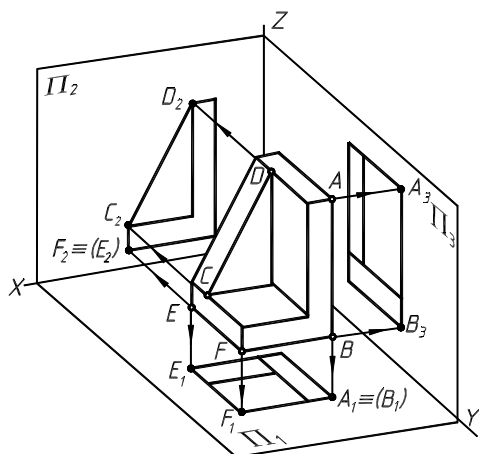


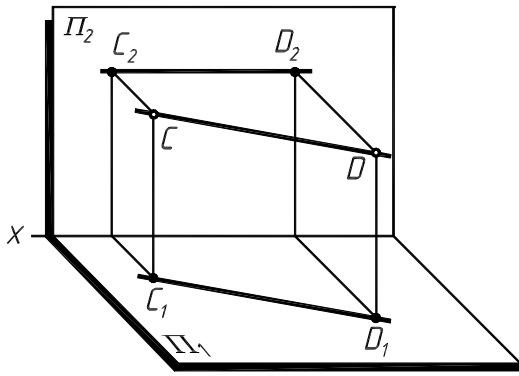
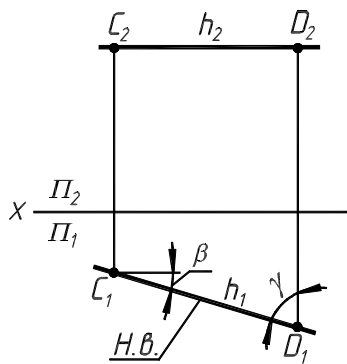
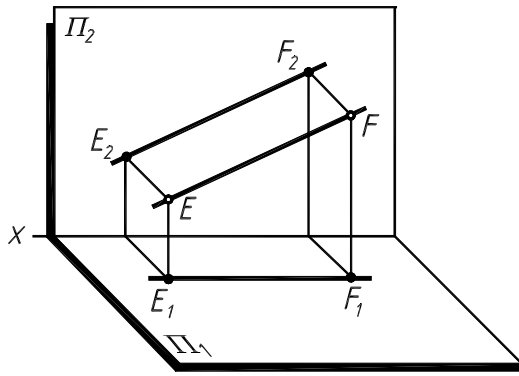
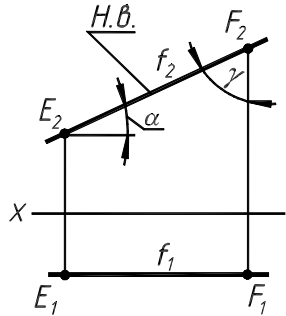
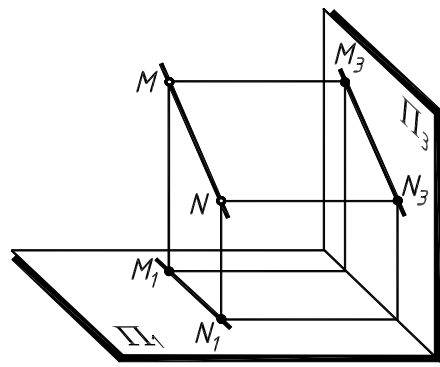
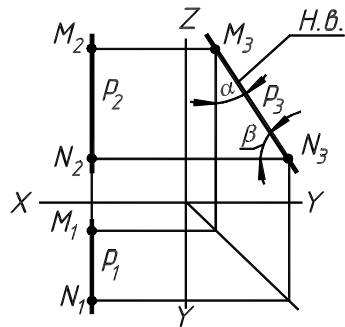
1. ПРЯМЫЕ ЛИНИИ

Прямые линии относятся к простейшим элементам геометрического пространства и являются составной частью геометрической формы многих предметов (рис. 1 и 2).

При проецировании прямых линий следует опираться на ряд понятий и определений, содержащихся в теории построения чертежа:



Продолжение табл.1

Название	Модель	Эпюр
ПРЯМЫЕ УРОВНЯ		
<p>Горизонтальная прямая уровня – h</p> <p>$CD \parallel \Pi_1$</p>		
<p>Фронтальная прямая уровня – f</p> <p>$EF \parallel \Pi_2$</p>		
<p>Профильная прямая уровня – p</p> <p>$MN \parallel \Pi_3$</p>		



α - угол наклона прямой к Π_1 ;
 β - угол наклона прямой к Π_2 ;
 γ - угол наклона прямой к Π_3 .

Окончание табл.1

Название	Модель	Эпюр
ПРОЕКЦИРУЮЩИЕ ПРЯМЫЕ		
<p>Горизонтально-проецирующая прямая</p> <p>$KL \perp \Pi_1$</p>		
<p>Фронтально-проецирующая прямая</p> <p>$HG \perp \Pi_2$</p>		
<p>Профильно-проецирующая прямая</p> <p>$PQ \perp \Pi_3$</p>		

ПОНЯТИЕ О СЛЕДАХ ПРЯМЫХ

Следами называются точки пересечения прямой с плоскостями проекций. Схема построения следов приведена на рис. 3, где N – фронтальный след прямой, M – горизонтальный след прямой.

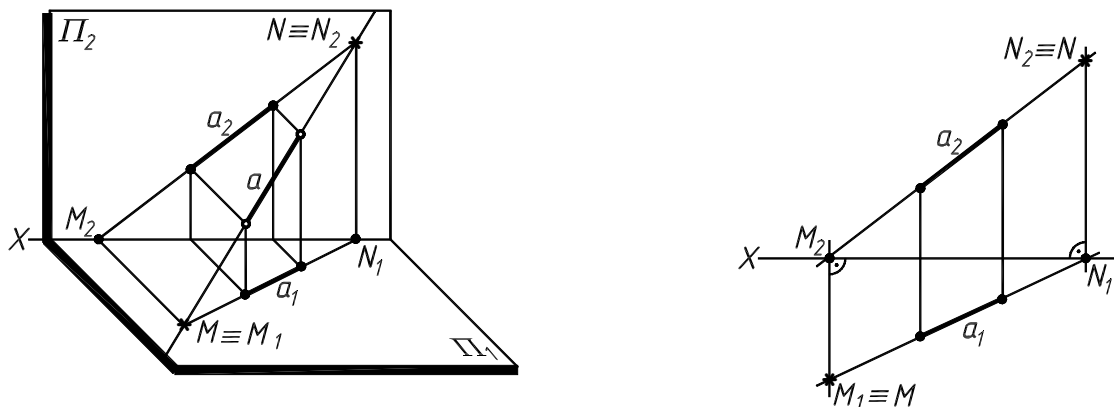


Рис. 3

НАХОЖДЕНИЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ (способ прямоугольного треугольника)

На эюре натуральная длина отрезка прямой и углы его наклона видны только в случае его частного расположения относительно плоскостей проекций. Если же прямая занимает общее положение относительно плоскостей проекций, то для нахождения натуральной величины отрезка этой прямой и углов его наклона к плоскостям проекций можно использовать соответствующее свойство ортогонального проецирования.

На плоскости проекций Π' (рис. 4), можно построить прямоугольный треугольник, один катет которого – проекция отрезка AB на плоскости Π' ($A'B'$), а другой – разность расстояний концов отрезка от плоскости проекций ($B'B_0 = BK$). Гипотенуза такого треугольника ($A'B_0$) будет равна натуральной величине отрезка. Из рис. 4 видно также, что угол $B'A'B_0$ равен углу BAK и будет определять угол наклона прямой к плоскости Π_1 .

Аналогичные построения можно выполнить на эюре прямой (рис. 5).

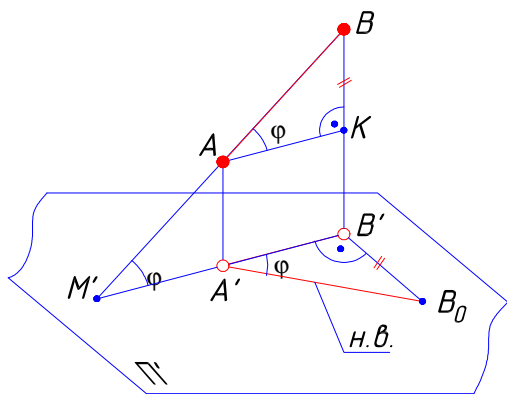


Рис. 4

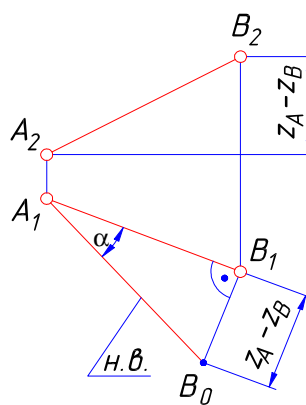


Рис. 5

2. ПЛОСКОСТЬ

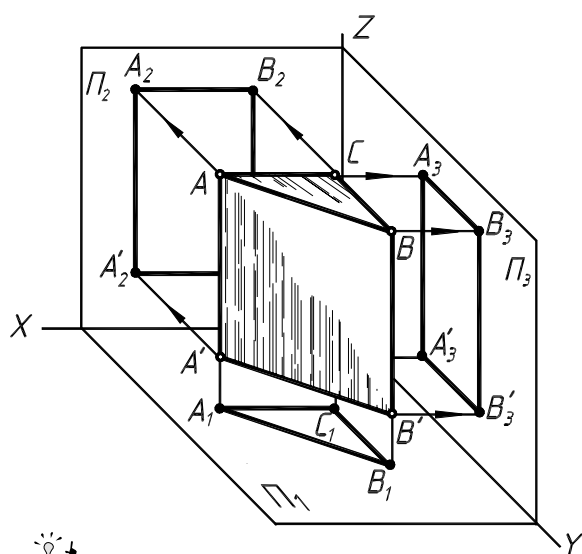


Рис. 6



Основные теоретические положения построения чертежа плоскости:

- на чертеже плоскость определяется проекциями трех точек (не лежащих в пространстве на одной прямой);
- следами плоскости называются линии пересечения этой плоскости с плоскостями проекций;
- плоскости произвольно расположенные относительно плоскостей проекций называются плоскостями общего положения;
- плоскости перпендикулярные одной из плоскостей проекций называются проецирующими;
- плоскости параллельные какой-либо плоскости проекций называются плоскостями уровня.

Расположение в системе плоскостей проекций различного типа заданных плоскостей и свойства их проекций приведены в табл. 2.

Таблица 2

Название	Модель	Эпюр
Плоскость общего положения		

Продолжение табл.2

Название	Модель	Эпюр
ПРОЕЦИРУЮЩИЕ ПЛОСКОСТИ		
<p>Горизонтально-проецирующая плоскость</p> <p>$\Psi \perp \Pi_1$</p>		
<p>Фронтально-проецирующая плоскость</p> <p>$T \perp \Pi_2$</p>		
<p>Профильно-проецирующая плоскость</p> <p>$\Omega \perp \Pi_3$</p>		



α - угол наклона плоскости к Π_1 ;

β - угол наклона плоскости к Π_2 ;

γ - угол наклона плоскости к Π_3 .

Окончание табл.2

Название	Модель	Эпюр
ПЛОСКОСТИ УРОВНЯ		
<p>Горизонтальная плоскость уровня</p> <p>$\Gamma // \Pi_1$</p>		
<p>Фронтальная плоскость уровня</p> <p>$\Phi // \Pi_2$</p>		
<p>Профильная плоскость уровня</p> <p>$P // \Pi_3$</p>		

3. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ

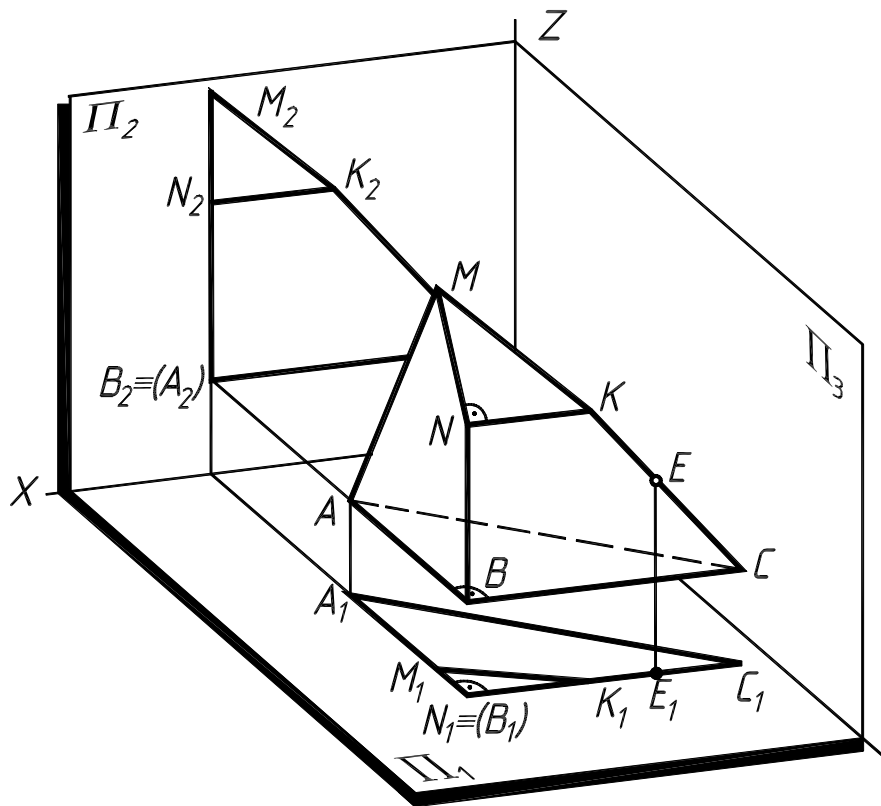


Рис. 7

3.1. ТОЧКИ И ПРЯМОЙ, ДВУХ ПРЯМЫХ

Множество точек и прямых, образуя форму предмета, располагаются относительно друг друга самым различным образом (рис. 7).

Из этого разнообразия следует выделить следующее:



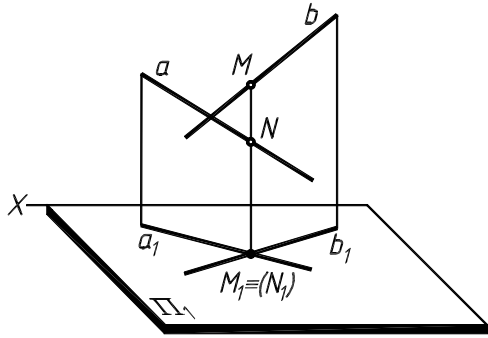
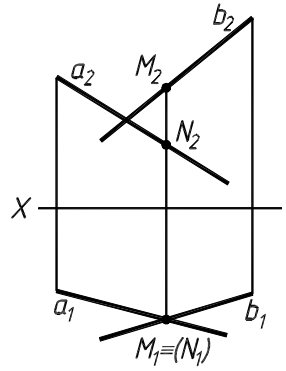
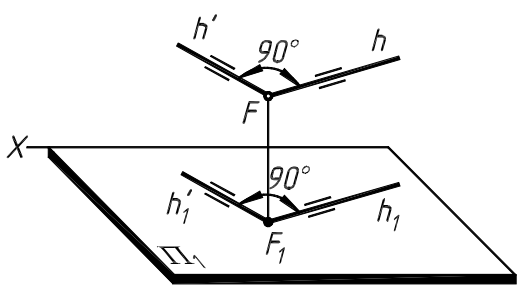
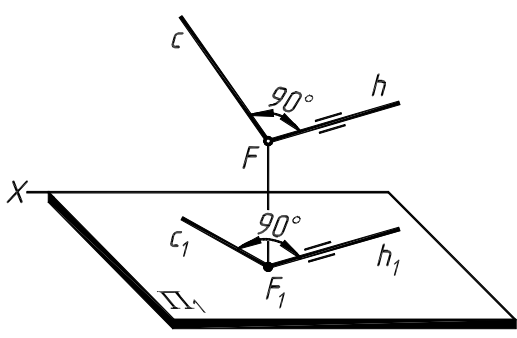
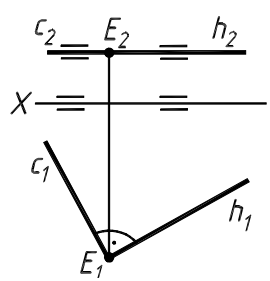
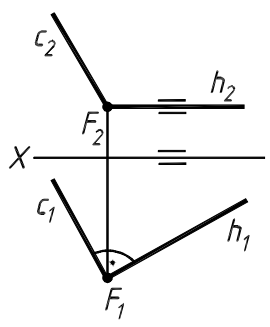
- принадлежность точки прямой (например, $E \in [KC]$);
- пересечение прямых (например, $[KC] \cap [AC]$ в точке C);
- параллельность прямых (например, $[KN] \parallel [BC]$);
- скрещивание прямых (например, $[AC] \div [NB]$);
- перпендикулярность прямых (например, $[AB] \perp [BC]$, $[MN] \perp [NK]$).

Проекции геометрических образов с различным взаимным расположением приведены в табл. 3.

Таблица 3

Признак	Модель	Эпюр
3.1.1. ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ ПРЯМОЙ		
<p>Если точка принадлежит прямой, то проекция точки принадлежит проекции прямой</p> <p>$A \in l$</p>		
3.1.2. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ		
<p>Параллельные прямые не имеют общих точек</p> <p>$m \parallel n$</p>		
3.1.3. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМЫХ		
<p>Прямые имеют одну общую точку и лежат в одной плоскости</p> <p>$l \cap k$</p>		

Окончание табл. 3

Признак	Модель	Эпюр
3.1.4. СКРЕЩИВАНИЕ ПРЯМЫХ		
<p>Прямые не имеют общих точек.</p> <p>$a \div b$</p> <p>M, N – конкурирующие точки</p>		
3.1.5. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМЫХ		
<p>Это частный случай пересечения</p> <p>$h' \perp h$ – см. а)</p> <p>$c \perp h$ – см. б)</p> <p>Обе прямые (см. а) или хотя бы одна из них (см. б) параллельны плоскости проекций</p>	<p>а)</p>  <p>б)</p> 	 

3.2. ТОЧКИ, ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая и плоскость, как основные элементы, формирующие контур предмета, могут занимать различные положения относительно друг друга (см. рис. 7). При получении проекции (изображения) предмета следует учитывать следующие признаки:



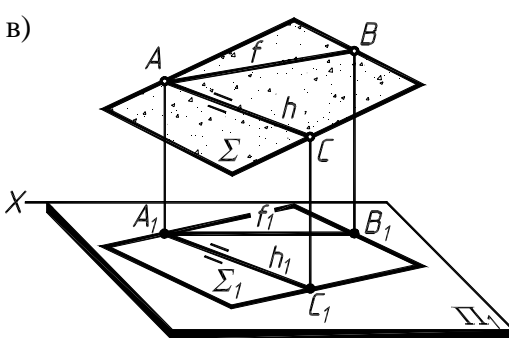
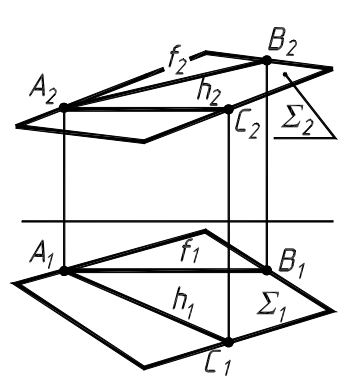
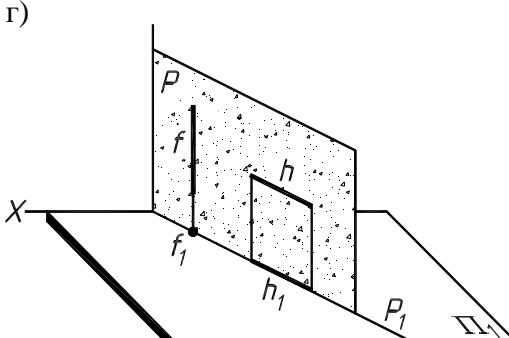
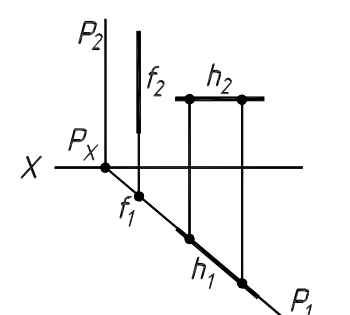
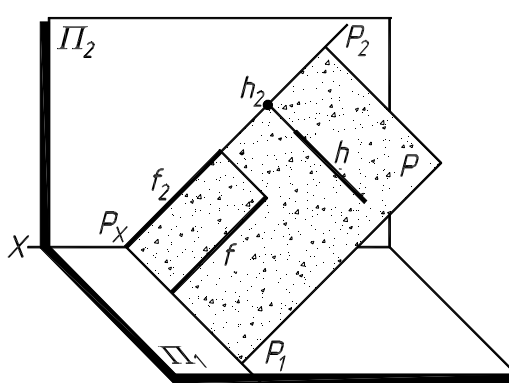
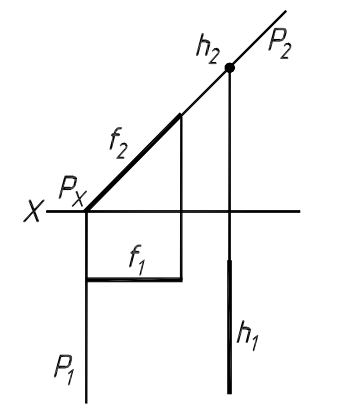
- принадлежность, например, прямая (AB) принадлежит плоскости $\triangle ABC$;
- параллельность, например, прямая (NK) параллельна плоскости $\triangle ABC$;
- пересечение, например, прямая (KC) пересекает плоскость $\triangle ABC$ в точке C ;
- перпендикулярность, например, прямая (NB) перпендикулярна плоскости $\triangle ABC$.

Варианты различного расположения точки, прямой и плоскости в пространстве и на чертеже приведены в табл. 4.

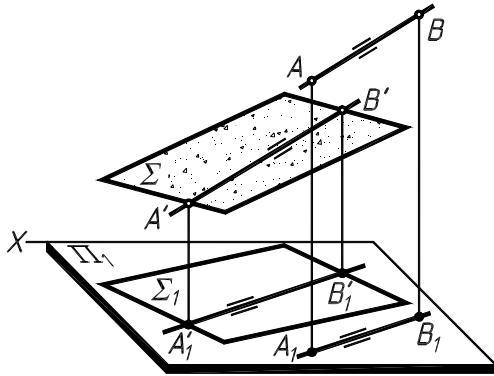
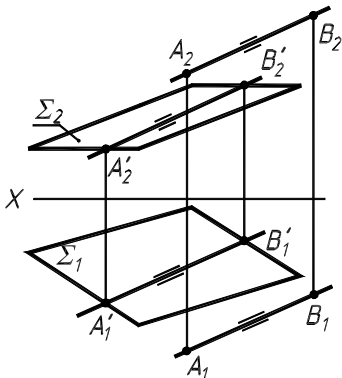
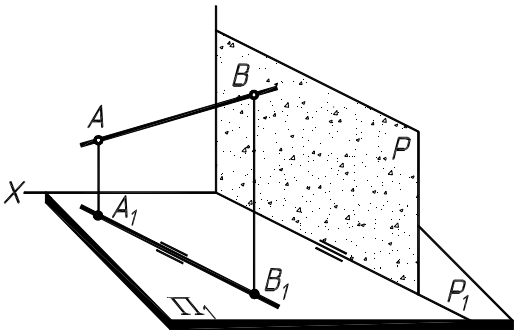
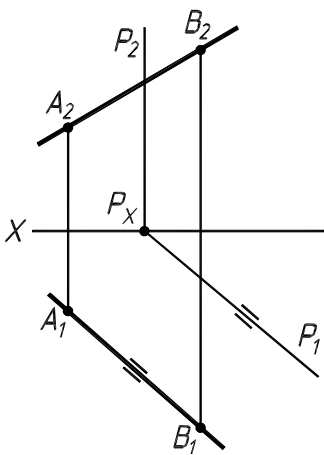
Таблица 4

Признак	Модель	Эпюр
3.2.1. ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ПЛОСКОСТИ		
<p>Точка принадлежит плоскости, если она лежит на линии этой плоскости (см. а).</p> <p>Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки этой плоскости (см. а).</p> $AB \in \Sigma \Rightarrow K \in \Sigma$ <p>Если плоскость занимает частное положение (см. б), то признаком принадлежности точки и прямой плоскости будет принадлежность их проекций вырожденной проекции плоскости.</p> $C_1 D_1 \subset P_1,$ $K_1 \in P_1 \Rightarrow$ $CD \subset P, K \in P$	<p>а</p> <p>б</p>	

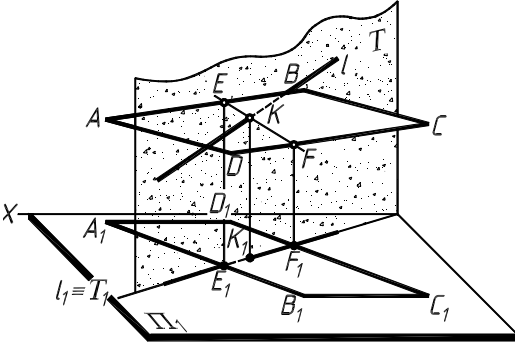
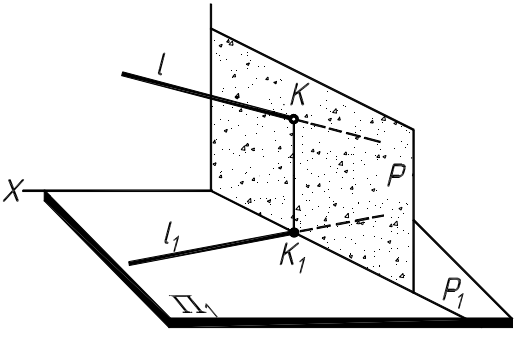
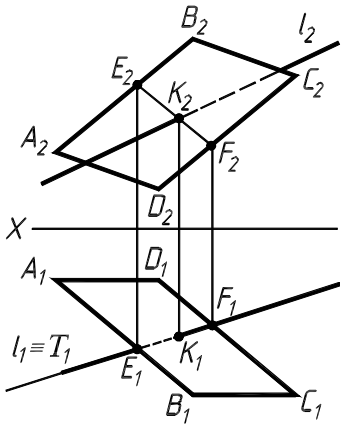
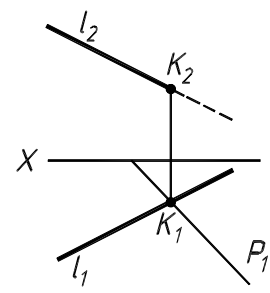
Продолжение табл. 4

Признак	Модель	Эпюр
<p>Линиями уровня плоскости называются прямые, лежащие в плоскости и параллельные плоскостям проекций (см. в).</p> <p>h – горизонталь f – фронталь</p>	<p>в)</p> 	
<p>В плоскостях частного положения прямые уровня могут вырождаться в проецирующие прямые (см. г, д).</p>	<p>г)</p> 	
	<p>д)</p> 	

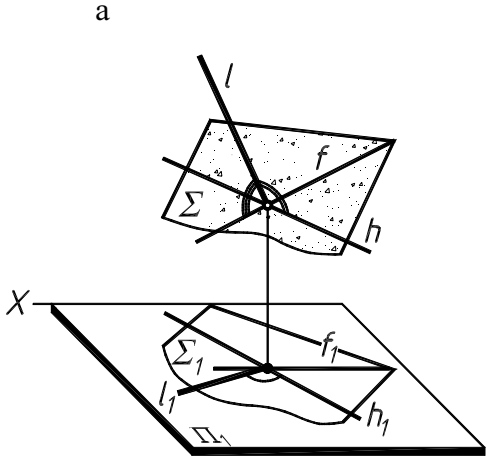
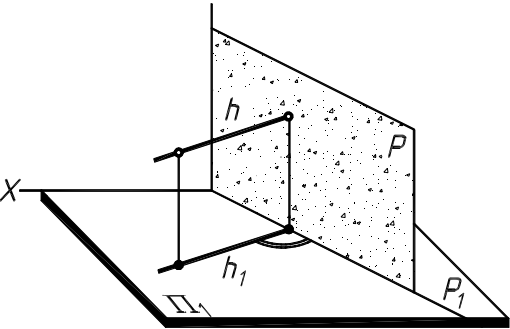
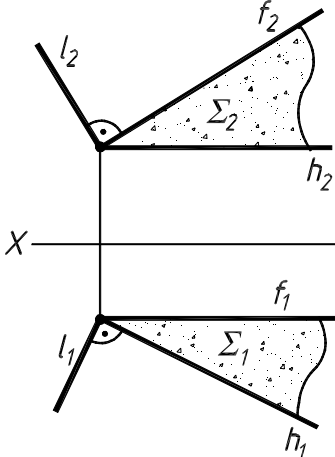
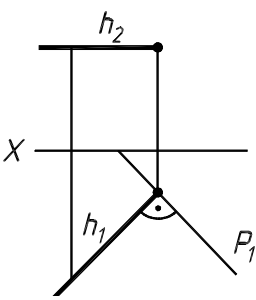
Продолжение табл. 4

Признак	Модель	Эпюр
3.2.2. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТИ		
<p>Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-нибудь прямой этой плоскости.</p>		
<p>Если плоскость занимает частное положение, то признаком параллельности прямой и плоскости на чертеже будет служить параллельность проекции прямой вырожденной проекции плоскости</p>		

Продолжение табл. 4

Признак	Модель	Эпюр
3.2.3. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПЛОСКОСТЬЮ		
<p>Признаком пересечения прямой и плоскости является наличие точки, одновременно принадлежащей прямой и плоскости.</p> <p>Если плоскость занимает общее положение, то эта точка находится способом вспомогательных секущих плоскостей (полное решение задачи см. на с. 21).</p> <p>Если плоскость занимает частное положение, то точкой пересечения прямой с плоскостью будет точка пересечения проекции прямой с вырожденной проекцией плоскости</p>	 	 

Окончание табл. 4

Признак	Модель	Эпюр
<p style="text-align: center;">3.2.4. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ ПЛОСКОСТИ</p> <p>Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости.</p> <p>На рис. а – это две линии уровня h и f в заданной плоскости Σ.</p> $l \perp h, f \Rightarrow l \perp \Sigma$ <p>Если плоскость занимает частное положение (на рис. б – $P \perp \Pi_1$), то условием перпендикулярности будет перпендикулярность проекции прямой (h_1) вырожденной проекции плоскости (P_1).</p> $h_1 \perp P_1$ <p>В этом случае сам перпендикуляр тоже будет занимать частное положение ($h \parallel \Pi_1$).</p>		
	<p style="text-align: center;">а</p>  <p style="text-align: center;">б</p> 	 

3.3. ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

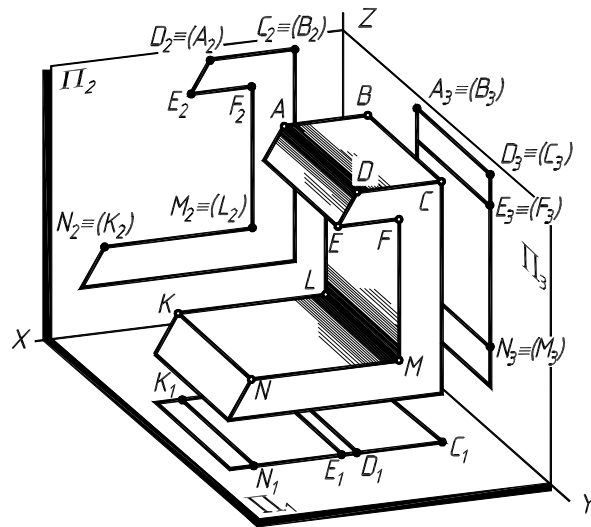


Рис. 8



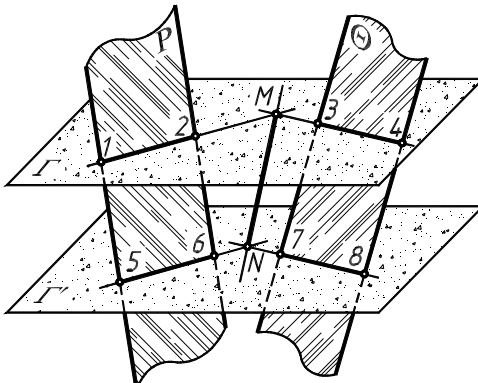
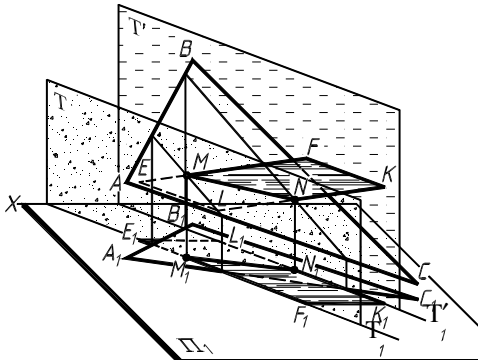
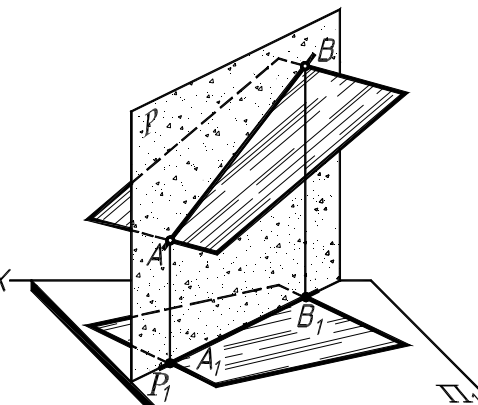
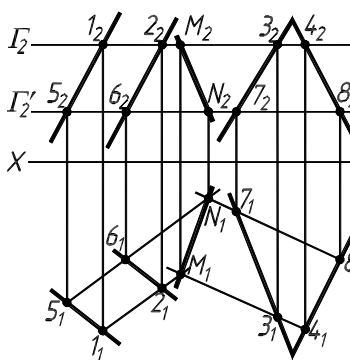
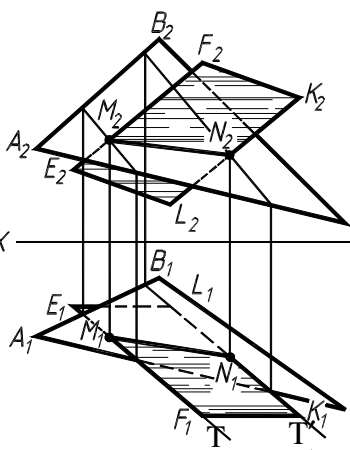
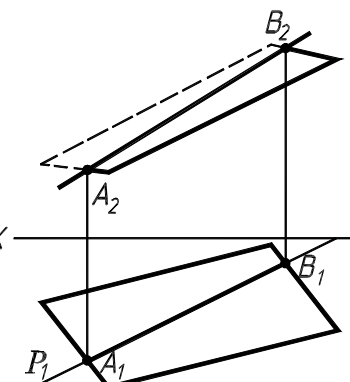
Плоскости, ограничивая деталь (рис. 8), могут:

- быть параллельными между собой, например, $ABCD \parallel KLMN$;
- пересекаться друг с другом, например, $ABCD \cap ADE = AD$;
- быть взаимно-перпендикулярными, например, $KLMN \perp LMF$.

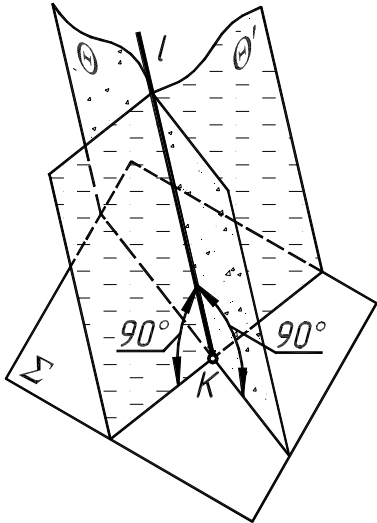
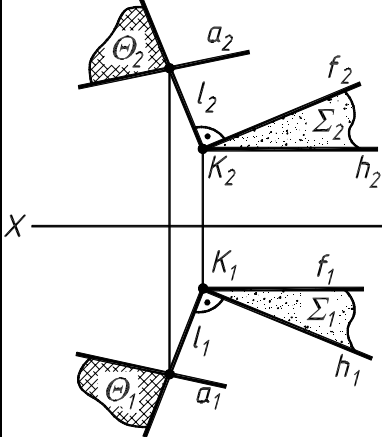
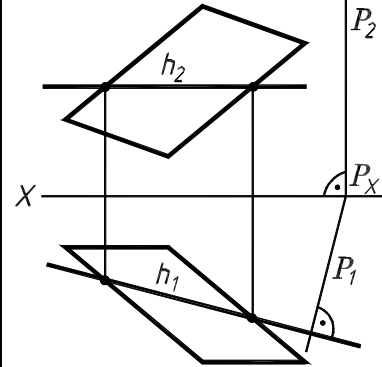
Таблица 5

Признак	Модель	Эпюр
3.3.1. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ		
<p>Плоскости взаимно параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой.</p> $a \parallel a', b \parallel b' \Rightarrow \Sigma \parallel \Sigma'$ <p>При плоскостях частного положения признаком параллельности является параллельность их вырожденных проекций.</p> $\Sigma_1 \parallel \Sigma'_1 \Rightarrow \Sigma \parallel \Sigma'$		

Продолжение табл. 5

Признак	Модель	Эпюр
<p style="text-align: center;">3.3.2. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ</p> <p>Две плоскости пересекаются, если имеют одну общую прямую – линию пересечения. Эта линия определяется двумя точками, для нахождения которых используется способ вспомогательных секущих плоскостей (Γ, Γ').</p> <p>При наложении проекций заданных плоскостей друг на друга для построения линии пересечения вспомогательные секущие плоскости следует проводить через прямые плоскостей (полное решение задачи см. на с. 23).</p> <p>Если хотя бы одна из пересекающихся плоскостей является проецирующей, то одна проекция линии пересечения определяется на следе этой плоскости, а вторая проекция строится из условия принадлежности этой линии другой плоскости.</p>		
	  	  

Окончание табл. 5

Признак	Модель	Эпюр
<p style="text-align: center;">3.3.3. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ</p> <p>Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой. Через перпендикуляр к плоскости можно провести бесконечное множество плоскостей, перпендикулярных заданной. Поэтому для однозначного решения требуются дополнительные данные, например, через прямую a.</p> <p>Если одна из перпендикулярных плоскостей занимает частное положение, то на чертеже достаточно перпендикулярности вырожденной проекции плоскости частного положения одной из линий уровня плоскости общего положения.</p>		
		 

4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

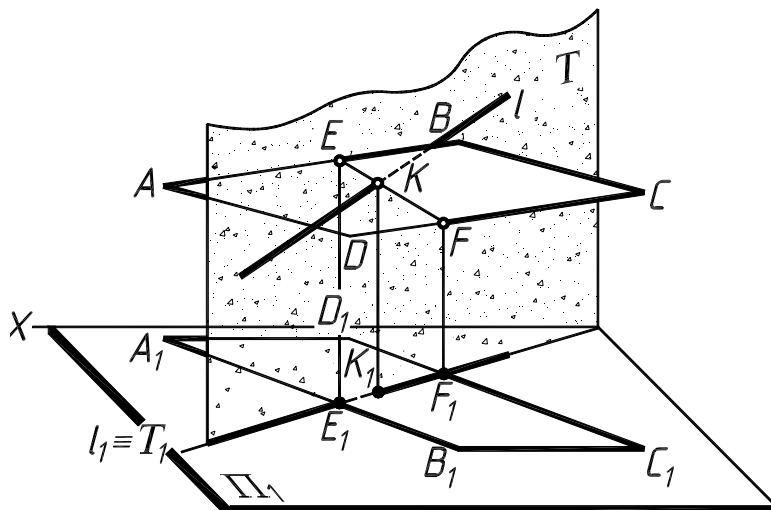
4.1. ПОСТРОЕНИЕ ТОЧКИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПРЯМОЙ
С ПЛОСКОСТЬЮ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ
(СПОСОБ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ СЕКУЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ)

Таблица 6

Этапы построения	Эпюр
<p>1. Дано:</p> <ul style="list-style-type: none"> - плоскость общего положения $P(ABCD)$; - прямая общего положения l. <p>2. Введение вспомогательной секущей плоскости.</p> <p>В качестве вспомогательной секущей плоскости выбирают плоскость частного положения (например, $T \perp \Pi_1$), которую проводят через прямую l ($l \subset T$).</p>	

Окончание табл. 6

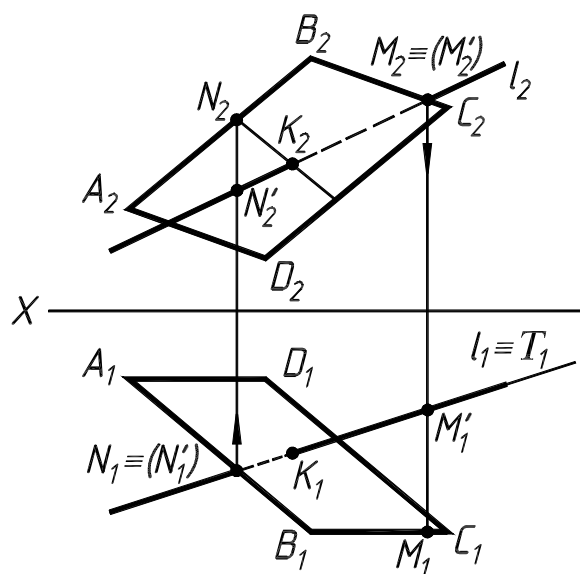
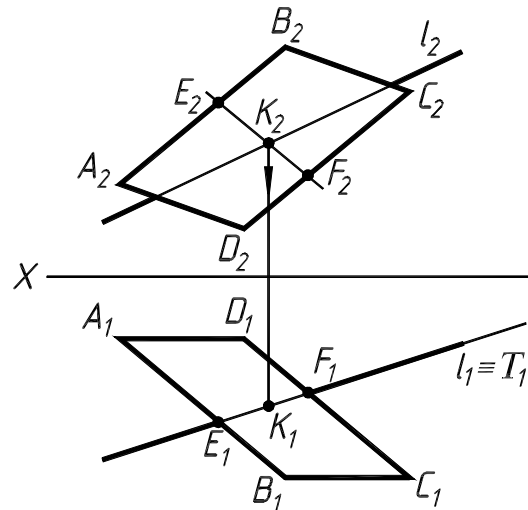
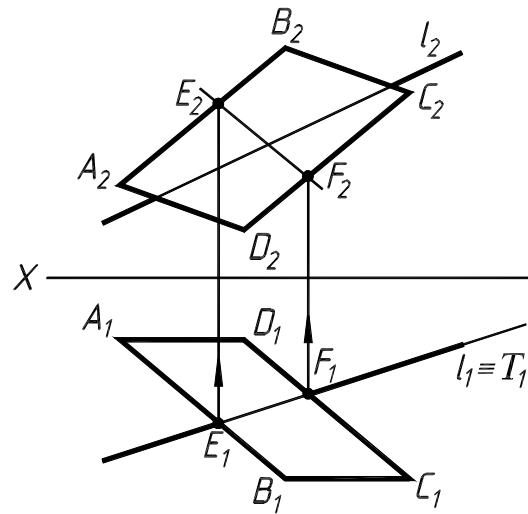
3. Построение линии пересечения плоскости T с заданной плоскостью $P(ABCD)$ – линия $[EF]$

$$EF = P(ABCD) \cap T$$

4. Нахождение точки пересечения заданной прямой l с построенной линией $[EF]$ (l и $[EF]$ лежат в одной плоскости T) – искомой точки K

$$K = l \cap [EF]$$

5. Определение видимости прямой l относительно заданной плоскости $P(ABCD)$ с использованием конкурирующих точек (M и M' , N и N')



4.2. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ (СПОСОБ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ СЕКУЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ)

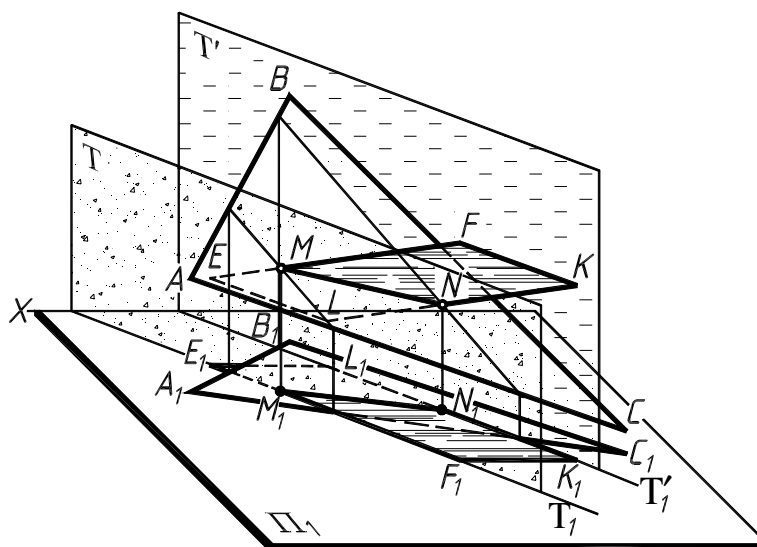


Таблица 7

Этапы построения	Эпюр
<p>1. Дано: две плоскости общего положения $\Sigma(ABC)$ и $\Sigma'(EFL)$.</p> <p>Для решения задачи следует построить две общие для обеих плоскостей точки. В данном случае эти точки следует находить с помощью вспомогательных секущих плоскостей, проведенных через прямые одной из плоскостей.</p> <p>2. Построение первой точки линии пересечения (точки M):</p> <ul style="list-style-type: none"> - введение секущей плоскости T через прямую [EF] ($T_1 \equiv E_1F_1$); - построение линии пересечения вспомогательной секущей плоскости T с плоскостью $\Sigma(ABC)$ – линия [12]; - нахождение точки пересечения прямой [EF] с линией пересечения [12] – искомой точки M. 	

Окончание табл. 7

Этапы построения	Эпюр
<p>3. Построение второй точки линии пересечения (точки N) с помощью вспомогательной секущей плоскости T', проведенной через $[KL]$. Построение аналогично предыдущему.</p>	
<p>4. Объединение общих точек в искомую линию пересечения $[MN]$.</p> <p>$M \cup N = [MN]$.</p>	
<p>5. Определение видимости плоскостей относительно друг друга с использованием конкурирующих точек (5 и 5', 6 и 6').</p>	

5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧЕРТЕЖА

Как было видно из изложенного ранее материала, форма и размеры предмета выявляются значительно легче, если его составные части (прямые, плоскости), расположены по отношению к плоскостям проекций частным образом (параллельно или перпендикулярно). В том случае, если этого нельзя достичь на исходном чертеже, применяют способы преобразования последнего.

СПОСОБ ПЕРЕМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

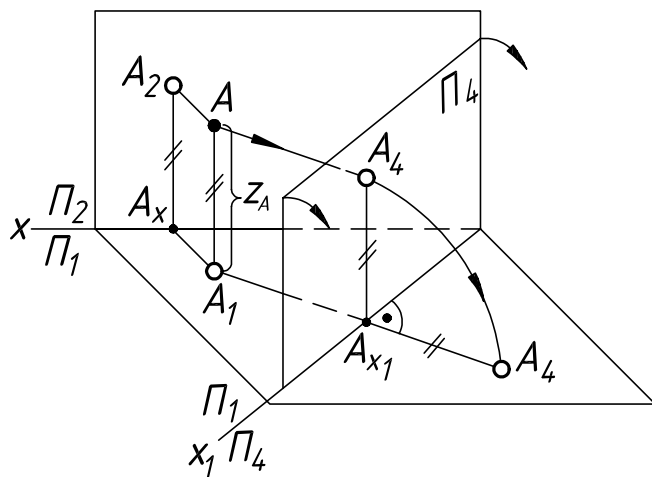


Рис. 8

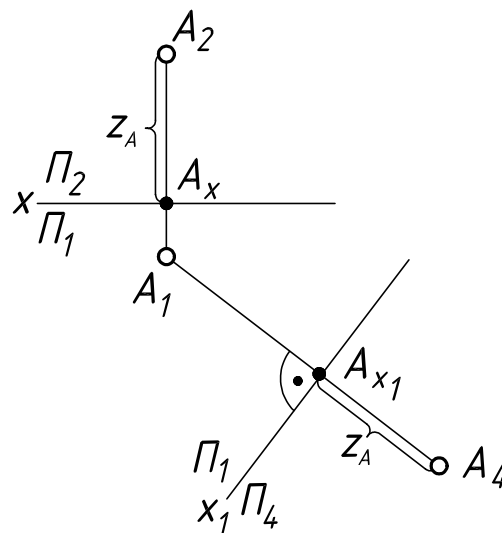


Рис. 9

Предмет с системе плоскостей проекций $\Pi_1\Pi_2$ остается неподвижен (рис. 8, 9), а одну плоскость Π_2 заменяют на новую Π_4 . При этом сохраняется перпендикулярность между плоскостями Π_1 и Π_4 .

Построения, необходимые для нахождения натуральной величины прямой общего положения и угла наклона прямой к Π_1 , приведены на рис. 10. Преобразование прямой общего положения в проецирующую показано на рис. 11.

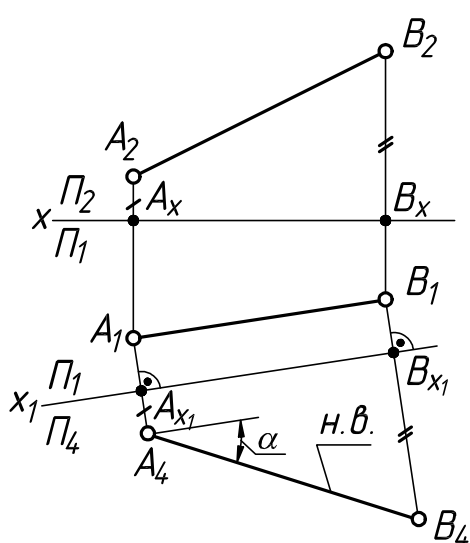


Рис. 10

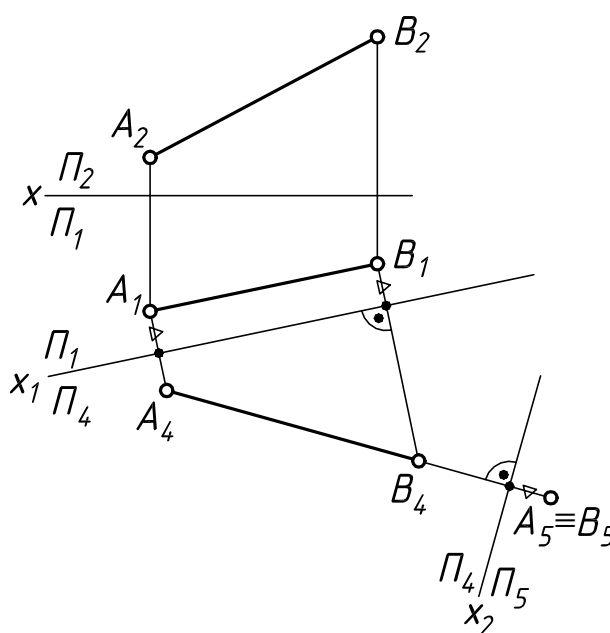


Рис. 11

Построения, необходимые для определения угла наклона α заданной плоскости ($\triangle ABC$) к плоскости Π_1 , показаны на рис. 12.

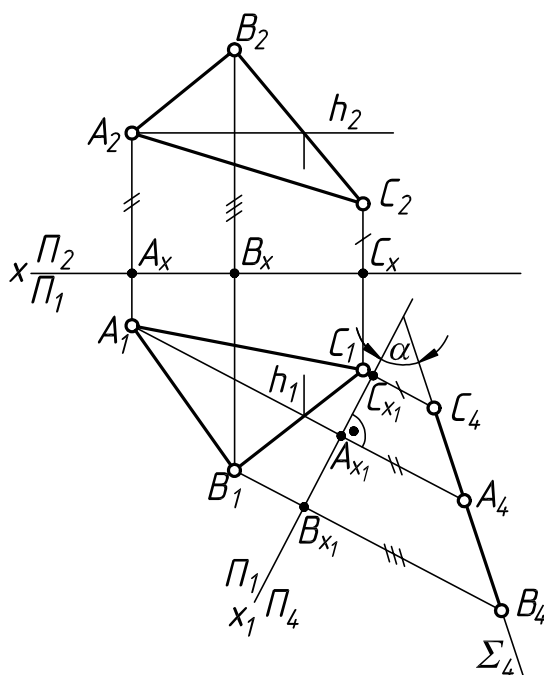


Рис. 12

Определение натуральной величины плоской фигуры ($\triangle ABC$) показано на рис. 13.

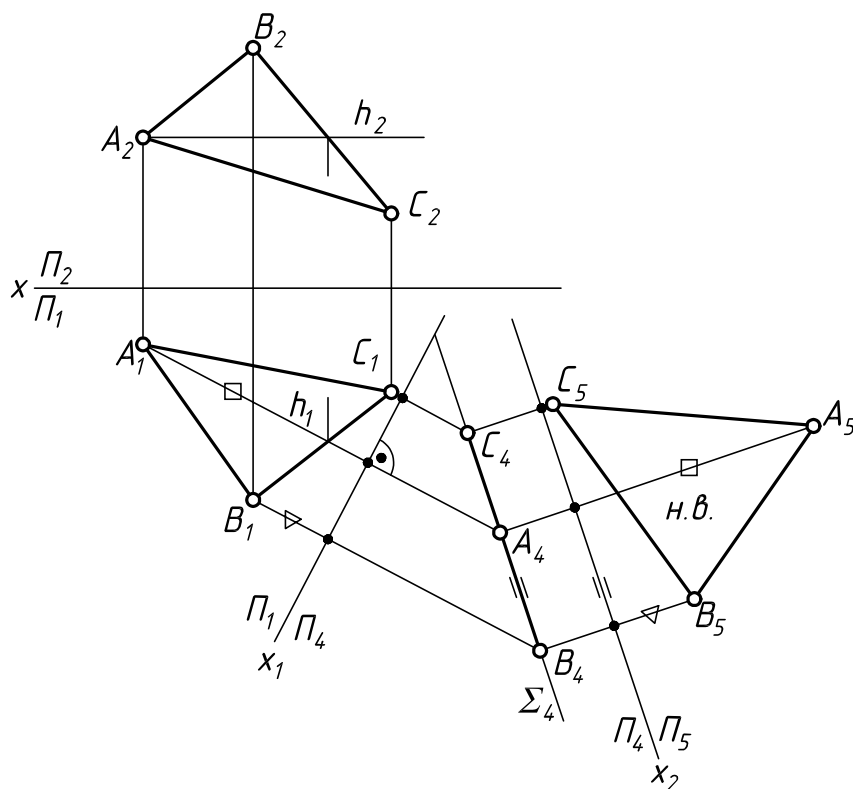


Рис. 13