

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования



Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет

Механико-технологический факультет  
Кафедра материалов, технологий и конструирования машин

**Методические указания  
для выполнения контрольных заданий  
и подготовки к экзамену по курсу  
СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

**Пермь 2016**

# **Сопротивление материалов**

## **Указания к изучению дисциплины**

### **Содержание теоретической части курса (вопросы к экзамену)**

#### **Тема 1 Основы статики**

- 1.1 Система сил, действующих на тело. Активные силы и реакции связей. Сосредоточенные силы. Распределенные нагрузки. Момент силы. Момент пары сил.
- 1.2 Виды связей. Опоры и опорные реакции балок: шарнирно-подвижная опора, шарнирно-неподвижная опора, жесткая заделка, свободно опертая балка.
- 1.3 Главный момент системы сил? Главный вектор системы сил? Условия равновесия плоской системы произвольно расположенных сил. Условия равновесия пространственной системы сил. Использование условий равновесия системы сил для определения реакций связей?
- 1.4 Геометрические характеристики плоских сечений.  
Статические моменты площади поперечного сечения стержня. Применение. Определение координат центра тяжести сечения.  
Моменты инерции плоских сечений: осевые, центробежные, полярные. Применение.  
Моменты сопротивления плоской фигуры: осевые, полярные. Применение.  
Формулы моментов инерции и моментов сопротивления простых фигур (прямоугольник, квадрат, круг).

#### **Тема 2 Общие принципы конструирования и расчета элементов конструкций**

- 2.1 Модели прочностной надежности элементов конструкций: модели конструкционного материала; модели геометрической формы; модели нагружения; модель предельного состояния разрушения. Для чего используются? Дать определение характеристик материала: упругость, пластичность, ползучесть, хрупкость, твердость.
- 2.2 Критерии работоспособности деталей машин: прочность, жесткость, устойчивость, вибростойкость, износостойкость и др. По каким критериям ведется расчет? Запишите в общем виде условия прочности, жесткости, устойчивости, износостойкости.
- 2.3 Внутренние силы. Определение внутренних сил. Метод сечений (применение метода при различных видах деформаций). Характеристика внутренних сил при различных видах деформаций. Виды разрушения деталей при различных видах деформации.
- 2.4 Напряжение как основная характеристика внутренних сил. Напряжения в точке сечения. Средние напряжения по сечению. Гипотеза плоских сечений. Общие принципы расчета элементов конструкций по напряжениям: нормальные и касательные напряжения, расчетные напряжения, допускаемые напряжения.
- 2.5 Механические характеристики материалов. Описать диаграмму растяжения низкоуглеродистой стали при статическом нагружении. Что такое предел пропорциональности, предел текучести, предел прочности? Сравнить с диаграммой растяжения хрупких материалов. Рассмотреть механические свойства пластических и хрупких материалов при сжатии. Сформулировать условия прочности на растяжение и сжатие для пластических и хрупких материалов. Коэффициент запаса прочности, факторы, влияющие на выбор коэффициента запаса прочности.
- 2.6 Деформации. Продольная и поперечная деформации при растяжении (сжатии). Закон Гука. Модуль продольной упругости. Коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона). Деформации при сдвиге и кручении. Закон Гука для сдвига. Модуль сдвига, его связь с модулем Юнга. Деформации при сдвиге. Условие жесткости при различных видах деформации.

#### **Тема 3 Основы расчета типовых элементов конструкций**

- 3.1 Расчеты на прочность при растяжении и сжатии. Внутренние силы и построение их эпюр. Определение напряжений в поперечных сечениях бруса. Определение опасного участка (сечения). Условие прочности при растяжении (сжатии) и задачи, решаемые с его помощью. Выбор оптимального сечения бруса из условия прочности.
- 3.2 Расчеты на жесткость при растяжении и сжатии. Определение осевых перемещений поперечных сечений бруса. Определение опасного участка (сечения). Условие жесткости при растяжении (сжатии) и задачи, решаемые с его помощью. Выбор оптимального сечения бруса из условия жесткости.

- 3.2 Расчеты на жесткость при растяжении и сжатии. Определение осевых перемещений поперечных сечений бруса. Определение опасного участка (сечения). Условие жесткости при растяжении (сжатии) и задачи, решаемые с его помощью. Выбор оптимального сечения бруса из условия жесткости.
- 3.3 Расчеты на прочность при сдвиге. Внутренние силы и напряжения, возникающие в сечении детали при сдвиге. Условие прочности при сдвиге. Определение допускаемых напряжений при сдвиге. Закон Гука для сдвига. Какие детали считаются на сдвиг?
- 3.4 Расчеты на прочность при кручении. Внутренние силы и построение их эпюр. Определение напряжений в поперечных сечениях вала. Определение опасного участка (сечения). Условие прочности при кручении и задачи, решаемые с его помощью. Выбор оптимального сечения вала из условия прочности.
- 3.5 Расчеты на жесткость при кручении. Определение угловых перемещений и деформаций вала при кручении. Определение опасного участка (сечения) вала. Связь между напряжениями и деформациями. Условие жесткости при кручении и задачи, решаемые с его помощью. Выбор оптимального сечения вала из условия жесткости.
- 3.6 Изгиб. Классификация видов изгиба, чистый и поперечный изгиб. Внутренние силовые факторы при прямом изгибе – поперечная сила и изгибающий момент. Принципы построения их эпюр. Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой, интенсивностью распределенной нагрузки.
- 3.7 Расчеты на прочность по нормальным напряжениям при плоском поперечном изгибе. В каких случаях применяется? Нахождение нормальных напряжений в произвольной точке сечения балки. Распределение нормальных напряжений по сечению балки при изгибе. Условие прочности по нормальным напряжениям при изгибе. Определение допускаемых нормальных напряжений. Выбор оптимального сечения балки из условия прочности по нормальным напряжениям. Рациональные формы сечений балок, изготовленных из материалов, одинаково и различно сопротивляющихся растяжению и сжатию.
- 3.8 Расчеты на прочность по касательным напряжениям. В каких случаях применяется? Распределение касательных напряжений по сечению балки при изгибе. Условие прочности по касательным напряжениям. Линейные и угловые перемещения при прямом изгибе. Понятие о расчете балок на жесткость при изгибе.
- 3.9 Сложное напряженное состояние. Внутренние силовые факторы и напряжения в поперечном сечении детали при сложном напряженном состоянии. Особенности расчета. Физический смысл эквивалентного напряжения. Гипотезы прочности. Формулы для нахождения эквивалентного напряжения при гипотезе наибольших касательных напряжений и энергетической гипотезе прочности.
- 3.10 Прочность при переменных нагрузках. Циклы переменных напряжений и усталость материала. Кривая усталости. Предел выносливости. Влияние конструктивных и технологических факторов на сопротивление усталости элементов конструкции. Условия прочности при переменных напряжениях, запас усталостной прочности.
- 3.11 Поверхностная прочность. Точечный и линейный контакт двух поверхностей. Распределение напряжений по поверхности контакта. Понятие контактных напряжений. Формула Герца. Вид разрушения в зоне контакта двух тел. Условие контактной прочности. Факторы, влияющие на интенсивность контактного разрушения.
- 3.12 Устойчивость сжатых стержней. Понятие об устойчивых и неустойчивых формах упругого равновесия. Критическая сила. Условие устойчивости. Формула Эйлера. Критическое напряжение. Гибкость. Предел применения формулы Эйлера, предельная гибкость. Эмпирические формулы для критических напряжений. Расчеты сжатых стержней по формуле Эйлера и по эмпирическим формулам.

### Литература:

1. Сопротивление материалов: конспект лекций: учеб. пособие / А.П. Жученков, М.Л. Зинштейн, А.М. Ханов. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2014.— 216 с.
2. Каримов И. Сопротивление материалов: электронный учебный курс для студентов очной и заочной формы обучения. - <http://www.soprotmat.ru/index.html>.
3. Прикладная механика: Учеб. для вузов / В. В. Джамай, Ю. Н. Дроздов, Е. А. Самойлов и др. – М. Дрофа, 2004. – 414 с.

## **Общие требования и указания к выполнению практической работы**

Практическая работа по курсу «Сопротивление материалов» представляет собой выполнение индивидуальных заданий. Расчетные схемы и числовые значения каждого задания выбираются в соответствии с номером зачетной книжки и инициалами студента.

### **Выбор номера задания:**

- расчетная схема выбираются в соответствии с инициалами (фамилия, имя) студента;
- числовые значения выбираются в соответствии с последней цифрой номера зачетной книжки.

Перед выполнением задания необходимо полностью выписать его условие с исходными данными и составить эскиз, на котором указать все необходимые для расчета численные значения.

Расчетная часть задания выполняется на листах писчей бумаги формата А4 (297x210 мм) чернилами четко и аккуратно с соблюдением размера полей: левое – не менее 20 мм, правое – не менее 10 мм, верхнее и нижнее - не менее 15 мм. **Работы, выполненные в печатном виде, на проверку не принимаются!**

Графическая часть выполняется карандашом в соответствии с выбранным масштабом с помощью чертежных инструментов. Эпюры внутренних усилий должны располагаться строго под чертежом нагружаемого стержня или балки на одном листе, с указанием масштаба. Все этапы работы должны быть снабжены заголовками и необходимыми пояснениями. Титульный лист оформляется согласно Приложению 11.

Все вычисления и окончательные результаты должны быть представлены в международной системе единиц СИ.

Все задачи сначала решаются в алгебраической форме с использованием стандартных буквенных обозначений. После получения решения в общем виде подставляются числовые значения (с учетом размерности в системе СИ).

Нет необходимости вести расчет с большим количеством значащих цифр, необходимая точность расчета обеспечивается двумя знаками после запятой.

Незначительная работа должна быть исправлена в соответствии с указаниями преподавателя и сдана повторно. Исправления можно выполнить на отдельных стандартных листах, и вшить их в работу, указав, к какой задаче относятся выполненные исправления.

Работы, выполненные без замечаний или полностью исправленные, предъявляются преподавателю для защиты. Защита производится в процессе сдачи экзамена по дисциплине.

## **Задача № 1 Расчет на прочность и жесткость статически определимой стержневой системы при деформации растяжения и сжатия**

**Задание.** Определить из условия прочности по допускаемым напряжениям размеры и подобрать стандартный профиль для изготовления статически определимой сварной стержневой конструкции. Определить, удовлетворяет ли конструкция условию жесткости.

Предел текучести  $\sigma_T$  и модуль продольной упругости материала конструкции  $E$  принять в соответствие с таблицей физико-механических свойств материалов (см. Приложение 1). Допускаемый коэффициент запаса статической прочности  $[n]$  выбрать самостоятельно (в данной задаче принимаем  $[n] = 1, 2, \dots, 2, 5$ ). Смещение узла  $B$  не должно превышать 2 мм. Весом стержней пренебречь.

Схема стержневой системы приведена на рис. 1.5. Данные для расчета приведены в табл. 1.1. Размеры стандартных профилей приведены в Приложении:

- труба стальная сварная прямошовная (ГОСТ 10704-91) см. Приложение 3;
- труба стальная квадратная (ГОСТ 8639-82) см. Приложение 4;
- уголок стальной равнополочный (ГОСТ 8509-93) см. Приложение 5.

### **Порядок выполнения**

1. Вычертить схему стержневой системы в масштабе с указанием числовых значений размеров и приложенных сил.
2. Выбрать узел, равновесие которого должно быть рассмотрено. Узел освободить от связей, заменив их реакциями в стержнях. Изобразить заданные силы и реакции на схеме.
3. Выбрать систему координат, составить уравнения равновесия и определить усилия в стержнях. По известным направлениям усилий в стержнях определить вид деформации каждого стержня (растяжение или сжатие).
4. Определив допускаемое напряжение для материала стержней  $[\sigma_p]$ , подобрать из условия прочности по площади поперечного сечения размеры стандартного профиля для каждого стержня. Выписать данные выбранных профилей.
5. Найти изменение длины каждого стержня.
6. В увеличенном масштабе построить план перемещений узловой точки  $B$  и определить перемещение узла  $B$  (можно графически).
7. Сравнить величину смещения узла  $B$  с допускаемым. Сделать вывод.

### **Указания к выполнению**

Растяжением (сжатием) называют вид деформации, при котором в поперечных сечениях стержня возникает один внутренний силовой фактор – продольная сила  $N$ . Вид деформации определяется по направлению продольной силы (реакции связи). Стержень растягивается, если продольная сила направлена в сторону связи (препятствует растяжению), и, соответственно сжимается, если продольная сила направлена от связи к свободному концу.

Для определения величины и направления реакций связей системы сил, сходящихся в одной точке достаточно двух условий равновесия: 
$$\begin{cases} \sum X = 0 \\ \sum Y = 0 \end{cases}.$$

Систему координат желательно выбирать так, чтобы возможно большее число неизвестных сил было перпендикулярно одной из координатных осей, тогда уравнения равновесия будут более простыми. Направление сил реакций связей выбирается произвольно. Если направление было выбрано неверно, при расчете величина соответствующей реакции получится отрицательной.

Условие прочности при деформации растяжения (сжатия) стержня имеет вид:  $\sigma_i = \frac{N_i}{A_i} \leq [\sigma_p]$ ,

где  $A_i$  – площадь поперечного сечения стержня;

$N_i$  – внутренняя продольная сила в стержне;

$[\sigma_p]$  – допускаемое напряжение растяжения (сжатия) для материала стержня.

Допускаемые напряжения для пластичных материалов находятся по формуле  $[\sigma_p] = \sigma_T / [n]$ ,

где  $[n]$  – допускаемый коэффициент запаса статической прочности;

$\sigma_T$  – предел текучести материала стержня (является справочной величиной).

Соответственно, минимальная необходимая площадь поперечного сечения стержня из условия прочности определяется по формуле:  $A_i \geq N_i / [\sigma_p]$ .

Исходя из величины необходимой площади, необходимо подобрать номер (размеры) стандартного профиля для каждого стержня, согласно ГОСТ.

Вид деформации стержня определяется по направлению продольной силы (реакции опоры). Стержень растягивается, если продольная сила направлена в сторону связи, и, соответственно сжимается, если продольная сила направлена от связи к свободному концу.

Перемещение сечения  $B$  относительно связи для  $i$ -го стержня, имеющего постоянное поперечное сечение, при условии, что продольная сила постоянна по длине стержня, определяется как  $\Delta l_i = \frac{N_i \cdot l_i}{A_i \cdot E}$ , где

$l_i$  – начальная длина рассматриваемого стержня;

$N_i$  – продольная сила, действующая на стержень;

$A_i$  – площадь поперечного сечения соответствующего стержня, согласно ГОСТ;

$E$  – модуль продольной упругости материала стержня (модуль Юнга).

После определения величины деформации каждого стержня, строится план перемещения узловой точки  $B$  (в увеличенном масштабе). Для нахождения положения узла  $B$  после деформации (с учетом малости деформаций) на продолжении стержней откладывают отрезки, равные удлинению или укорочению соответствующих стержней. Из полученных точек проводят перпендикуляры. Пересечение перпендикуляров будет соответствовать новому положению точки  $B'$ .

Определив величину смещения узловой точки (длину отрезка  $BB'$ ), необходимо сделать вывод, соответствует ли это смещение допусжаемому:  $\Delta l_{BB'} \leq [\Delta l]$ .

Если определение величины смещения геометрическим методом вызывает затруднения, можно ограничиться графическим методом.

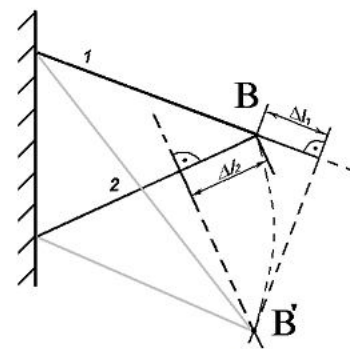
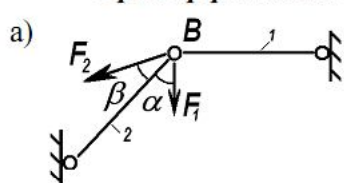


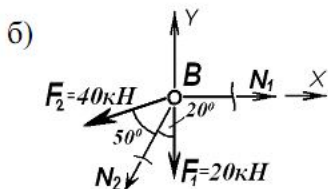
Рис. 1.1

### Пример решения задачи



**Дано:** стержневая система (рис. 1.2, а) сварена из уголка ГОСТ 8509-93; материал уголка – сталь Ст.3:  $\sigma_T = 200 \text{ МПа}$ ;  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$  (Приложение 1).  $F_1 = 20 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 40 \text{ кН}$ ;  $l_1 = 1,2 \text{ м}$ ;  $l_2 = 1,8 \text{ м}$ ;  $\alpha = 20^\circ$ ;  $\beta = 50^\circ$ .

**Найти:** а) размеры сечений стержней из условия прочности; б) подобрать стандартный уголок для изготовления конструкции; в) определить перемещение узла  $B$  стержневой системы; б) проверить работоспособность конструкции по условию жесткости.



**Решение:** 1. Определяем внутренние усилия в стержнях.

Отбрасываем связи, заменяя их внутренними усилиями в стержнях  $N_1$  и  $N_2$ . (направление внутренних сил выбираем произвольно). Получаем плоскую сходящуюся систему сил (рис. 1.2, б). Выбираем систему координат с началом в узле  $B$ . Составляем уравнения равновесия

$$\text{полученной системы сил: } \begin{cases} \sum X = N_1 - F_2 \sin(\alpha + \beta) - N_2 \sin \alpha = 0 \\ \sum Y = -F_1 - F_2 \cos(\alpha + \beta) - N_2 \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

Решаем полученные уравнения равновесия:

$$N_2 = \frac{-F_1 - F_2 \cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha} = \frac{-20 - 40 \cdot \cos 70^\circ}{\cos 20^\circ} = -35,8 \text{ кН};$$

$$N_1 = F_2 \sin(\alpha + \beta) + N_2 \sin \alpha = 40 \cdot \sin 70^\circ - 35,08 \cdot \sin 20^\circ = 25,59 \text{ кН}.$$

Стержень 1 растягивается, так как внутреннее усилие направлено в сторону опоры (препятствует растяжению). Стержень 2, соответственно, сжимается.

2. Определяем требуемые площади поперечных сечений стержней из условия прочности на растяжение (сжатие):  $A_i \geq N_i / [\sigma_p]$ .

Принимаем  $[n] = 1,5$ , тогда величина допускаемого напряжения  $[\sigma_p] = \sigma_T / [n] = 200 / 1,5 = 133,3 \text{ МПа}$ .

Соответственно,  $A_1 \geq |N_1| / [\sigma_p] = 25,59 \cdot 10^3 / 133,3 \cdot 10^6 = 1,92 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 1,92 \text{ см}^2$ ;

$$A_2 \geq |N_2| / [\sigma_p] = 35,8 \cdot 10^3 / 133,3 \cdot 10^6 = 2,69 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 2,69 \text{ см}^2.$$

В соответствие с ГОСТ 8509-93 выбираем уголок стальной равнополочный

для стержня 1: № 3,5  $A_1 = 2,04 \text{ см}^2$ ;

для стержня 2: № 5  $A_2 = 2,96 \text{ см}^2$ .

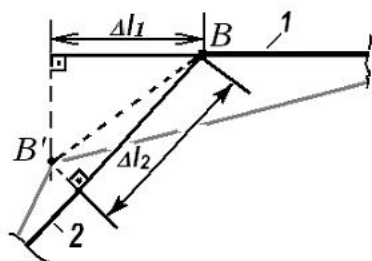


Рис. 1.3

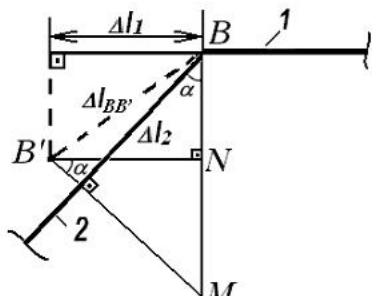


Рис. 1.4

3. Определяем перемещение узла  $B$  стержневой системы. Стержень 1 растягивается на величину

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{A_1 \cdot E} = \frac{25,59 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{2,04 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 0,64 \cdot 10^{-3} = 0,64 \text{ мм.}$$

Стержень 2 сжимается на величину

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{A_2 \cdot E} = \frac{35,8 \cdot 10^3 \cdot 1,8}{2,96 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 1,09 \cdot 10^{-3} = 1,09 \text{ мм.}$$

Строим план перемещения узловых точек  $B$  (рис. 1.3).

Определяем длину отрезка  $BB'$  (рис. 1.4).

Смещение узла  $B$  по горизонтали составит:  $\Delta l_{BB'}^X = \Delta l_1 = 0,64 \text{ мм.}$

Смещение узла  $B$  по вертикали составит:

$$\Delta l_{BB'}^Y = BN = BM - NM = \frac{\Delta l_2}{\cos \alpha} - \Delta l_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{1,09}{\cos 20^\circ} - 0,64 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 0,93 \text{ мм}$$

Полное смещение узла  $B$ :

$$\Delta l_{BB'} = \sqrt{\Delta l_{BB'}^X{}^2 + \Delta l_{BB'}^Y{}^2} = \sqrt{0,64^2 + 0,93^2} = 1,13 < 2 \text{ мм.}$$

Условие жесткости выполняется.

Таблица 1.1

№ варианта	$F_1, \text{кН}$	$F_2, \text{кН}$	$l_1, \text{м}$	$l_2, \text{м}$	$\alpha, \text{град}$	$\beta, \text{град}$	Профиль	Сталь
1	40	180	1,2	1,7	30	70	труба круглая $D \times t$	Ст2
2	45	170	1,4	1,6	35	70		Ст4
3	50	160	1,6	1,5	20	80		09Г2
4	55	150	1,8	1,4	40	65	труба квадратная	10ХНДП
5	60	140	2,0	1,3	30	80		10ХСНД
6	65	130	1,3	1,2	25	85		15ХСНД
7	70	120	1,5	1,1	35	75	уголок	Ст5
8	75	110	1,7	1,0	20	85		10Г2С1
9	80	100	1,9	0,9	25	75		14Г2
10	85	90	2,1	0,8	40	60		10Г2С1

1-я буква имени	1-я буква фамилии				
	А, Е, Л, Р, Х, Э	Б, Ж, М, С, Ц, Ю	В, З, Н, Т, Ч, Я	Г, И, О, У, Ш	Д, К, П, Ф, Ш
А, Ж, Н, У, Ш					
Б, З, О, Ф, Э					
В, И, П, Х, Ю					
Г, К, Р, Ц, Я					
Д, Л, С, Ч					
Е, М, Т, Ш					



## Задача № 2 Расчет на прочность и жесткость ступенчатого стержня при деформации растяжения и сжатия

**Задание.** Оценить прочность хрупкого ступенчатого стержня при деформации растяжения (сжатия). Определить деформацию стержня.

Стержень изготовлен из чугуна СЧ15. Допускаемый коэффициент запаса статической прочности  $[n]$  выбрать самостоятельно (для хрупких материалов принимаем  $[n] = 2,0 \dots 5,0$ ). Весом стержня пренебречь.

Схема стержня приведена на рис. 2.3. Данные для расчета приведены в табл. 2.1.

### Порядок выполнения

1. Вычертить схему стержня с указанием числовых значений размеров и приложенных сил.
2. Определить внутренние продольные силы  $N_i$  на каждом участке. Начертить схему с эпюрой внутренних сил  $N_i$ .
3. Определить напряжения  $\sigma_i$  на каждом участке. Начертить схему с эпюрой напряжений  $\sigma_i$ .
4. Определить коэффициент запаса прочности стержня с учетом вида деформации на участках (растяжение или сжатие).
5. Оценить запас прочности стержня на опасных участках. Дать заключение о прочности.
6. Дать заключение о рациональности размеров стержня (недостаточная прочность или значительный недогруз).
7. Определить деформации каждого участка стержня  $\Delta l_i$  и его полную деформацию. Начертить схему с эпюрой деформаций  $\Delta l_i$ .

### Указания к выполнению

Определение продольной силы  $N_i$  рекомендуется начинать со свободного конца стержня, так как значение реактивной силы в заделке неизвестно (либо предварительно определить значение реакции в заделке). Для определения продольной силы  $N_i$  на каждом участке используют метод сечений, руководствуясь правилом: продольная сила в любом сечении стержня равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения на ось стержня:

$$N_i = \sum_{\substack{\text{с одной} \\ \text{стороны} \\ \text{от сечения}}} F_i.$$
 Продольная сила считается положительной, если она соответствует деформации растяжения и отрицательной, если она соответствует деформации сжатия.

Напряжение на  $i$ -м участке стержня при деформации растяжения и сжатия определяется по

формуле: 
$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i}$$
 где

$N_i$  – внутренняя продольная сила на рассматриваемом участке стержня;

$A_i$  – площадь соответствующего поперечного сечения стержня.

Коэффициенты запаса прочности участков стержня для хрупких материалов определяются с учетом вида деформации на участках (растяжение или сжатие) по формуле: 
$$n_i = \frac{\sigma_{\text{в}}}{|\sigma_i|},$$
 где

$\sigma_i$  – напряжение на  $i$ -м участке стержня;

$\sigma_{\text{в}}$  – предел прочности материала на сжатие или растяжение (соответственно  $\sigma_{\text{всж}}$  или  $\sigma_{\text{вр}}$ ).

Для оценки прочности стержня необходимо сравнить действительный коэффициент запаса прочности  $n_i$  с допускаемым коэффициентом запаса прочности  $[n]$ . Условие прочности, соответственно, имеет вид: 
$$n_i \leq [n].$$

Для определения рациональности размеров стержня необходимо определить величину отклонения действительной нагрузки на стержень от его нагрузочной способности:

$$\Delta \sigma_i = \frac{[\sigma] - |\sigma_i|}{[\sigma]} \cdot 100\%, \quad \text{где}$$

$\sigma_i$  – напряжение на  $i$ -м участке стержня;

$[\sigma]$  – допускаемые напряжения для материала стержня.

Соответственно, при деформации растяжения  $[\sigma] = [\sigma_r] = \sigma_{\text{вр}} / [n];$   
при деформации сжатия  $[\sigma] = [\sigma_{\text{сж}}] = \sigma_{\text{всж}} / [n].$

Допускается превышение нагрузки не более 5%, допускаемый недогруз – не более 15% от допускаемой нагрузки: 
$$-5\% \leq \Delta \sigma_i \leq 15\%.$$

Вывод о рациональности размеров стержня делается по наиболее опасному участку. При выборе опасного участка необходимо помнить, что растягивающие напряжения опаснее сжимающих, даже если их величина меньше по модулю, поэтому при больших сжимающих напряжениях, проверяются два участка: с наибольшими сжимающими и с наибольшими растягивающими напряжениями.

Построение эпюры продольных перемещений следует начинать от заделки стержня, где продольные перемещения отсутствуют ( $\Delta l_0 = 0$ ). Перемещение границы  $i$ -го участка стержня (при условии, что продольная сила  $N_i$  постоянна на этом участке) определяется как

$$\Delta l_i = \Delta l_{i-1} + \frac{N_i \cdot l_i}{A_i \cdot E},$$

где  $\Delta l_{i-1}, \Delta l_i$  – перемещения начального и конечного сечения рассматриваемого участка ( $i$ ) стержня;  
 $N_i$  – продольная сила на рассматриваемом участке стержня;  
 $A_i$  – площадь сечения рассматриваемого участка стержня;  
 $l_i$  – длина рассматриваемого участка стержня;  
 $E$  – модуль Юнга материала стержня.

**Пример решения задачи**

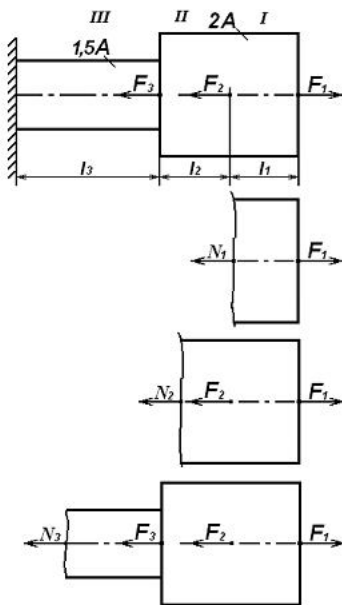


Рис. 2.1

**Дано:** ступенчатый стержень, нагруженный продольными силами (рис. 2.1)  $F_1 = 80 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 70 \text{ кН}$ ;  $F_3 = 40 \text{ кН}$ ;  $l_1 = 1,0 \text{ м}$ ;  $l_2 = l_3 = 0,5 \text{ м}$ ;  $A = 10 \text{ см}^2$ .  
 Материал стержня – чугун СЧ15. Согласно Приложению 1:  $E = 0,9 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;  
 $\sigma_{вр} = 150 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_{всж} = 650 \text{ МПа}$ .

**Найти:** а) оценить прочность и рациональность размеров стержня;  
 б) определить величину продольной деформации стержня.

**Решение:** 1. Разбиваем стержень на участки, начиная со свободного (не закрепленного) конца. Границы участков – точки приложения сосредоточенных сил и сечения, в которых происходит изменение поперечных размеров стержня. Определяем величину продольной силы  $N_i$  в пределах каждого участка с учетом правила знаков (рис. 2.1).

**I участок:**  $N_1 = F_1 = 80 \text{ кН}$ ;  
**II участок:**  $N_2 = F_1 - F_2 = 80 - 70 = 10 \text{ кН}$ ;  
**III участок:**  $N_3 = F_1 - F_2 - F_3 = 80 - 70 - 40 = -30 \text{ кН}$ .

Строим эпюру продольных сил  $N_i$  (рис. 2.2, а).

2. Определяем величину напряжений  $\sigma_i$  в пределах каждого участка

**I участок:**  $\sigma_1 = N_1 / A_1 = 80 \cdot 10^3 / (2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}) = 40 \cdot 10^6 \text{ Па} = 40 \text{ МПа}$ ;  
**II участок:**  $\sigma_2 = N_2 / A_2 = 10 \cdot 10^3 / (2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}) = 5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 5 \text{ МПа}$ ;  
**III участок:**  $\sigma_3 = N_3 / A_3 = -30 \cdot 10^3 / (1,5 \cdot 10 \cdot 10^{-4}) = 20 \cdot 10^6 \text{ Па} = -20 \text{ МПа}$

Строим эпюру нормальных напряжений  $\sigma_i$  (рис. 2.2, б).

3. Определяем коэффициент запаса прочности и оцениваем прочность стержня в пределах каждого участка ( $[n] = 2,0 \dots 5,0$ ):

**I участок:** стержень растягивается  
 $n_1 = \sigma_{вр} / \sigma_1 = 150 / 40 = 3,75 \geq [n]$  – условие прочности выполняется;

**II участок:** стержень растягивается  
 $n_2 = \sigma_{вр} / \sigma_2 = 150 / 5 = 30 \geq [n]$  – условие прочности выполняется;

**III участок:** стержень сжимается  
 $n_3 = \sigma_{всж} / \sigma_3 = 650 / 20 = 32,5 \geq [n]$  – условие прочности выполняется.

4. Оцениваем рациональность поперечных размеров стержня в опасном сечении. Примем  $[n] = 3$ .

Опасное сечение - I участок, так как там минимальный коэффициент запаса прочности  $n_1 = 3,75$ .

На I-м участке действуют *растягивающие* напряжения  $\sigma_1 = 40 \text{ МПа}$ .

Допускаемое напряжение при растяжении:  $[\sigma_p] = \sigma_{вр} / [n] = 150 / 3 = 50 \text{ МПа}$ .

Недогруз стержня составляет  $\Delta \sigma_i = \frac{[\sigma] - |\sigma_i|}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{50 - 40}{50} \cdot 100\% = 20\% > 15\%$ .

Поперечные размеры стержня превышают рациональные значения, их желательно уменьшить.

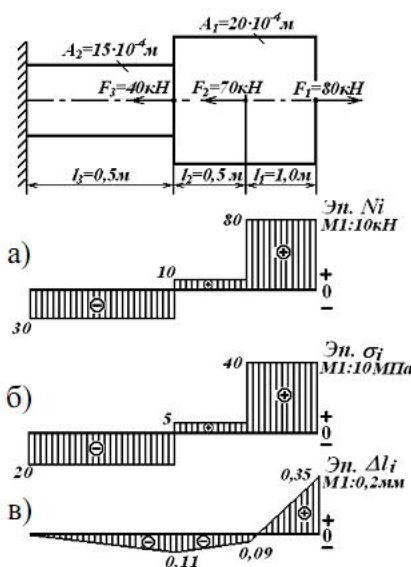


Рис. 2.2

5. Определяем деформации каждого участка стержня  $\Delta l_i$ , начиная от заделки, так как там продольные перемещения отсутствуют ( $\Delta l_0 = 0$ ).

$$\Delta l_3 = \Delta l_0 + \frac{N_3 \cdot l_3}{A_3 \cdot E} = 0 + \frac{-30 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{1,5 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0,9 \cdot 10^{11}} = -0,11 \cdot 10^{-3} = -0,11 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_3 + \frac{N_2 \cdot l_2}{A_2 \cdot E} = -0,11 \cdot 10^{-3} + \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0,9 \cdot 10^{11}} = -0,11 \cdot 10^{-3} + 0,02 \cdot 10^{-3} = -0,09 \cdot 10^{-3} = -0,09 \text{ мм};$$

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 + \frac{N_1 \cdot l_1}{A_1 \cdot E} = -0,09 \cdot 10^{-3} + \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 1,0}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0,9 \cdot 10^{11}} = -0,09 \cdot 10^{-3} + 0,44 \cdot 10^{-3} = 0,35 \cdot 10^{-3} = 0,035 \text{ мм}.$$

Строим эпюру деформаций  $\Delta l_i$  (рис. 2.2, в).

Таблица 2.1

№ варианта	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$A$ , см <sup>2</sup>	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$l_3$ , м
1	10	55	85	20	0,2	0,4	0,2
2	20	50	90	22	0,1	0,3	0,4
3	30	45	95	24	0,4	0,5	0,1
4	40	30	100	26	0,3	0,1	0,6
5	50	35	75	28	0,2	0,3	0,5
6	60	40	60	30	0,5	0,2	0,2
7	70	25	35	32	0,3	0,3	0,3
8	80	20	30	34	0,5	0,2	0,4
9	90	15	45	36	0,1	0,5	0,3
10	100	10	40	40	0,4	0,2	0,6

1-я буква имени	1-я буква фамилии				
	А, Е, Л, Р, Х, Э	Б, Ж, М, С, Ц, Ю	В, З, Н, Т, Ч, Я	Г, И, О, У, Ш	Д, К, П, Ф, Щ
А, Ж, Н, У, Щ					
Б, З, О, Ф, Э					
В, И, П, Х, Ю					
Г, К, Р, Ц, Я					
Д, Л, С, Ч					
Е, М, Т, Ш					

### Задача № 3 Расчет на прочность при деформации смятия и сдвига

**Задание** Стержень в задаче 2 закреплен в опоре при помощи подвижной круглой головки (рис. 3.2). Из условия прочности на смятие и срез материала стержня определить минимальный диаметр  $D$  и минимальную толщину  $b$  головки стержня.

Размеры стержня и величину нагрузок взять из решения задачи 2. Данные по материалу стержня ( $[\tau_{ср}]$ ,  $[\sigma_{см}]$ ) см. Приложение 1.

#### Порядок выполнения

1. Вычертить схему головки стержня с указанием искомым величин.
2. Из решения задачи 2 выписать значения продольной силы  $N_i$  и площадь стержня  $A_i$  в опоре.
3. Из Приложения 1 выписать значения допускаемых напряжений на срез  $[\tau_{ср}]$  и смятие  $[\sigma_{см}]$  материала стержня.
4. Из условия прочности на смятие определить минимальную величину площади смятия  $A_{см}$ .
5. Определить минимальный диаметр  $D$  головки стержня, округлить результат согласно ГОСТ 6636 – 69 (Приложение 2).
6. Из условия прочности на срез определить минимальную величину площади среза  $A_{ср}$ .
7. Определить минимальную толщину  $b$  головки стержня, округлить результат до целых чисел в мм..

#### Указания к выполнению

Смятие и сдвиг являются разными видами деформации, приводящими к различным видам разрушения конструкций (рис. 3.1). Однако на практике эти два вида деформации обычно действуют одновременно, так как вызываются одинаковыми нагрузками и, соответственно, расчет на смятие и сдвиг осуществляется совместно.

**Смятие** – вид контактного разрушения поверхности изделия, вызываемый действием нормальных сжимающих сил в зоне контакта (например, смятие поверхности детали под гайкой и головкой болта). Условие прочности на смятие в общем виде:

$$\sigma_{см} = \frac{|F_{см}|}{A_{см}} \leq [\sigma]_{см},$$

где  $\sigma_{см}$  – нормальные напряжения, возникающие в зоне смятия;  
 $F_{см}$  – сжимающая сила, нормальная к поверхности смятия;  
 $A_{см}$  – площадь, по которой происходит смятие;  
 $[\sigma]_{см}$  – допускаемые напряжения на смятие.

Для простоты расчетов предполагают, что напряжения смятия распределены по площади контакта равномерно. Если соприкасаются детали из материалов разной твердости, то расчет на смятие осуществляется для детали из наиболее мягкого материала.

**Срез** – вид разрушения, вызываемый деформацией сдвига.

Условие прочности на срез в общем виде:  $\tau_{ср} = \frac{|Q_{ср}|}{A_{ср}} \leq [\tau]_{ср}$ ,

где  $\tau_{ср}$  – касательные напряжения, действующие по площади среза;  
 $Q_{ср}$  – сдвигающая (перерезывающая) сила;  
 $A_{ср}$  – площадь, по которой происходит срез;  
 $[\tau]_{ср}$  – допускаемые напряжения на срез.

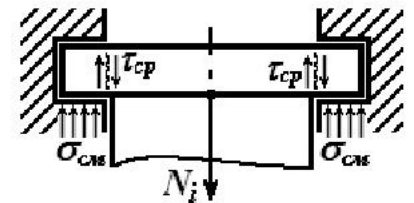


Рис. 3.1

#### Пример решения задачи

**Дано:** стержень закреплен в опоре при помощи подвижной круглой головки (рис. 3.2).

Согласно решению задачи 2,  $N_3 = -30 \text{ кН}$ ;  $A_3 = 1,5 \cdot A = 1,5 \cdot 10 = 15 \text{ см}^2$ .

Согласно физико-механических свойств материалов (см. Приложение 1) для чугуна СЧ15  $[\tau_c] = 53 \text{ МПа}$ ;  $[\sigma_{см}] = 120 \text{ МПа}$ .

**Найти:** минимальные необходимые размеры головки стержня (диаметр  $D$ , толщину  $b$ ).

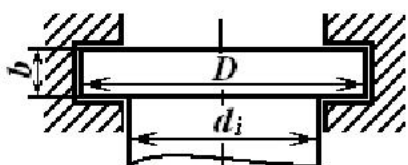


Рис. 3.2

**Решение:** 1. Определяем минимальный диаметр  $D$  головки стержня из условия прочности на смятие.

Минимальная площадь смятия, удовлетворяющая условию прочности,

составит: 
$$A_{см} \geq \frac{|F_{см}|}{[\sigma]_{см}} = \frac{|N_3|}{[\sigma]_{см}} = \frac{30 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^6} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 2,5 \text{ см}^2.$$

Зона смятия представляет собой кольцо с внутренним диаметром  $d_3$  и наружным диаметром  $D$ .

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot (A_3 + A_{см})}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot (15 + 2,5) \cdot 10^{-4}}{3,14}} = 47,2 \cdot 10^{-3} = 47,2 \text{ мм.}$$

Округляем результат согласно ГОСТ 6636 – 69 в *большую* сторону –  $D = 48 \text{ мм}$ .

2. Определяем минимальную толщину  $b$  головки стержня из условия прочности на срез.

Минимальная площадь среза, удовлетворяющая условию прочности, составит:

$$A_{ср} \geq \frac{|Q_{ср}|}{[\tau]_{ср}} = \frac{|N_3|}{[\tau]_{ср}} = \frac{30 \cdot 10^3}{53 \cdot 10^6} = 5,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Зона среза представляет собой цилиндр с внутренним диаметром  $d_3$  и высотой  $b$ , то есть

$$A_{ср} = \pi d_3 \cdot b.$$

Определяем диаметр основания стержня:

$$d_3 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_3}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,5 \cdot 10 \cdot 10^{-4}}{3,14}} = 43,7 \cdot 10^{-3} = 43,7 \text{ мм.}$$

Таким образом,  $b \geq \frac{A_{ср}}{\pi \cdot d_3} = \frac{5,7 \cdot 10^{-4}}{3,14 \cdot 43,7 \cdot 10^{-3}} = 4,15 \cdot 10^{-3} = 5,0 \text{ мм}$  (округляем до целых чисел в мм).

Ответ:  $D = 48 \text{ мм}; \quad b = 5 \text{ мм}.$

#### **Задача № 4 Расчет вала на прочность и жесткость при деформации кручения**

**Задание.** К двухступенчатому сплошному валу, один конец которого жестко закреплен в опоре, приложены сосредоточенные вращающие моменты. Определить поперечные размеры вала из условия прочности его ступеней на кручение. Определить максимальные напряжения вала по длине. Проверить, удовлетворяет ли полученный вал условию жесткости. Определить углы закручивания вала по длине.

Вал изготовлен из стали: модуль сдвига  $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ .

Схема вала приведена на рис. 4.4. Данные для расчета приведены в табл. 4.1.

##### **Порядок выполнения**

1. Вычертить схему с указанием числовых данных.
2. Составить уравнение внутренних крутящих моментов по участкам ( $M_{крi}$ ). Построить эпюру внутренних крутящих моментов по длине вала.
3. Определить диаметры ступеней вала, исходя из условия прочности ( $d_i$ ). Полученный результат округлить согласно ГОСТ 6636-69 до ближайшего большего значения из ряда предпочтительных чисел  $R 40$  (см. Приложение 2).
4. Определить максимальные касательные напряжения  $\tau_{крi}$  вала на каждом участке. Построить эпюру максимальных касательных напряжений по длине вала.
5. Определить относительные углы закручивания вала  $\theta_{крi}$  на каждом участке. Проверить, удовлетворяет ли вал условию жесткости.
6. Скорректировать размеры вала при необходимости, исходя из условия жесткости. Полученный результат округлить согласно ГОСТ 6636-69 до ближайшего большего значения.
7. Определить углы закручивания  $\Delta \varphi_i$  по длине вала. Построить эпюру углов закручивания вала.

##### **Указания к выполнению**

Кручением называется такой вид деформации, при котором в поперечных сечениях вала возникает один внутренний силовой фактор – крутящий момент  $M_{кр}$ .

Для обозначения внешних (вращающих) моментов на схеме могут использоваться различные варианты условных обозначений (см. рис. 4.1).



Рис.4.1

Величина внутреннего крутящего момента  $M_{кр}$  на участке вала определяется с помощью метода сечений через внешние (вращающие) моменты по правилу: внутренний крутящий момент в любом поперечном сечении вала численно равен алгебраической сумме внешних моментов относительно продольной оси вала, приложенных по одну сторону от

рассматриваемого поперечного сечения:  $M_{крi} = \sum_{\text{от сечения}}^{\text{с одной стороны}} T_i.$

Крутящий момент принято считать положительным, если при взгляде со стороны отсеченной части вала он будет направлен против часовой стрелки.

При наличии жесткой заделки одного из концов вала определение величины внутренних крутящих моментов рекомендуется начинать со свободного конца вала, так как в этом случае нет необходимости определять реактивный момент в заделке.

Касательные напряжения, возникающие в поперечных сечениях вала при кручении, достигают своей максимальной величины на его поверхности и находятся по формуле:  $\tau_{кр_i} = \frac{M_{кр_i}}{W_{\rho_i}}$ , где

$\tau_{кр_i}$  – касательные напряжения на внешней границе  $i$ -го сечения вала;

$M_{кр_i}$  – внутренний крутящий момент в  $i$ -м сечении вала;

$W_{\rho_i}$  – полярный момент сопротивления сечения  $i$ -го участка вала.

Для вала круглого сечения:  $W_{\rho} = \pi \cdot d^3 / 16 \approx 0,2 \cdot d^3$  (см. Приложение 10)

Условие прочности крутящегося вала, соответственно, имеет вид:  $|\tau_{кр_i}^{max}| = \frac{|M_{кр_i}^{max}|}{W_{\rho_i}} \leq [\tau]_{кр}$ , где

$[\tau]_{кр}$  – допускаемые напряжения кручения.

Таким образом, минимальный диаметр вала из условия прочности на каждом участке

определяется по формуле:  $d_i^{np} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot |M_{кр_i}^{max}|}{\pi \cdot [\tau]_{кр}}} \approx \sqrt[3]{\frac{|M_{кр_i}^{max}|}{0,2 \cdot [\tau]_{кр}}}$ .

Определение углов закручивания вала следует начинать от заделки, где угол закручивания  $\Delta\varphi_0 = 0$ .

Для участков вала постоянного сечения при не изменяющемся крутящем моменте угол закручивания на  $i$ -м участке определяется по формуле:  $\Delta\varphi_i = \frac{M_{кр_i} \cdot l_i}{G \cdot J_{\rho_i}}$ , где

$\Delta\varphi_i$  – угол закручивания конечного сечения  $i$ -го участка вала относительно его начального сечения;

$l_i$  – длина участка вала, на котором определяется угол закручивания;

$J_{\rho_i}$  – полярный момент инерции сечения  $i$ -го участка вала.

Для вала круглого сечения:  $J_{\rho} = \pi \cdot d^4 / 32 \approx 0,1 \cdot d^4$  (см. Приложение 10).

Соответственно, суммарный угол закручивания участков вала относительно заделки будет равен:  $\Delta\varphi_{0-i} = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \dots + \Delta\varphi_i$ .

Условие жесткости закручиваемого вала имеет вид:  $|\Theta_{кр_i}| = \frac{|M_{кр_i}|}{J_{\rho_i} \cdot G} \leq [\Theta]_{кр}$ , где

$\Theta_{кр_i}$  – относительный угол закручивания сечения на  $i$ -м участке вала;

$[\Theta]_{кр}$  – допускаемый относительный угол закручивания;

$G$  – модуль сдвига материала вала;

Таким образом, минимальный диаметр вала из условия жесткости определяется по формуле:

$$d_i^{жс} \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot |M_{кр_i}^{max}|}{\pi \cdot G \cdot [\Theta]_{кр}}} \approx \sqrt[4]{\frac{|M_{кр_i}^{max}|}{0,1 \cdot G \cdot [\Theta]_{кр}}}$$

Для участков вала постоянного сечения при не изменяющемся по длине (сосредоточенном) крутящем моменте между абсолютным ( $\Delta\varphi_i$ ) и относительным ( $\Theta_{кр_i}$ ) углами закручивания существует зависимость:  $\Delta\varphi_i = \Theta_{кр_i} \cdot l_i$ , где  $l_i$  – длина соответствующего участка вала.

### Пример решения задачи

**Дано:** сплошной двухступенчатый вал закручивается под действием сосредоточенных вращающих моментов (рис. 4.2, а):  $T_1 = 60 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $T_2 = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $T_3 = 210 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $T_4 = 500 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Размеры ступеней вала:  $a = 0,2 \text{ м}$ ;  $b = 0,3 \text{ м}$ ;  $c = 0,4 \text{ м}$ . Физико-механические характеристики материала и требования к валу:  $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ;  $[\Theta]_{кр} = 1,0 \text{ град/м}$ ;  $[\tau]_{кр} = 30 \text{ МПа}$ .

**Найти:** а) поперечные размеры вала из условия прочности;

б) напряжения на участках вала;

в) углы закручивания вала по длине;

г) проверить выполнение условия жесткости на участках вала.

**Решение:**

1. Разбиваем вал на участки, начиная со свободного (не закрепленного) конца, и определяем величину крутящего момента  $M_i$  в пределах каждого участка с учетом правила знаков (рис. 4.2, б).

I участок:  $M_1 = T_1 = 60 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;

II участок:  $M_2 = T_1 - T_2 = 60 - 100 = -40 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;

III участок:  $M_3 = T_1 - T_2 + T_3 = 60 - 100 + 210 = 170 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;

IV участок:  $M_4 = T_1 - T_2 + T_3 - T_4 = 60 - 100 + 210 - 500 = -330 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;

Строим эпюру внутренних крутящих моментов  $M_i$  (рис. 4.3, а).

2. Определяем минимальные диаметры ступеней вала, исходя из условия прочности.

$$d_{1,2}^{np} \geq \sqrt[3]{\frac{|M_{1,2}^{max}|}{0,2 \cdot [\tau]_{кр}}} = \sqrt[3]{\frac{60}{0,2 \cdot 30 \cdot 10^6}} = 21,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 21,5 \text{ мм}.$$

Округляем результат согласно ГОСТ 6636-69:  $d_{1,2} = 22 \text{ мм}$ .

$$d_{3,4}^{np} \geq \sqrt[3]{\frac{|M_{3,4}^{max}|}{0,2 \cdot [\tau]_{кр}}} = \sqrt[3]{\frac{330}{0,2 \cdot 30 \cdot 10^6}} = 38,0 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 38,0 \text{ мм}.$$

Округляем результат согласно ГОСТ 6636-69:  $d_{3,4} = 38 \text{ мм}$ .

3. Определяем величину максимальных напряжений  $\tau_i$  по длине вала:

$$\tau_1 = \frac{M_1}{W_{p1}} \approx \frac{M_1}{0,2 \cdot d_{1,2}^3} = \frac{60}{0,2 \cdot (22 \cdot 10^{-3})^3} = 28,2 \cdot 10^6 = 28,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_2 \approx \frac{M_2}{0,2 \cdot d_{1,2}^3} = \frac{-40}{0,2 \cdot (22 \cdot 10^{-3})^3} = -18,8 \cdot 10^6 = -18,8 \text{ МПа};$$

$$\tau_3 \approx \frac{M_3}{0,2 \cdot d_{3,4}^3} = \frac{170}{0,2 \cdot (38 \cdot 10^{-3})^3} = 15,5 \cdot 10^6 = 15,5 \text{ МПа};$$

$$\tau_4 \approx \frac{M_4}{0,2 \cdot d_{3,4}^3} = \frac{-330}{0,2 \cdot (38 \cdot 10^{-3})^3} = -30,1 \cdot 10^6 = -30,1 \text{ МПа}.$$

Превышение допускаемого напряжения на 4-м участке составляет:

$$\Delta \tau = \frac{[\tau]_{кр} - |\tau_4|}{[\tau]_{кр}} \cdot 100\% = \frac{|30 - 30,1|}{30} \cdot 100\% = 0,3\% < 5\%.$$

Прочность вала обеспечена.

Строим эпюру напряжений  $\tau_i$  (рис. 4.3, б).

4. Проверяем выполнение условия жесткости на участках вала.

Определяем значение допускаемого относительного угла закручивания  $[\Theta]$  в системе СИ:

$$[\Theta]_{кр} = 1,0 \cdot \pi \cdot 180^0 = 1,74 \cdot 10^{-2} \text{ рад/м}.$$

Определяем максимальные величины относительных углов закручивания  $\Theta_i$  на участках вала:

$$\Theta_{1,2}^{max} = \frac{|M_{1,2}^{max}|}{G \cdot J_{p1}} = \frac{|M_1|}{0,1 \cdot G \cdot d_{1,2}^4} = \frac{60}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (22 \cdot 10^{-3})^4} = 32,0 \cdot 10^{-3} > [\Theta]_{кр} = 17,4 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м};$$

$$\Theta_{3,4}^{max} = \frac{|M_{3,4}^{max}|}{G \cdot J_{p4}} = \frac{|M_4|}{0,1 \cdot G \cdot d_{3,4}^4} = \frac{|-330|}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (38 \cdot 10^{-3})^4} = 19,8 \cdot 10^{-3} > [\Theta]_{кр} = 17,4 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}.$$

Условие жесткости на участках I, IV не выполняется.

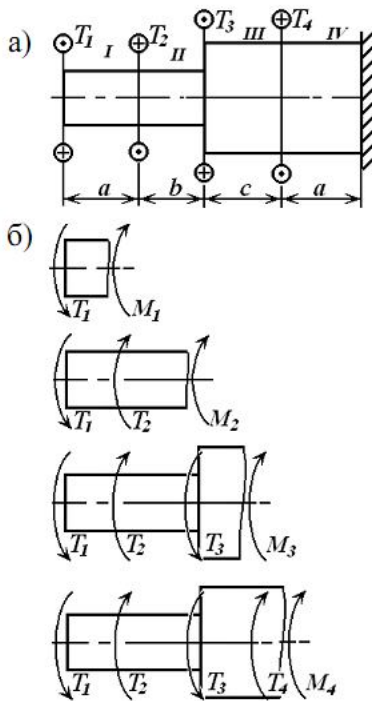


Рис. 4.2

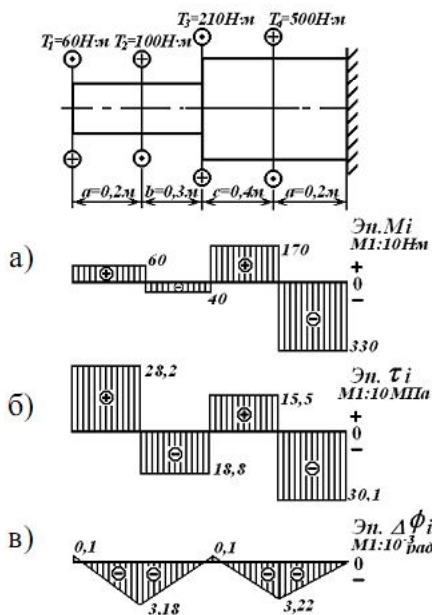


Рис. 4.3



5. Размеры поперечного сечения вала необходимо пересчитать по условию жесткости:

$$d_{1,2}^{жс} \geq \sqrt[4]{\frac{|M_{1,2}^{max}|}{0,1 \cdot G \cdot [\Theta]_{кр}}} = \sqrt[4]{\frac{60}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 1,74 \cdot 10^{-2}}} = 25,6 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 25,6 \text{ мм};$$

$$d_{3,4}^{жс} \geq \sqrt[4]{\frac{|M_{3,4}^{max}|}{0,1 \cdot G \cdot [\Theta]_{кр}}} = \sqrt[4]{\frac{330}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 1,74 \cdot 10^{-2}}} = 39,2 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 39,2 \text{ мм}.$$

Округляем результат согласно ГОСТ 6636-69:  $d_{1,2} = 26 \text{ мм}$ ,  $d_{3,4} = 40 \text{ мм}$ .

6. Определяем углы закручивания  $\Delta\varphi_i$  по длине вала, начиная от заделки, так как там деформации отсутствуют ( $\Delta\varphi_0 = 0$ ).

$$\Delta\varphi_{0-4} = \Delta\varphi_0 + \Delta\varphi_4 = \Delta\varphi_0 + \frac{M_4 \cdot l_4}{G \cdot J_{\rho 4}} \approx \Delta\varphi_0 + \frac{M_4 \cdot a}{G \cdot 0,1 \cdot d_{3,4}^4} = 0 + \frac{-330 \cdot 0,2}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (40 \cdot 10^{-3})^4} = -3,22 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\Delta\varphi_{0-3} = \Delta\varphi_{0-4} + \Delta\varphi_3 \approx \Delta\varphi_{0-4} + \frac{M_3 \cdot c}{G \cdot 0,1 \cdot d_{3,4}^4} = -3,22 \cdot 10^{-3} + \frac{170 \cdot 0,4}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (40 \cdot 10^{-3})^4} =$$

$$= -3,22 \cdot 10^{-3} + 3,32 \cdot 10^{-3} = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\Delta\varphi_{0-2} = \Delta\varphi_{0-3} + \Delta\varphi_2 \approx \Delta\varphi_{0-3} + \frac{M_2 \cdot b}{G \cdot 0,1 \cdot d_{1,2}^4} = 0,1 \cdot 10^{-3} + \frac{-40 \cdot 0,3}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (26 \cdot 10^{-3})^4} =$$

$$= 0,1 \cdot 10^{-3} - 3,28 \cdot 10^{-3} = -3,18 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

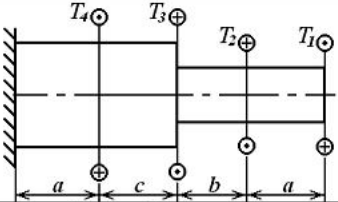
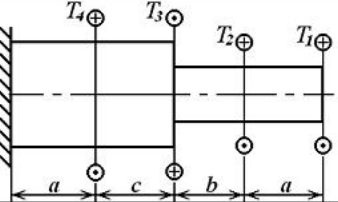
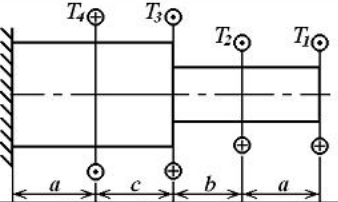
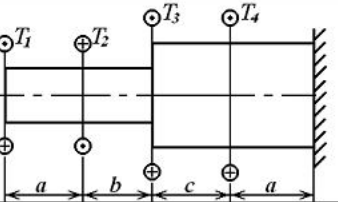
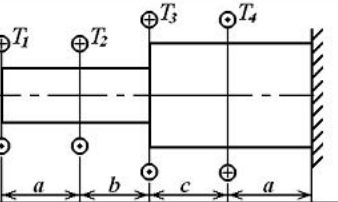
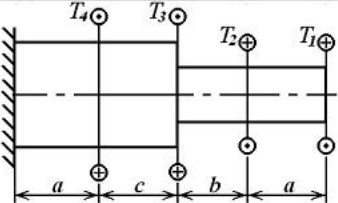
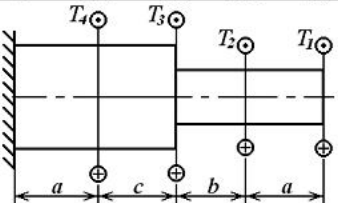
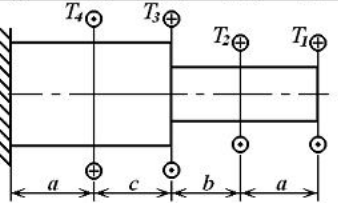
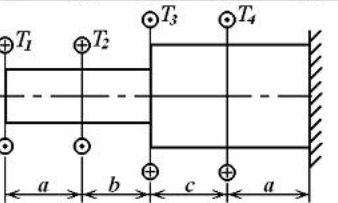
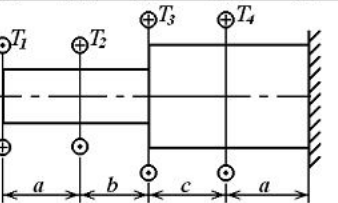
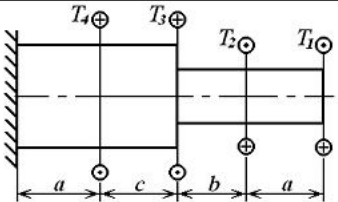
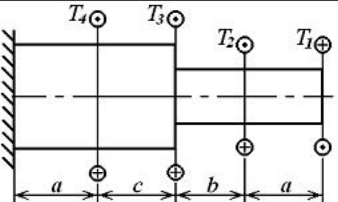
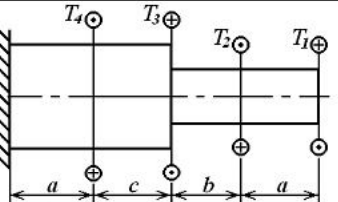
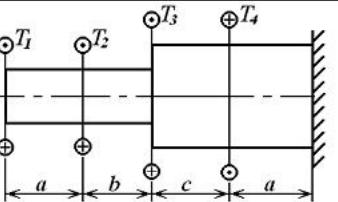
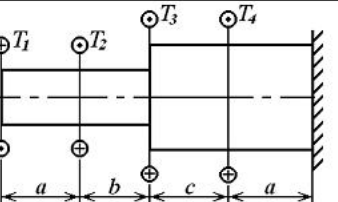
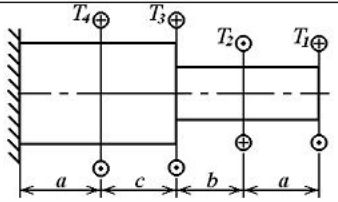
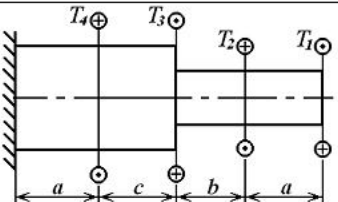
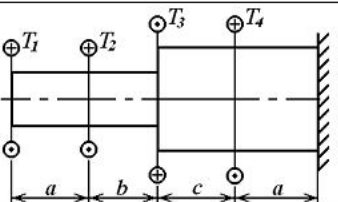
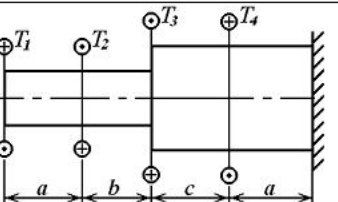
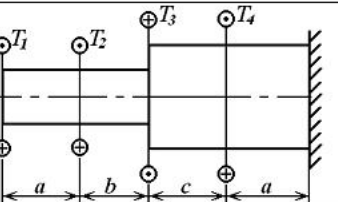
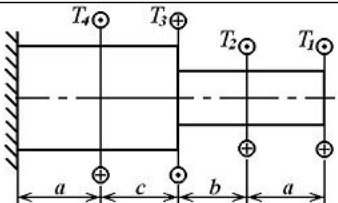
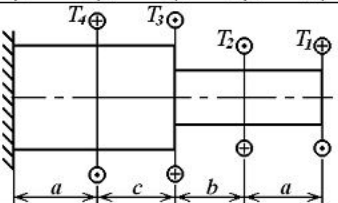
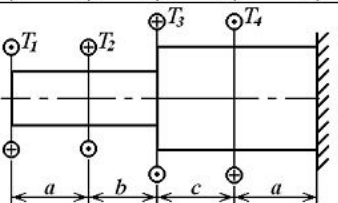
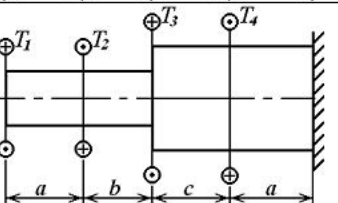
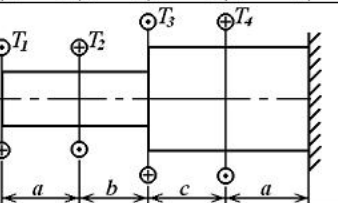
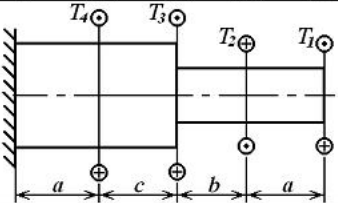
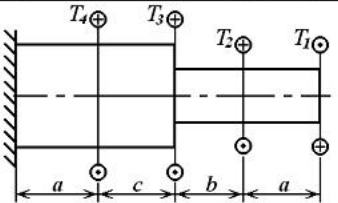
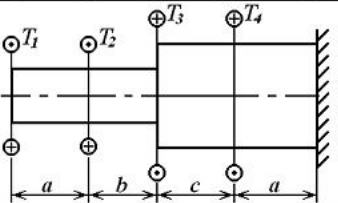
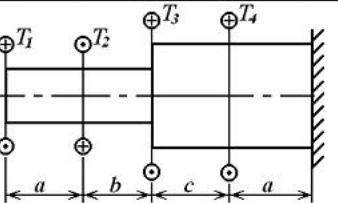
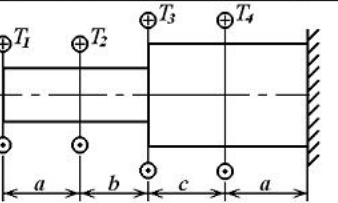
$$\Delta\varphi_{0-1} = \Delta\varphi_{0-2} + \Delta\varphi_1 \approx \Delta\varphi_{0-2} + \frac{M_1 \cdot a}{G \cdot 0,1 \cdot d_{1,2}^4} = -3,18 \cdot 10^{-3} + \frac{60 \cdot 0,2}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (26 \cdot 10^{-3})^4} =$$

$$= -3,18 \cdot 10^{-3} + 3,28 \cdot 10^{-3} = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ рад}.$$

Строим эпюру углов закручивания вала  $\Delta\varphi_i$  (рис. 4.3, в).

Таблица 4

№ варианта	$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$c, \text{ м}$	$T_1, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$T_2, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$T_3, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$T_4, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$[\tau]_{кр}, \text{ МПа}$	$[\Theta], \text{ град/м}$
1	1,1	1,0	0,8	20	200	310	600	80	1,3
2	0,9	0,2	1,0	22	190	290	590	75	1,2
3	0,7	0,4	1,2	24	180	300	580	70	1,1
4	1,4	0,6	0,6	28	170	280	570	65	1,0
5	1,2	0,8	0,9	32	160	270	560	60	0,9
6	1,0	1,1	1,4	36	150	260	550	55	0,8
7	0,2	0,9	1,6	38	140	250	540	50	0,7
8	0,4	0,7	1,8	42	130	240	530	45	0,6
9	0,6	1,4	2,0	46	120	230	520	40	0,5
10	0,8	1,2	0,7	50	110	220	510	35	0,4

1-я буква имени	1-я буква фамилии				
А, Е, Л, Р, Х, Э	Б, Ж, М, С, Ц, Ю	В, З, Н, Т, Ч, Я	Г, И, О, У, Ш	Д, К, П, Ф, Щ	
А, Ж, Н, У, Ш					
Б, З, О, Ф, Э					
В, И, П, Х, Ю					
Г, К, Р, Ц, Я					
Д, Л, С, Ч					
Е, М, Т, Ш					

### Задача № 5 Расчеты на прочность при плоском прямом изгибе

**Задание.** Двухопорная балка находится под действием системы сил и моментов. Подобрать размеры и тип профиля балки из условия прочности по нормальным напряжениям. Балка изготовлена из стали: допускаемые напряжения изгиба  $[\sigma]_{из} = 120 \text{ МПа}$ .

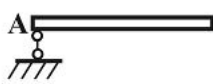


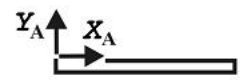

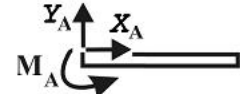
Схема балки приведена на рис. 5.3. Данные для расчета приведены в табл. 5.1.

#### Порядок выполнения

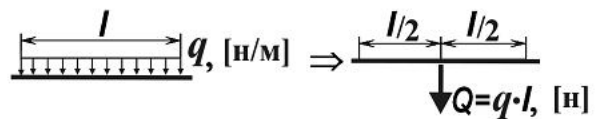
1. Вычертить схему балки с указанием числовых значений размеров и приложенных сил.
2. Освободить балку от связей и изобразить действующие на нее внешние силы и реакции отброшенных связей.
3. Выбрать систему координат, составить уравнения равновесия и определить реакции отброшенных связей.
4. Проверить правильность полученных результатов, составив дополнительное уравнение равновесия.
5. Определить значения внутренней поперечной силы  $Q$  по участкам балки. Начертить схему с эпюрой распределения  $Q$ .
6. Определить значения внутреннего изгибающего момента  $M_{из}$  по участкам балки. Начертить схему с эпюрой распределения  $M_{из}$ .
7. Найти из условия прочности по нормальным напряжениям минимальную величину осевого момента сопротивления сечения балки.
8. Подобрать по величине момента сопротивления номер профиля балки и выписать его основные характеристики (номер, момент сопротивления  $W_x$ , площадь  $A$ , момент инерции  $J_x$ , статический момент  $S_x$ ):
  - двутавра (ГОСТ 8239-89) (см. Приложение 6);
  - швеллера (ГОСТ 8240-97) (см. Приложение 7).

#### Указания к выполнению

Согласно положениям статики всякое несвободное твердое тело (перемещение которого ограничено связями с другими телами) можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие силами реакции этих связей:

Вид связи	Реакции	Название связи	Количество реакций
		шарнирно-подвижная опора	1
		шарнирно-неподвижная опора	2
		заделка	3

Распределенную нагрузку  $q$  рекомендуется предварительно заменить эквивалентной сосредоточенной силой  $Q$ .



Для нахождения величины и направления реакций связей используют условия равновесия системы сил, согласно которым, система сил находится в состоянии равновесия, если алгебраическая сумма проекций всех сил на оси координат равна нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно любой точки также равна нулю:

$$\begin{cases} \sum X = 0 \\ \sum Y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases}$$

Направление сил реакций связей выбирают произвольно. Если значения сил при решении получатся отрицательными, то истинное направление расчетных сил противоположно предварительно выбранному.

Уравнения равновесия целесообразно составлять таким образом, чтобы в них входили суммы моментов сил относительно точек, через которые проходят неизвестные реакции связей. В этом случае в каждое уравнение войдет только одна неизвестная величина.

*Изгибом* называется такой вид деформации, при котором в поперечных сечениях балки возникают изгибающие моменты  $M_{из}$  и поперечная сила  $Q$ . Если все внешние нагрузки, включая опорные реакции, лежат в одной из главных плоскостей балки и вызывают искривление оси стержня в этой плоскости, изгиб называется плоским.

Величины внутренней поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M_{из}$  на  $i$ -ом участке балки определяются с помощью метода сечений через внешние силы и изгибающие моменты по правилам:

- поперечная сила в любом сечении балки равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения, на ось, перпендикулярную оси балки

$$Q = \sum_{\text{от сечения}}^{\text{с одной стороны}} F_i ;$$

- изгибающий момент в любом сечении балки равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения, относительно центра тяжести данного сечения

$$M_{из_i} = \sum_{\text{от сечения}}^{\text{с одной стороны}} M_i .$$

Для построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов необходимо записать соответствующие аналитические выражения для каждого участка балки. При этом необходимо помнить о правилах знаков для  $Q$  и  $M_{из}$ :

- поперечная сила  $Q$  считается положительной, если вызывающая ее внешняя сила стремится повернуть балку относительно рассматриваемого сечения по ходу часовой стрелки;
- изгибающий момент  $M_{из}$  считается положительным, если балка на рассматриваемом участке изгибается выпуклостью вниз.

При построении эпюр следует использовать дифференциальные зависимости между распределенной нагрузкой, поперечной силой и изгибающим моментом:  $q = \frac{dQ}{dx} = \frac{d^2 M_{из}}{dx^2}$ .

Под действием изгибающего момента  $M_{из}$  и поперечной силы  $Q$  в поперечных сечениях балки возникают как нормальные  $\sigma_{из}$  так и касательные  $\tau_{из}$  напряжения. Для длинных тонких стальных балок, ненагруженных вблизи опор, максимальная величина нормальных напряжений в сечениях обычно значительно превышает максимальную величину касательных, поэтому основным расчетом на прочность для таких балок является расчет по нормальным напряжениям. Расчет на прочность по касательным напряжениям является проверочным.

Условие прочности по нормальным напряжениям при изгибе балки из пластичного материала

(сталь) имеет вид:  $\sigma_{из_i}^{max} = \frac{|M_{из_i}^{max}|}{W_{x_i}} \leq [\sigma]_{из}$ , где

$\sigma_{из_i}^{max}$  – максимальные нормальные напряжения в сечении на  $i$ -м участке балки;

$[\sigma]_{из}$  – допускаемые напряжения изгиба материала балки;

$M_{из_i}^{max}$  – внутренний изгибающий момент на  $i$ -м участке балки;

$W_{x_i}$  – осевой момент сопротивления сечения  $i$ -го участка балки.

Соответственно, минимальный осевой момент сопротивления сечения балки из условия

прочности по нормальным напряжениям определяется по формуле:  $W_x \geq \frac{|M_{из}^{max}|}{[\sigma]_{из}}$ .

### Пример решения задачи

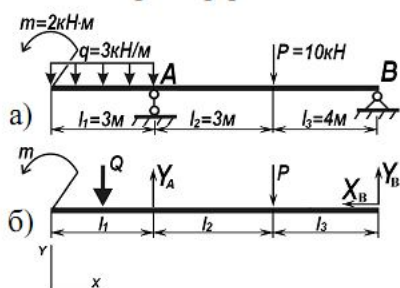


Рис. 5.1

Дано: на двухопорную балку (рис. 5.1, а) действуют поперечные силы и изгибающие моменты:  $m = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $P = 10 \text{ кН}$ ;  $q = 3 \text{ кН/м}$ ;  $l_1 = l_2 = 3 \text{ м}$ ;  $l_3 = 4 \text{ м}$ . Балка изготовлена из стали:  $[\sigma]_{из} = 120 \text{ МПа}$ .

Найти:

- а) величину внутренней поперечной силы  $Q$  по участкам балки;
- б) величину внутреннего изгибающего момента  $M_{из}$  по участкам балки;
- в) подобрать размеры профиля балки из условия прочности по нормальным напряжениям.

Решение:

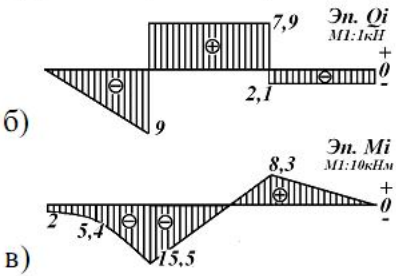
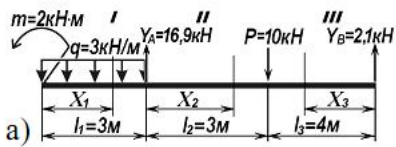


Рис. 5.2

1. Определяем величину и направление опорных реакций балки.

Заменяем реакции реакциями связей (Рис 5.1, б).

Приводим распределенную нагрузку к сосредоточенной силе:

$$Q = q \cdot l_1 = 3 \cdot 3 = 9 \text{ кН.}$$

Составляем уравнения равновесия и определяем неизвестные опорные реакции.

$$\begin{cases} \sum X_i = -X_B = 0 \\ \sum Y_i = -Q - P + Y_A + Y_B = 0 \\ \sum M_B = m + Q \cdot (l_1 / 2 + l_2 + l_3) - Y_A \cdot (l_2 + l_3) + P \cdot l_3 = 0 \end{cases}$$

$$X_B = 0;$$

$$Y_A = \frac{m + Q \cdot (l_1 / 2 + l_2 + l_3) + P \cdot l_3}{l_2 + l_3} = \frac{2 + 9 \cdot 8,5 + 10 \cdot 4}{7} = 16,93 \text{ кН;}$$

$$Y_B = Q + P - Y_A = 9 + 10 - 16,93 = 2,07 \text{ кН.}$$

*Проверка:* составляем дополнительное уравнение равновесия моментов относительно точки А:

$$\sum M_A = m + Q \cdot (l_1 / 2) - P \cdot l_2 + Y_B \cdot (l_2 + l_3) = 2 + 9 \cdot 1,5 - 10 \cdot 3 + 2,07 \cdot 7 \approx 0.$$

$$\underline{Y_A = 16,9 \text{ кН;}} \quad \underline{Y_B = 2,1 \text{ кН.}}$$

2. Определяем величину внутренней поперечной силы  $Q$  по участкам балки методом сечений.

Разбиваем балку на участки. Границы участков – точки приложения сосредоточенных сил и пар сил, начало и конец распределенной нагрузки.

Рассматриваемая балка имеет 3 участка.

Определяем значение  $Q$  на каждом участке.

I участок:  $0 \leq x_1 \leq l_1$ . Составим уравнение проекций всех сил, расположенных слева от сечения на ось  $y$  с учетом правила знаков:  $Q(x_1) = -q \cdot x_1$ .

Величина  $Q$  линейно зависит от величины координаты  $x_1$ . Очевидно, что эпюра  $Q(x_1)$  будет представлять прямую, наклонную к оси  $x$ . Для построения эпюры поперечной силы на I-ом участке достаточно определить значения силы  $Q$  в начале и в конце участка:

$$\text{при } x_1 = 0 \quad Q(0) = -q \cdot 0 = 0;$$

$$\text{при } x_1 = l_1 \quad Q(l_1) = -q \cdot l_1 = -3 \cdot 3 = -9 \text{ кН.}$$

Если эпюра  $Q$  пересекает ось  $x$  в некоторой точке  $K$ , необходимо найти значение  $x_K$  из уравнения  $Q(x_K) = 0$ , так как оно понадобится в дальнейшем при нахождении значений изгибающих моментов на этом участке.

II участок:  $0 \leq x_2 \leq l_2$ . Составим уравнение проекций всех сил, расположенных слева от сечения на ось  $y$ :  $Q(x_2) = -q \cdot l_1 + Y_A = -3 \cdot 3 + 16,9 = 7,9 \text{ кН.}$

Величина  $Q$  на этом участке не зависит от величины координаты  $x_2$ . Эпюра  $Q(x_2)$  будет представлять прямую, параллельную оси  $x$ .

III участок: для упрощения расчетов рассмотрим правую часть балки  $l_3 \leq x_3 \leq 0$ . Составим уравнение проекций сил, расположенных справа от сечения на ось  $y$ :  $Q(x_3) = -Y_B = -2,1 \text{ кН.}$

Величина  $Q$  на этом участке не зависит от величины координаты  $x_3$ . Эпюра  $Q(x_3)$  будет представлять прямую, параллельную оси  $x$ .

Строим эпюру поперечных сил  $Q(x)$  (рис. 5.2, б).

3. Определяем величину внутреннего изгибающего момента  $M_{из}$  по участкам балки.

I участок:  $0 \leq x_1 \leq l_1$ . Составим уравнение проекций моментов всех сил и пар сил, расположенных слева от сечения на ось  $z$  с учетом правила знаков:  $M_{из}(x_1) = -m - q \cdot x_1 \cdot x_1 / 2$ .

Эпюра  $M_{из}(x_1)$  будет представлять собой параболу. Для построения параболы необходимо определить значения  $M_{из}(x_1)$  в трех точках:

- в начале участка ( $x_1 = 0$ ),

- в конце участка ( $x_1 = l_1$ ),

- в середине участка ( $x_1 = l_1 / 2$ ), если эпюра  $Q(x_1)$  не пересекает ось  $x$  на данном участке, или в точке  $K$  ( $x_1 = x_K$ ), если эпюра  $Q(x_1)$  пересекает ось  $x$  на данном участке в точке  $K$ .

$$\text{при } x_1 = 0 \quad M_{из}(0) = -m - q \cdot 0 = -2,0 \text{ кН}\cdot\text{м;}$$

$$\text{при } x_1 = l_1 \quad M_{из}(l_1) = -m - q \cdot l_1^2 / 2 = -2 - 3 \cdot 3^2 / 2 = -15,5 \text{ кН}\cdot\text{м;}$$

$$\text{при } x_1 = l_1 / 2 \quad M_{из}(l_1 / 2) = -m - q \cdot l_1^2 / 8 = -2 - 3 \cdot 3^2 / 8 = -5,4 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

II участок:  $0 \leq x_2 \leq l_2$ . Составим уравнение проекций моментов всех сил и пар сил, расположенных слева от сечения на ось  $z$ :  $M_{uz}(x_2) = -m - q l_1 \cdot (l_1/2 + x_2) + Y_A \cdot x_2$ .

Величина  $M$  линейно зависит от величины координаты  $x_2$ . Эпюра  $M_{uz}(x_2)$  будет представлять прямую, наклонную к оси  $x$ . Для построения эпюры достаточно определить значения  $M_{uz}(x_2)$  в начале и в конце участка:

$$\text{при } x_2 = 0 \quad M_{uz}(0) = -m - q l_1 \cdot (l_1/2 + 0) + Y_A \cdot 0 = -2 - 3 \cdot 3^2/2 = -15,5 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$\text{при } x_2 = l_2 \quad M_{uz}(l_2) = -m - q l_1 \cdot (l_1/2 + l_2) + Y_A \cdot l_2 = -2 - 3 \cdot 3 \cdot (1,5 + 3) + 16,93 \cdot 3 = 8,3 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

III участок: рассмотрим правую часть балки  $l_3 \leq x_3 \leq 0$ . Составим уравнение проекций моментов всех сил и пар сил, расположенных справа от сечения на ось  $z$ :  $M_{uz}(x_3) = Y_B \cdot x_3$ .

Величина  $M_{uz}$  линейно зависит от величины координаты  $x_3$ . Эпюра  $M_{uz}(x_3)$  будет представлять прямую, наклонную к оси  $x$ .

$$\text{при } x_3 = l_3 \quad M_{uz}(l_3) = Y_B \cdot l_3 = 2,07 \cdot 4 = 8,3 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

$$\text{при } x_3 = 0 \quad M_{uz}(0) = Y_B \cdot 0 = 0 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

Строим эпюру изгибающих моментов  $M_{uz}(x)$  (см. рис. 5.2, в).

4. Определяем размеры сечения балки из условия прочности по нормальным напряжениям:

$$\sigma_{uz}^{max} = \frac{|M_{uz}^{max}|}{W_x} \leq [\sigma]_{uz}.$$

Находим осевой момент сопротивления балки в опасном сечении ( $|M_{uz}^{max}(x)| = 15,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ):

$$W_x^{min} = \frac{|M_{uz}^{max}|}{[\sigma]_{uz}} = \frac{15,5 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^6} = 129,2 \cdot 10^{-6} = 129,2 \text{ см}^3.$$

В соответствии с *ГОСТ 8239-89* и *ГОСТ 8240-97* подбираем номер профиля балки

Двутавр № 18:  $W_x = 143,0 \text{ см}^3$ ;  $A = 23,4 \text{ см}^2$ ;  $J_x = 1290,0 \text{ см}^4$ .

Швеллер № 8а:  $W_x = 132,0 \text{ см}^3$ ;  $A = 22,2 \text{ см}^2$ ;  $J_x = 1190,0 \text{ см}^4$ .

Таблица 5.1

№ варианта	$P, \text{ кН}$	$m, \text{ кН}\cdot\text{м}$	$q, \text{ кН/м}$	$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$l_3, \text{ м}$
1	10	21	28	1,0	2,2	0,5
2	12	23	26	1,1	2,0	0,6
3	14	25	24	1,2	1,8	0,7
4	16	27	22	1,3	1,6	0,8
5	18	29	20	1,4	1,4	0,9
6	20	31	18	1,5	1,2	1,1
7	22	33	16	1,6	1,0	1,2
8	24	35	14	1,7	0,8	1,3
9	26	37	12	1,8	0,6	1,4
10	28	39	10	1,9	0,4	1,5

1-я буква имени	1-я буква фамилии				
	А, Е, Л, Р, Х, Э	Б, Ж, М, С, Ц, Ю	В, З, Н, Т, Ч, Я	Г, И, О, У, Ш	Д, К, П, Ф, Щ
А, Ж, Н, У, Щ					
Б, З, О, Ф, Э					
В, И, П, Х, Ю					
Г, К, Р, Ц, Я					
Д, Л, С, Ч					
Е, М, Т, Ш					

## Задача № 6 Сравнение прочности балок различных сечений. Выбор оптимального сечения

**Задание** Оценить рациональность использования различных профилей для балок, работающих на изгиб. Выбрать наиболее рациональный профиль.

Схему нагружения балки и величину внутренних усилий взять из решения задачи 5. Геометрические характеристики сечений балок различного профиля приведены в Приложении 10.

### Порядок выполнения

- Для балки из задачи 5 подобрать геометрические размеры поперечного сечения, вычислить площадь  $A$  и осевой момент сопротивления  $W_x$ :
  - двутаврового профиля (ГОСТ 8239-89) (см. Приложение 6);
  - швеллера (ГОСТ 8240-97) (см. Приложение 7);
  - круглого профиля ( $d$ ) ( $W_x = \pi d^3 / 32$ );
  - прямоугольного профиля ( $h/b=2$ ) ( $W_x = b \cdot h^2 / 6$ );
  - квадратного профиля ( $a \times a$ ) ( $W_x = a^3 / 6$ ).
- Оценить рациональность подобранных сечений по значению удельного момента сопротивления.
- Сделать вывод (выбрать наиболее рациональное сечение).

### Указания к выполнению

Для оценки рациональности сечений балок по условию прочности при изгибе вводится безразмерная величина, характеризующая отношение прочности балки по нормальным напряжениям

к ее весу – удельный момент сопротивления:  $w = \frac{W_x}{\sqrt{A^3}}$ , где

$W_x$  – момент сопротивления поперечного сечения балки относительно нейтральной оси;  
 $A$  – площадь поперечного сечения балки.

Чем больше значение  $w$ , тем выше рациональность сечения (способность сопротивляться деформации изгиба).

### Пример решения задачи

**Дано:** согласно решению задачи 5,  $W_x^{min} = 129,2 \text{ см}^3$

**Найти:** наиболее рациональное сечение для балки, работающей на изгиб.

**Решение:** 1. Определяем геометрические характеристики сечений

а) двутавр № 18:  $W_x = 143,0 \text{ см}^3$ ;  $A = 23,4 \text{ см}^2$ ;  $J_x = 1290,0 \text{ см}^4$ ;

б) швеллер № 8а:  $W_x = 132,0 \text{ см}^3$ ;  $A = 22,2 \text{ см}^2$ ;  $J_x = 1190,0 \text{ см}^4$ ;

в) круг:  $W_x = \pi \cdot d^3 / 32$ , следовательно  $d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 129,2}{3,14}} = 10,96 \text{ см}$

Округляем, согласно ГОСТ 6636 – 69 (Приложение 2)  $d=11 \text{ см}$ .

$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 11^3}{32} = 130,6 \text{ см}^3$ ;  $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 11^2}{4} = 95 \text{ см}^2$ .

г) прямоугольник ( $h/b=2$ ):  $W_x = b \cdot h^2 / 6 = 2 \cdot b^3 / 3$ ;  $b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot W_x}{2}} = \sqrt[3]{1,5 \cdot 129,2} = 5,8 \text{ см}$ ;

Округляем, согласно ГОСТ 6636 – 69 (Приложение 2)  $b=6,0 \text{ см}$ .

$W_x = b \cdot h^2 / 6 = 2 \cdot 6,0^3 / 3 = 144 \text{ см}^3$ ;  $A = b \cdot h = 2 \cdot b^2 = 2 \cdot 6,0^2 = 72,0 \text{ см}^2$

д) квадрат:  $W_x = a^3 / 6$ ;  $a = \sqrt[3]{6 \cdot W_x} = \sqrt[3]{6 \cdot 129,2} = 9,2 \text{ см}$ ;

Округляем, согласно ГОСТ 6636 – 69 (Приложение 2)  $a=9,5 \text{ см}$ .

$W_x = a^3 / 6 = 9,5^3 / 6 = 142,9 \text{ см}^3$ ;  $A = a^2 = 9,5^2 = 90,3 \text{ см}^2$ .

2. Оцениваем рациональность выбранных сечений  $w = \frac{W_x}{\sqrt{A^3}}$

а) двутавр  $w = \frac{143,0}{\sqrt{23,4^3}} = 1,26$ ; б) швеллер  $w = \frac{132,0}{\sqrt{22,2^3}} = 1,26$ ; в) круг  $w = \frac{130,6}{\sqrt{95^3}} = 0,14$ ;

г) прямоугольник  $w = \frac{144,0}{\sqrt{72,0^3}} = 0,24$ ; д) квадрат  $w = \frac{142,9}{\sqrt{90,3^3}} = 0,17$ .

По степени рациональности сечения соотносятся следующим образом:

швеллер : двутавр : прямоугольник : квадрат : круг = 1,26 : 1,26 : 0,24 : 0,17 : 0,14 = 9 : 9 : 1,7 : 1,2 : 1

**Вывод:** по условию прочности наиболее рациональная форма сечения – швеллер и двутавр, наименее рациональная – круг (примерно в 9 раз).



## Задача № 7 Расчет сжатого стержня на устойчивость

**Задание.** Подобрать размер сечения квадратной деревянной стойки ( $c \times c$ ) из условия устойчивости с использованием коэффициента продольного изгиба  $\varphi$ . Определить величину критической силы  $F_{кр}$  и коэффициент запаса устойчивости  $[n]_y$  выбранной стойки.

Для древесины (сосна, ель вдоль волокна): допускаемое напряжение сжатия  $[\sigma]_c = 10 \text{ МПа}$ ; модуль продольной упругости  $E = 10^4 \text{ МПа}$ , рекомендуемый коэффициент запаса устойчивости  $[n]_y = 3$ .

Схема стойки и данные для расчета приведены в табл. 7.1, 7.2.

### Порядок выполнения

1. Вычертить схему стойки с указанием числовых значений размеров и приложенных сил.
2. Определить размеры поперечного сечения стойки по упрощенной формуле расчета на устойчивость, принимая  $\varphi_1 = 0,5$ .
3. Определить гибкость  $\lambda$  и коэффициент  $\varphi_1'$  принятого сечения.
4. Определить значение  $\varphi_2$  во 2-м приближении, присвоив ему среднее значение между  $\varphi_1$  и  $\varphi_1'$ . Определить размеры поперечного сечения стойки по упрощенной формуле.
5. Повторить действия 3-5. Вычисления необходимо продолжать, пока расхождение между  $\varphi_i$  и  $\varphi_i'$  не станут меньше 5%. Обычно для этого бывает достаточно 2-3 итераций.
6. Уточнить гибкость найденной стойки и по формуле Эйлера или Ясинского определить величину критической силы.
7. Определить коэффициент запаса устойчивости стойки. Сравнить его с рекомендуемым. Сделать вывод.

### Указания к выполнению

Центрально сжатый стержень (стойка) при некотором критическом значении сжимающей нагрузки  $F_{кр}$  может перейти от состояния простого сжатия к состоянию *продольного изгиба* (рис. 7.1). То есть произойдет потеря устойчивости, сопровождающаяся потерей формы стержня и снижением его прочностных характеристик.

Способность стержня сопротивляться потере устойчивости характеризуется

безразмерной величиной – гибкостью:  $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$ , где

$\mu$  – коэффициент приведения длины стержня, зависящий от способа закрепления его концов;

$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}$  – наименьший радиус инерции поперечного сечения стержня;

$J_{\min}$  – наименьший осевой момент инерции поперечного сечения стержня (см. Приложение 10);  
 $A$  – площадь поперечного сечения стержня.

Если гибкость стержня  $\lambda \geq \lambda_{\text{пред}}$ , критическую силу вычисляют по формуле Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot l)^2} = A \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}.$$

Если гибкость стержня  $\lambda_{\text{пред}} > \lambda \geq \lambda_0$ , критическую силу вычисляют по эмпирической формуле Ясинского:  $F_{кр} = A \cdot \sigma_{кр} = A \cdot (a - b \cdot \lambda)$ .

$\lambda_0$ ,  $\lambda_{\text{пред}}$ ,  $a$ ,  $b$  – являются справочными величинами, зависящими от материала стержня (см. Приложение 9).

Если гибкость стержня  $\lambda < \lambda_0$ , стержень рассчитывают на прочность без учета опасности потери устойчивости, то есть производят расчет на простое сжатие по формуле:  $F_{кр} = A \cdot \sigma_T$ .

При практических расчетах на устойчивость пользуются, как правило, упрощенной формулой, заменяя расчет на продольный изгиб расчетом на сжатие по пониженным допускаемым

напряжениям:  $\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi \cdot [\sigma]_{\text{сж}}$ , где

$[\sigma]_{\text{сж}}$  – допускаемые напряжения на сжатие;

$\varphi$  – коэффициент снижения допускаемых напряжений (коэффициент продольного изгиба). Зависит от материала и гибкости стержня. Является справочной величиной (см. Приложение 8).

Определение размеров поперечного сечения сжатого стержня из условия устойчивости является статически неопределимой задачей, поэтому она решается методом последовательных

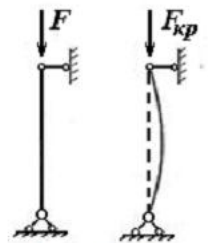


Рис. 7.1

приближений. Задача считается решенной, если перегруз не превышает 5%, а недогруз 15% от допускаемой нагрузки:  $-5\% \leq \Delta\sigma_i \leq 15\%$ .

$$\Delta\sigma_i = \frac{[\sigma]_y - |\sigma_i|}{[\sigma]_y} \cdot 100\% , \quad \text{где}$$

$\sigma_i = \frac{F}{A_i}$  – напряжения в стержне, найденные на  $i$ -ом шаге приближения;

$A_i$  – площадь сечения стержня на  $i$ -ом шаге приближения;

$[\sigma]_y = \frac{\sigma_{кр}}{[n]_y}$  – допускаемые напряжения материала стержня при расчете на устойчивость;

$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A_i}$  – критическое напряжение для стержня.

На практике вычисления прекращают при выполнении условия:  $\Delta\varphi_i = \frac{|\varphi_i - \varphi'_i|}{\varphi'_i} \cdot 100\% \leq 5\%$ ,

где  $\varphi_i$  и  $\varphi'_i$  – значения коэффициента продольного изгиба в начале и конце последнего приближения.

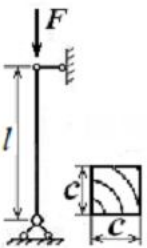


Рис. 7.2

### Пример решения задачи 7

Дано: деревянная стойка длиной  $l=1$  м (рис. 7.2) находится под действием сжимающей силы  $F = 10$  кН. Допускаемые напряжения материала стойки  $[\sigma]_c = 20$  МПа.

Найти: а) размеры квадратного сечения стойки ( $c \times c$ );  
 б) величину критической силы  $F_{кр}$ ;  
 в) коэффициент запаса устойчивости  $n_y$ .

Решение:

1. Согласно табл. 7.2, коэффициент приведения длины стойки  $\mu=1$ .

а) Принимая  $\varphi_1 = 0,5$ , находим размеры поперечного сечения стойки по упрощенной формуле расчета на устойчивость:  $A_1 = \frac{F}{\varphi_1 \cdot [\sigma]_c} = \frac{10 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 20 \cdot 10^6} = 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \Rightarrow c_1 = \sqrt{A_1} = 3,16 \cdot 10^{-2} \approx 32 \text{ мм}$ .

Определяем гибкость стойки:  $\lambda_1 = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}} = \frac{1 \cdot 1}{\frac{c_1}{\sqrt{12}}} = \frac{3,46}{32 \cdot 10^{-3}} = 108$  где

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{c^4}{12 \cdot c^2}} = \frac{c}{\sqrt{12}} \quad (\text{согласно Приложению 10, для квадратного сечения } I_x = I_y = \frac{c^4}{12}).$$

Определяем коэффициент продольного изгиба  $\varphi'_i$  методом линейной интерполяции (см. Приложение 8):

$$\begin{aligned} \text{при } \lambda = 100 \quad \varphi &= 0,31; \\ \text{при } \lambda = 110 \quad \varphi &= 0,25; \\ \text{при } \lambda = 108 \quad \varphi'_1 &= 0,31 - \frac{0,31 - 0,25}{110 - 100} \cdot 8 = 0,262. \end{aligned}$$

Коэффициент  $\varphi_1$  расходится с  $\varphi'_1$  более чем на 5%.

б) Делаем 2-е приближение, принимая  $\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2} = \frac{0,5 + 0,262}{2} = 0,381$ .

$$A_2 = \frac{F}{\varphi_2 \cdot [\sigma]_c} = \frac{10 \cdot 10^3}{0,381 \cdot 20 \cdot 10^6} = 13,12 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \Rightarrow c_2 = \sqrt{A_2} = 3,62 \cdot 10^{-2} \approx 36 \text{ мм}.$$

Гибкость стойки:  $\lambda_2 = \frac{3,46}{c_2} = \frac{3,46}{36 \cdot 10^{-3}} = 96$ .

Определяем коэффициент продольного изгиба:

$$\begin{aligned} \text{при } \lambda = 90 \quad \varphi &= 0,38; \\ \text{при } \lambda = 100 \quad \varphi &= 0,31; \\ \text{при } \lambda = 96 \quad \varphi'_2 &= 0,38 - \frac{0,38 - 0,31}{100 - 90} \cdot 6 = 0,338. \end{aligned}$$

Коэффициент  $\varphi_2$  расходится с  $\varphi'_2$  более чем на 5%:

$$\Delta\varphi_2 = \frac{|\varphi_2 - \varphi_2'|}{\varphi_2'} \cdot 100\% = \frac{|0,381 - 0,338|}{0,338} \cdot 100\% = 12,7\% > 5\%$$

в) Делаем 3-е приближение, принимая  $\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_2'}{2} = \frac{0,381 + 0,338}{2} = 0,36$ .

$$A_3 = \frac{F}{\varphi_3 \cdot [\sigma]_c} = \frac{10 \cdot 10^3}{0,36 \cdot 20 \cdot 10^6} = 13,89 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \Rightarrow c_3 = \sqrt{A_3} = 3,73 \cdot 10^{-2} \approx 37 \text{ мм.}$$

Гибкость стойки:  $\lambda_3 = \frac{3,46}{c_3} = \frac{3,46}{37 \cdot 10^{-3}} = 93,5$ .

Определяем коэффициент продольного изгиба:  $\varphi_3' = 0,38 - \frac{0,38 - 0,31}{100 - 90} \cdot 3,5 = 0,356$ .

Коэффициент  $\varphi_3$  расходится с  $\varphi_3'$  менее чем на 5%:

$$\Delta\varphi_3 = \frac{|\varphi_3 - \varphi_3'|}{\varphi_3'} \cdot 100\% = \frac{|0,36 - 0,356|}{0,356} \cdot 100\% = 1,1\% < 5\%.$$

Заданным значениям соответствует брус сечением  $37 \times 37$  мм.

2. Определяем критическую силу.

Согласно Приложению 9, расчетные данные для древесины (сосна, ель):

$$a = 29,3 \text{ МПа}; \quad b = 0,19 \text{ МПа}; \quad \lambda_{пред} = 59.$$

$$\lambda_3 = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}} = \frac{l \cdot l}{c_1} \cdot \sqrt{12} = \frac{3,46}{37 \cdot 10^{-3}} = 93,5 > \lambda_{пред} = 59, \text{ значит, гибкость стойки находится в границах}$$

применимости формулы Эйлера:  $F_{кр} = A \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} = \frac{(37 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 3,14^2 \cdot 10^{10}}{(93,5)^2} = 15,4 \cdot 10^3 = 15,4 \text{ кН.}$

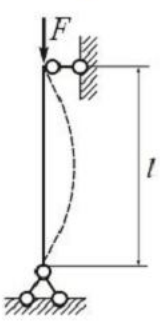
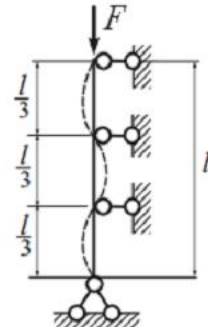
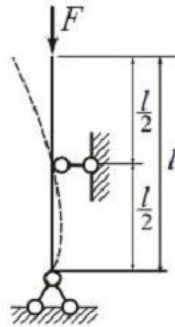

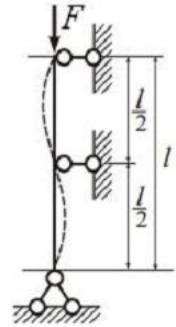

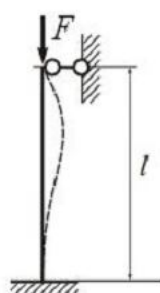
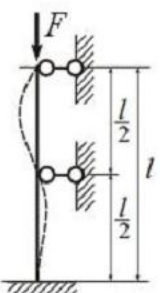
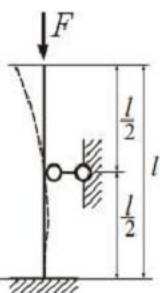
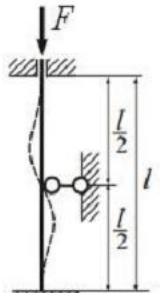
3. Определяем коэффициент запаса устойчивости  $n_y = \frac{F_{кр}}{F} = \frac{15,4}{10} = 1,5 < [n]_y = 3$ .

Коэффициент запаса устойчивости меньше рекомендуемого для древесины. Размер поперечного сечения стойки желательно увеличить.

Ответ: поперечный размер стойки  $37 \times 37$  мм. Потеря устойчивости произойдет при  $F_{кр} = 15,4$  кН. Запас устойчивости  $n_y = 1,5$ .

Таблица 7.1

1-я буква имени	Параметры стойки	1-я буква фамилии				
		А, Е, Л, Р, Х, Э	Б, Ж, М, С, Ц, Ю	В, З, Н, Т, Ч, Я	Г, И, О, У, Ш	Д, К, П, Ф, Щ
А, Ж, Н, У, Щ	$F$ , кН	5	10	15	20	25
	$l$ , м	3,0	2,8	2,6	2,4	2,2
Б, З, О, Ф, Э	$F$ , кН	30	6	40	45	50
	$l$ , м	2,0	8,0	3,6	3,4	3,2
В, И, П, Х, Ю	$F$ , кН	34	26	46	38	28
	$l$ , м	6,0	5,6	5,2	4,8	4,4
Г, К, Р, Ц, Я	$F$ , кН	4	35	8	16	24
	$l$ , м	7,6	3,8	7,0	6,6	6,2
Д, Л, С, Ч	$F$ , кН	36	42	44	32	48
	$l$ , м	5,8	5,4	5,0	4,6	4,2
Е, М, Т, Ш	$F$ , кН	2	12	22	14	18
	$l$ , м	7,8	7,4	7,2	6,8	6,4

Значения коэффициента $\mu$				
№ варианта				
1	2	3	4	5
				
$\mu = 1$	$\mu = 0,33$	$\mu = 1,35$	$\mu = 0,5$	$\mu = 0,5$
№ варианта				
6	7	8	9	10
				
$\mu = 2$	$\mu = 0,7$	$\mu = 0,44$	$\mu = 1,26$	$\mu = 0,35$

**Приложение 1 Физико-механические свойства некоторых материалов**

Материал	Временное сопротивление $\sigma_B$ , МПа	Предел текучести $\sigma_T$ , МПа	Предел выносливости $\sigma_{-1}$ , МПа	Допускаемые напряжения на срез $[\tau]_{ср,з}$ , МПа	Допускаемые напряжения на смятие $[\sigma]_{см,з}$ , МПа	Модуль упругости $E \cdot 10^{-5}$ , МПа	Коэффициент Пуассона $\mu$
Сталь: Ст2	330	195	120...160	(0,3...0,4)· $\sigma_T$	0,5· $\sigma_B$	2,0	0,3
Ст3	380	200	120...160				
Ст4	410	235	120...160				
Ст5	490	255	120...160				
10	340	210	120...160				
20	420	240	120...160				
25	460	280	–				
30	500	300	170...210				
35	540	320	170...220				
40	580	340	180...240				
45	610	360	190...250				
50	640	380	200...260				
55	660	390	216				
60	690	410	220...280				
09Г2	440	305	235				
10Г2С1	490	355	230				
10ХНДП	470	345	284				
10ХСНД	530	390	284				
14Г2	460	335	295				
14ХГС	580	420	–				
15ХСНД	490	345	304				
17Г1С	530	320	–				
Чугун: Сч15	150 / 650	–	–	53	120	0,8...1,5	0,23...0,27
Сч35	340 / 1100	–	–	90	180	1,3...1,5	
Латунь Л68	320	90	120			1,1	0,32...0,34
Бронза: БрОЦС5-5-5	200	40...50	–			1,0	0,33
БрАЖ9-4	550	200	–			1,0...1,1	

Примечание. После косой черты для хрупких материалов указан предел прочности при сжатии

**Приложение 2 Нормальные линейные размеры. ГОСТ 6636 – 69 (фрагмент\*)**

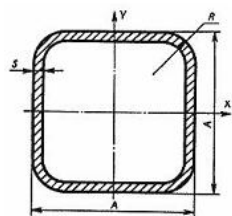
Ra 20	Ra 40	Ra 20	Ra 40	Ra 20	Ra 40	Ra 20	Ra 40	Ra 20	Ra 40
1,0	1,00	4,0	4,00	16,0	16,0	63	63	250	250
	1,05		4,20		17,0		67		260
1,1	1,10	4,5	4,50	18,0	18,0	71	71	280	280
	1,15		4,80		19,0		75		300
1,2	1,20	5,0	5,00	20,0	20,0	80	80	320	320
	1,30		5,30		21,0		85		340
1,4	1,40	5,6	5,6	22,0	22,0	90	90	360	360
	1,50		6,0		24,0		95		380
1,6	1,60	6,3	6,3	25,0	25,0	100	100	400	400
	1,70		6,7		26,0		105		420
1,8	1,80	7,1	7,1	28,0	28,0	110	110	450	450
	1,90		7,5		30,0		120		580
2,0	2,00	8,0	8,0	32	32	125	125	500	500
	2,10		8,5		34		130		530
2,2	2,20	9,0	9,0	36	36	140	140	560	560
	2,40		9,5		38		150		600
2,5	2,50	10,0	10,0	40	40	160	160	630	630
	2,60		10,5		42		170		670
2,8	2,80	11,0	11,0	45	45	180	180	710	710
	3,00		11,5		48		190		750
3,2	3,20	12,0	12,0	50	50	200	200	800	800
	3,40		13,0		53		210		850
3,6	3,60	14,0	14,0	56	56	220	220	900	900
	3,80		15,0		60		240		950

Примечание. Из установленных стандартом рядов (Ra5, Ra10, Ra20, Ra40) приведены ряды Ra20, Ra40 с более мелкой градацией

Приложение 3. Трубы стальные электросварные прямошовные (в соответствии с ГОСТ 10704-91)

Наружный диаметр $D$ , мм	Площадь труб $A$ , см <sup>2</sup> , при толщине стенки $b$ , мм																	
	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,5	2,8	3	3,2	3,5	3,8	4	4,5	5	5,5	
10	0,28	0,33																
10,2	0,29	0,34																
12	0,35	0,41	0,47	0,52														
13	0,38	0,44	0,51	0,57														
14	0,41	0,48	0,55	0,62														
16	0,47	0,56	0,64	0,72														
18	0,53	0,63	0,73	0,82	0,92													
19	0,57	0,67	0,77	0,87	0,97	1,07												
20	0,60	0,71	0,82	0,92	1,03	1,13												
21,3	0,64	0,76	0,87	0,99	1,10	1,21												
22	0,66	0,78	0,91	1,02	1,14	1,26												
24	0,72	0,86	0,99	1,13	1,25	1,38	1,51	1,69										
25	0,75	0,90	1,04	1,18	1,31	1,44	1,58	1,77										
26	0,79	0,93	1,08	1,23	1,37	1,51	1,64	1,84										
27	0,82	0,97	1,13	1,28	1,42	1,57	1,71	1,92										
28	0,85	1,01	1,17	1,33	1,48	1,63	1,78	2,00										
30	0,91	1,09	1,26	1,43	1,59	1,76	1,92	2,16										
32	0,97	1,16	1,35	1,53	1,71	1,88	2,06	2,32	2,57	2,73								
33	1,00	1,20	1,39	1,58	1,76	1,95	2,13	2,39	2,66	2,83								
33,7		1,22	1,42	1,61	1,80	1,99	2,18	2,45	2,72	2,89								
35		1,27	1,48	1,68	1,88	2,07	2,27	2,55	2,83	3,01								
36		1,31	1,52	1,73	1,93	2,14	2,33	2,63	2,92	3,11								
38		1,39	1,61	1,83	2,05	2,26	2,47	2,79	3,09	3,30								
40		1,46	1,70	1,93	2,16	2,39	2,61	2,94	3,27	3,49								
42		1,54	1,78	2,03	2,27	2,51	2,75	3,10	3,45	3,67								
44,5		1,63	1,89	2,16	2,41	2,67	2,92	3,30	3,67	3,91								
45		1,65	1,92	2,18	2,44	2,70	2,96	3,34	3,71	3,96								
48			2,05	2,33	2,61	2,89	3,16	3,57	3,97	4,24	4,50	4,89						
48,3			2,06	2,35	2,63	2,91	3,18	3,60	4,00	4,27	4,53	4,92						
51			2,18	2,48	2,78	3,08	3,37	3,81	4,24	4,52	4,80	5,22						
53			2,27	2,58	2,89	3,20	3,51	3,96	4,41	4,71	5,00	5,44						
54			2,31	2,63	2,95	3,27	3,58	4,04	4,50	4,80	5,10	5,55						
57			2,44	2,78	3,12	3,45	3,79	4,28	4,77	5,09	5,41	5,88						
60			2,58	2,93	3,29	3,64	3,99	4,51	5,03	5,37	5,71	6,21	6,71					
63,5			2,73	3,11	3,49	3,86	4,23	4,79	5,34	5,70	6,06	6,59	7,12					
70			3,02	3,44	3,85	4,27	4,68	5,30	5,91	6,31	6,71	7,31	7,90	8,29				
73			3,15	3,59	4,02	4,46	4,89	5,53	6,17	6,59	7,01	7,64	8,26	8,67				
76			3,28	3,74	4,19	4,65	5,10	5,77	6,44	6,88	7,31	7,97	8,61	9,04	10,10	11,15	12,18	
88				4,34	4,87	5,40	5,93	6,71	7,49	8,01	8,52	9,29	10,05	10,55	11,80	13,03	14,25	
89				4,39	4,93	5,46	6,00	6,79	7,58	8,10	8,62	9,40	10,17	10,68	11,94	13,19	14,42	
102					5,66	6,28	6,89	7,81	8,72	9,33	9,93	10,83	11,72	12,31	13,78	15,23	16,67	
108					6,00	6,66	7,31	8,28	9,25	9,89	10,53	11,48	12,43	13,06	14,62	16,17	17,70	
114					6,34	7,03	7,72	8,75	9,78	10,46	11,13	12,14	13,15	13,82	15,47	17,11	18,74	
127					7,08	7,85	8,62	9,77	10,92	11,68	12,44	13,57	14,70	15,45	17,31	19,15	20,98	
133					7,42	8,23	9,04	10,24	11,45	12,25	13,04	14,23	15,42	16,20	18,16	20,10	22,02	
140					7,81	8,67	9,52	10,79	12,06	12,91	13,75	15,00	16,25	17,08	19,15	21,20	23,23	
152					8,49	9,42	10,35	11,74	13,12	14,04	14,95	16,32	17,68	18,59	20,84	23,08	25,30	
159					8,88	9,86	10,83	12,29	13,73	14,70	15,65	17,09	18,52	19,47	21,83	24,18	26,51	
168					9,39	10,42	11,45	12,99	14,52	15,54	16,56	18,08	19,59	20,60	23,10	25,59	28,06	
177,8					9,95	11,04	12,13	13,76	15,39	16,47	17,54	19,16	20,76	21,83	24,49	27,13	29,76	
193,7						12,04	13,23	15,01	16,78	17,96	19,14	20,90	22,66	23,83	26,73	29,63	32,50	
219								17,00	19,01	20,35	21,68	23,68	25,68	27,00	30,31	33,60	36,87	
244,5										22,75	24,25	26,49	28,72	30,21	33,91	37,60	41,28	
273													29,62	32,12	33,79	37,94	42,08	46,20
325															40,32	45,29	50,24	55,18
355,6															44,16	49,61	55,04	60,46
377															46,85	52,63	58,40	64,16
406,4															50,54	56,79	63,02	69,24
426															53,00	59,56	66,10	72,62
530																	82,43	90,58

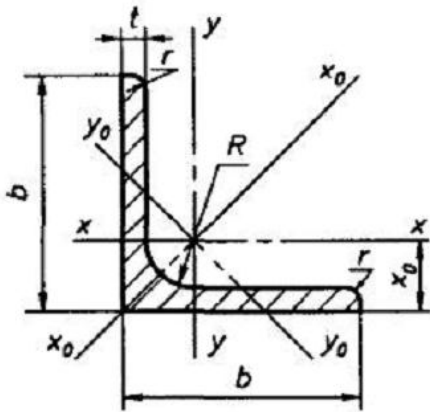
Приложение 4 Трубы стальные квадратные. ГОСТ 8639-82 (фрагмент)



$$I_x = I_y$$

$$W_x = W_y$$

Наружный размер A, мм	Толщина стенки S, мм	Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м, кг	Момент инерции, см <sup>4</sup>	Момент сопротив-ления, см <sup>3</sup>	Наружный размер A, мм	Толщина стенки S, мм	Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м, кг	Момент инерции, см <sup>4</sup>	Момент сопротив-ления, см <sup>3</sup>	Наружный размер A, мм	Толщина стенки S, мм	Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м, кг	Момент инерции, см <sup>4</sup>	Момент сопротив-ления, см <sup>3</sup>	
10	0,8	0,283	0,222	0,039	0,079	35	4,0	4,68	3,67	7,30	4,17	70	6,0	14,74	11,57	98,69	28,20	
	0,9	0,314	0,246	0,042	0,85		5,0	5,57	4,37	8,05	4,60		7,0	16,80	13,19	108,56	31,02	
	1,0	0,343	0,269	0,045	0,090		40	1,4	2,13	1,67	5,24		2,62	8,0	18,74	14,71	116,81	33,37
	1,2	0,398	0,312	0,050	0,100			1,5	2,27	1,78	5,57		2,78	3,0	9,09	7,13	89,05	22,26
	1,4	0,448	0,352	0,053	0,107			2,0	2,97	2,33	7,07		3,53	80	3,5	10,50	8,24	101,44
15	0,8	0,443	0,348	0,147	0,196	2,5	3,64	2,85	8,42	4,21	4,0	11,88	9,33		113,17	28,29		
	0,9	0,494	0,388	0,161	0,215	3,0	4,28	3,36	9,61	4,81	5,0	14,57	11,44		134,73	33,68		
	1,0	0,543	0,426	0,176	0,233	3,5	4,90	3,85	10,66	5,33	6,0	17,14	13,46		153,84	38,46		
	1,2	0,638	0,501	0,199	0,265	4,0	5,48	4,30	11,57	5,79	7,0	19,60	15,38		170,63	42,66		
	1,4	0,728	0,571	0,220	0,293	5,0	6,57	5,16	13,01	6,50	8,0	21,94	17,22	185,20	46,30			
	1,5	0,771	0,605	0,229	0,305	6,0	7,54	5,92	13,96	6,98	9,0	24,17	18,97	197,66	49,41			
20	0,8	0,603	0,474	0,368	0,368	42	3,0	4,52	3,55	11,30	5,38	90	10,0	26,28	20,63	208,10	52,03	
	0,9	0,674	0,529	0,406	0,406		3,5	5,18	4,07	12,56	5,98		11,0	28,28	22,20	216,64	54,16	
	1,0	0,743	0,583	0,442	0,442		4,0	5,80	4,56	13,67	6,51		3,0	10,28	8,07	128,82	28,63	
	1,2	0,878	0,689	0,510	0,510		5,0	6,97	5,47	15,45	7,36		4,0	13,48	10,59	164,63	36,58	
	1,4	1,01	0,791	0,572	0,572		6,0	8,02	6,30	16,69	7,95		5,0	16,57	13,00	197,12	43,80	
	1,5	1,071	0,841	0,600	0,600	45	2,0	3,37	2,65	10,29	4,57	6,0	19,54	15,34	226,44	50,32		
2,0	1,37	1,075	0,723	0,723	3,0		4,88	3,83	14,15	6,29	7,0	22,40	17,58	252,71	56,16			
25	0,8	0,763	0,599	0,740	0,592	50	3,5	5,60	4,40	15,79	7,02	100	8,0	25,14	19,73	276,08	61,35	
	0,9	0,854	0,670	0,820	0,656		4,0	6,28	4,93	17,25	7,67		3,0	11,48	9,02	178,95	35,79	
	1,0	0,943	0,740	0,897	0,718		5,0	7,57	5,94	19,66	8,38		4,0	15,08	11,84	229,71	45,94	
	1,2	1,12	0,878	1,04	0,835		6,0	8,74	6,86	21,42	9,52		5,0	18,57	14,58	276,30	55,26	
	1,4	1,29	1,01	1,18	0,945		7,0	9,80	7,69	22,60	10,04		6,0	21,94	17,22	318,89	63,78	
	1,5	1,37	1,07	1,24	0,996		8,0	10,74	8,43	23,23	10,33		7,0	25,20	19,78	357,62	71,52	
	2,0	1,77	1,39	1,53	1,22		50	2,0	3,77	2,96	14,36		5,74	8,0	28,34	22,25	392,65	78,53
	2,5	2,14	1,68	1,77	1,41			2,5	4,64	3,64	17,27		6,91	9,0	31,37	24,62	424,11	84,82
3,0	2,48	1,95	1,95	1,56	3,0	5,48		4,31	19,93	7,97	110	6,0	24,34	19,11	433,59	78,83		
30	0,8	0,923	0,725	1,30	0,870	3,5	6,30	4,94	22,35	8,94		7,0	28,00	21,98	488,14	88,75		
	0,9	1,03	0,811	1,45	0,966	4,0	7,08	5,56	24,54	9,82		8,0	31,54	24,76	538,11	97,84		
	1,0	1,14	0,897	1,59	1,06	4,5	7,84	6,16	26,51	10,60		9,0	34,97	27,45	583,63	106,11		
	1,2	1,36	1,07	1,86	1,24	5,0	8,57	6,73	28,26	11,30		120	6,0	26,74	20,99	572,94	95,49	
	1,3	1,46	1,15	1,99	1,33	6,0	9,94	7,80	31,15	12,46	7,0		30,80	24,18	647,09	107,85		
	1,4	1,57	1,23	2,12	1,41	7,0	11,20	8,79	33,28	13,31	8,0		34,74	27,27	715,66	119,28		
	1,5	1,67	1,31	2,24	1,49	60	8,0	12,34	9,69	34,70	13,88	140	9,0	38,57	30,28	778,82	129,80	
	2,0	2,17	1,70	2,79	1,86		2,0	4,57	3,59	25,45	8,48		6,0	31,54	24,76	935,19	133,60	
2,5	2,64	2,07	3,27	2,18	2,5		5,64	4,43	30,81	10,27	7,0		36,40	28,57	1061,44	151,63		
3,0	3,08	2,42	3,66	2,44	3,0		6,69	5,25	35,81	11,94	8,0		41,14	32,29	1179,83	168,55		
3,5	3,50	2,75	3,98	2,65	3,5		7,70	6,04	40,44	13,48	9,0		45,77	35,93	1290,58	184,37		
4,0	3,88	3,04	4,23	2,82	4,0		8,68	6,82	44,73	14,91	150		7,0	39,20	30,77	1322,44	176,32	
35	0,8	1,083	0,850	2,10	1,20	5,0	10,57	8,30	52,30	17,43		8,0	44,34	34,81	1472,85	196,38		
	0,9	1,21	0,953	2,34	1,34	6,0	12,34	9,69	58,60	19,53		9,0	49,37	38,75	1614,37	215,25		
	1,4	1,85	1,45	3,45	1,97	7,0	14,00	11,00	63,71	21,24		10,0	54,28	42,61	1747,21	232,96		
	1,5	1,97	1,55	3,65	2,09	8,0	15,54	12,20	67,71	22,57		180	8,0	53,94	42,34	2634,06	292,67	
	2,0	2,57	2,02	4,61	2,63	70	3,0	7,88	6,19	58,45	16,70		9,0	60,17	47,23	2900,49	322,28	
	2,5	3,14	2,46	5,44	3,11		3,5	9,10	7,14	66,34	18,95		10,0	66,28	52,03	3153,95	350,44	
	3,0	3,68	2,89	6,17	3,52		4,0	10,28	8,07	73,74	21,07	12,0	78,17	61,36	3623,01	402,56		
	3,5	4,20	3,30	6,78	3,88		5,0	12,57	9,87	87,12	24,89	14,0	89,59	70,33	4043,41	449,27		



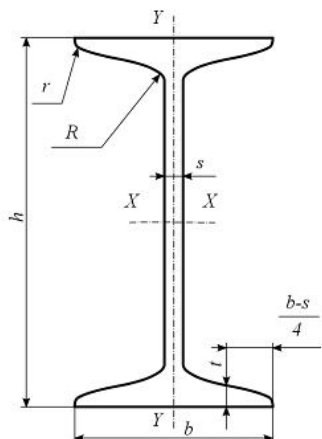
### Приложение 5 Уголки стальные горячекатаные равнополочные. ГОСТ 8509-93 (фрагмент)

- $b$  - ширина полки;
- $t$  - толщина полки;
- $R$  - радиус внутреннего закругления;
- $r$  - радиус закругления полки;
- $F$  - площадь поперечного сечения;
- $I$  - момент инерции;
- $x_0$  - расстояние от центра тяжести до наружной грани полки;
- $I_{xy}$  - центробежный момент инерции;
- $i$  - радиус инерции.

Номер уголка	$b$	$t$	$R$	$r$	$F, \text{см}^2$	Справочные значения величин для осей										Масса 1 м, кг
						$x - x'$			$x_0 - x_0'$		$y_0 - y_0'$			$I_{xy}, \text{см}^4$	$x_0, \text{см}$	
						$I_x, \text{см}^4$	$W_x, \text{см}^3$	$i_x, \text{см}$	$I_{x_0}, \text{см}^4$	$i_{x_0}, \text{см}$	$I_{y_0}, \text{см}^4$	$W_{y_0}, \text{см}^3$	$i_{y_0}, \text{см}$			
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,23	0,60	0,89
2,5	25	3	3,5	1,2	1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,47	0,73	1,12
2,8	28	3	4,0	1,3	1,62	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,68	0,80	1,27
3	30	3	4,0	1,3	1,74	1,45	0,67	0,91	2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85	0,85	1,36
		4	4,0	1,3	2,27	1,84	0,87	0,90	2,92	1,13	0,77	0,61	0,58	1,08	0,89	1,78
3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	1,77	0,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,59	0,63	1,03	0,89	1,46
		4	4,5	1,5	2,43	2,26	1,00	0,96	3,58	1,21	0,94	0,71	0,62	1,32	0,94	1,91
3,5	35	3	4,5	1,5	2,04	2,35	0,93	1,07	3,72	1,35	0,97	0,71	0,69	1,37	0,97	1,60
		5	4,5	1,5	3,28	3,61	1,47	1,05	5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	2,10	1,05	2,58
4	40	3	5,0	1,7	2,35	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	2,08	1,09	1,85
		4	5,0	1,7	3,08	4,58	1,60	1,22	7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	2,68	1,13	2,42
		5	5,0	1,7	3,79	5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	3,22	1,17	2,98
4,5	45	3	5,0	1,7	2,65	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	3,00	1,21	2,08
		4	5,0	1,7	3,48	6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	3,89	1,26	2,73
		5	5,0	1,7	4,29	8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	4,71	1,30	3,37
5	50	3	5,5	1,8	2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	4,16	1,33	2,32
		4	5,5	1,8	3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	5,42	1,38	3,05
		6	5,5	1,8	5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	7,65	1,46	4,47
5,6	56	4	6,0	2,0	4,38	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	7,69	1,52	3,44
		5	6,0	2,0	5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	9,41	1,57	4,25
6,3	63	4	7,0	2,3	4,96	18,86	4,09	1,95	29,90	2,45	7,81	3,26	1,25	11,00	1,69	3,90
		5	7,0	2,3	6,13	23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	13,70	1,74	4,81
		6	7,0	2,3	7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	15,90	1,78	5,72
7	70	4,5	8,0	2,7	6,20	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	17,00	1,88	4,87
		5	8,0	2,7	6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	18,70	1,90	5,38
		6	8,0	2,7	8,15	37,58	7,43	2,15	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	22,10	1,94	6,39
7,5	75	5	9,0	3,0	7,39	39,53	7,21	2,31	62,65	2,91	16,41	5,74	1,49	23,10	2,02	5,80
		7	9,0	3,0	10,15	53,34	9,89	2,29	84,61	2,89	22,07	7,43	1,47	31,20	2,10	7,96
		8	9,0	3,0	11,50	59,84	11,18	2,28	94,89	2,87	24,80	8,16	1,47	35,00	2,15	9,02
8	80	5,5	9,0	3,0	8,63	52,68	9,03	2,47	83,56	3,11	21,80	7,10	1,59	30,90	2,17	6,78
		6	9,0	3,0	9,38	56,97	9,80	2,47	90,40	3,11	23,54	7,60	1,58	33,40	2,19	7,36
		7	9,0	3,0	10,85	65,31	11,32	2,45	103,60	3,09	26,97	8,55	1,58	38,30	2,23	8,51
		8	9,0	3,0	12,30	73,36	12,80	2,44	116,39	3,08	30,32	9,44	1,57	43,00	2,27	9,65
9	90	6	10,0	3,3	10,61	82,10	12,49	2,78	130,00	3,50	33,97	9,88	1,79	48,10	2,43	8,33
		8	10,0	3,3	13,93	106,11	16,36	2,76	168,42	3,48	43,80	12,34	1,77	62,30	2,51	10,93
		9	10,0	3,3	15,60	118,00	18,29	2,75	186,00	3,46	48,60	13,48	1,77	68,00	2,55	12,20
10	100	6,5	12,0	4,0	12,82	122,10	16,69	3,09	193,46	3,89	50,73	13,38	1,99	71,40	2,68	10,06
		10	12,0	4,0	19,24	178,95	24,97	3,05	283,83	3,84	74,08	18,51	1,96	110,00	2,83	15,10
11	110	7	12,0	4,0	15,15	175,61	21,83	3,40	278,54	4,29	72,68	17,36	2,19	106,00	2,96	11,89
		8	12,0	4,0	17,20	198,17	24,77	3,39	314,51	4,28	81,83	19,29	2,18	116,00	3,00	13,50



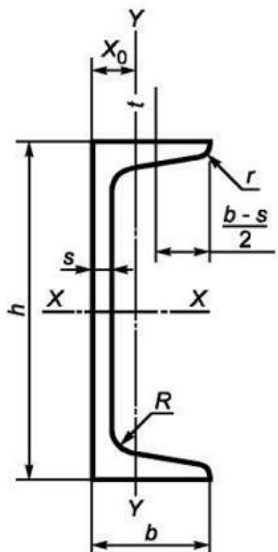
Приложение 6. Двутавры стальные горячекатаные. ГОСТ 8239-89 (фрагмент)



$h$  - высота двутавра;  
 $b$  - ширина полки;  
 $s$  - толщина стенки;  
 $t$  - средняя толщина полки;  
 $R$  - радиус внутреннего закругления;  
 $r$  - радиус закругления полки  
 $I$  - момент инерции;  
 $W$  - момент сопротивления;  
 $S$  - статический момент полусечения;  
 $i$  - радиус инерции.

Номер двутавра	Размеры, мм						Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей						
	$h$	$b$	$s$	$t$	$R$	$r$			X - X				Y - Y		
					не более				$I_{x,}$ см <sup>4</sup>	$W_{x,}$ см <sup>3</sup>	$i_{x,}$ см	$S_{x,}$ см <sup>3</sup>	$I_{y,}$ см <sup>4</sup>	$W_{y,}$ см <sup>3</sup>	$i_{y,}$ см
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

Приложение 7 Швеллеры стальные горячекатаные. ГОСТ 8240-97 (фрагмент)



- $h$  - высота (швеллера);  
 $b$  - ширина полки;  
 $s$  - толщина стенки;  
 $t$  - толщина полки;  
 $R$  - радиус внутреннего закругления;  
 $r$  - радиус закругления полки;  
 $X_0$  - расстояние от оси  $Y - Y$  до наружной грани стенки;  
 $F$  - площадь поперечного сечения;  
 $I$  - момент инерции;  
 $W$  - момент сопротивления;  
 $i$  - радиус инерции;  
 $S_x$  - статический момент полусечения.

Номер швеллера	h	b	s	t	R	r	Площадь поперечного сечения $F$ , см <sup>2</sup>	Масса $l$ м, кг	Справочные значения для осей							$X_0$ , см
									X-X				Y-Y			
									$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_0$ , см	
5	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	13,30	12,80	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,90	8,59	174,0	34,8	3,99	20,40	20,40	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,30	10,40	304,0	50,6	4,78	29,60	31,20	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,60	12,30	491,0	70,2	5,60	40,80	45,40	11,00	1,70	1,67
16	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,10	14,20	747,0	93,4	6,42	54,10	63,30	13,80	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,50	15,30	823,0	103,0	6,49	59,40	78,80	16,40	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,24	69,80	86,00	17,00	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,20	17,40	1190,0	132,0	7,32	76,10	105,00	20,00	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,40	18,40	1520,0	152,0	8,07	87,80	113,00	20,50	2,20	2,07
22	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,70	21,00	2110,0	192,0	8,89	110,00	151,00	25,10	2,37	2,21
24	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,60	24,00	2900,0	242,0	9,73	139,00	208,00	31,60	2,60	2,42
27	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,20	27,70	4160,0	308,0	10,90	178,00	262,00	37,30	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,50	31,80	5810,0	387,0	12,00	224,00	327,00	43,60	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,50	36,50	7980,0	484,0	13,10	281,00	410,00	51,80	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,40	41,90	10820,0	601,0	14,20	350,00	513,00	61,70	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,50	48,30	15220,0	761,0	15,70	444,00	642,00	73,40	3,23	2,75

**Приложение 8 Коэффициенты уменьшения основного допускаемого напряжения при расчете на устойчивость**

Гибкость $\lambda$	Коэффициент снижения допускаемых напряжений $\varphi$				
	стали Ст.1, Ст.2, Ст.3, Ст.4	Сталь Ст.5	стали повышенного качества $\sigma_T \geq 320$ МПа	Чугун	Дерево
<0,4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	–	0,25
120	0,45	0,37	0,30	–	0,22
130	0,40	0,33	0,26	–	0,18
140	0,36	0,29	0,23	–	0,16
150	0,32	0,26	0,21	–	0,14
160	0,29	0,24	0,19	–	0,12
170	0,26	0,21	0,17	–	0,11
180	0,23	0,19	0,15	–	0,10
190	0,21	0,17	0,14	–	0,09
200	0,19	0,16	0,13	–	0,08

*Примечание:* значения коэффициента  $\varphi$  для значений гибкости  $\lambda$ , не указанных в таблице, определяются методом линейной интерполяции.

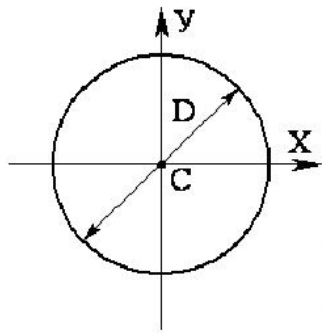
**Приложение 9. Коэффициенты для расчета по формуле Ясинского-Тетмайера**

<i>Материал</i>	<i>a, МПа</i>	<i>b, МПа</i>	<i><math>\lambda_0</math></i>	<i><math>\lambda_{пр}</math></i>
Сталь Ст2	264	0,70	60	105
Сталь Ст3	310	1,14	61	100
Сталь Ст4, 20	328	1,15	60	96
Сталь Ст5, 30	464	3,26	60	90
Сталь 40	321	1,16	60	90
Сталь 45	449	1,67	52	85
Сталь С235	295	1,00	60	102
Сталь С275	345	1,10	63	91
Дюралюминий Д16Т	406	1,83	30	53
Сосна, ель	29,3	0,19	-	59

## Приложение 10 Геометрические характеристики некоторых плоских фигур

**C** – центр тяжести сечения;  
**A** – площадь;  
 $J_x, J_y$  – осевые моменты инерции;  
 $J_p$  – полярный момент инерции;

$W_x, W_y$  – осевые моменты сопротивления;  
 $W_p$  – полярный момент сопротивления  
 $i_x, i_y$  – радиусы инерции



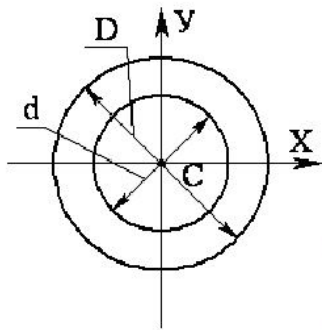
**Круг**

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \approx 0,8D^2;$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} \approx 0,05D^4; \quad I_p = \frac{\pi D^4}{32} \approx 0,1D^4;$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32} \approx 0,1D^3; \quad W_p = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0,2D^3;$$

$$i_x = i_y = i = 0,25D$$



**Кольцо**  $\alpha = d / D$

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi D^2}{4}(1 - \alpha^2) \approx 0,8D^2(1 - \alpha^2);$$

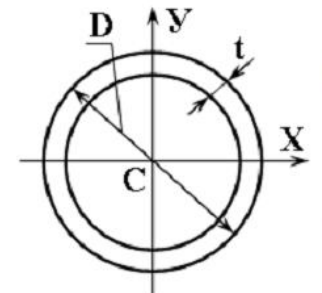
$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64}(1 - \alpha^4) \approx 0,05D^4(1 - \alpha^4);$$

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32}(1 - \alpha^4) \approx 0,1D^4(1 - \alpha^4);$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32}(1 - \alpha^4) \approx 0,1D^3(1 - \alpha^4);$$

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16}(1 - \alpha^4) \approx 0,2D^3(1 - \alpha^4)$$

$$i_x = i_y = i = 0,25\sqrt{D^2 - d^2}$$

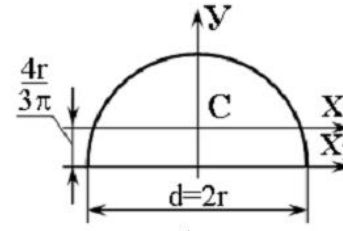


**Тонкое кольцо (труба)**  $D \gg t$

$$D_0 = D - t \quad A = \pi D_0 t;$$

$$I_x = I_y = \frac{\pi D_0^3 t}{8} \approx 0,39D_0^3 t; \quad I_p = \frac{\pi D_0^3 t}{4} \approx 0,79D_0^3 t$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi D_0^2 t}{4} \approx 0,79D_0^2 t; \quad W_p = \frac{\pi D_0^2 t}{2} \approx 1,57D_0^2 t$$



**Полукруг**

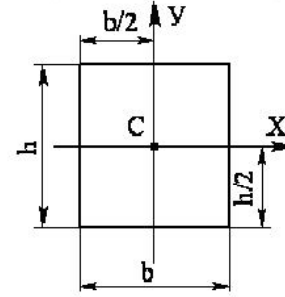
$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{8} \approx 0,4d^2;$$

$$I_x = \frac{\pi d^4}{128} \left(1 - \frac{64}{9\pi^2}\right) \approx 0,11r^4;$$

$$I_y = \frac{\pi d^4}{128} \approx 0,39r^4$$

для нижних волокон  $W_{x_H} \approx 0,259r^3;$  для верхних волокон  $W_{x_B} \approx 0,191r^3;$

$$W_y = \frac{\pi D^3}{64} \approx 0,05d^3$$



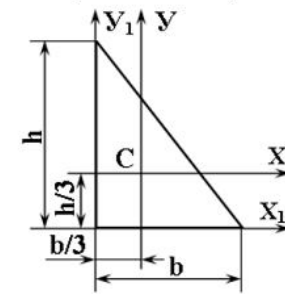
**Прямоугольник**

$$A = b \cdot h;$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}; \quad I_y = \frac{b^3h}{12};$$

$$W_x = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{b^2h}{6};$$

$$i_x = 0,29h; \quad i_y = 0,29b$$

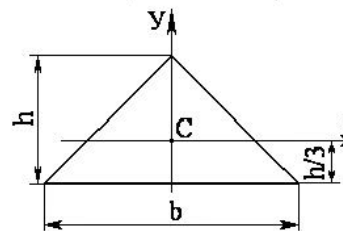


**Прямоугольный треугольник**

$$A = \frac{b \cdot h}{2}; \quad I_x = \frac{bh^3}{36}; \quad I_y = \frac{b^3h}{36};$$

$$I_{x_1} = \frac{bh^3}{12}; \quad I_{y_1} = \frac{b^3h}{12};$$

для нижних волокон  $W_{x_H} = \frac{bh^2}{12};$  для верхних волокон  $W_{x_B} = \frac{bh^2}{24}$



**Прямоугольный треугольник**

$$A = \frac{b \cdot h}{2}; \quad I_x = \frac{bh^3}{36}; \quad I_y = \frac{h \cdot b^3}{48};$$

$$W_x = \frac{bh^2}{24}; \quad i_x = \frac{h}{3\sqrt{2}} \approx 0,24h$$

**Приложение 11: Образец титульного листа**

ПЕРМСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА МАТЕРИАЛОВ, ТЕХНОЛОГИЙ И КОНСТРУИРОВАНИЯ МАШИН

Контрольная работа  
по дисциплине «Сопротивление материалов»

Выполнил: студент гр. ЭАГПз-10-1

Иванов И. И.

Вариант: 05

Проверил: преподаватель

Петров П. П.

Пермь 2016