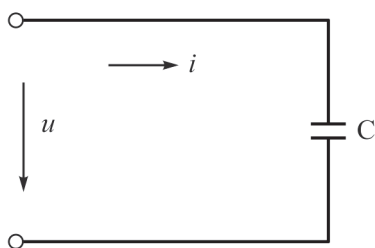


Рис. 3.9. Электрическая цепь с емкостью C

Напряжение между внешними зажимами источника электрической энергии описывается выражением $u = U_m \sin \omega t$. Емкость идеализированного емкостного элемента равна C . На схеме стрелки указывают положительные направления напряжения и тока для одного фиксированного момента времени.

Электрический ток в цепи с емкостным элементом представляет скорость изменения величины заряда во времени:

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad (3.65)$$

где q – заряд, Кл; t – время, с.

$$q = C \cdot u. \quad (3.66)$$

После подстановки (3.66) в (3.65) и выполнения операции дифференцирования выражение мгновенного значения тока принимает вид

$$i = I_m \sin(\omega t + 90^\circ). \quad (3.67)$$

Амплитудное значение тока в (3.67) определяется выражением

$$I_m = U_m / \frac{1}{\omega C}. \quad (3.68)$$

Переход от амплитудных значений напряжения и тока к их действующим значениям осуществляется посредством деления левой и правой частей равенства (3.68) на $\sqrt{2}$:

$$I = U / \frac{1}{\omega C}. \quad (3.69)$$

Отношение, стоящее в знаменателе правой части (3.69), имеет размерность сопротивления. Так как это сопротивление относится к емкостному элементу, его принято называть емкостным сопротивлением. Емкостное сопротивление обозначается как x_C ,

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}. \quad (3.70)$$

Анализ формулы (3.70) показывает, что сопротивление x_C емкостного элемента C зависит от частоты f питающего напряжения. При малой частоте питающего напряжения сопротивление емкостного элемента может быть весьма значительным. По мере увеличения частоты сопротивление емкостного элемента уменьшается. Зависимость сопротивления емкостного элемента от частоты напряжения широко используется на практике, например в электрических фильтрах, колебательных контурах. В электрических устройствах постоянного тока, для которых $f = 0$, сопротивление емкостного элемента теоретически достигает бесконечно больших значений, что равносильно обрыву электрической цепи.

Выражение (3.69) после введения понятия емкостного сопротивления может быть представлено в следующей форме:

$$I = \frac{U}{x_C}. \quad (3.71)$$

Данное равенство является законом Ома для электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с идеализированным емкостным элементом, в котором напряжение и ток представлены своими действующими значениями.

Зависимости мгновенных значений напряжения u и тока i от фазового угла ωt изображены на рис. 3.10 сплошными линиями.

Построение векторной диаграммы электрической цепи (см. рис. 3.9) выполняется для момента времени t , равного 0. В данный момент времени мгновенное значение напряжения $u = 0$, а мгновенное значение тока $i = I_m$ (см. рис. 3.10).

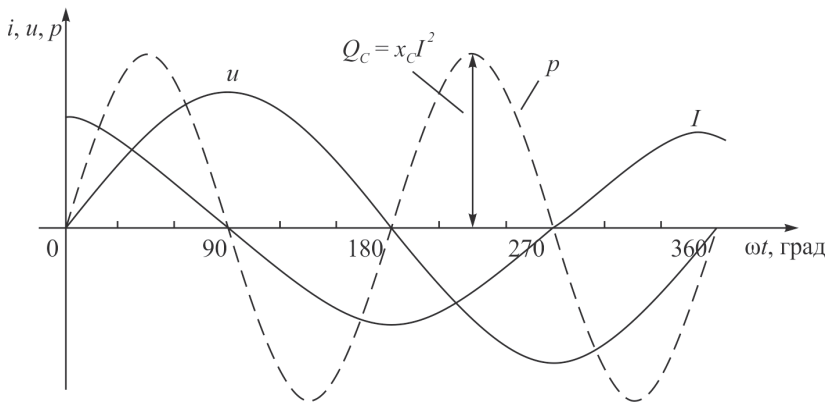


Рис. 3.10. Кривые изменения напряжения, тока, мощности в функции фазового угла

Данным значениям рассматриваемых синусоидальных функций времени соответствует векторная диаграмма (рис. 3.11).

Вектор напряжения направлен в положительном направлении оси OX декартовой плоскости координат, а вектор тока совпадает с положительным направлением оси OY . Угол сдвига фаз φ между векторами напряжения и тока для рассматриваемой электрической цепи является отрицательным, а его значение составляет 90° . Знак «минус» перед углом сдвига фаз говорит о том, что вектор напряжения при своем вращении отстает по фазе от вектора тока.

Мгновенная мощность электрической цепи

$$p = ui. \quad (3.72)$$

После выполнения несложных преобразований мгновенная мощность может быть представлена одним из следующих выражений:

$$\begin{aligned} p &= 2P_m \sin \omega t \cos \omega t = \\ &= UI \sin 2\omega t = x_c I^2 \sin 2\omega t. \end{aligned} \quad (3.73)$$

В графической форме зависимость мгновенной мощности p от фазового угла ωt изображена на рис. 3.10 пунктирной кривой.

Анализ формулы (3.73) и сопоставление графиков на рис. 3.10 показывает, что за время одного периода напряжения и тока мощность совершает два полных колебания, т.е. период мощности в два раза меньше периода напряжения и тока. Частота изменения мощности во времени соответственно в два раза больше частоты напряжения и тока. Максимальное значение мгновенной мощности p_m имеет место при выполнении условия $\sin 2\omega t = 1$. Согласно (3.73)

$$p_m = P_m = UI = x_c I^2. \quad (3.74)$$

Максимальное значение мгновенной мощности принято называть емкостной реактивной мощностью и обозначать Q_C . Следовательно

$$Q_C = P_m = UI = x_c I^2. \quad (3.75)$$

Единицами измерения емкостной реактивной мощности являются: вольт-ампер реактивный (1 вар), киловольт-ампер реактивный (1 квар; 1 квар = 10^3 вар) и мегавольт-ампер реактивный (1 Мвар; 1 Мвар = 10^6 вар).

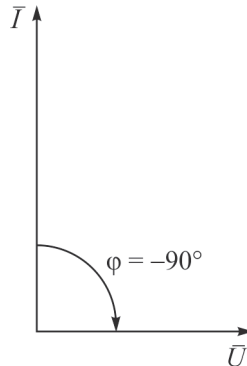


Рис. 3.11. Векторная диаграмма электрической цепи с емкостью

На интервале изменения фазового угла ωt ($0 \dots 90^\circ$) мгновенная мощность положительна. Физически это означает заряд емкости емкостного элемента, при котором электрическая энергия поступает от источника к емкостному элементу и накапливается в нем в виде энергии электрического поля. Величина запасенной энергии

$$W_C = \int_0^{T/4} p dt = \int_0^{T/4} UI \sin 2\omega t dt = U^2 C. \quad (3.76)$$

На временном интервале, которому соответствует изменение фазового угла ωt от 90° до 180° , мгновенная мощность отрицательна. Физически это означает разряд емкости емкостного элемента и возврат накопленной в нем энергии источнику. В дальнейшем энергетический процесс в цепи повторяется.

Среднее значение мощности, т.е. активная мощность в данной цепи, определяется как

$$P_{cp} = P = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} p dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} UI \sin 2\omega t dt = 0. \quad (3.77)$$

Следовательно, в электрической цепи с идеализированным емкостным элементом необратимых процессов преобразования электрической энергии в другие виды энергии не происходит. Имеют место повторяющиеся процессы заряда и разряда емкости емкостного элемента. Причем заряд осуществляется за счет энергии, поступающей от источника питания. В процессе разряда емкости энергия, запасенная в электрическом поле, возвращается источнику питания.

Электрические поля емкостных элементов широко используются на практике в установках по испытанию электрической прочности изоляционных материалов, в частности изоляции кабелей и проводов, при периодической проверке на прочность изоляции индивидуальных средств защиты электротехнического персонала, на линиях покраски и нанесения покрытий и т.д. Создание электрических полей – вторая практическая область применения емкостных элементов.

Рассмотрим последовательность расчета электрических цепей однофазного синусоидального напряжения с идеализированным емкостным элементом.

Исходными данными при выполнении расчетов являются: мгновенное значение напряжения между внешними зажимами источника $u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u)$, задаваемое своей амплитудой U_m , угловой частотой изменения ω и начальной фазой Ψ_u , и емкость C емкостного элемента.

Определяется действующее значение напряжения,

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Рассчитывается емкостное сопротивление,

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}.$$

Находится действующее значение тока,

$$I = \frac{U}{x_C}.$$

Записывается выражение для мгновенного значения тока,

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \Psi_u + 90^\circ).$$

Рассчитывается величина емкостной реактивной мощности,

$$Q_C = x_C I^2.$$

Пример 3.4

Напряжение между внешними зажимами источника изменяется по закону $u = 310,2 \sin(314t + 15^\circ)$. К источнику электрической энергии подключен идеализированный емкостной элемент, емкость которого C составляет $159,2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Влияние парамет-

ров линии, соединяющей источник и емкостной элемент, не учитывается. Рассчитать действующее и мгновенные значения тока, а также емкостную реактивную мощность.

Решение

Действующее значение напряжения

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{310,2}{1,41} = 220 \text{ В}.$$

Емкостное сопротивление

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 159,2} = 20 \text{ Ом}.$$

Действующее значение тока

$$I = \frac{U}{x_C} = \frac{220}{20} = 11 \text{ А}.$$

Мгновенное значение тока

$$i = \sqrt{2}I \sin(314t + 15^\circ + 90^\circ) = 15,5 \sin(314t + 105^\circ).$$

Емкостная реактивная мощность

$$Q_C = x_C I^2 = 20 \cdot 11^2 = 2420 \text{ вар} = 2,42 \text{ квар}.$$

3.9. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и катушку, представленную последовательным соединением активного сопротивления и индуктивности

Произведем расчет электрической цепи (рис. 3.12) и проанализируем энергетические процессы, протекающие при ее работе.

Источник электрической энергии на рис. 3.12 представлен внешними зажимами, между которыми действует однофазное напряжение с мгновенным значением u . К внешним зажимам источника посредством проводов, влияние электрических пара-

метров которых на работу электрической цепи не учитывается, подключена катушка. Параметрами катушки являются активное сопротивление r и индуктивность L . При угловой частоте синусоидального напряжения ω значению индуктивности катушки L соответствует индуктивное сопротивление x_L , величина которого рассчитывается по выражению $x_L = \omega L$. По электрической цепи проходит синусоидальный ток, мгновенное значение которого i . Прохождение тока через катушку обуславливает на ее активном и индуктивном сопротивлениях падения напряжения, мгновенные значения которых на схеме обозначены через u_r и u_L . Стрелками на рис. 3.12 изображены положительные направления напряжений и тока для одного из моментов времени.

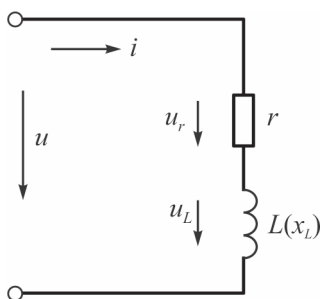


Рис. 3.12. Электрическая цепь с последовательным соединением активного сопротивления и индуктивности

Известными величинами при выполнении расчета электрической цепи являются амплитудное значение I_m синусоидального тока и его угловая частота ω , а также

активное сопротивление r и индуктивность L катушки. Значение начальной фазы тока Ψ_i принимается равным нулю.

Синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, проходящий по цепи, обуславливает на активном сопротивлении r и индуктивном сопротивлении x_L падения напряжения, мгновенные значения которых u_r и u_L . Расчет этих напряжений производится по ранее полученным выражениям

$$u_r = r I_m \sin \omega t, \quad (3.78)$$

$$u_L = x_L I_m \sin(\omega t + 90^\circ). \quad (3.79)$$

Выражение мгновенного значения напряжения источника находится на основании 2-го закона Кирхгофа, записанного для контура электрической цепи (рис. 3.12),

$$u = u_r + u_L. \quad (3.80)$$

Заменив составляющие правой части равенства их выражениями (3.78), (3.79), получим

$$u = rI_m \sin \omega t + x_L I_m \sin(\omega t + 90^\circ). \quad (3.81)$$

В (3.81) все напряжения изменяются во времени по синусоидальному закону. Это позволяет представить напряжения векторами на декартовой плоскости координат:

$$\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_L. \quad (3.82)$$

Векторная диаграмма напряжений и тока для данной цепи представлена на рис. 3.13.

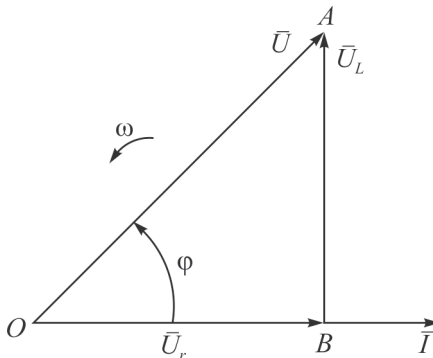


Рис. 3.13. Векторная диаграмма электрической цепи с последовательным соединением r и x_L .

Согласно исходным данным начальная фаза тока Ψ_i равна нулю. Поэтому вектор тока \bar{I} имеет направление, совпадающее с положительным направлением оси OX . Вектор напряжения на активном сопротивлении катушки \bar{U}_r совпадает по фазе с век-

тором тока, а вектор напряжения на индуктивном сопротивлении \bar{U}_L опережает по фазе вектор тока на 90° . Длины векторов тока и напряжений соответствуют их действующим значениям:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, U_r = rI, U_L = x_L I. \quad (3.83)$$

Построение вектора напряжения источника питания осуществляется на основании векторного равенства (3.82).

Величина действующего значения напряжения источника находится из решения прямоугольного треугольника OAB :

$$U = \sqrt{U_r^2 + U_L^2} = \sqrt{(rI)^2 + (x_L I)^2} = \sqrt{r^2 + x_L^2} I = zI, \quad (3.84)$$

где z – общее сопротивление данной цепи,

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2}. \quad (3.85)$$

Согласно (3.84), (3.85):

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x_L^2}}. \quad (3.86)$$

Данное выражение устанавливает связь между действующим значением тока, действующим значением напряжения и общим сопротивлением цепи и представляет запись закона Ома для электрической цепи с последовательным соединением r, x_L .

Векторная диаграмма тока и напряжений (см. рис. 3.13) показывает, что в цепи с последовательным соединением активно-го и индуктивного сопротивлений вектор напряжения источника опережает по фазе вектор тока на угол φ . Величина угла φ зависит только от значений параметров r и x_L . Действительно, из решения прямоугольного треугольника OAB следует

$$\varphi = \arccos \frac{U_r}{U}. \quad (3.87)$$

Путем несложных преобразований данное выражение приводится к виду

$$\varphi = \arccos \frac{r}{z} = \arccos \frac{r}{\sqrt{r^2 + x_L^2}}. \quad (3.88)$$

В электрических цепях синусоидального напряжения с последовательным соединением r и x_L , в которых активное сопротивление по величине во много раз превышает величину индуктивного сопротивления, т.е. $r \gg x_L$, отношение $\frac{r}{z} \rightarrow 1$, а угол $\varphi \rightarrow 0^\circ$.

Наоборот, если $x_L \gg r$, отношение $\frac{r}{z} \rightarrow 0$, а угол $\varphi \rightarrow 90^\circ$.

В общем случае для электрических цепей синусоидального напряжения, содержащих активное сопротивление и индуктивность, $0^\circ < \varphi < 90^\circ$.

Применяя методику перехода от векторного изображения синусоидальной функции к самой синусоидальной функции можно записать

$$u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi) = \sqrt{2}zI \sin(\omega t + \varphi). \quad (3.89)$$

Треугольник OAB (см. рис. 3.13) принято называть треугольником напряжений.

Если действующие значения напряжений, являющиеся сторонами этого треугольника, поделить на действующее значение тока, то посредством данного приема можно осуществить переход к треугольнику сопротивлений $O_1A_1B_1$ (рис. 3.14). Стороны треугольника $O_1A_1B_1$ изображаются отрезками, а не векторами, так как сопротивления не являются синусоидальными функциями времени. Из решения прямоугольного треугольника $O_1A_1B_1$ можно получить различные формулы для расчета полного сопротивления данной электрической цепи:

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \frac{r}{\cos \varphi} = \frac{x_L}{\sin \varphi}. \quad (3.90)$$

Использование той или иной формы записи полного сопротивления z определяется исходными данными к решению задач.

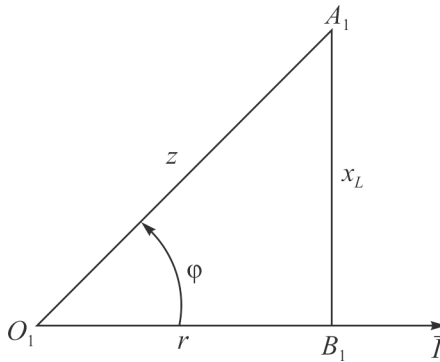


Рис. 3.14. Треугольник сопротивлений для схемы электрической цепи с последовательным соединением r и x_L

Для анализа энергетических процессов в электрической цепи с последовательным соединением r и x_L умножим сопротивления, образующие треугольник $O_1A_1B_1$, на квадрат действующего значения тока. Таким способом осуществляется переход к треугольнику мощностей $O_2A_2B_2$ (рис. 3.15).

Активная мощность P характеризует необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую энергию в активном сопротивлении r . Данный процесс обуславливает нагрев провода, из которого выполнена катушка. С индуктивным сопротивлением x_L связана индуктивная реактивная мощность Q_L , характеризующая колебательный процесс обмена энергией между источником питания и магнитным полем катушки. Полная мощность позволяет учесть влияние на работу электрической цепи как необратимых процессов преобразования электрической энергии в тепло, так и колебательного процесса обмена энергиями источника питания и магнитного поля индуктивности. Полную мощность принято обозначать буквой S . Единицами измерения полной мощности являются: вольт-ампер (1 ВА), киловольт-ампер (1 кВА = $= 10^3$ ВА), мегавольт-ампер (1 МВА = 10^6 ВА).

Расчет полной мощности может быть осуществлен, в зависимости от исходных данных, по одной из следующих формул:

$$S = zI^2 = UI = \sqrt{P^2 + Q_L^2} = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q_L}{\sin \varphi}. \quad (3.91)$$

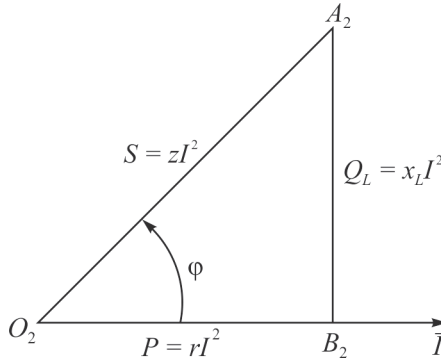


Рис. 3.15. Треугольник мощностей для электрической цепи на рис. 3.12

Известные из тригонометрии соотношения между длинами катетов и длиной гипотенузы в прямоугольном треугольнике позволяют получить различные выражения для расчета активной и реактивной мощностей в данной цепи:

$$P = S \cos \varphi = UI \cos \varphi = rI^2 = \sqrt{S^2 - Q_L^2} = Q_L \operatorname{tg} \varphi, \quad (3.92)$$

$$Q_L = S \sin \varphi = UI \sin \varphi = x_L I^2 = \sqrt{S^2 - P^2} = \frac{P}{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (3.93)$$

Использование той или иной формулы для расчета P и Q_L зависит от того, какие величины задаются в качестве исходных данных.

Приведем последовательность расчета электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с последовательным соединением активного и индуктивного сопротивлений.

Исходными данными для расчета являются: напряжение между внешними зажимами источника электрической энергии $u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u)$, а также величины активного r и индуктивного x_L сопротивлений.

Определяется действующее значение напряжения:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Рассчитывается полное сопротивление цепи:

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2}.$$

По формуле, выражающей закон Ома для данной цепи, определяется действующее значение тока:

$$I = \frac{U}{z}.$$

Находится значение угла сдвига фаз между напряжением и током:

$$\varphi = \arccos \frac{r}{z}.$$

Записывается выражение для мгновенного значения тока:

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \Psi_u - \varphi).$$

Рассчитываются активная, реактивная и полная мощности цепи:

$$P = rI^2,$$

$$Q_L = x_L I^2,$$

$$S = UI = zI^2.$$

Строятся графики зависимостей мгновенных значений напряжения и тока от фазового угла, а также векторная диаграмма электрической цепи.

Пример 3.5

Напряжение между внешними зажимами источника изменяется во времени по закону $u = 179 \sin(\omega t + 30^\circ)$. Активное r и индуктивное x_L сопротивления соединены последовательно и подключены к внешним зажимам источника. Величины сопротивлений равны соответственно 4 и 3 Ом. Рассчитать данную электрическую цепь.

Решение

Действующее значение напряжения

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{179}{1,41} = 127 \text{ В}.$$

Полное сопротивление цепи

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ Ом}.$$

Угол сдвига фаз между напряжением и током

$$\varphi = \arccos \frac{r}{z} = \arccos \frac{4}{5} = 36^\circ 50'.$$

Действующее значение тока

$$I = \frac{U}{z} = \frac{127}{5} = 25,4 \text{ А}.$$

Мгновенное значение тока

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \Psi_u - \varphi) = 1,41 \cdot 25,4 \sin(\omega t + 30^\circ - 36^\circ 50') = 35,8 \sin(\omega t - 6^\circ 50').$$

Активная мощность цепи

$$P = r I^2 = 4 \cdot 25,4^2 = 2580,6 \text{ Вт}.$$

Индуктивная реактивная мощность

$$Q_L = x_L I^2 = 3 \cdot 25,4^2 = 1935,5 \text{ вар}.$$

Полная мощность цепи

$$S = zI^2 = 5 \cdot 25,4^2 = 3225,8 \text{ ВА.}$$

Студентам предлагается построить графики зависимостей $i(\omega t), u(\omega t)$ на временном интервале t , равном периоду синусоидального напряжения и тока, а также векторную диаграмму электрической цепи. При построении векторной диаграммы рекомендуется использовать следующие масштабы: по току $m_I = 5 \text{ А/см}$, по напряжению $m_U = 25,4 \text{ В/см}$

3.10. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и конденсатор, представленный последовательным соединением активного сопротивления и емкости

Произведем расчет электрической цепи (рис. 3.16) и проанализируем энергетические процессы, протекающие в ходе ее работы.

Источник электрической энергии (см. рис. 3.16) представлен внешними зажимами, между которыми существует однофазное напряжение с мгновенным значением u . К внешним зажимам источника посредством проводов, влияние электрических параметров которых на работу электрической цепи не учитывается, подключен конденсатор. Параметрами конденсатора являются активное сопротивление r и емкость C .

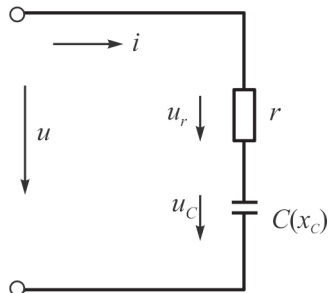


Рис. 3.16. Электрическая цепь с последовательным соединением r и C

При угловой частоте синусоидального напряжения ω значению емкости конденсатора C соответствует емкостное сопротивление x_C , величина которого рассчитывается по выражению

$x_C = \frac{1}{\omega C}$. По электрической цепи проходит синусоидальный ток, мгновенное значение которого i . Прохождение тока по электрической цепи обуславливает на ее активном и емкостном сопротивлениях падения напряжения, мгновенные значения которых на схеме обозначены через u_r и u_C . Положительные направления напряжений и тока для одного из моментов времени показаны стрелками (см. рис. 3.16).

Исходными данными при расчете электрической цепи являются амплитудное значение синусоидального тока I_m , угловая частота его изменения во времени ω и начальная фаза Ψ_i , значение которой целесообразно принять равной нулю. Знание этих параметров позволяет считать известными значения тока в электрической цепи в произвольный момент времени. Известными будем также считать величины активного r и емкостного x_C сопротивлений.

Для контура, образованного источником, активным и емкостным сопротивлениями (см. рис. 3.16), составим уравнение по 2-му закону Кирхгофа:

$$u = u_r + u_C . \quad (3.94)$$

Напряжения u_r и u_C рассчитываются по закону Ома для участков электрической цепи с активным и емкостным сопротивлениями:

$$u_r = rI_m \sin \omega t , \quad (3.95)$$

$$u_C = x_C I_m \sin(\omega t - 90^\circ) . \quad (3.96)$$

Результатом сложения двух синусоидальных функций времени является также синусоидальная функция времени, описание которой выполняется с использованием выражения

$$u = zI_m \sin(\omega t - \varphi) , \quad (3.97)$$

где zI_m – амплитудное значение напряжения источника электрической энергии; z – полное сопротивление электрической цепи; φ – угол сдвига фаз между напряжением и током.

Расчет полного сопротивления электрической цепи и угла сдвига фаз между напряжением и током выполняется по формулам

$$z = \sqrt{r^2 + x_C^2}, \quad (3.98)$$

$$\varphi = \arccos \frac{r}{\sqrt{r^2 + x_C^2}}. \quad (3.99)$$

Анализ выражения (3.97) мгновенного значения напряжения u позволяет сделать вывод о том, что в электрической цепи, содержащей r и x_C , напряжение источника отстает по фазе от изменений во времени тока на угол φ . Следовательно, угол φ в данной цепи является отрицательным. Абсолютное значение угла сдвига фаз между напряжением и током определяется величинами сопротивлений r и x_C . Если активное сопротивление по величине во много раз превышает емкостное сопротивление, т.е. $r \gg x_C$, то отношение $\frac{r}{z} \rightarrow 1$, а угол $\varphi \rightarrow 0^\circ$. Наоборот, если $x_C \gg r$, то отношение $\frac{r}{z} \rightarrow 0$, а угол $\varphi \rightarrow 90^\circ$.

В общем случае для электрических цепей синусоидального напряжения, содержащих активное сопротивление и емкость, абсолютное значение угла сдвига фаз между напряжением и током

$$0^\circ < \varphi < 90^\circ.$$

Напряжения u, u_r, u_C являются синусоидальными функциями времени. Это позволяет равенство (3.94), в котором напряжения представлены своими мгновенными значениями, заметить векторным равенством

$$\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_C. \quad (3.100)$$

Векторная диаграмма тока и напряжений для рассматриваемой электрической цепи показана на рис. 3.17.

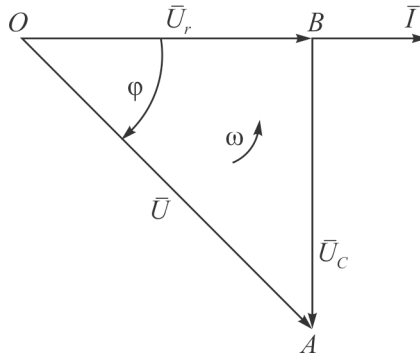


Рис. 3.17. Векторная диаграмма напряжений и тока для схемы электрической цепи с последовательным соединением параметров r и C

Вектор тока направлен в положительном направлении оси OX декартовой плоскости координат. Это соответствует условию равенства нулю начальной фазы тока Ψ_i . Длина вектора тока в масштабе равна его действующему значению I . Вектор напряжения на активном сопротивлении совпадает по фазе с вектором тока, а вектор напряжения на емкостном сопротивлении отстает от вектора тока по фазе на 90 градусов. Построение вектора напряжения источника электрической энергии осуществляется с использованием равенства (3.100). Длины векторов напряжений в масштабе соответствуют их действующим значениям:

$$U_r = rI, U_C = x_C I, U = zI.$$

Прямоугольный треугольник, вершины которого на векторной диаграмме обозначены буквами O, A, B , принято называть треугольником напряжений. Из треугольника напряжений легко устанавливаются связи между напряжениями на отдельных элементах, а также между напряжениями на отдельных элементах и углом сдвига фаз. Например, если задано напряжение источника

и значение угла сдвига фаз, то из треугольника OAB находятся напряжения на активном и емкостном сопротивлениях.

От треугольника напряжений OAB несложно осуществить переход к прямоугольному треугольнику сопротивлений $O_1A_1B_1$ (рис. 3.18)

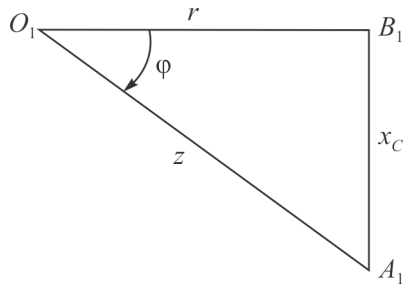


Рис. 3.18.Треугольник сопротивлений для электрической цепи с последовательным соединением r и C

Для этого достаточно действующие значения напряжений U_r, U_C, U , представленные на рис. 3.17 сторонами прямоугольного треугольника OAB , поделить на величину действующего значения тока и в масштабе сопротивления отложить отрезки O_1B_1, B_1A_1, O_1A_1 . Катетами этого треугольника являются активное и емкостное сопротивления, а гипотенузой – полное сопротивление электрической цепи. В связи с тем, что сопротивления не являются синусоидальными функциями времени, на рис. 3.18 они изображены в виде отрезков.

Количественные соотношения, установленные для прямоугольного треугольника между длинами катетов и гипотенузы, а также между длинами катетов, гипотенузы и углом, заключенным между прилежащим катетом и гипотенузой, позволяют получить различную форму записи выражений для расчета полного, активного и емкостного сопротивлений:

$$z = \sqrt{r^2 + x_C^2} = \frac{r}{\cos \varphi} = \frac{x_C}{\sin \varphi}, \quad (3.101)$$

$$r = \sqrt{z^2 - x_C^2} = z \cos \varphi = \frac{x_C}{\operatorname{tg} \varphi}, \quad (3.102)$$

$$x_C = \sqrt{z^2 - r^2} = z \sin \varphi = r \operatorname{tg} \varphi. \quad (3.103)$$

Использование при расчетах той или иной формулы определяется исходными данными к решению задач.

Умножим сопротивления r , x_C , z на квадрат действующего значения тока и в масштабе мощности построим прямоугольный треугольник мощностей $O_2A_2B_2$ (рис. 3.19).

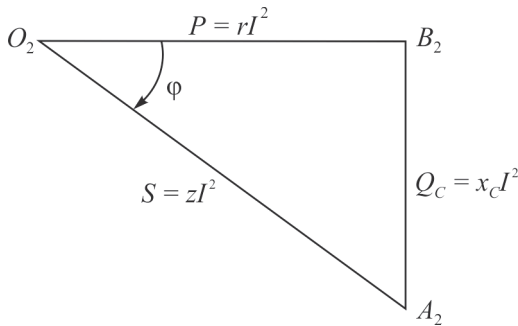


Рис. 3.19. Треугольник мощностей для электрической цепи с последовательным соединением r и C

Активная мощность P показана отрезком O_2B_2 (см. рис. 3.19). Эта мощность характеризует необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую энергию, имеющий место в активном сопротивлении r . Емкостная реактивная мощность Q_C представлена отрезком B_2A_2 (см. рис. 3.19). Данная мощность связана с емкостным сопротивлением x_C и характеризует колебательный процесс обмена энергией между источником питания и электрическим полем конденсатора. Полному сопротивлению цепи z соответствует полная мощность S , представленная отрезком A_2O_2 (см. рис. 3.19). В физическом толковании полная

мощность S выступает характеристикой необратимых и обратимых процессов преобразования энергии в рассматриваемой электрической цепи.

Расчет полной, активной и реактивной мощностей может быть выполнен по следующим формулам:

$$S = zI^2 = UI = \sqrt{P^2 + Q_C^2} = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q_C}{\sin \varphi}, \quad (3.104)$$

$$P = rI^2 = UI \cos \varphi = \sqrt{S^2 - Q_C^2} = S \cos \varphi = Q_C \operatorname{tg} \varphi, \quad (3.105)$$

$$Q_C = x_C I^2 = UI \sin \varphi = \sqrt{S^2 - P^2} = S \sin \varphi = \frac{P}{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (3.106)$$

Формулы являются отражением известных соотношений, существующих между длинами сторон прямоугольного треугольника, а также длинами сторон и углом, заключенным между прилежащим катетом и гипотенузой.

Несколько вариантов выражений для определения значений мощностей S, P, Q_C позволяет при выполнении расчетов электрических цепей с конденсатором использовать те из них, в которые входят заданные величины и параметры.

При необходимости построения кривой изменения мгновенной мощности в функции фазового угла следует воспользоваться выражением

$$p = ui = U_m I_m \sin(\omega t - \varphi) \sin \omega t, \quad (3.107)$$

где U_m – амплитудное значение напряжения, $U_m = \sqrt{2}U$.

Ниже приводится последовательность расчета электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с конденсатором.

Исходными данными при проведении расчетов являются: напряжение на внешних зажимах источника $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, активное r и емкостное x_C сопротивления. В ряде случаев вме-

сто сопротивления x_C может быть задана величина емкости C . Для расчета емкостного сопротивления в этом случае используется формула (3.70).

Определяется действующее значение напряжения:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Рассчитывается полное сопротивление цепи:

$$z = \sqrt{r^2 + x_C^2}.$$

Находится значение угла сдвига фаз между напряжением и током:

$$\varphi = \arccos \frac{r}{z}.$$

Определяется действующее значение тока:

$$I = \frac{U}{z}.$$

Записывается выражение мгновенного значения тока:

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_u + \varphi).$$

Рассчитываются активная, емкостная реактивная и полная мощности цепи:

$$P = rI^2,$$

$$Q_C = x_C I^2,$$

$$S = UI = zI^2.$$

Строятся графики, представляющие зависимости мгновенных значений тока и напряжения источника от фазового угла ωt , а также векторная диаграмма данной электрической цепи.

Пример 3.6

Напряжение на внешних зажимах источника изменяется во времени по закону $u = 535,8(\omega t + 30^\circ)$. Активное r и емкостное x_C сопротивления, соединенные последовательно и подключенные к внешним зажимам источника, соответственно равны 6 и 8 Ом. Рассчитать данную электрическую цепь.

Решение

Действующее значение напряжения

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{535,8}{1,41} = 380 \text{ В}.$$

Полное сопротивление цепи

$$z = \sqrt{r^2 + x_C^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ Ом}.$$

Угол сдвига фаз между напряжением и током

$$\varphi = \arccos \frac{r}{z} = \arccos \frac{6}{10} = 53^\circ 10'.$$

Действующее значение тока

$$I = \frac{U}{z} = \frac{380}{10} = 38 \text{ А}.$$

Мгновенное значение тока

$$\begin{aligned} i &= \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_u + \varphi) = 1,41 \cdot 38 \sin(\omega t + 30^\circ + 53^\circ 10') = \\ &= 53,6 \sin(\omega t + 83^\circ 10'). \end{aligned}$$

Активная мощность

$$P = rI^2 = 6 \cdot 38^2 = 8664 \text{ Вт}.$$

Реактивная емкостная мощность электрической цепи

$$Q_C = x_C I^2 = 8 \cdot 38^2 = 11552 \text{ вар}.$$

Полная мощность электрической цепи

$$S = zI^2 = 10 \cdot 38^2 = 14440 \text{ ВА}.$$

Графики зависимости $i(\omega t)$, и $u(\omega t)$ на временном интервале $t = T$ и векторную диаграмму цепи студентам предлагается построить самостоятельно. При построении векторной диаграммы рекомендуется использовать следующие масштабы: по току $m_I = 10 \text{ A/cm}$, по напряжению $m_U = 76 \text{ B/cm}$.

3.11. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и нагрузку в виде резистивного, индуктивного и емкостного элементов, включенных последовательно

Рассмотрим электрическую цепь (рис. 3.20), в которой резистивный элемент с активным сопротивлением r , идеализированный индуктивный элемент с индуктивностью L и идеализированный емкостной элемент, имеющий емкость C , соединены последовательно и подключены к внешним зажимам источника однофазного синусоидального напряжения. С аналогичной схемой замещения электрической цепи приходится сталкиваться при расчете и исследовании физических процессов в электрической цепи с последовательным соединением катушки и конденсатора. При этом под активным сопротивлением r следует понимать сумму активных сопротивлений катушки и конденсатора. Напряжение источника является причиной возникновения тока в электрической цепи. Прохождение тока i через резистивный, идеализированный индуктивный и идеализированный емкостной элементы обуславливает падения напряжения u_r, u_L, u_C . Положительные направления тока и напряжений для одного из моментов времени показаны стрелками (рис. 3.20). Электрические параметры проводов линии, соединяющей источник электрической энергии с нагрузкой, при выполнении расчетов не учитываются.

Будем считать заданными параметры синусоидального тока, т.е. его амплитуду, угловую частоту и начальную фазу, значение которой целесообразно принять равной нулю градусов. Известными также будем считать значения активного сопротивления r ,

индуктивности L и емкости C . При заданной угловой частоте изменений напряжения и тока ω знание L и C позволяет по формулам (3.52), (3.70) рассчитать величины индуктивного x_L и емкостного x_C сопротивлений.

Расчет электрической цепи (см. рис 3.20) начинается с составления уравнения по 2-му закону Кирхгофа:

$$u = u_r + u_L + u_C. \quad (3.108)$$

Мгновенные значения напряжений на отдельных элементах электрической цепи рассчитываются по закону Ома для соответствующих участков, и поэтому уравнение (3.108) переписывается в следующей форме:

$$u = rI_m \sin \omega t + x_L I_m \sin(\omega t + 90^\circ) + x_C I_m \sin(\omega t - 90^\circ). \quad (3.109)$$

Результатом сложения трех синусоидальных функций времени является также синусоидальная функция времени, описание которой выполняется с использованием выражения

$$u = zI_m \sin(\omega t \pm \varphi), \quad (3.110)$$

где zI_m – амплитудное значение напряжения источника электрической энергии; z – полное сопротивление электрической цепи; φ – угол сдвига фаз между напряжением и током.

Расчет полного сопротивления электрической цепи и угла сдвига фаз между напряжением и током выполняется по формулам

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}, \quad (3.111)$$

$$\varphi = \arccos \frac{r}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}}. \quad (3.112)$$

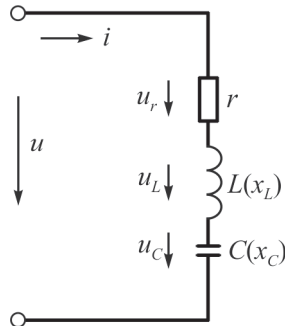


Рис. 3.20. Электрическая цепь с последовательным соединением параметров r, L, C

Разность величин сопротивлений идеализированного индуктивного элемента и идеализированного емкостного элемента представляет реактивное сопротивление электрической цепи x

$$x = x_L - x_C. \quad (3.113)$$

Если $x_L > x_C$, то реактивное сопротивление x носит индуктивный характер, и в этом случае угол сдвига фаз φ между напряжением и током вводится в выражение (3.110) со знаком плюс. Наоборот, если выполняется неравенство $x_L < x_C$, то реактивное сопротивление электрической цепи имеет емкостной характер и перед углом φ в формуле (3.110) следует ставить знак минус.

Напряжения на всех элементах электрической цепи, включая источник электрической энергии, согласно (3.109), изменяются во времени по синусоидальному закону. Это позволяет от равенства (3.109), в котором напряжения представлены своими мгновенными значениями, перейти к векторному равенству:

$$\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_L + \bar{U}_C \quad (3.114)$$

Векторные диаграммы напряжений и тока для рассматриваемой электрической цепи с индуктивным и емкостным характером реактивного сопротивления изображены на рис. 3.21.

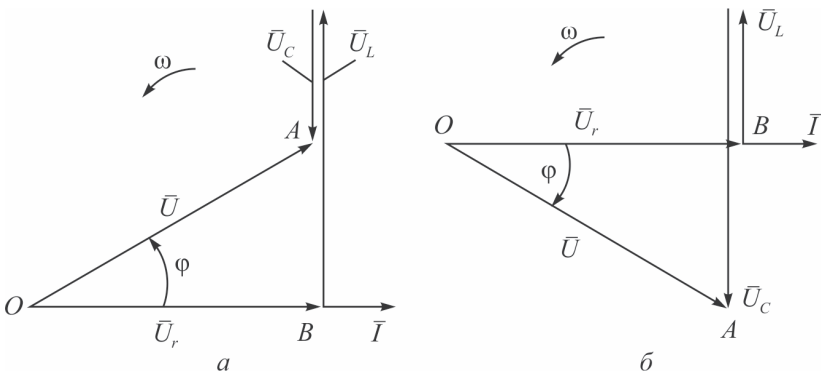


Рис. 3.21. Векторные диаграммы для цепи r, L, C : $a - x_L > x_C$; $b - x_L < x_C$

Вектор тока \bar{I} на диаграммах имеет направление, совпадающее с положительным направлением оси OX , так как в исходных данных значение начальной фазы тока ψ_i принято равным нулю. Вектор напряжения на активном сопротивлении \bar{U}_r совпадает по направлению с направлением вектора тока \bar{I} , что является отражением положения о том, что на активном сопротивлении угол сдвига фаз ϕ между напряжением и током равен нулю. Вектор напряжения на идеализированном индуктивном элементе \bar{U}_L направлен в положительном направлении оси OY , так как на идеализированном индуктивном элементе напряжение опережает по фазе ток на 90° . Вектор напряжения на идеализированном емкостном элементе \bar{U}_C отложен в отрицательном направлении оси OY и, следовательно, отстает по фазе от вектора тока на 90° . Векторы напряжения \bar{U}_L и \bar{U}_C имеют противоположные направления, т.е. сдвинуты по фазе во времени на 180° . Длины векторов в масштабе тока и напряжения соответствуют их действующим значениям: I, U_r, U_L, U_C .

На векторной диаграмме (см. рис. 3.21, а) длина вектора \bar{U}_L больше длины вектора \bar{U}_C , что отвечает условию $x_L > x_C$. При этом угол сдвига фаз ϕ между вектором напряжения источника \bar{U} и вектором тока \bar{I} является положительным, т.е. напряжение источника по фазе опережает ток. Векторная диаграмма (см. рис. 3.21, б) отвечает условию $x_L < x_C$. В этом случае длина вектора \bar{U}_L меньше длины вектора \bar{U}_C , а угол сдвига фаз ϕ является отрицательным, т.е. вектор напряжения источника по фазе отстает от вектора тока. Величина угла сдвига фаз ϕ при заданной частоте напряжения источника определяется значениями параметров r, L, C и в зависимости от их соотношения находится в диапазоне

$$-90^\circ < \phi < 90^\circ .$$

Введение в рассмотрение понятия «реактивное сопротивление» позволяет исходную электрическую цепь (см. рис. 3.20) заменить последовательным соединением резистора и идеализированного индуктивного элемента (см. рис. 3.12) или же последовательным соединением резистора и идеализированного емкостного элемента (см. рис. 3.16). Величина эквивалентной индуктивности на схеме (см. рис. 3.12), рассчитывается по формуле

$$L_3 = (x_L - x_C) / \omega = x / \omega. \quad (3.115)$$

Величина эквивалентной емкости (см. рис. 3.16) определяется из выражения

$$C_3 = 1 / (x_C - x_L) \omega = 1 / x \omega. \quad (3.116)$$

Треугольники сопротивлений, отвечающие условиям $x_L > x_C$ и $x_L < x_C$, показаны на рис. 3.22.

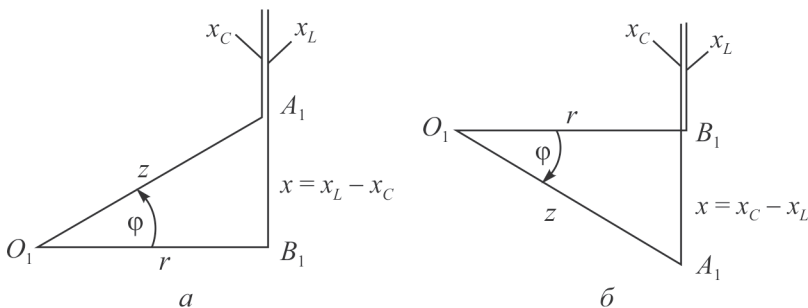


Рис. 3.22. Треугольники сопротивлений электрической цепи (см. рис. 3.20): (а) $x_L > x_C$; (б) $x_L < x_C$

Из треугольников сопротивлений может быть получен ряд выражений для расчета полного сопротивления электрической цепи:

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{r^2 + x^2} = \\ &= \frac{r}{\cos \varphi} = \frac{x_L - x_C}{\sin \varphi} = \frac{x}{\sin \varphi}. \end{aligned} \quad (3.117)$$

Если в исходной электрической цепи значения параметров неизвестны, то полное сопротивление электрической цепи можно рассчитать через действующие значения напряжения и тока, измеренные с помощью вольтметра и амперметра электромагнитной системы:

$$z = \frac{U}{I}. \quad (3.118)$$

Треугольники мощностей, соответствующие условиям $x_L > x_C$ и $x_L < x_C$, приведены на рис. 3.23

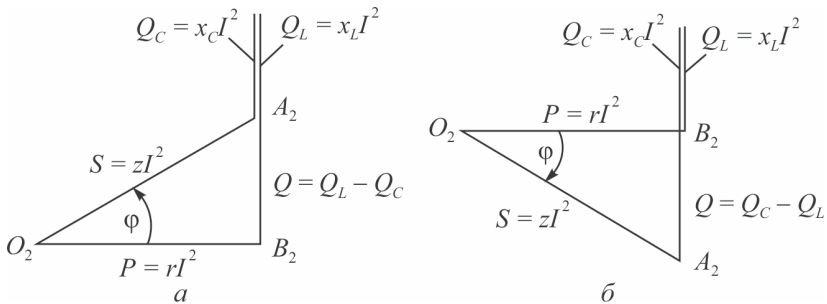


Рис. 3.23. Треугольники мощностей электрической цепи (см.рис. 3.20):
(а) $x_L > x_C$; (б) $x_L < x_C$

Расчет полной мощности электрической цепи может быть выполнен с использованием одной из следующих формул:

$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2} = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q_L - Q_C}{\sin \varphi}. \quad (3.119)$$

Полная мощность электрической цепи (см. рис. 3.20) может быть рассчитана также через действующие значения напряжения и тока, полученные с помощью вольтметра и амперметра электромагнитной системы измерения:

$$S = UI. \quad (3.120)$$

Разность величин индуктивной и емкостной реактивных мощностей представляет собой реактивную мощность электрической цепи, для обозначения которой используется буква Q :

$$Q = Q_L - Q_C . \quad (3.121)$$

Обратим внимание на важное обстоятельство, вытекающее из записи формулы реактивной мощности Q .

Емкостная реактивная мощность Q_C записывается в формуле (3.121) со знаком « $-$ », что является отражением того факта, что в любой момент времени она изменяется в противофазе с индуктивной мощностью Q_L . Если добиться равенства величин емкостной и индуктивной мощностей, то реактивная мощность, вырабатываемая источником электрической энергии, будет равна нулю. Это позволяет осуществить разгрузку по току генераторов электрических станций и элементов систем передачи и распределения электрической энергии, уменьшить потери энергии в них, повысить коэффициент полезного действия систем электроснабжения.

Последовательность расчета электрической цепи с последовательным соединением элементов r, L, C .

Заданными являются напряжение на внешних зажимах источника $u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u)$ и параметры электрической цепи r, L, C .

Определяется действующее значение напряжения:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} .$$

Рассчитываются индуктивное и емкостное сопротивления цепи:

$$x_L = \omega L, x_C = \frac{1}{\omega C} .$$

Находится значение полного сопротивления цепи:

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} .$$

Определяется величина действующего значения тока:

$$I = \frac{U}{z}.$$

Рассчитывается угол сдвига фаз между напряжением и током:

$$\varphi = \arccos \frac{r}{z}.$$

Записывается выражение для мгновенного значения тока:

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \Psi_u \pm \varphi),$$

где знак «-» перед углом сдвига фаз соответствует условию $x_L > x_C$, а знак «+» условию, когда $x_C > x_L$.

Определяются действующие значения напряжения на элементах r, L, C :

$$U_r = rI, U_L = x_L I, U_C = x_C I.$$

Осуществляется переход от действующих значений напряжений U_r, U_L, U_C к их мгновенным значениям:

$$u_r = \sqrt{2}U_r \sin(\omega t + \Psi_u \pm \varphi),$$

$$u_L = \sqrt{2}U_L \sin(\omega t + \Psi_u \pm \varphi + 90^\circ),$$

$$u_C = \sqrt{2}U_C \sin(\omega t + \Psi_u \pm \varphi - 90^\circ).$$

Производится расчет активной, реактивной и полной мощностей:

$$P = rI^2, Q = (x_L - x_C)I^2, S = zI^2.$$

Строятся графики, представляющие зависимости мгновенных значений тока и напряжения источника от фазового угла ωt , а также векторная диаграмма данной электрической цепи.

Пример 3.7

Рассчитать электрическую цепь (см. рис. 3.20), в которой мгновенное значение напряжения источника $u = 564 \sin \times (314t + 30^\circ)$, активное сопротивление резистора r равно 2 Ом, индуктивность L составляет 0,223 Гн, а емкость C равна $106 \cdot 10^{-6}$ Ф.

Решение

Действующее значение напряжения

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{564}{1,41} = 400 \text{ В}.$$

Индуктивное сопротивление цепи

$$x_L = \omega L = 314 \cdot 0,223 = 70 \text{ Ом}.$$

Емкостное сопротивление цепи

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1 \cdot 10^6}{314 \cdot 106} = 30,05 \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление электрической цепи

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{2^2 + (70 - 30,05)^2} = 40 \text{ Ом}.$$

Действующее значение тока

$$I = \frac{U}{z} = \frac{400}{40} = 10 \text{ А}.$$

Угол сдвига фаз между напряжением и током

$$\varphi = \arccos \frac{r}{z} = \arccos \frac{2}{40} = 87^\circ 02'.$$

Мгновенное значение тока

$$\begin{aligned} i &= \sqrt{2} I \sin(\omega t + \Psi_u - \varphi) = \sqrt{2} \cdot 10 \sin(314t + 30^\circ - 87^\circ 02') = \\ &= 14,1 \sin(314t - 57^\circ 02'). \end{aligned}$$

Действующие значения напряжений на элементах r, L, C :

$$U_r = rI = 2 \cdot 10 = 20 \text{ В},$$

$$U_L = x_L I = 70 \cdot 10 = 700 \text{ В},$$

$$U_C = x_C I = 30,05 \cdot 10 = 300,5 \text{ В}.$$

Мгновенные значения напряжений на элементах r, L, C :

$$\begin{aligned} u_r &= \sqrt{2}U_r \sin(\omega t + \Psi_u - \varphi) = \\ &= 1,41 \cdot 20 \sin(314t + 30^\circ - 87^\circ 02') = \\ &= 28,2 \sin(314t - 57^\circ 02'), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_L &= \sqrt{2}U_L \sin(\omega t + \Psi_u - \varphi + 90^\circ) = \\ &= 1,41 \cdot 700 \sin(314t + 30^\circ - 87^\circ 02' + 90^\circ) = \\ &= 987 \sin(314t + 32^\circ 58'), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_C &= \sqrt{2}U_C \sin(\omega t + \Psi_u - \varphi - 90^\circ) = \\ &= 1,41 \cdot 300,5 \sin(314t + 30^\circ - 87^\circ 02' - 90^\circ) = \\ &= 423,7 \sin(314t - 147^\circ 02'). \end{aligned}$$

Активная мощность

$$P = rI^2 = 2 \cdot 10^2 = 200 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность электрической цепи

$$Q = (x_L - x_C)I^2 = (70 - 30,05)10^2 = 3995 \text{ вар}.$$

Полная мощность цепи

$$S = zI^2 = 40 \cdot 10^2 = 4000 \text{ ВА}.$$

Графики зависимостей $i(\omega t)$ и $u(\omega t)$ и векторную диаграмму тока и напряжений студентам предлагается построить самостоятельно. Построение векторной диаграммы рекомендуется

выполнить с использованием следующих масштабов: по току 2,5 А/см, по напряжению 100 В/см.

3.12. Резонанс напряжений

В электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с последовательным соединением элементов r, L, C возможно явление резонанса напряжений. Данное явление наступает при выполнении условия

$$x_L = x_C. \quad (3.122)$$

Это равенство можно переписать в следующем виде:

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi f \cdot C}. \quad (3.123)$$

При заданных параметрах электрической цепи, т.е. при известных значениях L и C , достижение резонансного состояния возможно, если значение частоты питающего напряжения определить по выражению

$$f = f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (3.124)$$

Если средства регулирования частоты отсутствуют, то резонансное состояние электрической цепи может быть достигнуто посредством изменения величины индуктивности L или емкости C или же одновременным изменением этих параметров.

Для резонансного состояния электрической цепи (см. рис. 3.20) характерно следующее.

Полное сопротивление электрической цепи при резонансе напряжений становится минимальным по величине и равняется ее активному сопротивлению:

$$z = z_{\min} = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = r. \quad (3.125)$$

Действующее значение тока достигает своей максимальной величины:

$$I = I_{\max} = \frac{U}{z} = \frac{U}{z_{\min}} = \frac{U}{r}. \quad (3.126)$$

Угол сдвига фаз φ между напряжением источника и током при резонансе напряжений становится равным нулю:

$$\varphi = \arccos \frac{r}{z} = \arccos \frac{r}{r} = 0^\circ. \quad (3.127)$$

Реактивная мощность цепи

$$Q = Q_L - Q_C = (x_L - x_C)I^2 = 0. \quad (3.128)$$

Полная мощность электрической цепи

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = P. \quad (3.129)$$

Электрическая цепь с последовательным соединением резистивного элемента, идеализированного индуктивного элемента и идеализированного емкостного элемента, находясь в состоянии резонанса напряжений, ведет себя по отношению к источнику, как идеализированная цепь с резистивным элементом (см. рис. 3.3). Векторная диаграмма напряжений и тока для режима резонанса напряжения приведена на рис. 3.24.

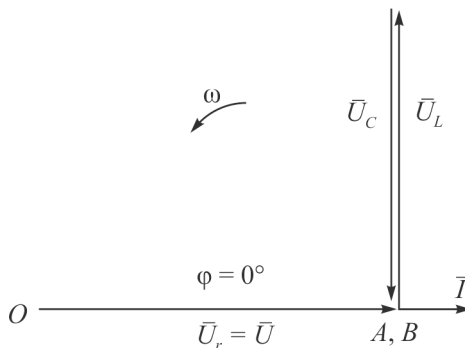


Рис. 3.24. Векторная диаграмма электрической цепи при резонансе напряжений

Треугольники сопротивлений и мощностей вырождаются в отрезки прямых линий (рис. 3.25, 3.26).

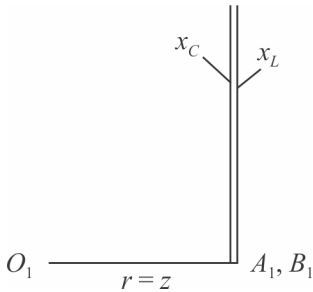


Рис. 3.25. Вырожденный треугольник сопротивлений при резонансе напряжений

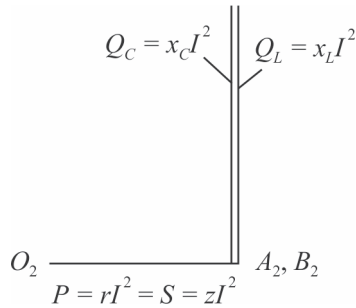


Рис. 3.26. Вырожденный треугольник мощностей при резонансе напряжений

При рассмотрении явления резонанса напряжения следует акцентировать внимание на следующих моментах.

Активное сопротивление цепи r , как правило, имеет небольшую величину, и поэтому ток при резонансе напряжений может достигать больших значений. Это приводит к увеличению потерь энергии в резистивном элементе и может явиться причиной его перегрева. Если активное сопротивление r представляет активное сопротивление провода катушки, то увеличенные потери энергии в проводе могут стать причиной перегрева катушки и выхода ее из строя.

При выполнении условия $x_L = x_C \gg r$ напряжения на индуктивности и емкости достигают значений, превышающих величину напряжения в питающей сети:

$$U_L = U_C \gg U_r = U. \quad (3.130)$$

Так, если действующее значение напряжения источника $U = 220 \text{ В}$, а $x_L = x_C = 10r$, то

$$U_L = U_C = 10U = 2200 \text{ В}. \quad (3.131)$$

Возникновение больших по величине напряжений на индуктивности и емкости при резонансе напряжений может стать причиной пробоя изоляции провода катушки и диэлектрика конденсатора, а также сделать опасными условия работы электротехнического персонала в таких электрических цепях.

3.13. Расчет электрической цепи, содержащей источник однофазного синусоидального напряжения и нагрузку в виде параллельного соединения катушки, конденсатора и резистора

Рассмотрим электрическую цепь (рис. 3.27), содержащую источник электрической энергии, между внешними зажимами которого действует однофазное синусоидальное напряжение $u = U_m \sin \omega t$, и нагрузку в виде параллельного соединения катушки, конденсатора и резистора. Катушка на схеме представлена последовательным соединением активного r_1 и индуктивного x_{L1} сопротивлений. Конденсатор показан последовательным соединением активного r_2 и емкостного x_{C2} сопротивлений. Резистор замещается активным сопротивлением r_3 . Параметры проводов линии, соединяющей источник и нагрузку, не учитываются.

Задачей расчета является нахождение величин действующих значений токов в ветвях нагрузки I_1, I_2, I_3 , активных P_1, P_2, P_3 и реактивных Q_{L1}, Q_{C2} мощностей, а также тока, активной, реактивной и полной мощности источника S . Одной из задач расчета является построение векторной диаграммы электрической цепи.

Для параллельного соединения ветвей, образующих нагрузку, характерным является одинаковая величина напряжения на их зажимах, которая равна величине напряжения источника. Действующее значение напряжения источника определяется через амплитудное значение по формуле

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (3.132)$$

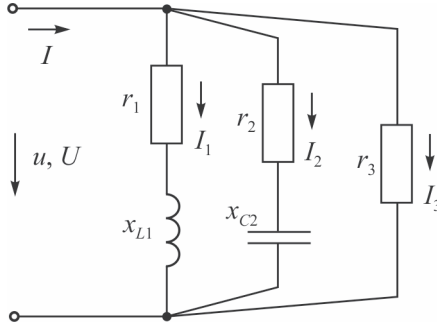


Рис. 3.27. Электрическая цепь с параллельным соединением катушки, конденсатора и резистора

Действующие значения токов ветвей определяются на основании закона Ома:

$$I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{U}{\sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2}}, \quad (3.133)$$

$$I_2 = \frac{U}{z_2} = \frac{U}{\sqrt{r_2^2 + x_{C2}^2}}, \quad (3.134)$$

$$I_3 = \frac{U}{z_3} = \frac{U}{r_3}. \quad (3.135)$$

Активные мощности ветвей рассчитываются по формулам

$$P_1 = r_1 I_1^2, \quad (3.136)$$

$$P_2 = r_2 I_2^2, \quad (3.137)$$

$$P_3 = r_3 I_3^2. \quad (3.138)$$

Активная мощность источника определяется из уравнения баланса активных мощностей

$$P = P_1 + P_2 + P_3. \quad (3.139)$$

Индуктивная реактивная мощность катушки и емкостная реактивная мощность конденсатора находятся по формулам

$$Q_{L1} = x_{L1} I_1^2, \quad (3.140)$$

$$Q_{C2} = x_{C2} I_2^2. \quad (3.141)$$

Реактивная мощность резистора равняется нулю.

Реактивная мощность источника электрической энергии определяется из уравнения баланса реактивных мощностей:

$$Q = Q_{L1} - Q_{C2}. \quad (3.142)$$

Полная мощность источника электрической энергии

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (3.143)$$

По величине полной мощности источника S и величине действующего значения его напряжения U определяется действующее значение тока источника:

$$I = \frac{S}{U} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U}. \quad (3.144)$$

Для построения векторной диаграммы электрической цепи (см. рис. 3.27) необходимо найти длины векторов напряжения и токов и рассчитать значения углов сдвига фаз $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi$. Для определения длины вектора напряжения производится выбор масштаба по напряжению и осуществляется деление действующего значения напряжения на масштаб напряжения. Длины векторов токов находятся аналогично с учетом выбранного масштаба по току. Расчет углов сдвига фаз между напряжением и токами производится по следующим формулам:

$$\varphi_1 = \arccos \frac{r_1}{z_1}, \quad (3.145)$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{r_2}{z_2}, \quad (3.146)$$

$$\varphi_3 = \arccos \frac{r_3}{z_3} = \arccos \frac{r_3}{r_3} = 0^\circ, \quad (3.147)$$

$$\varphi = \arccos \frac{P}{S}. \quad (3.148)$$

Пример 3.8

В электрической цепи (см. рис. 3.27) $u = 310,2 \sin \omega t$, $r_1 = 3 \text{ Ом}$, $x_{L1} = 4 \text{ Ом}$, $r_2 = 8 \text{ Ом}$, $x_{C2} = 6 \text{ Ом}$, $r_3 = 5 \text{ Ом}$. Рассчитать данную электрическую цепь и построить векторную диаграмму напряжения и токов.

Решение

Действующее значение напряжения

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{310,2}{1,41} = 220 \text{ В}.$$

Действующее значение тока, проходящего по катушке,

$$I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{U}{\sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2}} = \frac{220}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 44 \text{ А}.$$

Действующее значение тока в конденсаторе

$$I_2 = \frac{U}{z_2} = \frac{U}{\sqrt{r_2^2 + x_{C2}^2}} = \frac{220}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 22 \text{ А}.$$

Действующее значение тока в резисторе

$$I_3 = \frac{U}{z_3} = \frac{U}{r_3} = \frac{220}{5} = 44 \text{ А}.$$

Активные мощности ветвей нагрузки

$$P_1 = r_1 I_1^2 = 3 \cdot 44^2 = 5808 \text{ Вт},$$

$$P_2 = r_2 I_2^2 = 8 \cdot 22^2 = 3872 \text{ Вт},$$

$$P_3 = r_3 I_3^2 = 5 \cdot 44^2 = 9680 \text{ Вт}.$$

Активная мощность источника

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 5808 + 3872 + 9680 = 19\,360 \text{ Вт} = 19,36 \text{ кВт}.$$

Индуктивная реактивная мощность катушки

$$Q_{L1} = x_{L1} I_1^2 = 4 \cdot 44^2 = 7744 \text{ вар.}$$

Емкостная реактивная мощность конденсатора

$$Q_{C2} = x_{C2} I_2^2 = 6 \cdot 22^2 = 2904 \text{ вар.}$$

Реактивная мощность резистора

$$Q_3 = 0.$$

Реактивная мощность источника

$$Q = Q_{L1} - Q_{C2} = 7744 - 2904 = 4840 \text{ вар} = 4,84 \text{ квар.}$$

Полная мощность источника электрической энергии

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{19360^2 + 4840^2} = 19956 \text{ ВА} = 19,956 \text{ кВА.}$$

Действующее значение тока источника

$$I = \frac{S}{U} = \frac{19956}{220} = 90,71 \text{ А.}$$

Для построения векторной диаграммы необходимо определить длины векторов напряжения и токов и найти значения углов сдвига фаз между напряжениями и токами.

Для определения длины векторов напряжения и токов производится выбор величины масштабов: по напряжению $m_U = 22 \text{ В/см}$, по току $m_I = 11 \text{ А/см}$. Тогда длина вектора напряжения

$$l_U = \frac{U}{m_U} = \frac{220}{22} = 10 \text{ см.}$$

Длины векторов токов:

$$l_{I_1} = \frac{I_1}{m_I} = \frac{44}{11} = 4 \text{ см,}$$

$$l_{I_2} = \frac{I_2}{m_I} = \frac{22}{11} = 2 \text{ см},$$

$$l_{I_3} = \frac{I_3}{m_I} = \frac{44}{11} = 4 \text{ см},$$

$$l_I = \frac{I}{m_I} = \frac{90,71}{11} = 8,25 \text{ см}.$$

Углы сдвига фаз между напряжением и токами рассчитываются по выражениям

$$\varphi_1 = \arccos \frac{r_1}{z_1} = \arccos \frac{3}{5} = 53^\circ 07',$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{r_2}{z_2} = \arccos \frac{8}{10} = -36^\circ 48'.$$

$$\varphi_3 = \arccos \frac{r_3}{z_3} = \arccos \frac{5}{5} = 0^\circ,$$

$$\varphi = \arccos \frac{P}{S} = \arccos \frac{19360}{199565} = 14^\circ 5'.$$

(Напряжение на конденсаторе отстает по фазе от тока, и поэтому угол φ_2 отрицательный.)

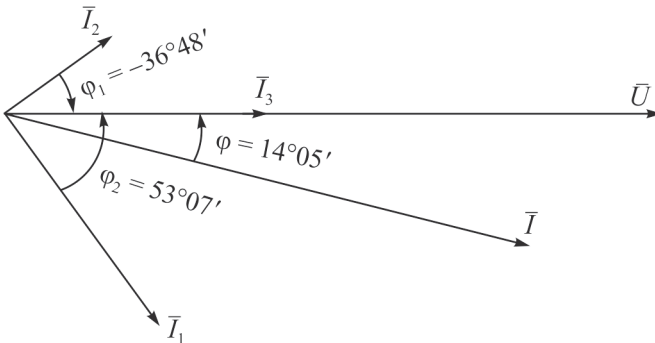


Рис. 3.28. Векторная диаграмма

Результаты расчетов длины векторов напряжения и токов и углов сдвига фаз использованы при построении векторной диаграммы электрической цепи (рис. 3.28).

3.14. Проводимости в электрических цепях синусоидального напряжения

При расчете электрических цепей однофазного синусоидального напряжения используются понятия активной, индуктивной реактивной, емкостной реактивной и полной проводимостей.

Ветви электрической цепи, содержащие только активное сопротивление (рис. 3.3), характеризуются активной проводимостью g . Для ее расчета используется формула

$$g = \frac{1}{r} \quad (3.149)$$

Для ветви электрической цепи, содержащей идеализированный индуктивный элемент (см. рис. 3.6), вводится понятие индуктивной реактивной проводимости b_L . Расчет проводимости b_L выполняется по выражению

$$b_L = \frac{1}{x_L}. \quad (3.150)$$

Ветви электрической цепи с идеализированным емкостным элементом (см. рис. 3.9), принято характеризовать емкостной реактивной проводимостью b_C . Расчет емкостной реактивной проводимости осуществляется по формуле

$$b_C = \frac{1}{x_C} \quad (3.151)$$

Ветви электрической цепи, содержащие катушки, замещенные последовательным соединением активного и индуктивного сопротивлений (см. рис. 3.12), характеризуются активной g , индуктивной реактивной b_L и полной y проводимостями. Для их расчета в этом случае применяются следующие выражения:

$$g = \frac{r}{z^2}, \quad (3.152)$$

$$b_L = \frac{x_L}{z^2}, \quad (3.153)$$

$$y = \frac{1}{z}, \quad (3.154)$$

где z – полное сопротивление ветви.

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2}. \quad (3.155)$$

Ветви электрической цепи, содержащие конденсаторы, замещенные последовательным соединением активного и емкостного сопротивлений (см. рис 3.16), характеризуются активной g , емкостной реактивной b_C и полной y проводимостями. Для расчета g , b_C , y используются формулы

$$g = \frac{r}{z^2}, \quad (3.156)$$

$$b_C = \frac{x_C}{z^2}, \quad (3.157)$$

$$y = \frac{1}{z}, \quad (3.158)$$

где z – полное сопротивление ветви.

$$z = \sqrt{r^2 + x_C^2}. \quad (3.159)$$

Ветви электрических цепей, образованные последовательным соединением активного, индуктивного и емкостного сопротивлений (см. рис 3.20), характеризуются всеми упомянутыми видами проводимостей. Для расчета отдельных видов проводимостей используются выражения

$$g = \frac{r}{z^2}, \quad (3.160)$$

$$b_L = \frac{x_L}{z^2}, \quad (3.161)$$

$$b_C = \frac{x_C}{z^2}, \quad (3.162)$$

$$y = \frac{1}{z}. \quad (3.163)$$

Полное сопротивление z в этом случае следует рассчитывать по выражению

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}. \quad (3.164)$$

Для ветвей электрических цепей, имеющих в своей структуре индуктивные и емкостные сопротивления (см. рис. 3.20), вводится понятие реактивной проводимости ветви. Реактивную проводимость принято обозначать буквой b , а для определения ее величины применяется формула

$$b = b_L - b_C. \quad (3.165)$$

Если $b_L > b_C$, то реактивная проводимость носит индуктивный характер. В случае выполнения неравенства $b_L < b_C$ реактивная проводимость ветви имеет емкостной характер.

3.15. Активные и реактивные составляющие токов в электрических цепях однофазного синусоидального напряжения

Рассмотрим электрическую цепь (рис. 3.29), в которой активное и индуктивное сопротивления соединены последовательно и подключены к источнику однофазного синусоидального напряжения. Векторная диаграмма данной электрической цепи приведена на рис. 3.30.

Она построена для случая, когда начальная фаза напряжения Ψ_u равна нулю. Длины векторов в масштабе соответствуют дей-

ствующим значениям напряжения и тока. При этом действующие значения напряжения и тока рассчитываются по выражениям

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad (3.166)$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x_L^2}}. \quad (3.167)$$

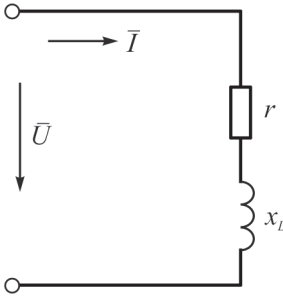


Рис. 3.29. Последовательная схема замещения реальной катушки

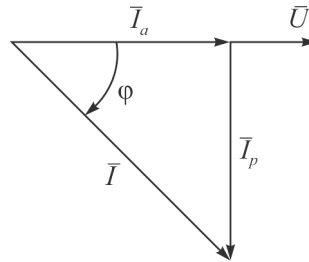


Рис. 3.30. Векторная диаграмма напряжения и тока катушки

Угол сдвига фаз φ между векторами напряжения и тока определяется из формулы

$$\varphi = \arccos \frac{r}{z}. \quad (3.168)$$

Представим вектор тока в виде суммы двух векторов:

$$\bar{I} = \bar{I}_a + \bar{I}_p. \quad (3.169)$$

Составляющая вектора тока \bar{I}_a совпадает по фазе с вектором напряжения и называется активной составляющей. Составляющая вектора тока \bar{I}_p отстает по фазе относительно вектора напряжения на 90 градусов и называется индуктивной реактивной составляющей. Величины активной и реактивной составляющих тока находятся из решения прямоугольного треугольника:

$$I_a = I \cos \varphi = \frac{U}{z} \frac{r}{z} = U \cdot g, \quad (3.170)$$

$$I_p = I \sin \varphi = \frac{U}{z} \frac{x_L}{z} = U \cdot b_L. \quad (3.171)$$

Представление тока I в виде двух составляющих позволяет от последовательной схемы замещения катушки (см. рис. 3.29) перейти к параллельной схеме замещения (рис. 3.31).

Активная составляющая тока I_a обусловлена активной проводимостью g , а индуктивная реактивная составляющая тока I_p индуктивной реактивной проводимостью b_L .

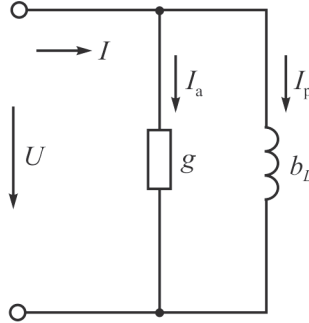


Рис. 3.31. Параллельная схема замещения катушки

Последовательная схема замещения конденсатора и векторная диаграмма, соответствующая ей, приведены на рис. 3.32, 3.33. Представление тока I в виде двух составляющих позволяет от последовательной схемы замещения конденсатора (см. рис. 3.32) перейти к параллельной схеме замещения (рис. 3.34).

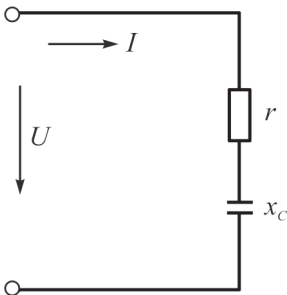


Рис. 3.32. Последовательная схема замещения реального конденсатора

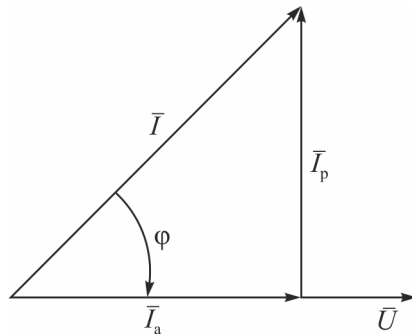


Рис. 3.33. Векторная диаграмма напряжения и тока конденсатора

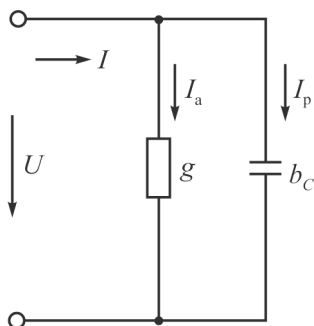


Рис. 3.34. Параллельная схема замещения конденсатора

Активная составляющая тока I_a обусловлена активной проводимостью g , а емкостная реактивная составляющая тока I_p емкостной реактивной проводимостью b_C .

Активная составляющая тока совпадает по фазе с напряжением и рассчитывается по формуле

$$I_a = I \cos \varphi = \frac{U r}{z} = U \cdot g \quad (3.172)$$

Реактивная составляющая тока опережает по фазе вектор напряжения на 90 градусов, а величина этой составляющей находится из формулы

$$I_p = I \sin \varphi = \frac{U x_C}{z} = U \cdot b_C . \quad (3.173)$$

Полное сопротивление, входящее в выражения I_a , I_p , рассчитывается по известной формуле (3.159)

$$z = \sqrt{r^2 + x_C^2} .$$

Реактивная составляющая тока, опережающая по фазе вектор напряжения на 90 градусов, называется емкостной составляющей.

Введение понятий активной, индуктивной, емкостной проводимостей и представление тока катушки и тока конденсатора в виде активных и реактивных составляющих позволяет производить расчеты активных и реактивных мощностей катушки и конденсатора через соответствующие проводимости и составляющие тока. Для этого используются формулы

$$P = U^2 g = U I_a , \quad (3.174)$$

$$Q_L = U^2 b_L = U I_{pL} , \quad (3.175)$$

$$Q_C = U^2 b_C = UI_{pC}. \quad (3.176)$$

Данные формулы являются видоизменением выражений P , Q_L , Q_C , полученных при анализе электромагнитных процессов в реальной катушке индуктивности и реальном конденсаторе.

3.16. Резонанс токов

В электрических цепях однофазного синусоидального напряжения, содержащих катушки индуктивности и конденсаторы, включенные параллельно, может возникать явление резонанса токов.

Для выяснения физической сущности данного явления рассмотрим электрическую цепь, содержащую источник однофазного синусоидального напряжения, катушку индуктивности и конденсатор (рис. 3.35).

Источник представлен внешними зажимами, между которыми действует однофазное синусоидальное напряжение, мгновенное и

действующее значения которого равны соответственно u, U .

Катушка индуктивности на схеме замещена активным сопротивлением r_k и индуктивностью L , включенными последовательно. Конденсатор представлен схемой, содержащей активное сопротивление r_C и емкость C , соединенными последовательно. При угловой частоте синусоидального напряжения ω индуктивное сопротивление катушки $x_L = \omega L$, а емкостное сопротивление конденсатора $x_C = \frac{1}{\omega C}$. Катушка и конденсатор включе-

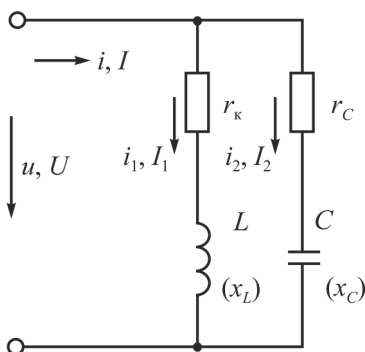


Рис. 3.35. Схема электрической цепи с параллельным соединением катушки и конденсатора

ны параллельно и подключены к внешним зажимам источника электрической энергии. Мгновенные значения токов источника, катушки индуктивности и конденсатора i, i_1, i_2 , а их действующие значения I, I_1, I_2 .

Резонансное состояние электрической цепи (см. рис. 3.35) наступает при выполнении равенства

$$b_{L1} = b_{C2}. \quad (3.177)$$

Данное равенство может быть переписано в виде

$$\frac{r_k}{r_k^2 + (\omega L)^2} = \frac{r_C}{r_C^2 + (1/\omega C)^2}. \quad (3.178)$$

Достижение резонанса токов в электрической цепи (см. рис. 3.35) возможно за счет регулирования частоты питающего напряжения f , посредством изменения индуктивности катушки L или емкости конденсатора C . Резонансное состояние электрической цепи может быть достигнуто также одновременным регулированием двух или трех указанных параметров. Активное сопротивление катушки r_k и активное сопротивление конденсатора r_C весьма незначительны по величине, и поэтому вариант достижения резонанса токов за счет изменения величин активных сопротивлений r_k и r_C является маловероятным.

Векторная диаграмма электрической цепи (см. рис. 3.35), в которой наблюдается явление резонанса токов, приведена на рис. 3.36. Действующие значения токов катушки и конденсатора и углы сдвига фаз между вектором напряжения и векторами токов рассчитаны по формулам

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{r_k^2 + x_L^2}}, \quad (3.179)$$

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{r_C^2 + x_C^2}}, \quad (3.180)$$

$$\varphi_1 = \arccos \frac{r_k}{\sqrt{r_k^2 + x_L^2}}, \quad (3.181)$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{r_C}{\sqrt{r_C^2 + x_C^2}}. \quad (3.182)$$

Действующее значение напряжения источника электрической энергии определяется через амплитудное его значение по выражению

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (3.183)$$

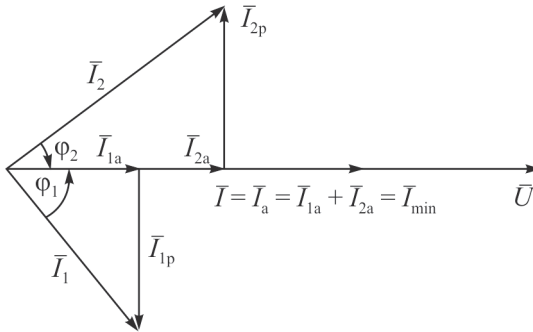


Рис. 3.36. Векторная диаграмма электрической цепи при резонансе токов

Для электрической цепи (см. рис. 3.35), первый закон Кирхгофа записывается в следующем виде:

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2. \quad (3.184)$$

Если векторы токов \bar{I}_1, \bar{I}_2 заменить векторами активных и реактивных составляющих, то равенство (3.184) можно записать следующим образом:

$$\bar{I} = \bar{I}_{1a} + \bar{I}_{1p} + \bar{I}_{2a} + \bar{I}_{2p} = \bar{I}_a + \bar{I}_p, \quad (3.185)$$

где \bar{I}_a, \bar{I}_p – векторы активной и реактивной составляющих тока источника электрической энергии,

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{a1} + \bar{I}_{a2},$$

$$\bar{I}_p = \bar{I}_{p1} + \bar{I}_{p2}.$$

Активная составляющая тока катушки и активная составляющая тока конденсатора совпадают по фазе (см. рис. 3.36), и поэтому величина активной составляющей тока источника рассчитывается по выражению

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = Ug_3, \quad (3.186)$$

где g_3 – эквивалентная активная проводимость электрической цепи.

$$g_3 = g_1 + g_2. \quad (3.187)$$

Реактивная составляющая тока катушки и реактивная составляющая тока конденсатора сдвинуты по фазе во времени на 180 градусов. Вследствие этого величина реактивной составляющей тока источника электрической энергии равна разности реактивных составляющих тока катушки и конденсатора:

$$I_p = I_{p1} - I_{p2} = Ub_3, \quad (3.188)$$

где b_3 – эквивалентная реактивная проводимость электрической цепи.

$$b_3 = b_{L1} - b_{C2}. \quad (3.189)$$

В режиме резонанса токов эквивалентная реактивная проводимость электрической цепи равна нулю, так как $b_{L1} = b_{C2}$. Следовательно, реактивная составляющая тока источника электрической энергии I_p также равна нулю. Источник в режиме резонанса токов вырабатывает ток, величина которого равна сумме активных составляющих токов ветвей и является минимальной.

Равенство реактивных составляющих токов катушки и конденсатора обуславливает равенство их реактивных мощностей:

$$Q_{L1} = Q_{C2}. \quad (3.190)$$

При этом условии реактивная мощность, вырабатываемая источником,

$$Q = Q_{L1} - Q_{C2} = 0, \quad (3.191)$$

а полная мощность источника

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = P. \quad (3.192)$$

Таким образом, производство, передача и распределение электрической энергии в электрических цепях, находящихся в состоянии резонанса токов, осуществляется при минимальной величине тока в элементах систем электроснабжения, следовательно, при наименьших потерях мощности и напряжения. Это способствует увеличению коэффициента полезного действия систем электроснабжения, благоприятно сказывается на показателях качества электрической энергии и рабочих характеристиках потребителей.

В общем случае, когда на параллельную работу в электрической цепи однофазного синусоидального напряжения включены m катушек индуктивности и n конденсаторов, условие резонанса токов записывается в следующем виде:

$$\sum_{j=1}^{j=m} \frac{x_{L_j}}{r_j^2 + x_{L_j}^2} = \sum_{j=1}^{j=n} \frac{x_{C_j}}{r_j^2 + x_{C_j}^2}. \quad (3.193)$$

В число m следует включать также ветви с последовательным соединением катушки и конденсатора, если для данной ветви выполняется условие $x_L > x_C$. При этом в качестве индуктивного сопротивления этой ветви следует принимать эквивалентное реактивное сопротивление, равное разности индуктивного и емкостного сопротивлений. Если же в ветви с последовательным соединением катушки и конденсатора выполняется неравенство $x_L < x_C$, то данную ветвь следует включать в число n , а в качестве емкостного сопротивления ветви принимать эк-

вивалентное реактивное сопротивление, равное разности емкостного и индуктивного сопротивлений.

Пример 3.9

Записать в общем виде условие резонанса токов в электрической цепи (рис. 3.37).

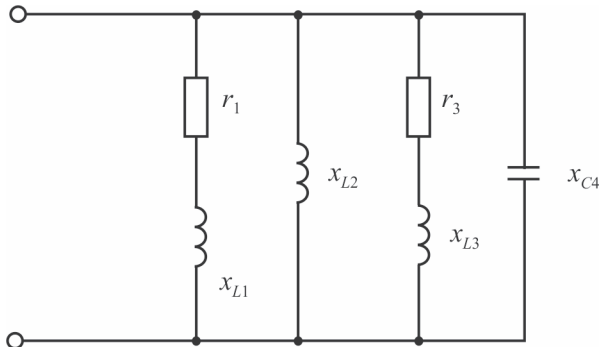


Рис. 3.37. Схема электрической цепи для пояснения условий возникновения резонанса токов

В электрической цепи (см. рис. 3.37) $m=3$, $n=1$. Резонанс токов в электрической цепи наступает при выполнении условия

$$\frac{r_1}{r_1^2 + x_{L1}^2} + \frac{1}{x_{L2}} + \frac{r_3}{r_3^2 + x_{L3}^2} = \frac{1}{x_{C4}}.$$

3.17. Компенсация реактивной мощности

Работа электромагнитных устройств переменного напряжения осуществляется с использованием переменного магнитного поля. Для создания этого поля электромагнитные устройства потребляют из питающей сети реактивную индуктивную мощность Q_L . Передача мощности Q_L от источников, установленных на электрических станциях, к местам ее потребления связана с прохождением индуктивного реактивного тока. Данный ток загружает элементы

систем электроснабжения, обуславливает потери электрической энергии и напряжения. Это негативно отражается на энергетических показателях систем электроснабжения, качестве электрической энергии, рабочих характеристиках приемников.

Для разгрузки генераторов электрических станций и других элементов систем электроснабжения от индуктивной реактивной мощности и индуктивного реактивного тока применяются технические средства, потребляющие емкостную реактивную мощность Q_C . К техническим средствам, потребляющим при работе емкостную реактивную мощность Q_C , относятся: синхронные компенсаторы, перевозбужденные синхронные электродвигатели, батареи статических конденсаторов.

Синхронный компенсатор представляет собой электрическую машину, работающую без механической нагрузки на валу. Номинальная мощность синхронных компенсаторов составляет 5000–75000 квар. Устанавливаются синхронные компенсаторы на крупных районных трансформаторных подстанциях. На предприятиях, в состав электрооборудования которых входят синхронные электрические двигатели компрессоров, вентиляторов, насосов, воздуходувок, осуществляется режим перевозбуждения двигателей за счет увеличения тока в обмотке возбуждения выше его номинального значения. Номинальная мощность синхронных двигателей определяется производительностью приводимых механизмов и составляет 250–1600 кВт. Синхронные электрические двигатели работают от сети напряжением 6–10 кВ и подключаются к шинам вторичного напряжения главных понизительных подстанций предприятий и к шинам главных распределительных пунктов. Статические конденсаторы применяются преимущественно в системах внутреннего электроснабжения предприятий. Конденсаторы входят в состав комплектных компенсирующих установок мощностью 50–1125 квар. Компенсирующие установки, выпускаемые промышленностью, предназначены для работы в электрических сетях напряжением 380 В и 6–10 кВ. Устанавливаются компенсирующие установки на главных понизительных подстанциях предприятий, на главных распределительных пунктах, в распределительных уст-

роиствах высокого и низкого напряжения цеховых подстанций, в распределительных пунктах низкого напряжения и непосредственно возле приемников.

Индуктивная и емкостная реактивные мощности в любой момент времени изменяются в противофазе. Это приводит к тому, что реактивная мощность, вырабатываемая источником и передаваемая по системе электроснабжения, уменьшается до величины

$$Q = Q_L - Q_C. \quad (3.194)$$

В частном случае, когда $Q_L = Q_C$, $Q = 0$, т.е. источник и элементы системы электроснабжения полностью разгружаются от реактивной мощности и реактивного тока.

Количество приемников электрической энергии, потребляющих при работе мощность Q_L и индуктивный реактивный ток, изменяется в течение рабочей смены, суток, недели, месяца, года. Поэтому возникает задача регулирования емкостной реактивной мощности Q_C и емкостного реактивного тока. На промышленных предприятиях это достигается отключением части компенсирующих установок или изменением степени перевозбуждения синхронных электрических двигателей. В системах внешнего электроснабжения регулирование мощности Q_C осуществляется посредством изменения величины тока возбуждения синхронных компенсаторов.

3.18. Расчет электрической цепи однофазного синусоидального напряжения при параллельном соединении потребителей с учетом параметров питающей линии

Рассмотрим особенности расчета электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с нагрузкой в виде параллельно включенных ветвей с учетом параметров линии, соединяющей источник и нагрузку. Расчетная схема электрической цепи, на примере которой изучается данный вопрос, приведена на рис. 3.38.

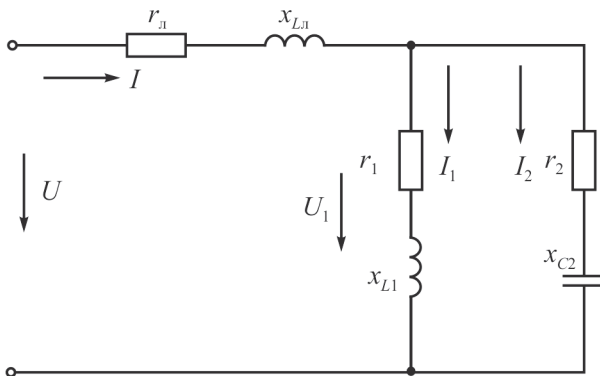


Рис. 3.38. Электрическая цепь синусоидального напряжения со смешанным соединением ветвей

Источник электрической энергии на схеме показан внешними зажимами. Действующее значение напряжения между внешними зажимами U . Нагрузкой для источника выступают две параллельно включенные ветви, одна из которых представляет собой схему замещения катушки индуктивности, а другая схему замещения конденсатора. Нагрузка подключена к внешним зажимам источника посредством проводов линии. Активное сопротивление проводов $r_{\text{л}}$, а их индуктивное сопротивление $x_{L\text{л}}$. Действие напряжения источника обуславливает прохождение тока по ветвям нагрузки и проводам линии. Действующие значения токов в линии и ветвях нагрузки равны соответственно I, I_1, I_2 .

В качестве исходных данных при расчете принимаются: действующее значение напряжения источника U , параметры ветвей нагрузки r_1, x_{L1}, r_2, x_{C2} и параметры линии $r_{\text{л}}, x_{L\text{л}}$. При выполнении расчетов необходимо определить действующие значения токов I, I_1, I_2 , активные, реактивные и полные мощности ветвей нагрузки, линии и источника. Одной из задач расчета является построение векторной диаграммы электрической цепи.

Для расчета токов в ветвях нагрузки необходимо предварительно рассчитать напряжение U_1 между узлами, к которым подключены данные ветви. С этой целью две ветви электрической це-

пи с катушкой и конденсатором заменяются одной эквивалентной ветвью. Расчет параметров эквивалентной ветви осуществляется с использованием понятий активной, реактивной и полной проводимостей в электрических цепях синусоидального тока.

Последовательность расчета

Определяются активные проводимости ветвей нагрузки и активная проводимость эквивалентной ветви:

$$g_1 = \frac{r_1}{r_1^2 + x_{L1}^2},$$

$$g_2 = \frac{r_2}{r_2^2 + x_{C2}^2},$$

$$g_3 = g_1 + g_2.$$

Рассчитываются индуктивная реактивная, емкостная реактивная проводимости ветвей нагрузки и реактивная проводимость эквивалентной ветви

$$b_{L1} = \frac{x_{L1}}{r_1^2 + x_{L1}^2},$$

$$b_{C2} = \frac{x_{C2}}{r_2^2 + x_{C2}^2},$$

$$b_3 = b_{L1} - b_{C2}.$$

Находится значение полной проводимости эквивалентной ветви, а через нее определяются эквивалентные значения полного, активного, индуктивного реактивного, емкостного реактивного сопротивлений эквивалентной ветви:

$$y_3 = \sqrt{g_3^2 + b_3^2},$$

$$z_3 = \frac{1}{y_3},$$

$$r_3 = g_3 z_3^2,$$

$$x_{L_3} = b_{L_3} z_3^2 = b_{L_1} z_3^2,$$

$$x_{C_3} = b_{C_3} z_3^2 = b_{C_2} z_3^2.$$

После замены катушки и конденсатора эквивалентной ветвью исходная схема электрической цепи приводится к виду, показанному на рис. 3.39.

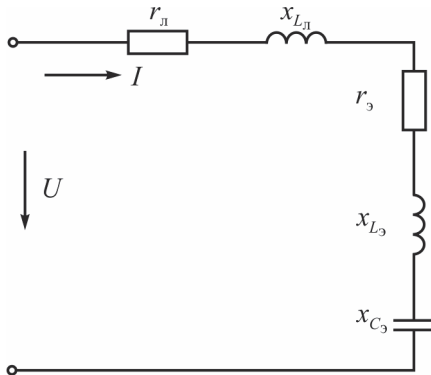


Рис. 3.39. Последовательная схема, эквивалентная схеме на рис. 3.38

В эквивалентной схеме действующее значение тока источника и линии определяется из выражения

$$I = \frac{U}{\sqrt{(r_{л} + r_3)^2 + (x_{L_{л}} + x_{L_3} - x_{C_3})^2}}.$$

Далее по закону Ома для участка цепи с эквивалентными параметрами рассчитывается напряжение U_1 .

$$U_1 = z_3 I.$$

Действующие значения токов катушки и конденсатора определяются по формулам

$$I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2}},$$

$$I_2 = \frac{U_1}{\sqrt{r_2^2 + x_{C2}^2}}.$$

Падение напряжения в проводах линии находится по выражению

$$\Delta U_{л} = z_{л} I = \sqrt{r_{л}^2 + x_{Lл}^2} I.$$

Составляющие падения напряжения в проводах линии определяются по формулам

$$\Delta U_{r_{л}} = r_{л} I,$$

$$\Delta U_{x_{Lл}} = x_{Lл} I.$$

Действующее значение напряжения источника рассчитывается по закону Ома, записанному для электрической цепи (см. рис. 3.39):

$$U = I \sqrt{(r_{л} + r_{э})^2 + (x_{Lл} + x_{Lэ} - x_{Cэ})^2}.$$

Для построения векторной диаграммы электрической цепи рассчитываются значения углов сдвига фаз между напряжением u_1 и токами i_1 и i_2 , а также между напряжениями $\Delta u_{л}$, u и током i :

$$\varphi_1 = \arccos \frac{r_1}{\sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2}},$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + x_{C2}^2}},$$

$$\varphi_{л} = \arccos \frac{r_{л}}{\sqrt{r_{л}^2 + x_{Lл}^2}},$$

$$\varphi = \arccos \frac{r_{\text{л}} + r_{\text{э}}}{\sqrt{(r_{\text{л}} + r_{\text{э}})^2 + (x_{L_{\text{л}}} + x_{L_{\text{э}}} - x_{C_{\text{э}}})^2}}.$$

На рис. 3.40 приведена векторная диаграмма для данной электрической цепи.

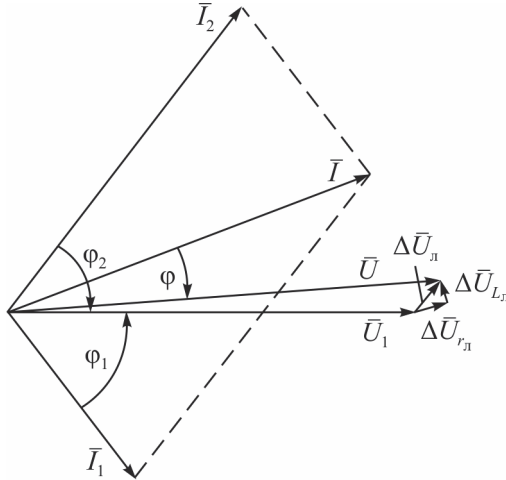


Рис. 3.40. Векторная диаграмма электрической цепи по рис. 3.38

Вектор напряжения \bar{U}_1 направлен в положительном направлении оси OX декартовой плоскости координат, для чего начальная фаза этого напряжения Ψ_{u1} была принята равной нулю градусов. Под углами φ_1, φ_2 к вектору напряжения \bar{U}_1 проведены векторы токов \bar{I}_1, \bar{I}_2 . Построение вектора тока источника электрической энергии \bar{I} выполнялось с посредством сложения векторов токов \bar{I}_1, \bar{I}_2 . Вектор падения напряжения на активном сопротивлении линии $\Delta\bar{U}_{r_{\text{л}}}$, совпадает по направлению с вектором тока \bar{I} , а вектор падения напряжения на индуктивном сопротивлении линии $\Delta\bar{U}_{L_{\text{л}}}$ опережает вектор тока \bar{I} на 90 граду-

сов. Векторы падения напряжения в линии $\Delta\bar{U}_л$ и напряжения источника электрической энергии \bar{U} строятся на основании векторных равенств

$$\Delta\bar{U}_л = \Delta\bar{U}_{r_л} + \Delta\bar{U}_{L_л},$$

$$\bar{U} = \Delta\bar{U}_{r_л} + \Delta\bar{U}_{L_л} + \bar{U}_1.$$

Анализ векторной диаграммы показывает, что на сопротивлениях линии $r_л, x_{L_л}$ теряется часть напряжения источника электрической энергии, и поэтому напряжение U_1 на нагрузке по величине меньше напряжения, которое источник отдает в линию. С увеличением сопротивления линии потери напряжения в ней возрастают.

Расчет активной мощности ветвей нагрузки и линии, индуктивной реактивной мощности катушки и линии, емкостной реактивной мощности конденсатора выполняется по следующим формулам:

$$P_1 = r_1 I_1^2, P_2 = r_2 I_2^2, \Delta P_л = r_л I^2,$$

$$Q_{L1} = x_{L1} I_1^2, Q_{C2} = x_{C2} I_2^2, \Delta Q_л = x_{L_л} I^2.$$

Активная и реактивная мощности источника определяются на основании уравнений баланса активной и реактивной мощностей:

$$P = P_1 + P_2 + \Delta P_л,$$

$$Q = Q_{L1} - Q_{C2} + \Delta Q_л.$$

Прохождение тока по линии сопровождается потерями электрической энергии в сопротивлении $r_л$, что негативно отражается на КПД систем электроснабжения. Наличие индуктивного сопротивления линии $x_{L_л}$ приводит к загрузке источника и элементов систем электроснабжения индуктивной реактивной мощностью и ограничивает их пропускную способность.

Для расчета полной мощности источника используется одна из следующих формул:

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q}{\sin \varphi} .$$

Пример 3.10

Рассчитать электрическую цепь (см. рис. 3.38) и построить для нее векторную диаграмму. Исходные данные следующие: $U = 220 \text{ В}$, $r_1 = 6 \text{ Ом}$, $x_{L1} = 8 \text{ Ом}$, $r_2 = 3 \text{ Ом}$, $x_{C2} = 4 \text{ Ом}$, $r_{л} = 0,3 \text{ Ом}$, $x_{Lл} = 0,4 \text{ Ом}$.

Решение

Производится расчет активных и реактивных проводимостей ветвей нагрузки:

$$g_1 = \frac{r_1}{r_1^2 + x_{L1}^2} = \frac{6}{6^2 + 8^2} = 0,06 \text{ См},$$

$$g_2 = \frac{r_2}{r_2^2 + x_{C2}^2} = \frac{3}{3^2 + 4^2} = 0,12 \text{ См},$$

$$b_{L1} = \frac{x_{L1}}{r_1^2 + x_{L1}^2} = \frac{8}{6^2 + 8^2} = 0,08 \text{ См},$$

$$b_{C2} = \frac{x_{C2}}{r_2^2 + x_{C2}^2} = \frac{4}{3^2 + 4^2} = 0,16 \text{ См}.$$

Определяются эквивалентные активная и реактивная проводимости участка электрической цепи с нагрузкой:

$$g_3 = g_1 + g_2 = 0,06 + 0,12 = 0,18 \text{ См},$$

$$b_3 = b_{L1} - b_{C2} = 0,08 - 0,16 = -0,08 \text{ См}.$$

Находится значение эквивалентной полной проводимости участка электрической цепи с нагрузкой:

$$y_3 = \sqrt{g_3^2 + b_3^2} = \sqrt{0,18^2 + (-0,08)^2} = 0,197 \text{ См}.$$

Производится расчет полного, активного и реактивного сопротивления эквивалентного участка электрической цепи с нагрузкой:

$$z_3 = \frac{1}{y_3} = \frac{1}{0,197} = 5,076 \text{ Ом},$$

$$r_3 = g_3 z_3^2 = 0,18 \cdot 5,076^2 = 4,638 \text{ Ом},$$

$$x_3 = b_3 z_3^2 = -0,08 \cdot 5,076^2 = -2,061 \text{ Ом}.$$

Знак минус перед значением x_3 означает, что реактивное сопротивление эквивалентного участка электрической цепи с нагрузкой имеет емкостной характер.

Схема электрической цепи, эквивалентная исходной схеме, приведена на рис. 3.39. Схема содержит одну ветвь, действующее значение тока в которой определяется по закону Ома:

$$I = \frac{U}{\sqrt{(r_{л} + r_3)^2 + (x_{L_{л}} + x_3)^2}} =$$

$$= \frac{220}{\sqrt{(0,3 + 4,638)^2 + (0,4 - 2,061)^2}} = 42,31 \text{ А}.$$

Данный ток вырабатывается источником, проходит по линии и участку электрической цепи с эквивалентными параметрами. Знание величины тока I позволяет рассчитать потери напряжения в линии, составляющие этих потерь на активном и индуктивном сопротивлениях, а также напряжение на эквивалентном участке электрической цепи:

$$\Delta U_{л} = z_{л} I = \sqrt{r_{л}^2 + x_{L_{л}}^2} I = \sqrt{0,3^2 + 0,4^2} 42,31 = 21,155 \text{ В},$$

$$\Delta U_{r_{л}} = r_{л} I = 0,3 \cdot 42,31 = 12,693 \text{ В},$$

$$\Delta U_{x_{L_{л}}} = x_{L_{л}} I = 0,4 \cdot 42,31 = 16,924 \text{ В},$$

$$U_1 = z_3 I = 5,076 \cdot 42,31 = 214,766 \text{ В}.$$

После нахождения величины напряжения U_1 определяются токи в катушке и конденсаторе:

$$I_1 = \frac{U_1}{z_1} = \frac{U_1}{\sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2}} = \frac{214,766}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = 21,474 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{U_1}{z_2} = \frac{U_1}{\sqrt{r_2^2 + x_{C2}^2}} = \frac{214,766}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 42,953 \text{ А}.$$

Значения углов сдвига фаз между вектором напряжения \bar{U}_1 и векторами токов \bar{I}_1 и \bar{I}_2

$$\varphi_1 = \arccos \frac{r_1}{z_1} = \arccos \frac{6}{10} = 53^\circ 10',$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{r_2}{z_2} = \arccos \frac{3}{5} = -53^\circ 10'.$$

Производится расчет углов сдвига фаз между вектором напряжения на сопротивлениях линии и током, а также между напряжением и током источника электрической энергии:

$$\varphi_{л} = \arccos \frac{r_{л}}{z_{л}} = \arccos \frac{0,3}{0,5} = 53^\circ 10',$$

$$\varphi = \arccos \frac{(r_{л} + r_3)}{\sqrt{(r_{л} + r_3)^2 + (x_{л} - x_3)^2}} = \arccos \frac{4,938}{5,2} = 18^\circ 16'.$$

Студентам предлагается в ходе самостоятельной подготовки построить векторную диаграмму электрической цепи. Построение векторной диаграммы рекомендуется производить в последовательности, описанной выше. Переход от действующих значений токов и напряжений к векторам произвести с использованием следующих масштабов: по току $m_I = 10 \text{ А/см}$ по напряжению $m_U = 22 \text{ В/см}$.

Потери мощности в активном сопротивлении линии и в активных сопротивлениях ветвей нагрузки рассчитываются по выражениям

$$\Delta P_{\text{л}} = r_{\text{л}} I^2 = 0,3 \cdot 42,31^2 = 537,04 \text{ Вт},$$

$$P_1 = r_1 I_1^2 = 6 \cdot 21,477^2 = 2767,569 \text{ Вт},$$

$$P_2 = r_2 I_2^2 = 3 \cdot 42,953^2 = 5534,881 \text{ Вт}.$$

Индуктивная реактивная мощность в линии и катушке и емкостная реактивная мощность конденсатора определяются по формулам

$$\Delta Q_{\text{л}} = x_{\text{л}} I^2 = 0,4 \cdot 42,31^2 = 716,05 \text{ вар},$$

$$Q_{L1} = x_{L1} I_1^2 = 8 \cdot 21,477^2 = 3690,09 \text{ вар},$$

$$Q_{C2} = x_{C2} I_2^2 = 4 \cdot 42,953^2 = 7379,84 \text{ вар}.$$

Активная и реактивная мощности источника находятся из уравнений баланса мощностей:

$$P = \Delta P_{\text{л}} + P_1 + P_2 = 537,04 + 2767,569 + \\ + 5534,881 = 8839,45 \text{ Вт},$$

$$Q = \Delta Q_{\text{л}} + Q_{L1} - Q_{C2} = 716,05 + 3690,09 - \\ - 7379,84 = -2973,7 \text{ вар}.$$

Полная мощность источника электрической энергии

$$S = UI = 220 \cdot 42,31 = 9308,2 \text{ ВА}.$$

Глава 4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ТРЕХФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

4.1. Основные понятия. Элементы трехфазной цепи. Трехфазный синхронный генератор

Трехфазной называется электрическая цепь, состоящая из трех однофазных цепей, в которых действуют ЭДС одинаковой амплитуды и частоты, сдвинутые во времени по фазе на 120° .

Трехфазная электрическая цепь в простейшем случае состоит из следующих элементов: трехфазного синхронного генератора, установленного на электрической станции, трехфазной трех- или четырехпроводной линии электропередач, трехфазных, двухфазных и однофазных приемников электрической энергии, а также коммутационных, защитных и измерительных аппаратов и приборов. Помимо перечисленных элементов в состав трехфазных цепей, как правило, входят повышающие трансформаторы электрических станций, понижающие трансформаторы районных подстанций, главных понизительных подстанций промышленных предприятий, цеховых подстанций предприятий, а также разветвленная распределительная электрическая сеть высокого и низкого напряжений. Трансформация электрической энергии позволяет повысить экономичность ее передачи от электрической станции к местам потребления.

Трехфазный синхронный генератор (рис. 4.1) содержит статор 1 и ротор 2. На статоре, представляющем неподвижную часть генератора, в пазах с пространственным сдвигом в 120° уложены три обмотки (фазы), начала которых обозначены буквами A, B, C , а концы – X, Y, Z . На рис. 4.1 каждая обмотка (фаза) условно показана в виде одного витка. В реальных условиях каждая фаза образована рядом многовитковых катушек, выполненных медным изолированным проводом и соединенных между собой по определенной схеме.

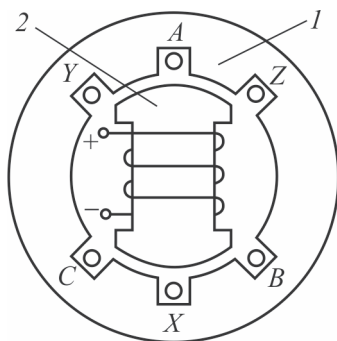


Рис. 4.1. Схематичный вид трехфазного синхронного генератора

На роторе, являющемся подвижной частью синхронного генератора, размещена обмотка возбуждения. Начало и конец обмотки возбуждения через центральное отверстие в валу ротора выведены и подключены к двум контактными кольцам. Кольца выполнены из меди, неподвижно закреплены на валу ротора и изолированы от него. На кольца накладываются медно-графитовые щетки, которые установлены в щеткодержателях, крепящихся неподвижно к статору. Щетки подключены к источнику электрической энергии постоянного тока. Через скользящий контакт, образованный щетками и контактными кольцами, в обмотку возбуждения подается постоянный ток. Вал ротора жестко соединен с валом первичного двигателя, в качестве которого используются паровые, гидравлические, газовые турбины и т.п.

Работа синхронного генератора осуществляется следующим образом.

Ротор синхронного генератора с помощью первичного двигателя приводится во вращение. Обмотка возбуждения ротора подключается к источнику постоянного напряжения. При прохождении по обмотке возбуждения постоянного тока создается неподвижное относительно ротора магнитное поле. При вращении ротора вместе с ним вращается и его магнитное поле, которое пересекает проводники обмоток фаз статора и наводит в них электродвижущие силы. Так как обмотки фаз статора смещены в

пространстве на 120° , то наведенные в них электродвижущие силы оказываются сдвинутыми во времени по фазе на 120° . Следовательно, при работе синхронного генератора в обмотках фаз статора наводятся ЭДС, которые описываются математически такими выражениями:

$$e_A = E_m \sin \omega t, \quad (4.1)$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ), \quad (4.2)$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t + 120^\circ), \quad (4.3)$$

где e_A, e_B, e_C – мгновенные значения ЭДС, наводимые в фазных обмотках $A - X, B - Y, C - Z$; E_m – амплитудные значения ЭДС, которые вследствие идентичности конструктивного выполнения обмоток фаз одинаковы во всех фазах; $\omega t, (\omega t \pm 120^\circ)$ – фазовые углы ЭДС.

Кривые изменения ЭДС фаз в функции фазового угла, построенные по формулам (4.1)–(4.3), приведены на рис. 4.2, а на рис. 4.3 представлена векторная диаграмма трехфазной системы ЭДС.

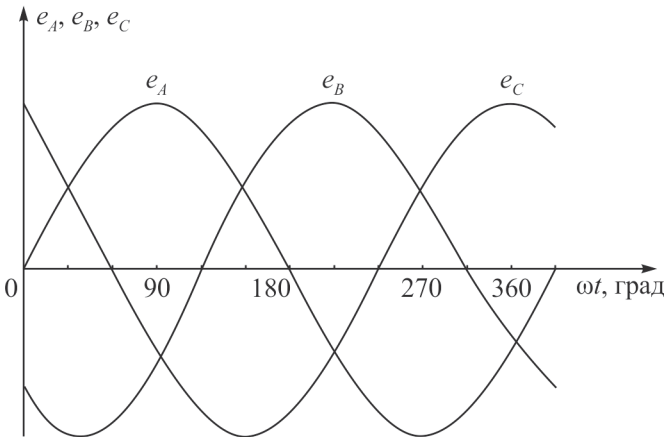


Рис. 4.2. Кривые изменения ЭДС фаз в функции фазового угла

В режиме холостого хода синхронного генератора, когда потребители электрической энергии отключены, ток по обмоткам фаз не протекает, и напряжения фаз между их началами и концами по величине равны электродвижущим силам:

$$u_A = e_A = U_m \sin \omega t, \quad (4.4)$$

$$u_B = e_B = U_m \sin(\omega t - 120^\circ), \quad (4.5)$$

$$u_C = e_C = U_m \sin(\omega t + 120^\circ), \quad (4.6)$$

где u_A, u_B, u_C – мгновенные значения напряжений между началами и концами обмоток фаз; U_m – амплитудные значения напряжения, $U_m = E_m$.

Если к генератору подключить нагрузку, то по обмоткам фаз генератора будет проходить ток и на активном и индуктивном сопротивлениях обмоток фаз возникнут падения напряжения. Вследствие этого напряжения между началами и концами обмоток фаз становятся меньше ЭДС, наведенных в них магнитным полем ротора. Однако это уменьшение напряжения по сравнению с ЭДС невелико, и в первом приближении можно считать, что и в нагруженном синхронном генераторе $u_A \approx e_A, u_B \approx e_B, u_C \approx e_C$.

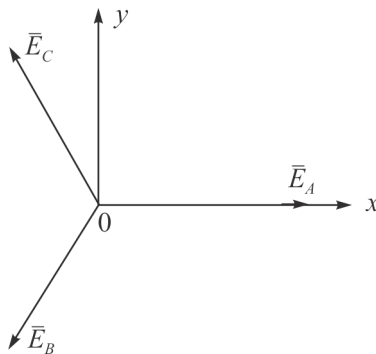


Рис. 4.3. Векторная диаграмма ЭДС фаз генератора

При данном допущении кривые изменения напряжений фаз в функции фазового угла совпадают с кривыми, представленными на рис. 4.2, а векторная диаграмма системы фазовых напряжений повторяет векторную диаграмму на рис. 4.3.

Система трех фазных ЭДС (напряжений), имеющих одинаковую амплитуду и частоту и сдвинутых по фазе во времени на 120° , называется симметричной системой. Генераторы, установленные на электрических станциях, вырабатывают симметрическую систему фазных ЭДС (напряжений).

4.2. Способы соединения обмоток фаз синхронного генератора

Для уменьшения количества проводов, посредством которых электрическая энергия, выработанная синхронными генераторами, передается потребителям, обмотки фаз статора генераторов принято соединять по схеме «треугольник» или схеме «звезда».

В схеме «треугольник» конец X обмотки $A-X$ соединяют с началом B обмотки $B-Y$, конец Y обмотки $B-Y$ соединяют с началом C обмотки $C-Z$, а конец Z обмотки $C-Z$ соединяют с началом A обмотки $A-X$ (рис. 4.4). К началам A, B, C фазных обмоток, которые при этом становятся внешними зажимами генератора, подключается три провода линии электропередач, получившие название линейных проводов. В табличке паспортных данных синхронных генераторов, которая крепится к корпусу статора, а также на электрических схемах соединение обмоток фаз в «треугольник» принято показывать в виде равностороннего треугольника « Δ ».

В схеме «звезда» концы X, Y, Z обмоток фаз соединяются между собой, образуя нейтральную точку генератора N (рис. 4.5). К началам фаз A, B, C , которые являются внешними зажимами генератора, подключаются три линейных провода. Соединение обмоток фаз генератора по схеме «звезда» в паспорте синхронных

генераторов и на электрических схемах показывают в виде трехлучевой звезды «Y».

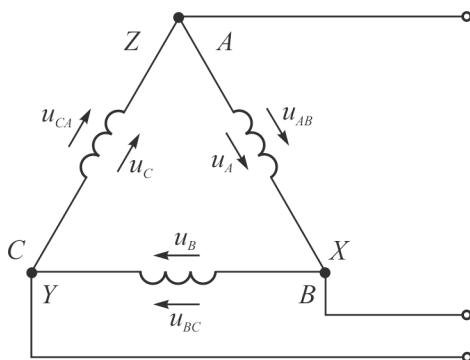


Рис. 4.4. Соединение обмоток фаз источника по схеме «треугольник»

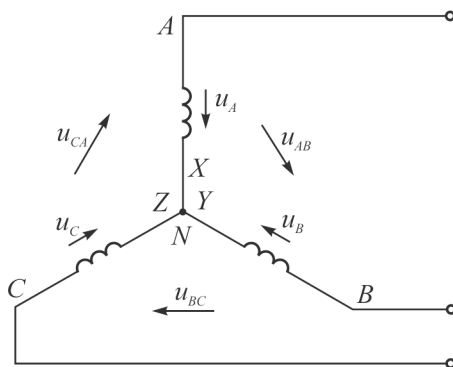


Рис. 4.5. Соединение фаз синхронного генератора по схеме «звезда»

В электроустановках напряжением 380/220 В, а также в электроустановках напряжением 110 кВ и выше к нейтральной точке N источников электрической энергии, в качестве которых в данном случае используются вторичные обмотки понижающих и повышающих трансформаторов, подключается один из концов четвертого провода, получившего название «нейтрального» (рис. 4.6).

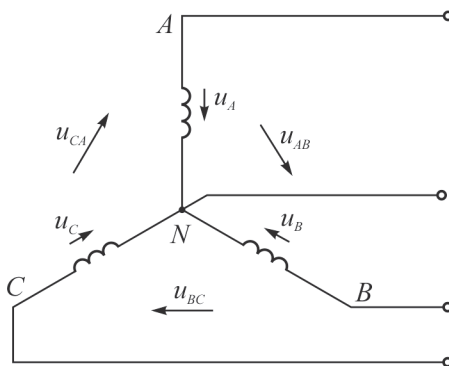


Рис. 4.6. Соединение обмоток фаз трехфазного источника по схеме «звезда» с выведенной нейтральной точкой

В паспорте трансформаторов и на электрических схемах такое соединение обмоток фаз принято обозначать в виде трехлучевой звезды с выведенной нейтральной точкой « Y ».

4.3. Схемы соединения фаз трехфазных приемников электрической энергии

Трехфазными приемниками электрической энергии на промышленных предприятиях являются: трехфазные асинхронные электродвигатели с короткозамкнутой обмоткой на роторе, трехфазные асинхронные электродвигатели с фазной обмоткой на роторе, трехфазные синхронные электродвигатели, печи сопротивления, индукционные печи, мощные электромагниты и т.д.

Начала и концы фаз трехфазных приемников маркируют определенными буквами. Так, например, начала обмоток фаз статора трехфазных асинхронных электродвигателей условились обозначать через C_1, C_2, C_3 , а концы обмоток фаз буквами C_4, C_5, C_6 . Отдельные фазы трехфазных приемников принято соединять по схеме «треугольник» или схеме «звезда». Схема включения в «треугольник» обмотки статора трехфазных асинхронных электрических двигателей получается посредством сле-

дующих соединений: конец C_4 фазы $C_1 - C_4$ соединяют с началом C_2 фазы $C_2 - C_5$, конец C_5 фазы $C_2 - C_5$ соединяют с началом C_3 фазы $C_3 - C_6$ и конец C_6 фазы $C_3 - C_6$ соединяют с началом C_1 фазы $C_1 - C_4$. Соединение фаз трехфазных приемников в схему «треугольник» в паспорте и на электрических схемах условилось обозначать в виде « Δ ». Если концы C_4, C_5, C_6 обмоток фаз статора трехфазного асинхронного двигателя или концы фаз других трехфазных потребителей соединить между собой, то получается соединение по схеме «звезда». Место соединения концов фаз трехфазных приемников обозначается буквой "n" и называется нейтральной точкой приемника. Для схемы соединения фаз трехфазных приемников в «звезду» принято обозначение «Y». Если к нейтральной точке приемников имеется доступ, то такое соединение по схеме «звезда» на электрических схемах и в паспорте приемников показывается символом «Y». Начала фаз трехфазных приемников как в схеме «треугольник», так и в схеме «звезда» подключаются к трем линейным проводам, идущим от источника электрической энергии.

Схема соединения фаз трехфазных источников электрической энергии не определяет схему соединения фаз трехфазных приемников: они могут быть одинаковыми или различными.

4.4. Фазные и линейные напряжения и токи

Напряжение между началом и концом любой фазной обмотки генератора называется фазным напряжением генератора. При соединении обмоток фаз генератора по схеме «звезда» концы фазных обмоток соединяются между собой, образуя нейтральную точку генератора. Поэтому для схемы соединения «звезда» правильным будет и такое определение: фазным называется напряжение между началом фазы и нейтральной точкой. Для мгновенных значений фазных напряжений генератора приняты обозначения u_A, u_B, u_C , а для действующих значений напряжений фаз – U_A, U_B, U_C .

Напряжения между началами любых двух фазных обмоток генератора называются междуфазными, или, иначе, линейными напряжениями. Мгновенные значения линейных напряжений генератора u_{AB}, u_{BC}, u_{CA} , а их действующие значения U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} .

Принятые условные положительные направления фазных и линейных напряжений источника показаны стрелками на рис. 4.4–4.6.

При соединении обмоток фаз трехфазных источников по схеме «треугольник» концы X, Y, Z фаз соединены соответственно с началами фаз B, C, A (см. рис. 4.4). Поэтому мгновенные значения соответствующих фазных и линейных напряжений равны друг другу:

$$u_{AB} = u_A, u_{BC} = u_B, u_{CA} = u_C. \quad (4.7)$$

Равенство мгновенных значений фазных и линейных напряжений источника обуславливает равенство и их действующих значений:

$$U_{AB} = U_A, U_{BC} = U_B, U_{CA} = U_C. \quad (4.8)$$

На основании (4.8) можно сделать вывод, что при соединении обмоток фаз трехфазного источника в «треугольник» действующие значения фазных и линейных напряжений равны друг другу.

Установим количественные соотношения между фазными и линейными напряжениями при соединении обмоток фаз генератора по схеме «звезда» (см. рис. 4.5, 4.6). С этой целью для контуров $ANBA, BNCB, CNAC$ составим уравнения по 2-му закону Кирхгофа:

$$u_A - u_B - u_{AB} = 0, \quad (4.9)$$

$$u_B - u_C - u_{BC} = 0, \quad (4.10)$$

$$u_C - u_A - u_{CA} = 0. \quad (4.11)$$

Из этих уравнений получаем

$$u_{AB} = u_A - u_B, \quad (4.12)$$

$$u_{BC} = u_B - u_C, \quad (4.13)$$

$$u_{CA} = u_C - u_A. \quad (4.14)$$

В (4.12)–(4.14) фазные, а следовательно, и линейные напряжения изменяются во времени по синусоидальному закону. Это позволяет от мгновенных значений фазных и линейных напряжений перейти к векторному их изображению:

$$\bar{U}_{AB} = \bar{U}_A - \bar{U}_B, \quad (4.15)$$

$$\bar{U}_{BC} = \bar{U}_B - \bar{U}_C, \quad (4.16)$$

$$\bar{U}_{CA} = \bar{U}_C - \bar{U}_A. \quad (4.17)$$

На рис. 4.7 по уравнениям (4.15)–(4.17) построена топографическая диаграмма фазных и линейных напряжений трехфазного источника при соединении фазных обмоток по схеме «звезда». Построение выполнено для случая, когда начальная фаза напряжения u_A равняется нулю.

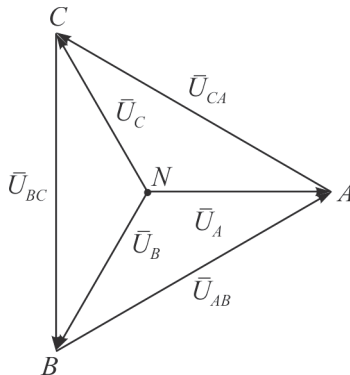


Рис. 4.7. Топографическая диаграмма фазных и линейных напряжений трехфазного источника при соединении фазных обмоток по схеме «звезда»

Из диаграммы следует, что при симметрической системе фазных напряжений источника система линейных напряжений также является симметричной, т.е. все линейные напряжения равны по величине и сдвинуты по фазе во времени на 120° . Длина каждого из векторов линейных напряжений в $\sqrt{3}$ раз больше длины векторов фазных напряжений. Поэтому действующие значения линейных и фазных напряжений источника связаны между собой соотношением

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3}U_{\text{ф}}. \quad (4.18)$$

В паспортных данных трехфазных источников указывается номинальная величина действующего значения линейного напряжения $U_{\text{л.ном}}$.

Ниже приводится шкала номинальных значений линейных напряжений синхронных генераторов, производимых отечественной промышленностью: 0,4; 3,15; 6,3; 10,5; 13,8; 15,57; 18; 20; 24; 36,75 кВ.

Нагрузкой для трехфазных источников электрической энергии являются однофазные, двухфазные и трехфазные приемники электрической энергии. Однофазной нагрузкой для генераторов являются: лампы электрического освещения, бытовые электрические нагревательные приборы, электродвигатели небольшой мощности, используемые в различных бытовых приборах и электрифицированном инструменте и т.д. Однофазные приемники подключаются к одному из линейных проводов и к нейтральному проводу, т.е. для их работы необходима четырехпроводная электрическая цепь (см. рис. 4.6).

Двухфазные приемники (сварочные трансформаторы, печи сопротивления) подключаются к двум линейным проводам. Их работа возможна от четырехпроводной (см. рис. 4.6) и трехпроводной сети (см. рис. 4.4, 4.5).

Однофазные и двухфазные приемники обуславливают различную загрузку по току линейных проводов и фаз трехфазного источника, что является нежелательным. Поэтому на практике

стремятся общую однофазную и двухфазную нагрузки производственных участков распределять равномерно по фазам. Например, если на участке установлено 6 сварочных трансформаторов, то два из них подключаются на линейное напряжение U_{AB} , два других – на линейное напряжение U_{BC} и оставшиеся два – на линейное напряжение U_{CA} .

Трехфазные приемники электрической энергии (асинхронные и синхронные электродвигатели, печи сопротивления, индукционные печи, мощные электромагниты) подключаются к трем линейным проводам. Их работа возможна в трехпроводных (см. рис. 4.4, 4.5) и четырехпроводной (см. рис. 4.6) электрических сетях. Трехфазные приемники обуславливают одинаковую загрузку по току линейных проводов и фаз трехфазных источников. Если фазы трехфазных приемников соединены в «треугольник», то напряжения на фазах приемника равны линейным напряжениям. Если же фазы трехфазных приемников соединены в «звезду», то напряжения на фазах приемника оказываются в $\sqrt{3}$ раз меньше линейных напряжений.

В паспортных данных приемников электрической энергии указываются величина номинального напряжения, на которое должен подключаться приемник для обеспечения его нормальной работы. Наиболее распространенными номинальными напряжениями приемников малой и средней мощности являются напряжения 380 и 220 В. Потребители электрической энергии мощностью свыше 150 кВт рассчитаны для подключения к трехфазной сети с номинальным напряжением 6–10 кВ. К таким приемникам в первую очередь относятся мощные трехфазные синхронные и асинхронные электродвигатели приводов насосов, вентиляторов и компрессоров.

Токи, проходящие по обмоткам фаз генератора и по фазам трехфазных приемников, называются соответственно фазными токами генератора и приемников. Токи, проходящие по проводам линии электропередач, т.е. по линейным проводам, называются линейными токами.

4.5. Расчет симметричной трехфазной электрической цепи синусоидального напряжения при соединении фаз приемника по схеме «треугольник»

Трехфазный приемник считается симметричным, если одновременно выполняются следующие три условия:

$$r_{ab} = r_{bc} = r_{ca}, \quad (4.19)$$

$$x_{Lab} = x_{Lbc} = x_{Lca}, \quad (4.20)$$

$$x_{Cab} = x_{Cbc} = x_{Cca}, \quad (4.21)$$

где r_{ab}, r_{bc}, r_{ca} – активные сопротивления фаз; $x_{Lab}, x_{Lbc}, x_{Lca}$ – индуктивные сопротивления фаз; $x_{Cab}, x_{Cbc}, x_{Cca}$ – емкостные сопротивления фаз.

При нарушении хотя бы одного из этих условий трехфазный приемник становится несимметричным.

Рассмотрим последовательность расчета трехфазной цепи (рис. 4.8). Источник питания на схеме представлен внешними зажимами A, B, C , между которыми действуют три линейных напряжения U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} . В силу симметрии источника эти напряжения равны по величине и при проведении расчетов считаются заданными. Фазы $a-x, b-y, c-z$ приемника соединены в схему «треугольник». Каждая из фаз содержит активное, индуктивное и емкостное сопротивления, которые соединены последовательно друг с другом. Величины активных, индуктивных и емкостных сопротивлений фаз равны. Следовательно, приемник является симметричным. Параметры фаз приемника также считаются заданными. Начала a, b, c фаз приемника подключены к трем линейным проводам, идущим от внешних зажимов источника. Под действием напряжений по фазам приемника протекают фазные токи I_{ab}, I_{bc}, I_{ca} , обуславливающие в линейных проводах линейные токи I_A, I_B, I_C .

При проведении расчетов сопротивлениями линейных проводов, как правило, пренебрегают. При таком допущении напряжения на фазах приемника равны соответствующим линейным напряжениям источника:

$$U_{ab} = U_{AB}, U_{bc} = U_{BC}, U_{ca} = U_{CA}. \quad (4.22)$$

Равенства (4.22) позволяют считать напряжения на фазах приемника известными и равными друг другу.

Токи в фазах приемника рассчитываются на основании закона Ома:

$$I_{ab} = \frac{U_{ab}}{z_{ab}}, I_{bc} = \frac{U_{bc}}{z_{bc}}, I_{ca} = \frac{U_{ca}}{z_{ca}}, \quad (4.23)$$

где z_{ab}, z_{bc}, z_{ca} – полные сопротивления фаз приемника,

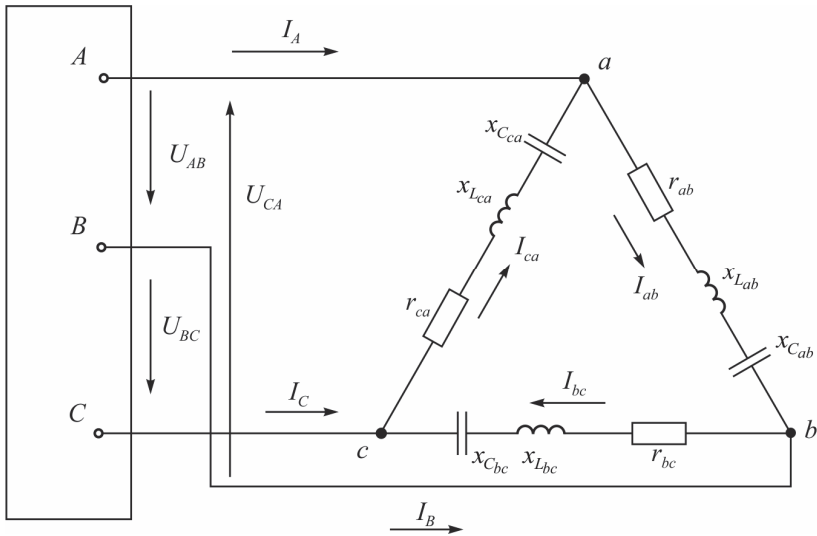


Рис. 4.8. Трехфазная электрическая цепь при соединении фаз симметричного приемника по схеме «треугольник»

$$z_{ab} = \sqrt{r_{ab}^2 + (x_{L_{ab}} - x_{C_{ab}})^2}, \quad (4.24)$$

$$z_{bc} = \sqrt{r_{bc}^2 + (x_{Lbc} - x_{Cbc})^2}, \quad (4.25)$$

$$z_{ca} = \sqrt{r_{ca}^2 + (x_{Lca} - x_{Cca})^2}. \quad (4.26)$$

Так как активные, индуктивные и емкостные сопротивления фаз равны по величине, то выполняется также равенство полных сопротивлений

$$z_{ab} = z_{bc} = z_{ca}. \quad (4.27)$$

В выражениях для токов фаз числители и знаменатели равны. При этих условиях

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca}. \quad (4.28)$$

Углы сдвига фаз между напряжениями фаз и токами фаз рассчитываются по выражениям

$$\varphi_{ab} = \arccos \frac{r_{ab}}{z_{ab}}, \varphi_{bc} = \arccos \frac{r_{bc}}{z_{bc}}, \varphi_{ca} = \arccos \frac{r_{ca}}{z_{ca}}. \quad (4.29)$$

В силу равенства активных и полных сопротивлений фаз

$$\varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca}. \quad (4.30)$$

Углы φ_{ab} , φ_{bc} , φ_{ca} являются положительными, если индуктивные сопротивления фаз больше емкостных сопротивлений. В случае когда емкостные сопротивления фаз по величине больше индуктивных сопротивлений фаз, углы φ_{ab} , φ_{bc} , φ_{ca} будут отрицательными. При равенстве индуктивных и емкостных сопротивлений фаз углы φ_{ab} , φ_{bc} , φ_{ca} равны нулю.

При известных токах фаз приемника токи в линейных проводах рассчитываются по 1-му закону Кирхгофа, записанному для вершин треугольника, являющихся его узлами. В векторной форме эти уравнения записываются так:

$$\bar{I}_A = \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca}, \quad (4.31)$$

$$\bar{I}_B = \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab}, \quad (4.32)$$

$$\bar{I}_C = \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc}. \quad (4.33)$$

Векторная диаграмма напряжений и токов в электрической цепи (см. рис. 4.8) приведена на рис. 4.9. Построение диаграммы производится в следующей последовательности.

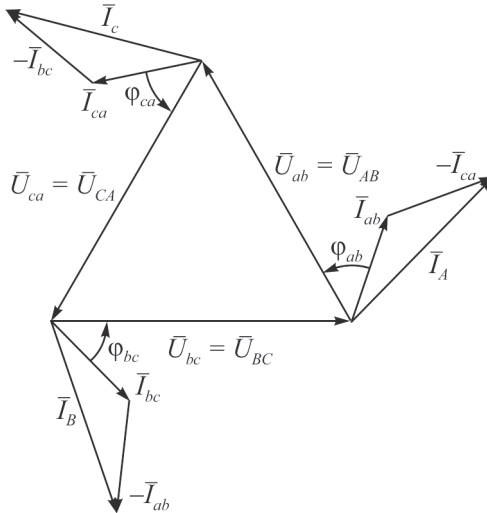


Рис. 4.9. Векторная диаграмма трехфазной цепи при соединении фаз симметричного приемника по схеме «треугольник»

Сначала в масштабе напряжения строится равносторонний треугольник фазных (линейных) напряжений приемника. Затем под углами φ_{ab} , φ_{bc} , φ_{ca} к соответствующим напряжениям фаз в масштабе тока строятся векторы токов фаз \bar{I}_{ab} , \bar{I}_{bc} , \bar{I}_{ca} . Построение векторов фазных токов выполнено для случая, когда индуктивные сопротивления фаз превышают по величине емкостные сопротивления, и поэтому углы φ_{ab} , φ_{bc} , φ_{ca} являются положительными. На заключительной стадии по уравнениям (4.31)–(4.33) строятся векторы токов в линейных проводах.

Действующие значения линейных токов находятся из векторной диаграммы посредством умножения длин их векторов на масштаб тока:

$$\begin{aligned} I_A &= l_{\vec{I}_A} \cdot m_I, \\ I_B &= l_{\vec{I}_B} \cdot m_I, \\ I_C &= l_{\vec{I}_C} \cdot m_I. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Так как длины векторов линейных токов одинаковы, то справедливо следующее равенство:

$$I_A = I_B = I_C. \quad (4.35)$$

Анализ векторной диаграммы показывает, что при подключении симметричного приемника к трехфазной линии, между проводами которой действует симметричная система линейных напряжений, в фазах приемника и в линейных проводах возникают симметричные системы соответственно фазных и линейных токов. Длины векторов линейных токов в $\sqrt{3}$ раз больше длин векторов фазных токов. Заменяя индексы фазных токов « ab », « bc », « ca » индексом « ϕ », а индексы линейных токов « A », « B », « C » – индексом « $л$ », получим

$$I_{л} = \sqrt{3} I_{\phi}. \quad (4.36)$$

Данное равенство устанавливает количественную связь между токами в линейных проводах и в фазах трехфазного симметричного приемника, соединенного в «треугольник».

Активные и реактивные мощности фаз приемника рассчитываются по выражениям

$$P_{ab} = r_{ab} I_{ab}^2, \quad (4.37)$$

$$P_{bc} = r_{bc} I_{bc}^2, \quad (4.38)$$

$$P_{ca} = r_{ca} I_{ca}^2, \quad (4.39)$$

$$Q_{ab} = (x_{L_{ab}} - x_{C_{ab}})I_{ab}^2 = Q_{L_{ab}} - Q_{C_{ab}}, \quad (4.40)$$

$$Q_{bc} = (x_{L_{bc}} - x_{C_{bc}})I_{bc}^2 = Q_{L_{bc}} - Q_{C_{bc}}, \quad (4.41)$$

$$Q_{ca} = (x_{L_{ca}} - x_{C_{ca}})I_{ca}^2 = Q_{L_{ca}} - Q_{C_{ca}}. \quad (4.42)$$

Очевидно, что $P_{ab} = P_{bc} = P_{ca}$, $Q_{ab} = Q_{bc} = Q_{ca}$.

Активная и реактивная мощности трехфазного источника определяются на основании уравнений баланса активных и реактивных мощностей

$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}, \quad (4.43)$$

$$Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} = Q_{L_{ab}} + Q_{L_{bc}} + Q_{L_{ca}} - Q_{C_{ab}} - Q_{C_{bc}} - Q_{C_{ca}}. \quad (4.44)$$

Полная мощность трехфазного источника

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (4.45)$$

Полученные результаты показывают, что если трехфазный приемник является симметричным и подключен к трехфазной сети с симметрической системой линейных напряжений, то полные сопротивления фаз приемника, токи его фаз, углы сдвига фаз между фазными напряжениями и токами, активные и реактивные мощности фаз приемника равны по величине. Поэтому расчет этих величин достаточно выполнять только для одной фазы. Токи в линейных проводах рассчитываются путем умножения тока фазы на $\sqrt{3}$, а активная и реактивная мощности источника находятся посредством умножения соответствующих мощностей фаз приемника на количество фаз, т.е. на 3.

Последовательность расчета

Рассчитывается полное сопротивление фазы приемника:

$$z_{\phi} = \sqrt{r_{\phi}^2 + (x_{L_{\phi}} - x_{C_{\phi}})^2}.$$

Определяется действующее значение фазного тока:

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{z_{\phi}},$$

где U_{ϕ} – действующее значение фазного напряжения, численно равное действующему значению линейного напряжения в питающей сети.

Находится величина угла сдвига фаз между фазным напряжением и фазным током:

$$\varphi_{\phi} = \arccos \frac{r_{\phi}}{z_{\phi}}.$$

Рассчитываются активная и реактивная мощности фазы приемника:

$$P_{\phi} = r_{\phi} I_{\phi}^2, Q_{\phi} = (x_{L_{\phi}} - x_{C_{\phi}}) I_{\phi}^2.$$

Определяется действующее значение тока в линейных проводах:

$$I_{л} = \sqrt{3} I_{\phi}.$$

Рассчитываются активная, реактивная и полная мощности трехфазного источника:

$$P = 3P_{\phi}, Q = 3Q_{\phi}, S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3S_{\phi},$$

где S_{ϕ} – полная мощность одной фазы приемника,

$$S_{\phi} = \sqrt{P_{\phi}^2 + Q_{\phi}^2} = z_{\phi} I_{\phi}^2.$$

При необходимости производится построение векторной диаграммы цепи в последовательности, указанной выше.

Пример 4.1

В схеме (см. рис. 4.8) $U_{л} = 380 \text{ В}$, $r_{ab} = r_{bc} = r_{ca} = 6 \text{ Ом}$, $x_{L_{ab}} = x_{L_{bc}} = x_{L_{ca}} = 10 \text{ Ом}$, $x_{C_{ab}} = x_{C_{bc}} = x_{C_{ca}} = 2 \text{ Ом}$. Рассчитать токи фаз, линейные токи, активные, реактивные и полные мощ-

ности фаз, а также активную, реактивную и полную мощности трехфазного источника.

Решение

Полные сопротивления фаз приемника

$$z_{\phi} = \sqrt{r_{\phi}^2 + (x_{L\phi} - x_{C\phi})^2} = \sqrt{6^2 + (10 - 2)^2} = 10 \text{ Ом.}$$

Действующие значения тока в фазах приемника

$$I_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{z_{\phi}} = \frac{380}{10} = 38 \text{ А.}$$

Действующие значения токов в линейных проводах

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\phi} = 1,73 \cdot 38 = 65,74 \text{ А.}$$

Активные мощности фаз приемника

$$P_{\phi} = r_{\phi}I_{\phi}^2 = 6 \cdot 38^2 = 8664 \text{ Вт.}$$

Реактивные мощности фаз приемника

$$Q_{\phi} = (x_{L\phi} - x_{C\phi})I_{\phi}^2 = (10 - 2)38^2 = 11\,552 \text{ вар.}$$

Полные мощности фаз приемника

$$S_{\phi} = z_{\phi}I_{\phi}^2 = 10 \cdot 38^2 = 14\,440 \text{ ВА.}$$

Активная мощность источника

$$P = 3P_{\phi} = 3 \cdot 8664 = 25\,992 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность источника

$$Q = 3Q_{\phi} = 3 \cdot 11\,552 = 34\,656 \text{ вар.}$$

Полная мощность источника

$$S = 3S_{\phi} = 3 \cdot 14\,440 = 43\,320 \text{ ВА.}$$

Углы сдвига фаз между фазными напряжениями и фазными токами, необходимые для построения векторной диаграммы

$$\varphi_{\phi} = \arccos \frac{r_{\phi}}{z_{\phi}} = \arccos \frac{6}{10} = 53^{\circ}10.$$

4.6. Расчет трехфазной электрической цепи при соединении фаз несимметричного приемника по схеме «треугольник»

Рассмотрим порядок расчета электрической цепи, в которой к линейным проводам, идущим от внешних зажимов A, B, C трехфазного источника синусоидального напряжения, подключен несимметричный приемник, фазы которого соединены по схеме «треугольник» (рис. 4.10). Известными являются линейные напряжения U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} между внешними зажимами источника, а также параметры несимметричного приемника $r_{ab}, x_{Lab}, r_{bc}, x_{Cbc}, r_{ca}$.

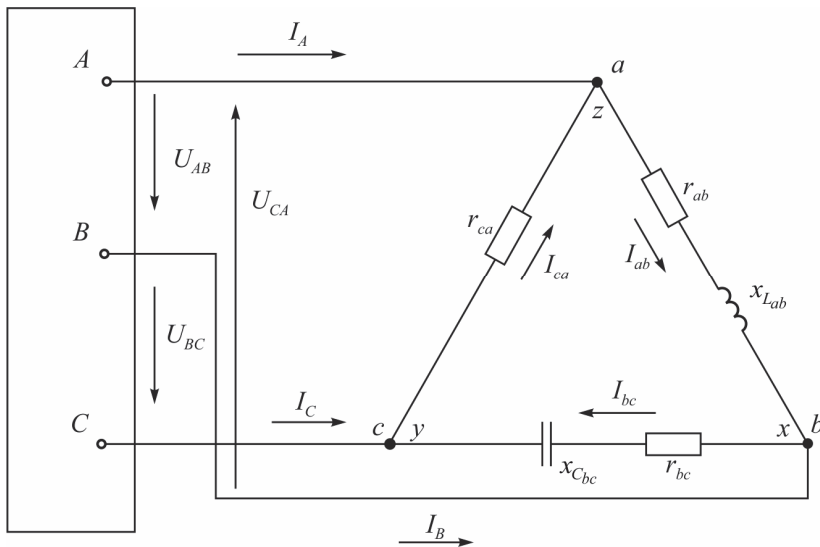


Рис. 4.10. Трехфазная электрическая цепь при соединении фаз несимметричного приемника по схеме «треугольник»

В подразд. 4.5 отмечалось, что сопротивлениями линейных проводов при проведении расчетов трехфазных цепей, как правило, пренебрегают. При этом напряжения на фазах приемника по величине будут равны соответствующим линейным напряжениям источника:

$$U_{ab} = U_{AB}, U_{bc} = U_{BC}, U_{ca} = U_{CA}. \quad (4.46)$$

Знание величин напряжений на фазах приемника позволяет рассчитать токи в его фазах:

$$I_{ab} = \frac{U_{ab}}{z_{ab}}, I_{bc} = \frac{U_{bc}}{z_{bc}}, I_{ca} = \frac{U_{ca}}{z_{ca}}, \quad (4.47)$$

где z_{ab}, z_{bc}, z_{ca} – полные сопротивления фаз приемника,

$$z_{ab} = \sqrt{r_{ab}^2 + x_{L_{ab}}^2}, \quad (4.48)$$

$$z_{bc} = \sqrt{r_{bc}^2 + x_{C_{bc}}^2}, \quad (4.49)$$

$$z_{ca} = r_{ca}. \quad (4.50)$$

Углы сдвига фаз между фазными напряжениями и фазными токами рассчитываются по выражениям

$$\varphi_{ab} = \arccos \frac{r_{ab}}{z_{ab}}, \varphi_{bc} = \arccos \frac{r_{bc}}{z_{bc}}, \varphi_{ca} = \arccos \frac{r_{ca}}{z_{ca}}. \quad (4.51)$$

Так как нагрузка, включенная в фазу $a-x$ приемника, имеет активно-индуктивный характер, то угол φ_{ab} является положительным, т.е. ток I_{ab} будет отставать по фазе от напряжения U_{ab} . Нагрузка, включенная в фазу $b-y$ приемника, носит активно-емкостной характер и поэтому угол φ_{bc} является отрицательным. Ток I_{bc} будет опережать по фазе напряжение U_{bc} . В фазу $c-z$ включен резистивный элемент, вследствие чего

напряжение U_{ca} и ток I_{ca} совпадают по фазе. В общем случае различие величин и характера сопротивлений фаз приемника приводит к тому, что токи фаз I_{ab}, I_{bc}, I_{ca} и углы сдвига фаз между напряжениями и токами $\varphi_{ab}, \varphi_{bc}, \varphi_{ca}$ оказываются различными. Следовательно, несимметрия параметров приемника обуславливает несимметрию системы фазных токов приемника.

Токи в линейных проводах при известных токах в фазах приемника рассчитываются с помощью уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа для вершин a, b, c треугольника, являющихся узлами электрической цепи. В векторной форме записи эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned}\bar{I}_A &= \bar{I}_{ab} - \bar{I}_{ca}, \\ \bar{I}_B &= \bar{I}_{bc} - \bar{I}_{ab}, \\ \bar{I}_C &= \bar{I}_{ca} - \bar{I}_{bc}.\end{aligned}\tag{4.52}$$

Векторная диаграмма напряжений и токов для рассматриваемой электрической цепи приведена на рис. 4.11.

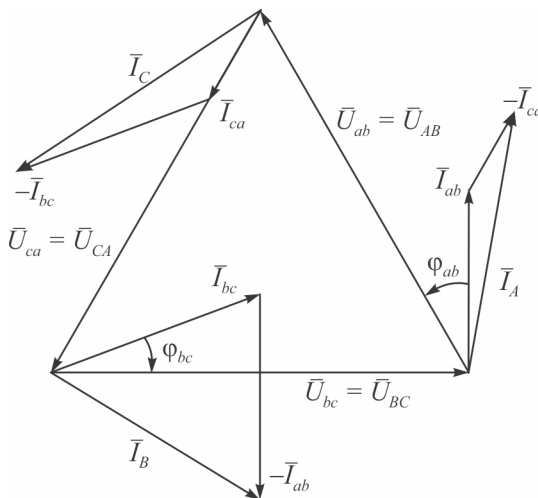


Рис. 4.11. Векторная диаграмма трехфазной электрической цепи рис. 4.10

Построение векторной диаграммы осуществляется в последовательности, описанной в подразд. 4.5.

Из векторной диаграммы определяются величины действующих значений токов в линейных проводах:

$$\begin{aligned} I_A &= l_{\bar{I}_A} m_I, \\ I_B &= l_{\bar{I}_B} m_I, \\ I_C &= l_{\bar{I}_C} m_I, \end{aligned} \quad (4.53)$$

где $l_{\bar{I}_A}, l_{\bar{I}_B}, l_{\bar{I}_C}$ – длины векторов линейных токов, см; m_I – масштаб, в котором произведено построение векторов токов фаз.

Из векторной диаграммы рис. 4.11 следует, что система токов в линейных проводах является несимметричной, так как линейные токи отличаются по величине, а углы сдвига фаз между ними отличаются от 120 градусов. Несимметрия системы линейных токов обуславливает различную загрузку по току линейных проводов. С целью обеспечения бесперебойности снабжения потребителей электрической энергией сечение линейных проводов должно выбираться по максимальному значению линейного тока. При этом два других линейных провода оказываются недогруженными по току, т.е. их сечения получаются завышенными. Кроме того, асимметрия линейных токов приводит к различным падениям напряжения в линейных проводах и нарушению симметрии напряжений на фазах трехфазных приемников, что отрицательно сказывается на их рабочих характеристиках.

Несимметрия линейных токов вызывается включением в трехфазную сеть двухфазных и однофазных приемников, рассчитанных для подключения на линейное напряжение. Для уменьшения несимметрии токов в линейных проводах двухфазные и однофазные приемники, установленные на производственных участках, делят на три, приблизительно равные по мощности, группы. При этом одну из групп подключают на напряжение U_{AB} , другую на напряжение U_{BC} , а третью – на напряжение U_{CA} .

Расчет активных и реактивных мощностей фаз приемников в схеме на рис. 4.10 производится по формулам

$$P_{ab} = r_{ab} I_{ab}^2, P_{bc} = r_{bc} I_{bc}^2, P_{ca} = r_{ca} I_{ca}^2, \quad (4.54)$$

$$Q_{L_{ab}} = x_{L_{ab}} I_{ab}^2, Q_{C_{bc}} = x_{C_{bc}} I_{bc}^2, Q_{C_{ca}} = 0. \quad (4.55)$$

Активная и реактивная мощности трехфазного источника определяются по уравнениям баланса активных и реактивных мощностей, а полная мощность источника находится по теореме Пифагора из прямоугольного треугольника мощностей:

$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}, Q = Q_{L_{ab}} - Q_{C_{bc}}, S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (4.56)$$

Пример 4.2

Рассчитать электрическую цепь (см. рис. 4.10), если $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$, $r_{ab} = 8 \text{ Ом}$, $x_{L_{ab}} = 6 \text{ Ом}$, $r_{bc} = 3 \text{ Ом}$, $x_{C_{bc}} = 4 \text{ Ом}$, $r_{ca} = 10 \text{ Ом}$.

Решение

Действующие значения напряжений на фазах приемника:

$$U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = U_{\text{л}} = 220 \text{ В}.$$

Действующие значения токов фаз

$$I_{ab} = \frac{U_{ab}}{\sqrt{r_{ab}^2 + x_{L_{ab}}^2}} = \frac{220}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 22 \text{ А},$$

$$I_{bc} = \frac{U_{bc}}{\sqrt{r_{bc}^2 + x_{C_{bc}}^2}} = \frac{220}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 44 \text{ А},$$

$$I_{ca} = \frac{U_{ca}}{r_{ca}} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А}.$$

Углы сдвига фаз между напряжениями и токами фаз

$$\varphi_{ab} = \arccos \frac{r_{ab}}{z_{ab}} = \arccos \frac{8}{10} = 36^\circ 50',$$

$$\varphi_{bc} = \arccos \frac{r_{bc}}{z_{bc}} = \arccos \frac{3}{5} = -53^\circ 10',$$

$$\varphi_{ca} = \arccos \frac{r_{ca}}{z_{ca}} = \arccos \frac{10}{10} = 0^\circ.$$

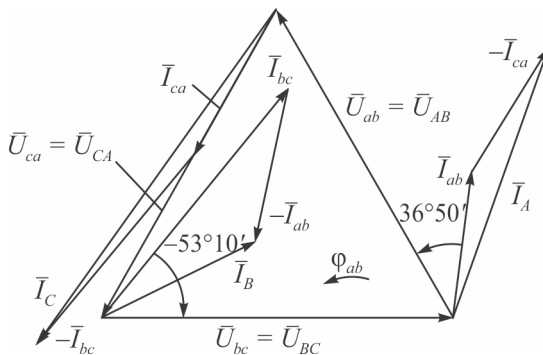


Рис 4.12. Векторная диаграмма электрической цепи для примера 4.2

Векторная диаграмма трехфазной электрической цепи приведена на рис. 4.12. Студентам предлагается определить масштабы, в которых произведено построение векторов токов и напряжений, и, пользуясь векторной диаграммой, рассчитать величины токов в линейных проводах.

Активные мощности фаз приемника

$$P_{ab} = r_{ab} I_{ab}^2 = 8 \cdot 22^2 = 3872 \text{ Вт},$$

$$P_{bc} = r_{bc} I_{bc}^2 = 3 \cdot 44^2 = 5808 \text{ Вт},$$

$$P_{ca} = r_{ca} I_{ca}^2 = 10 \cdot 22^2 = 4840 \text{ Вт}.$$

Реактивные мощности фаз приемника:

$$Q_{Lab} = x_{Lab} I_{ab}^2 = 6 \cdot 22^2 = 2904 \text{ вар},$$

$$Q_{C_{bc}} = x_{C_{bc}} I_{bc}^2 = 4 \cdot 44^2 = 7744 \text{ вар},$$

$$Q_{C_{ca}} = 0.$$

Активная, реактивная и полная мощности трехфазного источника

$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 3872 + 5808 + 4840 = 14520 \text{ Вт},$$

$$Q = Q_{L_{ab}} - Q_{C_{bc}} = 2904 - 7744 = -4840 \text{ вар},$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{14520^2 + 4840^2} = 15305 \text{ ВА}.$$

4.7. Симметричная трехфазная система при соединении фаз приемника по схеме «звезда»

Рассмотрим электрическую цепь (рис. 4.13), в которой к внешним зажимам A, B, C трехфазного симметричного источника электрической энергии посредством трехпроводной линии подключен симметричный приемник, фазы которого содержат одинаковые по величине активные, индуктивные и емкостные сопротивления, соединенные по схеме «звезда». По фазам приемника $a-x, b-y, c-z$ и, соответственно, по линейным проводам $A-a, B-b, C-c$, которые оказываются соединенными последовательно, проходят токи I_A, I_B, I_C . Данная трехфазная цепь содержит только симметричные элементы и поэтому называется симметричной трехфазной системой, а режим работы, который в ней устанавливается, называется симметричным.

В симметричной трехфазной системе полные сопротивления фаз приемника, напряжения на фазах приемника, токи в фазах приемника, углы сдвига фаз между фазными напряжениями и токами, токи в линейных проводах, активные, реактивные и полные мощности фаз приемника одинаковы. Поэтому расчет всех выше перечисленных параметров достаточно выполнять только для одной фазы, а активную, реактивную и полную мощности трехфазного источника определять посредством умноже-

ния активной, реактивной и полной мощностей одной фазы на количество фаз, т.е. на 3.

Расчет электрической цепи (см. рис. 4.13), в которой заданными являются величина линейного напряжения $U_{л}$ и сопротивления фаз приемника, производится в следующей последовательности.

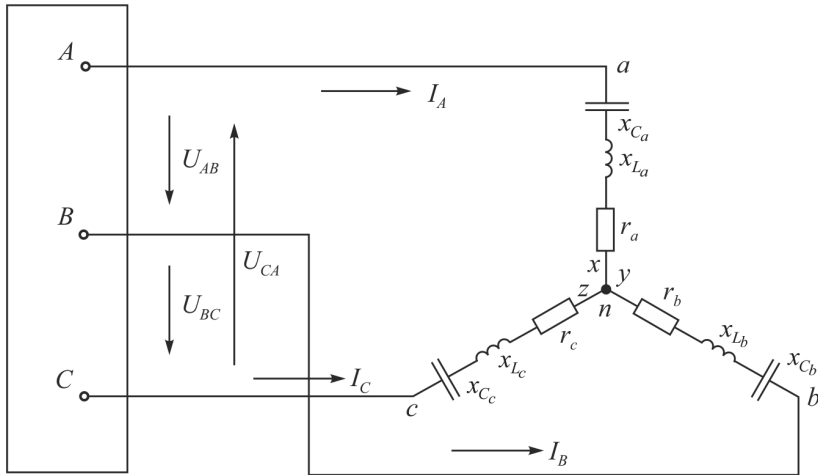


Рис. 4.13. Трехфазная симметричная система при соединении фаз приемника по схеме «звезда»

Определяется действующее значение напряжения на фазах приемника:

$$U_{\phi} = U_{л} \sqrt{3}. \quad (4.57)$$

Рассчитывается полное сопротивление одной фазы приемника:

$$z_{\phi} = \sqrt{r_{\phi}^2 + (x_{L\phi} - x_{C\phi})^2} \quad (4.58)$$

Находятся действующие значения токов, проходящих по фазам приемника и проводам линии электропередач:

$$I_{\phi} = I_{л} = \frac{U_{\phi}}{z_{\phi}}. \quad (4.59)$$

Рассчитываются углы сдвига фаз между напряжениями и токами фаз приемника:

$$\varphi_{\phi} = \arccos \frac{r_{\phi}}{z_{\phi}}, \quad (4.60)$$

$$\varphi_{\phi} > 0^{\circ}, \text{ если } x_{L_{\phi}} > x_{C_{\phi}},$$

$$\varphi_{\phi} < 0^{\circ}, \text{ если } x_{L_{\phi}} < x_{C_{\phi}},$$

$$\varphi_{\phi} = 0^{\circ}, \text{ если } x_{L_{\phi}} = x_{C_{\phi}},$$

Определяются активная, реактивная и полная мощности одной фазы приемника:

$$P_{\phi} = r_{\phi} I_{\phi}^2, \quad (4.61)$$

$$Q_{\phi} = (x_{L_{\phi}} - x_{C_{\phi}}) I_{\phi}^2, \quad (4.62)$$

$$S_{\phi} = \sqrt{P_{\phi}^2 + Q_{\phi}^2}. \quad (4.63)$$

Находятся значения активной, реактивной и полной мощностей источника электрической энергии:

$$P = 3P_{\phi}, \quad (4.64)$$

$$Q = 3Q_{\phi}, \quad (4.65)$$

$$S = 3S_{\phi}. \quad (4.66)$$

На рис. 4.14 показана топографическая векторная диаграмма электрической цепи (см. рис. 4.13). Диаграмма соответствует случаю, когда емкостное сопротивление фаз превышает по величине индуктивное сопротивление фаз, т.е. выполняется неравенство $x_{C_{\phi}} > x_{L_{\phi}}$.

Построение диаграммы выполняется в следующем порядке.

Строится равносторонний треугольник линейных напряжений источника, который, если принять сопротивления линейных проводов равными нулю, одновременно является треугольником

линейных напряжений приемника. Находится центр тяжести треугольника линейных напряжений, с которым совпадает нейтральная точка n приемника. Из центра тяжести треугольника линейных напряжений до его вершин проводятся три вектора фазных напряжений приемника. Под углом φ_ϕ к векторам напряжений фаз приемника проводятся векторы токов фаз.

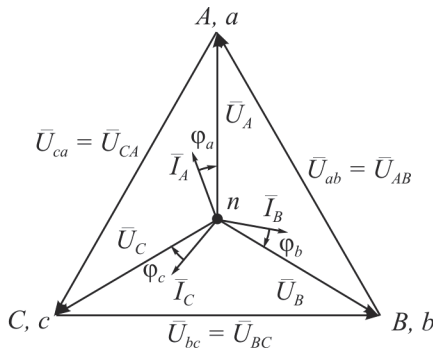


Рис. 4.14. Топографическая векторная диаграмма напряжений и токов для электрической цепи (см. рис. 4.13)

Пример 4.3

Рассчитать электрическую цепь, схема которой представлена на рис. 4.13. Исходные данные: $U_n = 220$ В, $r_a = r_b = r_c = 6$ Ом, $x_{C_a} = x_{C_b} = x_{C_c} = 16$ Ом, $x_{L_a} = x_{L_b} = x_{L_c} = 8$ Ом.

Решение

Напряжение на фазах приемника

$$U_\phi = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В.}$$

Полное сопротивление фазы приемника

$$z_\phi = \sqrt{r_\phi^2 + (x_{L_\phi} - x_{C_\phi})^2} = \sqrt{6^2 + (8 - 16)^2} = 10 \text{ Ом.}$$

Действующие значения токов в фазах и линейных проводах

$$I_{\phi} = I_{л} = \frac{U_{\phi}}{z_{\phi}} = \frac{127}{10} = 12,7 \text{ А.}$$

Углы сдвига фаз между векторами фазных напряжений и фазных токов

$$\varphi_{\phi} = \arccos \frac{r_{\phi}}{z_{\phi}} = \arccos \frac{6}{10} = -53^{\circ}10'.$$

Знак «минус» перед углом φ_{ϕ} говорит о том, что емкостные сопротивления фаз по величине больше индуктивных сопротивлений фаз.

Активная мощность фаз приемника

$$P_{\phi} = r_{\phi} I_{\phi}^2 = 6 \cdot 12,7^2 = 968 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность фаз приемника

$$Q_{\phi} = (x_{L\phi} - x_{C\phi}) I_{\phi}^2 = (8 - 16) 12,7^2 = -1290 \text{ вар.}$$

Полная мощность фаз приемника

$$S_{\phi} = z_{\phi} I_{\phi}^2 = 10 \cdot 12,7^2 = 1613 \text{ ВА.}$$

Активная мощность источника:

$$P = 3P_{\phi} = 3 \cdot 968 = 2094 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность источника

$$Q = 3Q_{\phi} = 3 \cdot (-1290) = -3870 \text{ вар.}$$

Знак «минус» перед значениями Q_{ϕ} и Q означает, что реактивные мощности фаз приемника и реактивная мощность источника являются емкостными.

Полная мощность источника электрической энергии

$$S = 3S_{\phi} = 3 \cdot 1613 = 4839 \text{ ВА.}$$

По данным, полученным в результате расчета, студентам предлагается самостоятельно построить векторную диаграмму напряжений и токов. При построении использовать следующие масштабы: по току $m_I = 2,54$ В/см, по напряжению $m_U = 22$ В/см.

4.8. Расчет трехфазной электрической цепи при соединении фаз несимметричной нагрузки по схеме «звезда»

Особенностью электрической цепи с несимметричной трехфазной нагрузкой и соединением ее фаз по схеме «звезда» является то, что эта цепь должна быть обязательно четырехпроводной, т.е. содержать три линейных провода и нейтральный провод. Объясняется это тем, что при отсутствии нейтрального провода напряжения на фазах приемников становятся различными по величине. При этом различие величин напряжений на фазах приемников определяется различием значений и характера сопротивлений фаз нагрузки. Так как значения и характер сопротивлений фаз нагрузки изменяются в зависимости от числа включенных в фазы приемников, то существенно могут изменяться и напряжения на фазах приемников. На одних однофазных приемниках и отдельных фазах трехфазных приемников напряжение может оказаться больше номинального значения, а на других – меньше их номинального значения. Отклонение напряжений на фазах приемников от номинального значения в сторону увеличения может привести к пробое изоляции токоведущих частей, а при отклонении в сторону уменьшения – к ухудшению рабочих характеристик потребителей. Следовательно, различие напряжений на фазах потребителей электрической энергии является недопустимым.

На рис. 4.15 представлена трехфазная четырехпроводная система. Фазы трехфазного источника соединены по схеме «звезда». Начала фаз источника A, B, C и нейтральная точка N источника выведены и представляют внешние зажимы источника. К началам фаз источника подключены линейные провода, а к нейтральной точке источника подключен один из концов нейтрального провода.

Между началами фаз A, B, C источника и его нейтральной точкой N действует симметрическая система фазных напряжений U_A, U_B, U_C , а между началами соответствующих фаз – симметричная система линейных напряжений U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} (на рис. 4.15 не показаны).

Между действующими значениями фазных и линейных напряжений источника имеет место соотношение

$$U_{\phi} = U_{\text{л}} / \sqrt{3}. \quad (4.67)$$

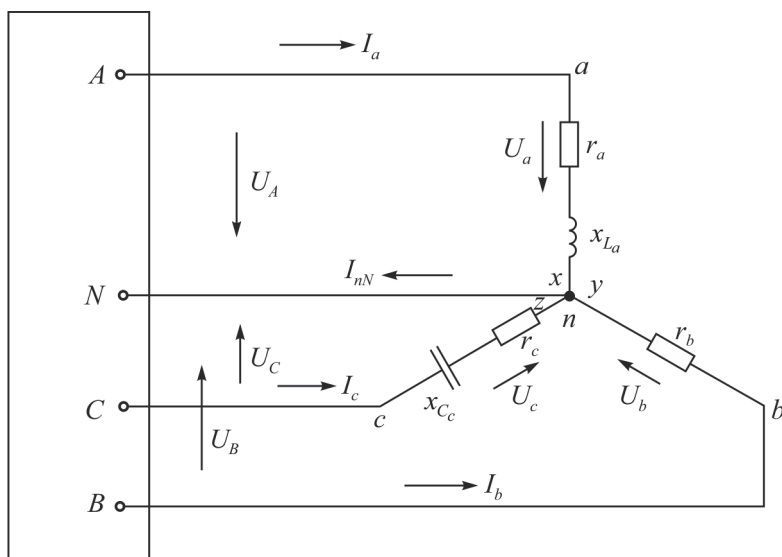


Рис. 4.15. Трехфазная несимметричная система при соединении фаз нагрузки по схеме «звезда»

Фазы $a-x, b-y, c-z$ нагрузки также соединены по схеме «звезда». Приемники, включенные в фазу $a-x$, представляют для источника активно-индуктивную нагрузку. Приемники фазы $b-y$ создают чисто активную нагрузку, а приемники фазы $c-z$ – активно-емкостную нагрузку. Нагрузка в целом, вследствие различия величин и характера сопротивлений отдельных фаз, является не-

симметричной. Питание нагрузки осуществляется с помощью четырехпроводной линии, включающей три линейных провода $A-a, B-b, C-c$ и нейтральный провод $N-n$.

Известными величинами при выполнении расчетов являются: значение линейного напряжения источника $U_{\text{л}}$ и параметры фаз нагрузки $r_a, r_b, r_c, x_{L_a}, x_{C_c}$. Расчету подлежат токи фаз нагрузки, ток в нейтральном проводе, активные, реактивные и полные мощности фаз нагрузки, а также активная, реактивная и полная мощности трехфазного источника электрической энергии. Сопротивления линейных и нейтрального проводов при проведении расчетов не учитываются.

Наличие нейтрального провода, а также допущение о равенстве нулю сопротивлений линейных и нейтрального проводов приводит к тому, что система фазных напряжений нагрузки становится симметричной, а векторы, изображающие эту систему на декартовой плоскости координат, совпадают с векторами фазных напряжений источника. При этом выполняются следующие равенства:

$$U_a = U_b = U_c = U_A = U_B = U_C = U_{\text{л}} / \sqrt{3}, \quad (4.68)$$

где U_a, U_b, U_c – действующие значения напряжений на фазах нагрузки, U_A, U_B, U_C – действующие значения напряжений на фазах источника.

Так как величина $U_{\text{л}}$ задана, то по равенствам (4.68) определяются напряжения U_a, U_b, U_c на фазах нагрузки.

Действующие значения токов в фазах нагрузки и линейных проводах равны и рассчитываются по выражениям

$$I_A = \frac{U_a}{z_a}, I_B = \frac{U_b}{z_b}, I_C = \frac{U_c}{z_c}, \quad (4.69)$$

где z_a, z_b, z_c – полные сопротивления фаз нагрузки,

$$z_a = \sqrt{r_a^2 + x_{L_a}^2}, z_b = \sqrt{r_b^2} = r_b, z_c = \sqrt{r_c^2 + x_{C_c}^2}.$$

Ток в нейтральном проводе определяется по 1-му закону Кирхгофа, записанному для нейтральной точки n приемника, которая является узлом электрической цепи. В векторной форме это уравнение записывается так:

$$\bar{I}_{nN} = \bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C. \quad (4.70)$$

Согласно (4.70) для построения вектора тока \bar{I}_{nN} предварительно должны быть построены векторы токов фаз $\bar{I}_A, \bar{I}_B, \bar{I}_C$.

На рис. 4.16 представлена векторная диаграмма электрической цепи (см. рис. 4.15).

Векторы напряжений фаз источника $\bar{U}_A, \bar{U}_B, \bar{U}_C$ совпадают с соответствующими векторами напряжений фаз нагрузки $\bar{U}_a, \bar{U}_b, \bar{U}_c$ и образуют правильную трехлучевую звезду. Вектор тока \bar{I}_A в фазе A отстает от вектора напряжения \bar{U}_a на угол φ_a . Вектор тока \bar{I}_b в фазе B совпадает с вектором напряжения \bar{U}_b , а вектор тока \bar{I}_c фазы C опережает вектор напряжения \bar{U}_c на угол φ_c . Значения углов φ_a и φ_c рассчитываются по выражениям

$$\varphi_a = \arccos \frac{r_a}{z_a}, \quad \varphi_c = \arccos \frac{r_c}{z_c}. \quad (4.71)$$

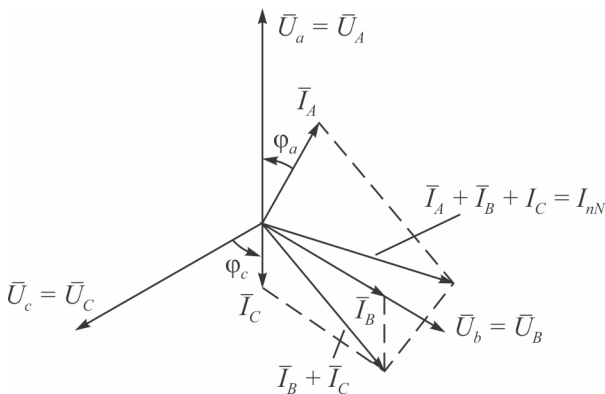


Рис. 4.16. Векторная диаграмма напряжений и токов электрической цепи (см. рис. 4.15)

Вектор тока \bar{I}_{nN} строится по уравнению (4.70), как сумма векторов токов фаз нагрузки. Величина тока в нейтральном проводе:

$$I_{nN} = I_{I_{nN}} \cdot m_I, \quad (4.72)$$

где m_I – масштаб, в котором производится построение векторов токов фаз нагрузки; $I_{I_{nN}}$ – длина вектора \bar{I}_{nN} .

Анализ векторной диаграммы показывает, что следствием несимметрии фаз нагрузки является несимметрия фазных, следовательно, и линейных токов: токи фаз нагрузки и токи в линейных проводах отличаются по величине, а углы сдвига фаз между ними отличны от 120° .

Расчет активных и реактивных мощностей фаз нагрузки производится по выражениям

$$P_a = r_a I_A^2, P_b = r_b I_B^2, P_c = r_c I_C^2, \quad (4.73)$$

$$Q_{L_a} = x_{L_a} I_A^2, Q_b = 0, Q_c = x_{C_c} I_C^2. \quad (4.74)$$

Так как активные и реактивные сопротивления фаз нагрузки и токи отдельных фаз отличаются по величине, то и активные и реактивные мощностей фаз также различны. Поэтому расчет активной и реактивной мощности трехфазного источника производится посредством суммирования соответствующих мощностей фаз:

$$\begin{aligned} P &= P_a + P_b + P_c, \\ Q &= Q_{L_a} - Q_{C_c}. \end{aligned} \quad (4.75)$$

Полная мощность источника определяется по формуле

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (4.76)$$

Пример 4.4

Рассчитать электрическую цепь (рис. 4.17), если $U_{л} = 380$ В, $r_a = 10$ Ом, $x_{L_b} = 10$ Ом, $x_{C_c} = 10$ Ом. Сопротивлениями линейных проводов и сопротивлением нейтрального провода пренебречь.

Решение

Действующее напряжение на фазах приемника

$$U_a = U_b = U_c = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{380}{1,73} = 220 \text{ В.}$$

Действующие значения токов фаз приемника

$$I_A = \frac{U_a}{z_a} = \frac{U_a}{r_a} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А,}$$

$$I_B = \frac{U_b}{z_b} = \frac{U_b}{x_{Lb}} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А,}$$

$$I_C = \frac{U_c}{z_c} = \frac{U_c}{x_{Cc}} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А.}$$

Углы сдвига фаз между напряжениями и токами фаз

$$\varphi_a = \arccos \frac{r_a}{z_a} = \arccos \frac{10}{10} = 0^\circ,$$

$$\varphi_b = \arccos \frac{r_b}{z_b} = \arccos \frac{0}{10} = 90^\circ,$$

$$\varphi_c = \arccos \frac{r_c}{z_c} = \arccos \frac{0}{10} = -90^\circ.$$

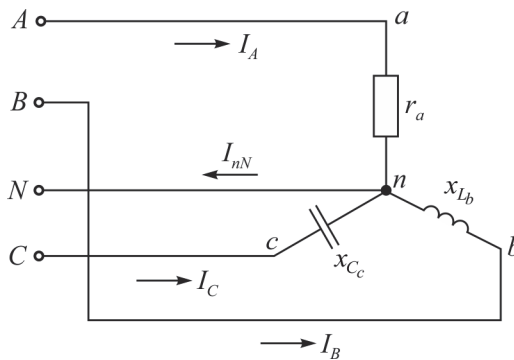


Рис. 4.17. Схема электрической цепи для примера 4.4

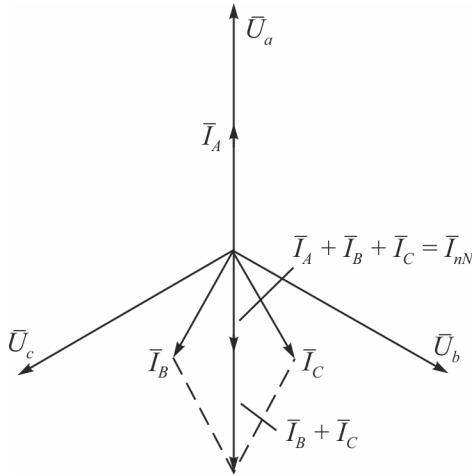


Рис. 4.18. Векторная диаграмма напряжений и токов для схемы на рис. 4.17

На рис. 4.18 построена векторная диаграмма фазных напряжений и токов приемника. Масштабы по напряжению и току, которые использованы при построении векторной диаграммы, студентам предлагается определить самостоятельно.

Величина тока в нейтральном проводе

$$I_{nN} = I_{I_n} m_I,$$

где I_{I_n} (см) – длина вектора I_{nN} ; m_I – масштаб по току.

Мощности фаз приемника

$$P_a = r_a I_A^2 = 10 \cdot 22^2 = 4840 \text{ Вт},$$

$$Q_{L_b} = x_{L_b} I_B^2 = 10 \cdot 22^2 = 4840 \text{ вар},$$

$$Q_{C_c} = r_{C_c} I_C^2 = 10 \cdot 22^2 = 4840 \text{ вар}.$$

Активная, реактивная и полная мощности трехфазного источника

$$P = P_a = 4840 \text{ Вт},$$

$$Q = Q_{L_b} - Q_{C_c} = 4840 - 4840 = 0,$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = P = 4840 \text{ ВА}.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ И ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО КУРСУ «ЭЛЕКТРОТЕХНИКА»

Выполнение контрольной работы – это важный этап, а правильное решение задач является критерием усвоения материала студентом.

Ниже указаны номера задач, которые предлагается выполнить студентам. Численные значения параметров электрических схем приводятся в соответствующих таблицах. Вариант численных значений параметров по каждой задаче принимается студентом по последней цифре шифра.

Две последние цифры шифра	Номера задач
01–10	1, 5, 7, 10, 17, 19, 21
11–20	2, 4, 6, 9, 12, 16, 20, 22
21–30	2, 3, 8, 11, 15, 18, 19, 22

При оформлении контрольной работы следует исходить из следующих требований:

- работа выполняется в отдельной тетради или на сброшюрованных листах бумаги формата А4. На первой странице тетради (первом листе бумаги) указываются следующие данные: фамилия, имя, отчество студента, его домашний адрес, учебный шифр;

- на каждой странице оставляются поля шириной 4 см для замечаний преподавателя;

- текст, формулы и численные значения величин следует писать четко и аккуратно черными чернилами или шариковой ручкой с черной пастой;

- электрические схемы должны выполняться чертежными инструментами с соблюдением условных графических изображений элементов;

- графики следует выполнять на миллиметровке или на бумаге в клеточку;

– контрольная работа визируется студентом и сопровождается датой ее выполнения.

Контрольная работа считается зачтенной, если все задачи решены правильно и работа отвечает перечисленным выше требованиям.

Если контрольная работа не зачтена, то все необходимые исправления по решению задач должны быть сделаны в той же тетради после рецензии преподавателя. Не разрешается вносить какие-либо исправления в текст и графический материал, ранее просмотренные преподавателем. При отсутствии в тетради свободных листов бумаги рекомендуется подклеить к тетради дополнительные чистые листы.

Задача 1. Электрическая цепь (рис. 1) содержит источник постоянного напряжения с ЭДС E и внутренним сопротивлением R_B и эквивалентный приемник электрической энергии с сопротивлением R_H . Численные значения E , R_B , R_H для десяти вариантов приведены в табл. 1.

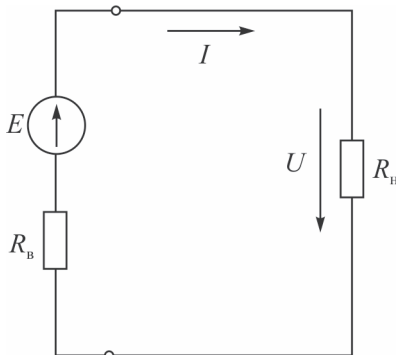


Рис. 1

Таблица 1

Численные значения параметров электрической цепи по рис. 1

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E , В	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
R_B , Ом	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
R_H , Ом	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5

Определить ток в цепи и напряжение на эквивалентном приемнике. По данным режимов холостого хода и короткого замыкания электрической цепи построить внешнюю характеристику источника напряжения $U(I)$.

Задача 2. К источнику постоянного напряжения посредством двухпроводной линии подключены приемники электрической энергии с эквивалентным сопротивлением R_H (рис. 2). На расстоянии l от источника произошло короткое замыкание. Определить ток короткого замыкания $I_{кз}$, мощность P_1 , которую источник будет отдавать во внешнюю сеть в этом режиме работы. Напряжение на внешних зажимах источника U , сечение проводов s , электрическое сопротивление 1 км провода при $20\text{ }^\circ\text{C}$ – r_0 .

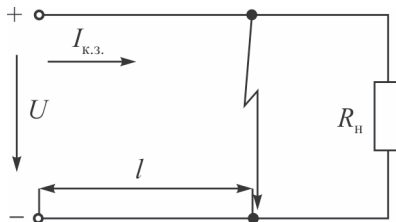


Рис. 2.

Численные значения величин U, l, s, r_0 приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения параметров электрической цепи к задаче 2

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Напряжение U , В	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Расстояние l от источника до места короткого замыкания, км	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
Сечение проводов линии s , мм ²	6	10	16	10	25	35	50	25	70	35
Электрическое сопротивление r_0 1 км провода линии, Ом/км	1,8	1,6	1,4	1,6	1,2	1,05	0,95	1,2	0,65	1,05

Объяснить, как изменится величина тока короткого замыкания $I_{кз}$ и величина мощности P_1 , если температура окружающего воздуха будет равна $40\text{ }^\circ\text{C}$.

Задача 3. Электрическая цепь (рис. 3) содержит источник постоянного напряжения с ЭДС E и внутренним сопротивлением R_B и два приемника электрической энергии с сопротивлениями R_1 и R_2 . Сопротивление проводов линии R_L .

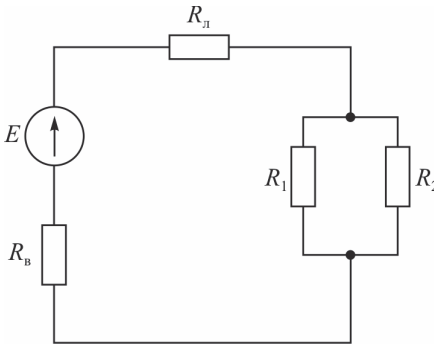


Рис. 3

Определить ток источника электрической энергии, напряжение на приемниках и токи в них, а также мощность приемников, мощность источника и потери мощности в проводах линии. Рассчитать коэффициент полезного действия цепи. Исходные данные для расчета приведены в табл. 3

Таблица 3

Значения параметров электрической цепи, представленной на рис. 3

Параметр	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E, B	115	230	460	115	230	460	200	300	250	180
$R_B, \text{Ом}$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	0,60
$R_L, \text{Ом}$	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
$R_1, \text{Ом}$	20	30	60	15	40	50	25	35	18	16
$R_2, \text{Ом}$	20	30	60	15	40	50	25	35	18	16

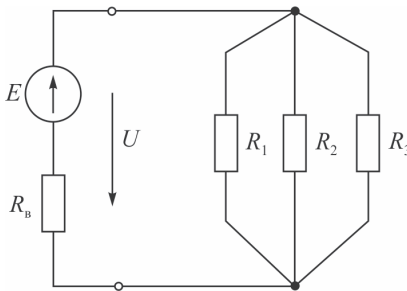


Рис. 4

Задача 4. К внешним зажимам источника постоянного напряжения параллельно подключены три приемника с сопротивлениями R_1, R_2, R_3 (рис. 4). Определить токи в приемниках и источнике, рассчитать напряжение U и ЭДС E источника и составить баланс

мощностей в цепи, если мощность второго приемника P_2 . Исходные данные для расчета приведены в табл. 4.

Таблица 4

Параметры электрической цепи (рис. 4)

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$R_B, \text{ Ом}$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4
$R_1, \text{ Ом}$	20	30	18	20	40	25	15	24	30	40
$R_2, \text{ Ом}$	18	26	14	15	40	25	15	24	25	30
$R_3, \text{ Ом}$	16	20	10	10	30	20	10	18	25	30
$P_2, \text{ Вт}$	800	820	840	860	880	900	940	960	980	1000

Задача 5. В электрической цепи постоянного тока (рис. 5), заданы значения сопротивлений $R_B, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7$ и величина тока I_7 .

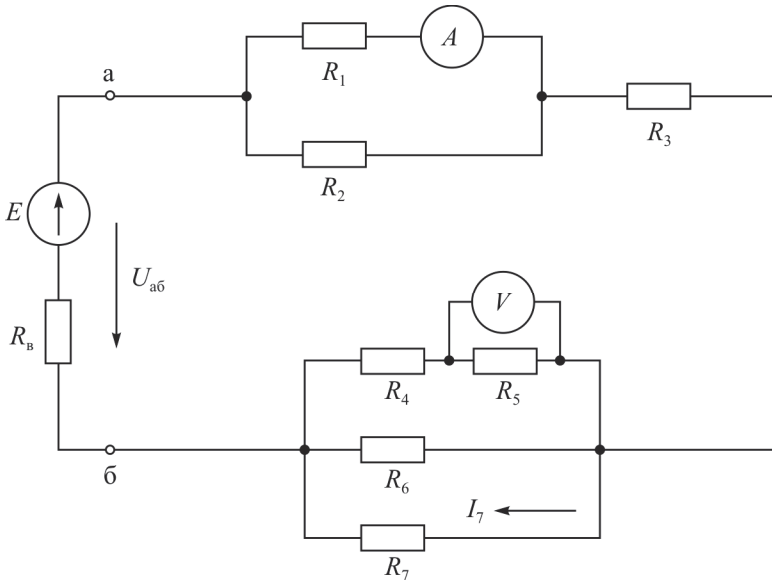


Рис. 5

Определить показания амперметра и вольтметра, рассчитать мощность источника постоянного тока и напряжение на его внешних зажимах а, б. Значения параметров электрической цепи приведены в табл. 5.

Таблица 5

Параметры электрической цепи к задаче 5

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R_b , Ом	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3
R_1 , Ом	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
R_2 , Ом	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
R_3 , Ом	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R_4 , Ом	10	6	3	8	14	16	6	10	12	10
R_5 , Ом	5	6	6	10	7	8	3	2	3	11
R_6 , Ом	15	12	9	18	21	24	9	12	15	21
R_7 , Ом	15	12	9	18	21	24	9	12	15	21
I_7 , А	10	20	15	12	7	6	14	16	18	10

Задача 6. В неразветвленной цепи синусоидального напряжения известны напряжение источника $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ и ток $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$. Рассчитать полное, активное и реактивное сопротивления цепи, действующие значения напряжения и тока, активную, реактивную и полную мощности. Построить в масштабе треугольники сопротивлений и мощностей. Данные для расчета приведены в табл. 6.

Таблица 6

Исходные данные для решения задачи 6

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_m , В	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
I_m , А	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
ψ_u , град	30	75	70	65	60	55	50	45	40	35
ψ_i , град	0	45	50	35	30	25	20	15	10	5

Задача 7. По данным табл. 7 записать выражения для мгновенных значений синусоидального напряжения и синусоидального тока, построить в масштабе графики их изменения в функции фазового угла и векторную диаграмму на декартовой плоскости координат.

Таблица 7

Исходные данные для решения задачи 7

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U, \text{В}$	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
$I, \text{А}$	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$\Psi_u, \text{град}$	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$\Psi_i, \text{град}$	15	30	60	80	100	30	50	50	80	90

Задача 8. В электрической цепи однофазного синусоидального напряжения частотой 50 Гц (рис. 6) ток изменяется во времени по закону $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$. Записать аналитическое выражение для напряжения и определить показания амперметра, вольтметра и ваттметра. Исходные данные для решения задачи приведены в табл. 8.

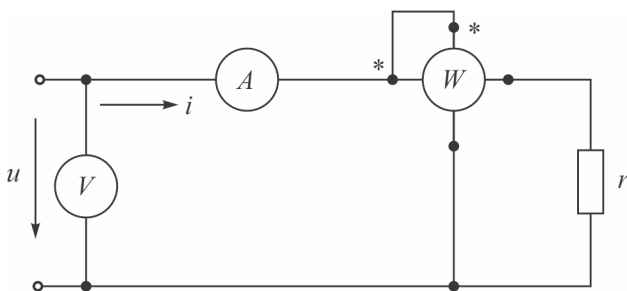


Рис. 6

Таблица 8

Значения параметров электрической цепи по рис. 6

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$I, \text{А}$	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$\Psi_i, \text{град}$	25	30	35	40	45	50	55	60	30	45
$r, \text{Ом}$	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10

Задача 9. Катушка с индуктивностью L подключена к цепи однофазного синусоидального напряжения $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ частотой 50 Гц. Определить индуктивное сопротивление, написать аналитическое выражение для тока, найти показания амперметра, вольтметра, ваттметра, рассчитать реактивную индуктивную мощность и построить в масштабе векторную диаграмму напряжения и тока. Схема цепи приведена на рис. 7, а данные для расчета – в табл. 9.

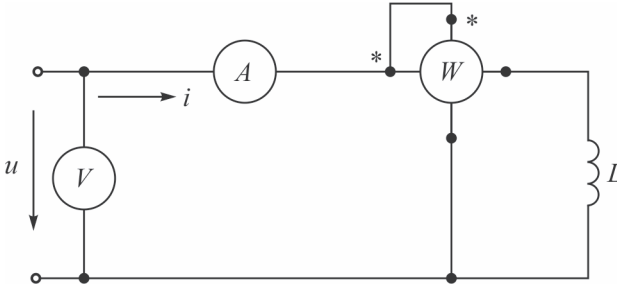


Рис. 7

Таблица 9

Значения параметров к задаче 9

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_m, \text{В}$	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380
$\Psi_u, \text{град}$	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$L, \text{Гн}$	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2	0,22	0,24	0,26	0,28

Задача 10. К источнику, вырабатывающему однофазное синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ частотой 50 Гц, подключена катушка, активное сопротивление которой r_k , а индуктивное сопротивление x_k . Определить показания амперметра, вольтметра, ваттметра, рассчитать напряжения на активном и индуктивном сопротивлениях, реактивную индуктивную и полную мощности и построить в масштабе треугольники напряжений и мощностей. Схема цепи показана на рис. 8, а исходные данные для расчета приведены в табл. 10.

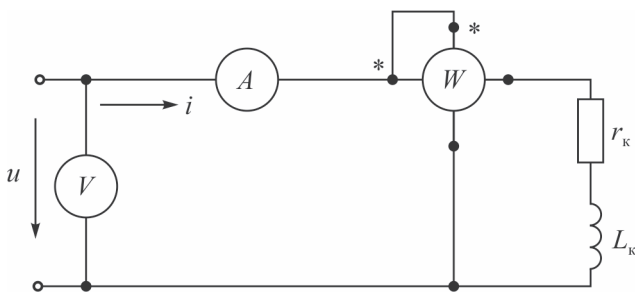


Рис. 8

Таблица 10

Исходные данные к задаче 10

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_m , В	150	170	190	210	230	250	270	290	310	330
ψ_u , град	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
r_k , Ом	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5
x_k , Ом	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5

Задача 11. К внешним зажимам источника однофазного синусоидального напряжения, между которыми действует напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ частотой 50 Гц, подключены резистор

с сопротивлением r и конденсатор емкостью C . Определить показания амперметра, вольтметров и ваттметра. Записать выражение мгновенного значения тока i . Рассчитать реактивное и полное сопротивления цепи, реактивную и полную мощности. Построить в масштабе треугольник напряжений. Схема электрической цепи приведена на рис. 9, а параметры электрической цепи – в табл. 11.

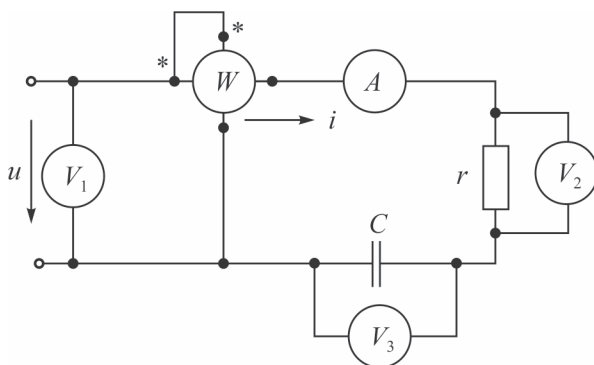


Рис. 9

Таблица 11

Исходные данные для решения задачи 11

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_m , В	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360
ψ_u , град	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
r , Ом	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
C , мкФ	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42

Задача 12. К внешним зажимам источника электрической энергии, между которыми действует однофазное синусоидальное напряжение $u = U_m \sin \omega t$ частотой 50 Гц, подключены соединенные последовательно катушка индуктивности и конденсатор. Катушка индуктивности размещена на ферромагнитном сердечнике,

одна часть которого выполнена подвижной, что позволяет плавно изменять ее индуктивность. Найти показания амперметра для следующих значений индуктивности катушки L [Гн]: 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4. Построить график зависимости $I(L)$. Активное сопротивление катушки r , величина емкости C . Схема электрической цепи приведена на рис. 10, а параметры цепи – в табл. 12.

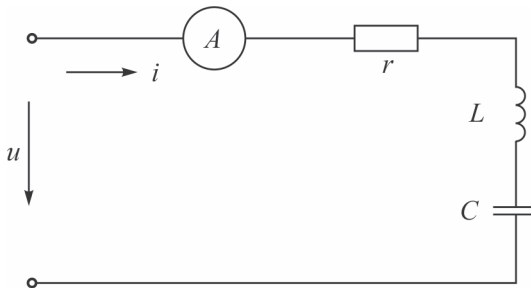


Рис. 10

Таблица 12

Исходные данные для решения задачи 12

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_m , В	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
r , Ом	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
C , мкФ	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50

Задача 13. К источнику электрической энергии, между внешними зажимами которого действует однофазное напряжение $u = U_m \sin \omega t$ частотой 50 Гц, подключены соединенные последовательно катушка индуктивности и конденсатор. Активное сопротивление катушки r , индуктивное сопротивление x_L . Определить значение емкости C конденсатора, при котором в цепи будет иметь место резонанс напряжений. Найти показания амперметра и вольтметров при резонансе напряжений. Схема электрической цепи приведена на рис. 11, а ее параметры – в табл. 13.

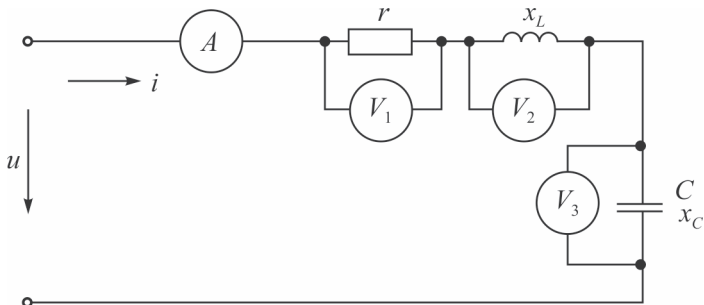


Рис. 11

Таблица 13

Исходные данные для решения задачи 13

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_m , В	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210
r , Ом	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
x_L , Ом	60	65	70	75	80	85	90	95	100	110

Задача 14. К внешним зажимам источника электрической энергии, между которыми действует однофазное синусоидальное напряжение $u = U_m \sin \omega t$ частотой 50 Гц, подключены параллельно два потребителя активной мощности с сопротивлениями r_1 и r_2 . Определить действующие значения токов I , I_1 , I_2 и построить в масштабе векторную диаграмму. Схема электрической цепи показана на рис. 12, а значения параметров источника и приемников приведены в табл. 14.

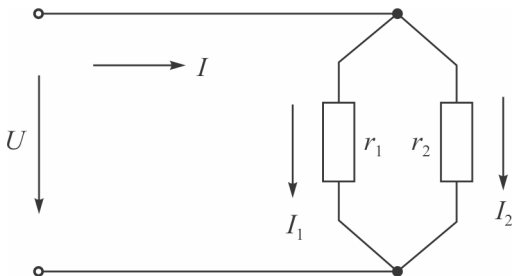


Рис. 12

Таблица 14

Исходные данные к решению задачи 14

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U, \text{В}$	110	130	150	170	190	210	230	250	270	290
$r_1, \text{Ом}$	10	13	10	17	10	21	10	25	10	29
$r_2, \text{Ом}$	11	10	15	10	19	10	23	10	27	10

Задача 15. К внешним зажимам источника электрической энергии, между которыми действует однофазное синусоидальное напряжение $u = U_m \sin \omega t$ частотой 50 Гц, параллельно подключены резистор с сопротивлением r и идеализированный индуктивный элемент с сопротивлением x_L . Рассчитать действующие значения токов I, I_1, I_2 . Построить в масштабе векторную диаграмму токов и напряжения. Схема электрической цепи изображена на рис. 13, а значения параметров электрической схемы приведены в табл. 15.

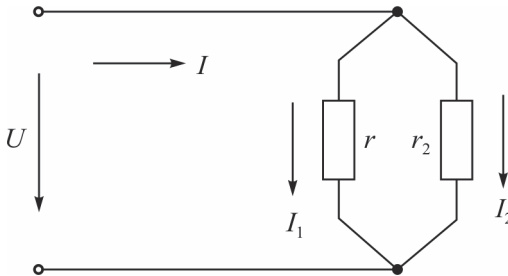


Рис. 13

Таблица 15

Исходные данные для решения задачи 15

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U, \text{В}$	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
$r, \text{Ом}$	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
$x_L, \text{Ом}$	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30

Задача 16. К внешним зажимам источника электрической энергии однофазного синусоидального напряжения $u = U_m \sin \omega t$ частотой 50 Гц, подключены параллельно две ветви, одна из которых содержит резистор с сопротивлением r_1 , а вторая – последовательно соединенные резистор с сопротивлением r_2 и конденсатор с сопротивлением x_C . Определить показания электроизмерительных приборов, включенных в цепь, записать выражение для мгновенного значения тока i_2 , рассчитать активную, реактивную и полную мощности цепи. Схема электрической цепи изображена на рис. 14, а значения ее параметров приведены в табл. 16.

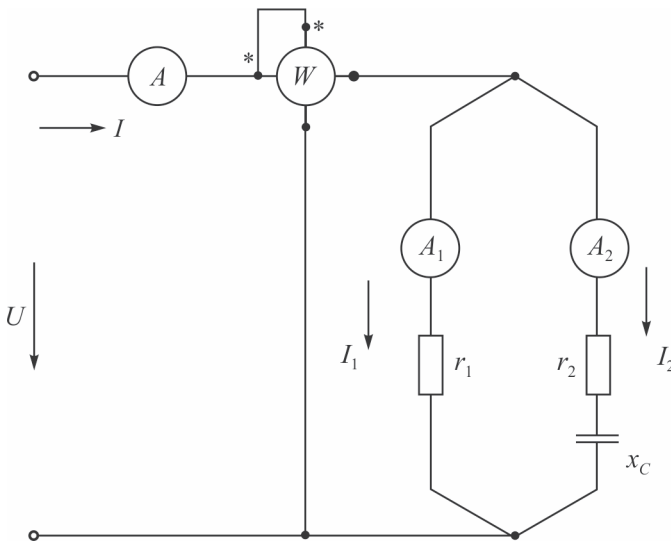


Рис. 14

Таблица 16

Исходные данные для решения задачи 16

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U, \text{В}$	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320
$r_1, \text{Ом}$	10	16	20	25	11	12	13	10	30	16
$r_2, \text{Ом}$	3	6	8	12	4	8	6	16	3	4
$x_C, \text{Ом}$	4	8	6	16	3	6	8	12	4	3

Задача 17. К источнику однофазного переменного напряжения с действующим значением U и частотой 50 Гц подключены параллельно две ветви, одна из которых содержит емкостное сопротивление x_C , а вторая – последовательно включенные резистор с сопротивлением r и индуктивное сопротивление x_L . В цепи имеет место резонанс токов. Действующие значения токов в пассивных ветвях, измеренные амперметрами A_1, A_2 , равны I_1, I_2 . Определить показания амперметра A в ветви с источником питания, а также значения активной и реактивной мощностей в пассивных ветвях и в ветви с источником питания. Построить в масштабе векторную диаграмму токов и напряжения. Схема электрической цепи приведена на рис. 15, а значения ее параметров – в табл. 17.

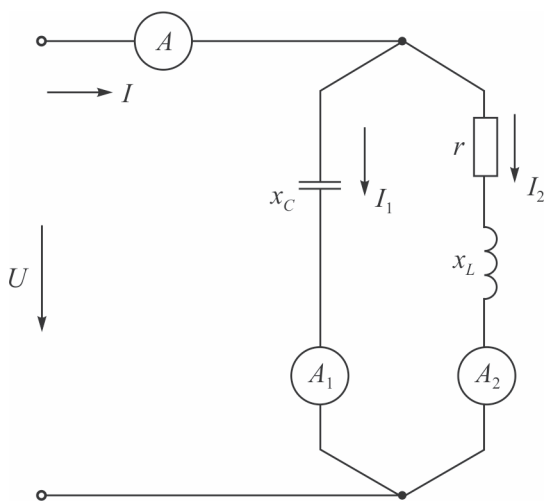


Рис. 15

Таблица 17

Исходные данные для решения задачи 17

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U, \text{В}$	127	220	380	320	280	240	180	160	260	150
$I_1, \text{А}$	3	4	6	8	12	16	6	8	4	12
$I_2, \text{А}$	5	5	10	10	20	20	10	10	5	20

Задача 18. К источнику питания с действующим значением синусоидального напряжения U подключены параллельно две ветви, одна из которых содержит индуктивное сопротивление x_L , а вторая – последовательно соединенные резистор с сопротивлением r и емкость с сопротивлением x_C . В цепи имеет место резонанс токов. Действующие значения токов в ветвях с источником и индуктивностью соответственно равны I и I_1 . Определить значение тока I_2 в ветви с резистором и емкостью, а также активные и реактивные мощности всех ветвей. Построить в масштабе векторную диаграмму токов и напряжения. Схема электрической цепи изображена на рис. 16, а ее параметры приведены в табл. 18.

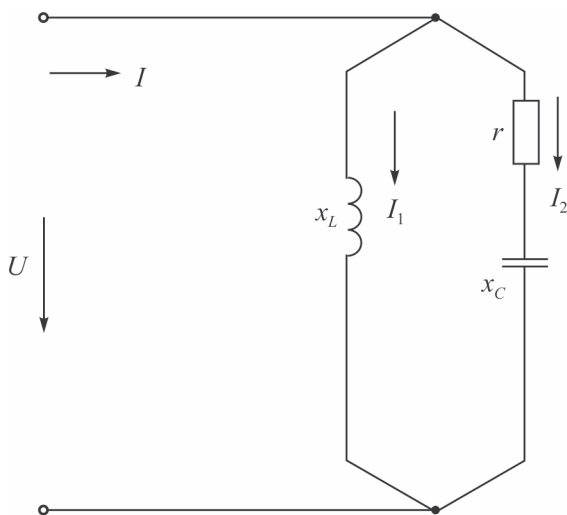


Рис. 16

Таблица 18

Исходные данные к задаче 18

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U, \text{В}$	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
$I, \text{А}$	3	4	6	8	16	12	4	3	6	16
$I_2, \text{А}$	4	3	8	6	12	16	5	4	8	12

Задача 19. В трехфазной трехпроводной симметричной системе (рис. 17) известны линейное напряжение $U_{\text{л}}$, а также активные r и емкостные x_C сопротивления фаз приемников. Определить действующие значения фазных напряжений и токов, активные, реактивные и полные мощности фаз, а также активную, реактивную и полную мощности трехфазного источника. Построить в масштабе векторную диаграмму напряжений и токов. Исходные данные для расчета цепи приведены в табл. 19.

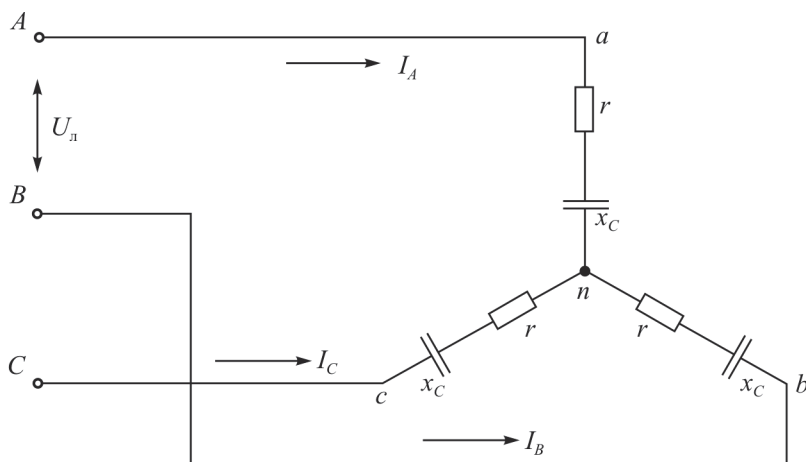


Рис. 17

Таблица 19

Исходные данные для решения задачи 19

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_{\text{л}}, \text{В}$	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360
$r, \text{Ом}$	3	4	6	8	10	12	16	6	4	3
$x_C, \text{Ом}$	4	3	8	6	10	16	12	8	3	4

Задача 20. В трехфазной трехпроводной симметричной системе (рис. 18), известны линейное напряжение $U_{л}$, а также активные и индуктивные сопротивления фаз приемника. Определить токи в фазах и линейных проводах, активные, реактивные и полные мощности фаз приемника, а также активную, реактивную и полную мощности трехфазного источника электрической энергии. Построить в масштабе векторную диаграмму напряжений и токов. Исходные данные для расчета приведены в табл. 20.

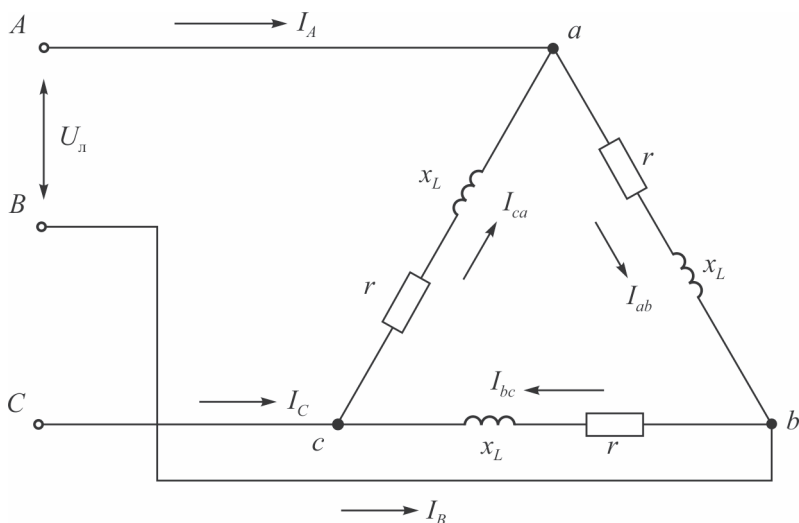


Рис. 18

Таблица 20

Значения электрических параметров к задаче 20

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_{л}, \text{В}$	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480
$r, \text{Ом}$	6	8	10	12	16	20	24	4	3	8
$x_L, \text{Ом}$	8	6	10	16	12	16	18	3	4	6

Задача 21. Трехфазная четырехпроводная несимметричная система (рис. 19) содержит трехфазный симметричный источник с линейным напряжением $U_{\text{л}}$ и трехфазный несимметричный приемник с активными сопротивлениями фаз r_a, r_b, r_c и индуктивными сопротивлениями $x_{L_a}, x_{L_b}, x_{L_c}$. Определить токи в фазах и линейных проводах, активные, реактивные и полные мощности фаз приемника, а также активную, реактивную и полную мощности источника. Построить в масштабе векторную диаграмму напряжений и токов. Построить также вектор \bar{I}_{nN} тока, проходящего по нейтральному проводу, и определить величину этого тока.

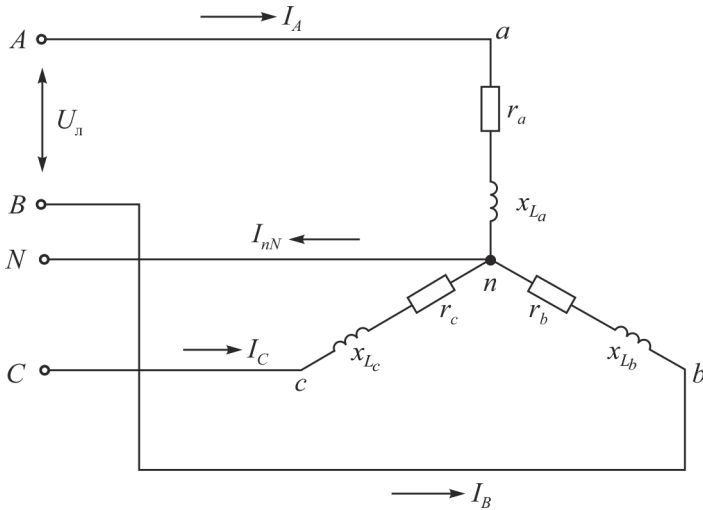


Рис. 19

Исходные данные для расчета приведены в табл. 21.

Таблица 21

Исходные данные для решения задачи 21

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_{\text{л}}, \text{В}$	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
$r_a, \text{Ом}$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$r_b, \text{Ом}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_c , Ом	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x_{L_a} , Ом	3	4	5	3	4	6	5	6	8	10
x_{L_b} , Ом	4	6	5	4	4	5	6	7	6	10
x_{L_c} , Ом	8	7	6	6	8	13	16	10	16	15

Задача 22. Трехфазная трехпроводная несимметричная система (рис. 20) содержит трехфазный симметричный источник с линейным напряжением $U_{л}$ и трехфазный несимметричный приемник с активными сопротивлениями фаз r_a, r_b, r_c и емкостными сопротивлениями $x_{C_a}, x_{C_b}, x_{C_c}$. Определить токи в фазах приемника, активные, реактивные и полные мощности фаз приемника, активную, реактивную и полную мощности трехфазного источника. Построить в масштабе векторную диаграмму напряжений и токов, из которой определить значения токов в линейных проводах. Исходные данные для расчета приведены в табл. 22.

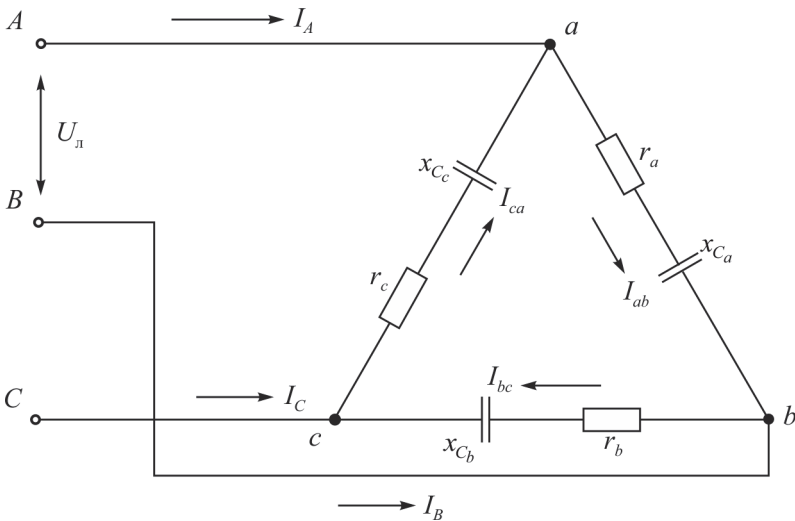


Рис. 20

Таблица 22

Исходные данные для решения задачи 22

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_{\text{дл}}, \text{В}$	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380
$r_{a_2}, \text{Ом}$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$r_{b_2}, \text{Ом}$	4	5	6	7	8	9	10	12	12	13
$r_{c_2}, \text{Ом}$	8	9	10	11	1.2	13	14	15	16	17
$x_{C_a}, \text{Ом}$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$x_{C_b}, \text{Ом}$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$x_{C_c}, \text{Ом}$	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЧЕТНОМУ ЗАНЯТИЮ ПО КУРСУ «ЭЛЕКТРОТЕХНИКА»

1. Электрическая цепь и ее основные элементы.
2. Производство электрической энергии. Типы электрических станций.
3. Понятие об электрической цепи постоянного тока. Получение постоянного напряжения. ЭДС, напряжение, ток, сопротивление, мощность, энергия и единицы их измерения.
4. Внешняя характеристика источника постоянного напряжения.
5. Режимы работы электрических цепей постоянного напряжения.
6. Понятия о ветви, узле и контуре электрической цепи. Задачи расчета электрических цепей. Основные законы, используемые при выполнении расчетов электрических цепей.
7. Расчет электрической цепи постоянного тока при последовательном соединении приемников.
8. Расчет цепи постоянного напряжения при параллельном соединении приемников.
9. Расчет электрической цепи постоянного напряжения при смешанном соединении приемников.
10. Расчет электрической цепи постоянного тока с несколькими источниками по законам Кирхгофа.
11. Метод контурных токов.
12. Понятия о синусоидальной ЭДС, напряжении, токе. Основные величины, характеризующие синусоидальные ЭДС, напряжение, ток.
13. Действующие и средние значения синусоидальных ЭДС, напряжения, тока.
14. Изображение синусоидальных ЭДС, напряжения, тока векторами на декартовой плоскости координат.
15. Расчет электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с активным сопротивлением. Понятие активной мощности. Единицы ее измерения.

16. Расчет электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с индуктивностью. Понятие индуктивного сопротивления и индуктивной реактивной мощности. Единицы их измерения.

17. Расчет электрической цепи однофазного синусоидального напряжения с емкостью. Емкостное сопротивление и реактивная емкостная мощность. Единицы их измерения.

18. Расчет электрической цепи однофазного синусоидального напряжения при последовательном соединении резистивного и индуктивного элементов. Треугольники напряжений, сопротивлений, мощностей. Полное сопротивление. Полная мощность. Единицы их измерения.

19. Расчет цепи однофазного синусоидального напряжения при последовательном соединении резистивного и емкостного элементов. Треугольники напряжений, сопротивлений, мощностей.

20. Расчет электрической цепи однофазного синусоидального напряжения при последовательном соединении резистивного, индуктивного и емкостного элементов. Реактивное сопротивление, реактивная мощность.

21. Резонанс напряжений в цепи с последовательным соединением резистивного, индуктивного и емкостного элементов. Особенности физических процессов в электрической цепи при резонансе напряжений. Пути достижения резонанса напряжений.

22. Расчет электрической цепи однофазного синусоидального напряжения при параллельном соединении приемников.

23. Резонанс токов. Условие возникновения резонанса токов, особенности физических явлений в электрической цепи при резонансе токов и пути его практического достижения.

24. Компенсация реактивной мощности в электрических цепях синусоидального напряжения.

25. Активная, реактивная, полная проводимости в электрических цепях синусоидального напряжения.

26. Расчет электрической цепи однофазного синусоидального напряжения при параллельном соединении приемников с учетом параметров линии, соединяющей источник с приемниками.

27. Понятие трехфазной электрической цепи. Получение трехфазной симметрической системы ЭДС (напряжений).

28. Изображение трехфазной симметрической системы ЭДС (напряжений) аналитическими формулами, временными графиками, векторами на декартовой плоскости координат.

29. Соединения обмоток фаз трехфазного источника по схемам «звезда», «треугольник», «звезда с выведенной нейтральной точкой». Фазные и линейные напряжения и соотношения между ними при различных схемах соединения обмоток фаз.

30. Подключение однофазных, двухфазных и трехфазных приемников к трехфазной сети. Понятия о симметрических и несимметрических трехфазных приемниках.

31. Расчет трехфазной цепи переменного напряжения при соединении фаз несимметричного приемника по схеме «треугольник». Векторная диаграмма напряжений и токов.

32. Расчет трехфазной цепи переменного напряжения при соединении фаз симметричного приемника по схеме «треугольник». Векторная диаграмма токов и напряжений.

33. Расчет трехфазной цепи переменного напряжения при соединении фаз симметричного приемника по схеме «звезда». Векторная диаграмма токов и напряжений.

34. Расчет трехфазной цепи переменного напряжения при соединении фаз несимметричного приемника по схеме «звезда». Нейтральный провод и его назначение. Векторная диаграмма токов и напряжений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисов Ю.М., Липатов Д.Н., Зорин Ю.Н. Электротехника: учеб. пособие для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Минск: Высш. шк., 2008. – 543 с.
2. Электротехника: учебник для вузов / Х.Э. Зейдель [и др.], под ред. В.Г. Герасимова. – 4-е изд., стер. – М.: Арис, 2010. – 480 с.
3. Атабеков Г.И. Линейные электрические цепи: учеб. пособие. – 7-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2009. – 592 с.
4. Евдокимов Ф.Е. Общая электротехника: учебник. – 3-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2004. – 367 с.
5. Сибикин Ю.Д., Сибикин М.Ю. Электроснабжение: учеб. пособие. – М.: РадиоСофт, 2010. – 328 с.

Учебное издание

Цылёв Павел Николаевич

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Учебное пособие

Редактор и корректор *И.А. Мангасарова*

Подписано в печать 04.06.2014. Формат 90×60/16.
Усл. печ. л. 13,0. Тираж 100 экз. Заказ № 104/2014.

Издательство

Пермского национального исследовательского
политехнического университета.

Адрес: 614990, г. Пермь, Комсомольский проспект, 29, к. 113.
Тел. (342) 219-80-33.