

# Теоретические разделы начертательной геометрии (краткое изложение)

## 1. Метод проекций. Проекции точки.

### Метод проекций

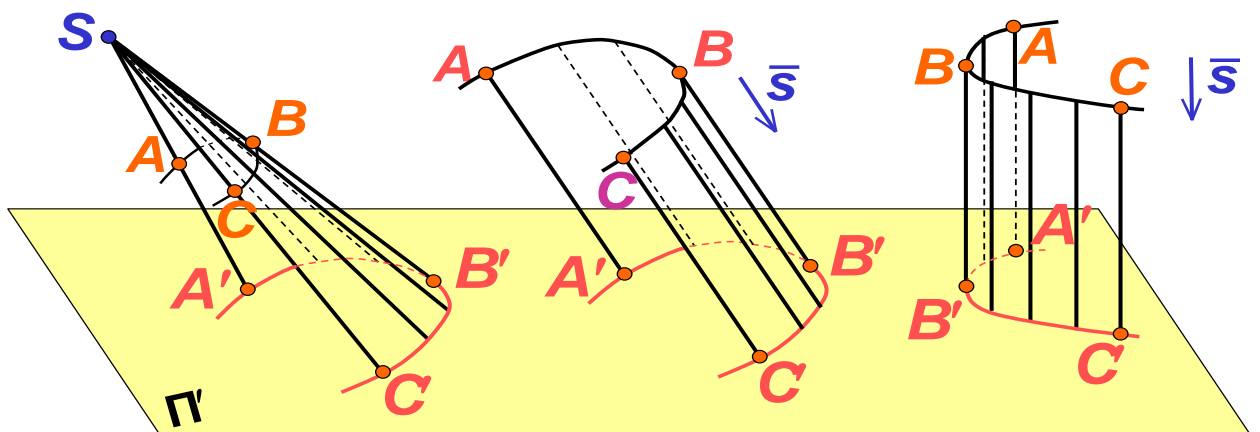
Пространство	расширенное евклидово	
Способ отображения пространства	конструктивный (проецирование)	
Геометрические образы:	линейные (неопределяемые): • точка; • прямая; • плоскость	нелинейные: • кривая линия; • поверхность
Требования к чертежу	• простота; • точность;	• наглядность; • обратимость
Прямая задача	построить проекционный чертеж пространственного предмета	
Обратная задача	прочитать чертеж, т.е. реконструировать натуральные пространственные формы, размеры и положение изображаемого предмета	

Основной метод начертательной геометрии. Используется для построения изображения геометрических образов трехмерного пространства на плоскости чертежа

### Классификация проекций

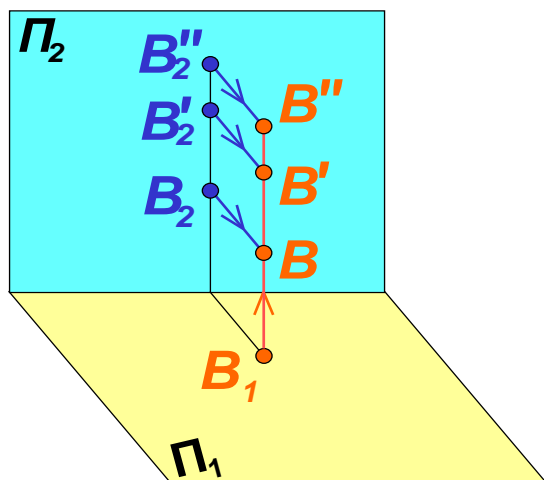
Центральные  
(конические)

Параллельные (цилиндрические):  
косоугольные,  $\bar{s} \nsubseteq \Pi'$     ортогональные,  $\bar{s} \perp \Pi'$



При центральном проецировании совокупность проецирующих лучей образует коническую поверхность. При параллельном проецировании совокупность проецирующих лучей образует цилиндрическую поверхность.

## Метод Монжа



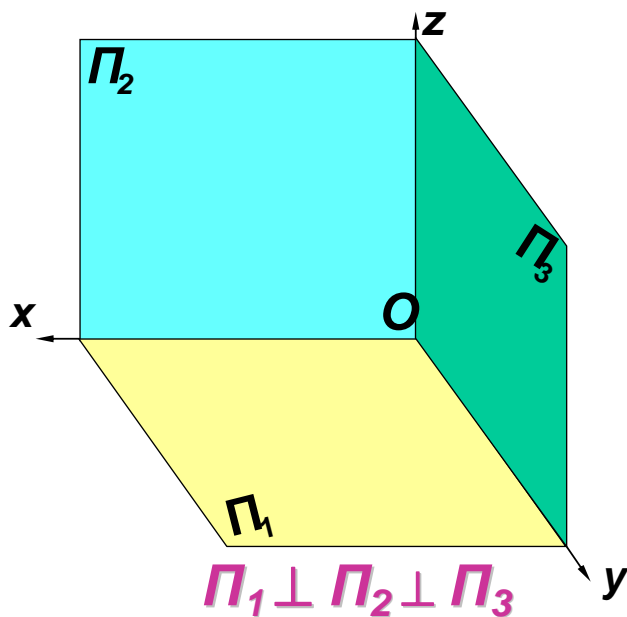
Метод ортогонального проецирования на две и более взаимно перпендикулярные плоскости проекций

$$\Pi_1 \perp \Pi_2$$

Рассматриваются две взаимно перпендикулярные плоскости проекций. На второй плоскости проекций каждая из точек  $B, B', B''$  имеет свое изображение. По двум проекциям точки можно однозначно определить ее положение в пространстве, т.е. обратная задача решена

## Точка в системе трех плоскостей проекций

Пространственная картина



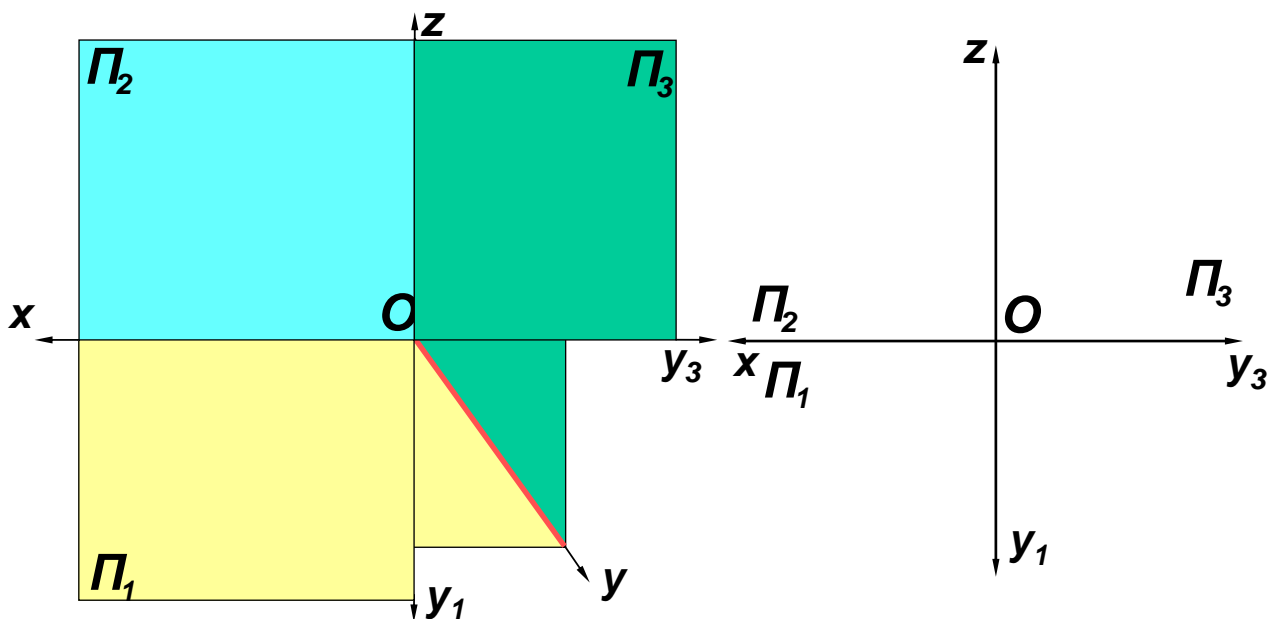
$$\Pi_1 \perp \Pi_2 \perp \Pi_3$$

Используются три основные взаимно перпендикулярные плоскости проекций:  $\Pi_1$  - горизонтальная;  $\Pi_2$  - фронтальная;  $\Pi_3$  - профильная. Плоскостей проекций пересекаются по осям  $Ox, Oy, Oz$  декартовой системы координат

## Точка в системе трех плоскостей проекций

Пространственная картина

Комплексный чертёж

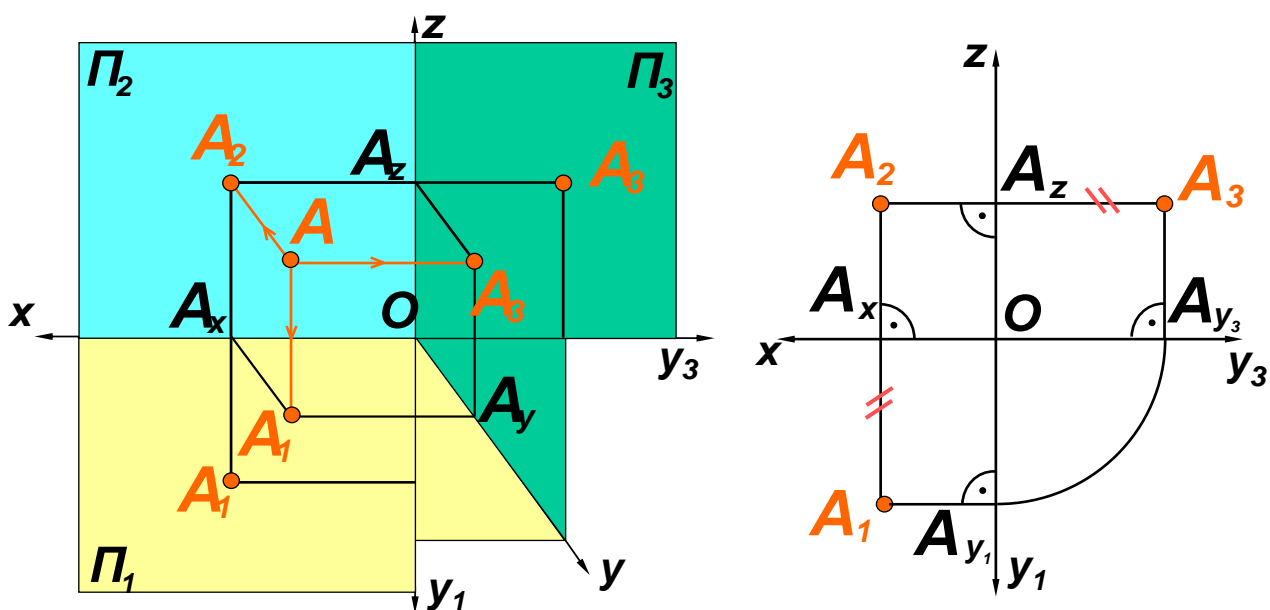


Для перехода к комплексному чертежу пространственную модель разрезают по оси  $Oy$  и совмещают все три плоскости проекций в одну:  $\Pi_1$  поворачивают вокруг оси  $Ox$ ,  $\Pi_3$  поворачивают вокруг оси  $Oz$  до их совпадения с  $\Pi_2$ . Ось  $Oy$  распадается на две оси  $y_1$  и  $y_3$

## Точка в системе трех плоскостей проекций

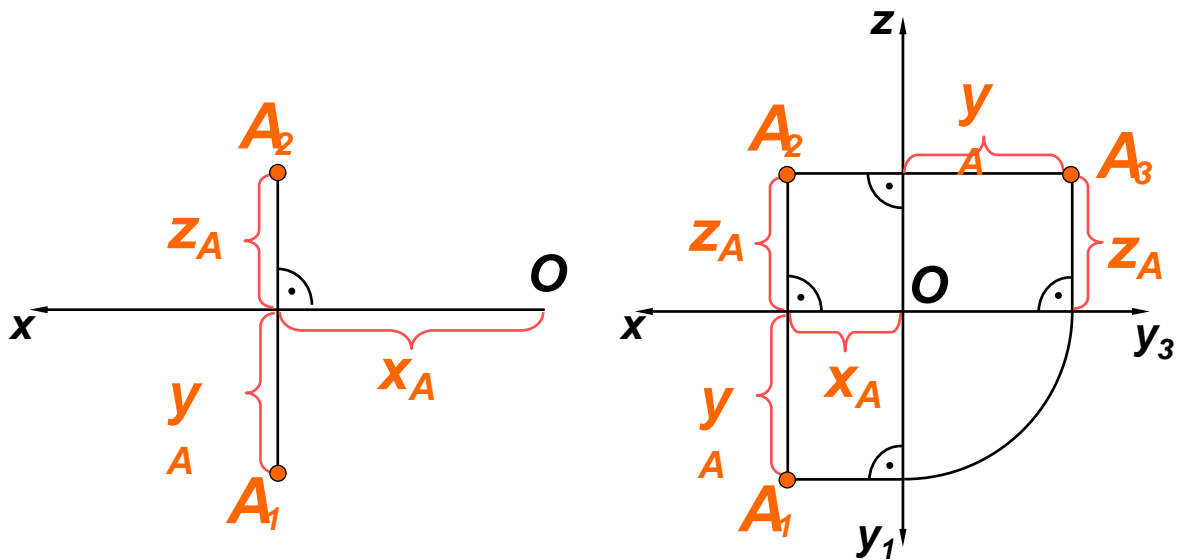
Пространственная картина

Комплексный чертёж



На комплексном чертеже линии проекционной связи перпендикулярны осям координат. Линия  $A_1A_2 \perp Ox$  расположена вертикально, а  $A_2A_3 \perp Oz$  - горизонтально. При построении линии связи от  $A_1$  к  $A_3$  необходимо соблюсти равенство координатных отрезков по оси  $Oy$ :  $A_x A_1 = A_z A_3$

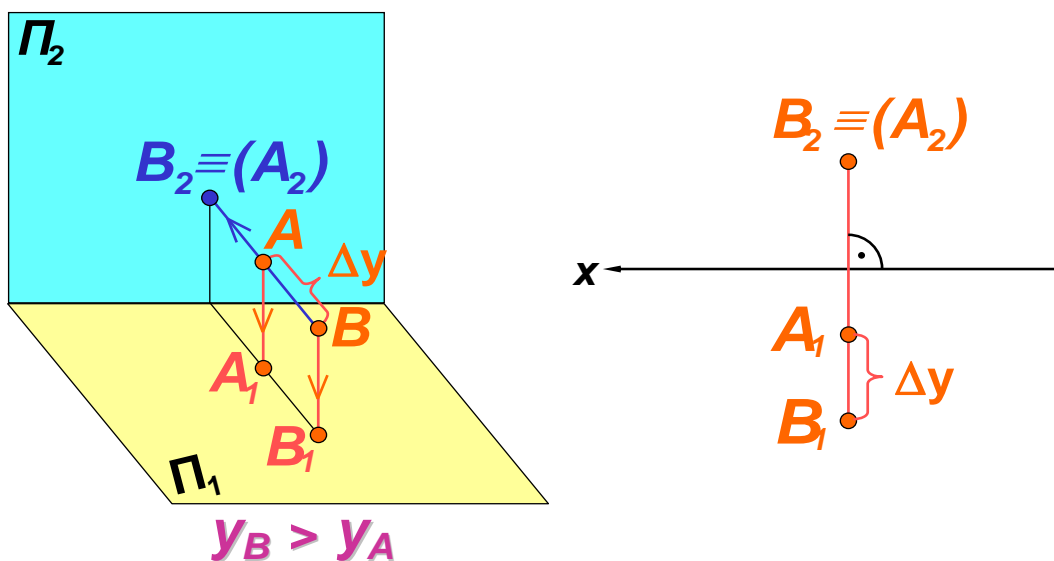
## Прямоугольные координаты точки



На комплексном чертеже численные значения координат откладываются вдоль соответствующих координатных осей. Каждая проекция точки определяется двумя координатами: горизонтальная –  $X_A$  и  $Y_A$ , фронтальная –  $X_A$  и  $Z_A$ , профильная –  $Y_A$  и  $Z_A$ .

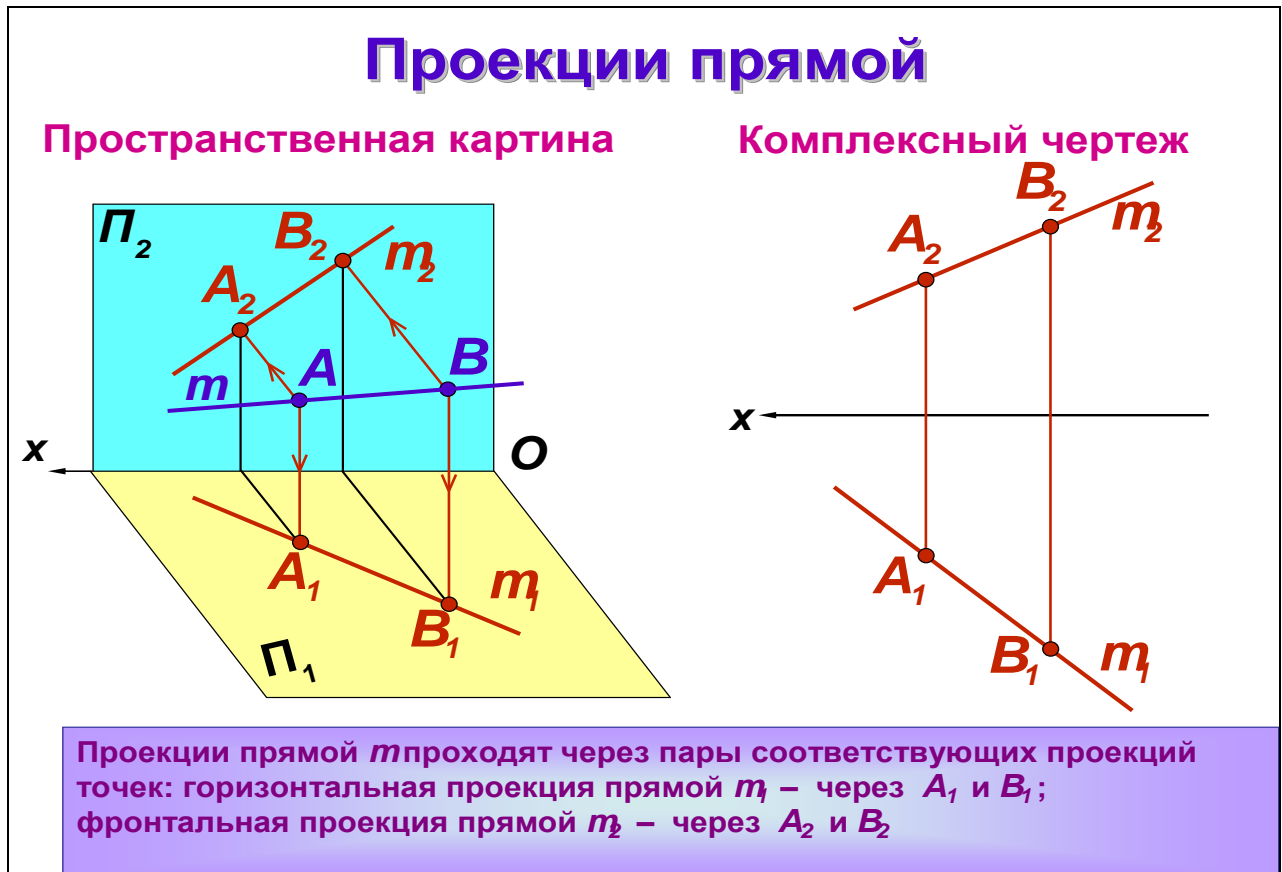
## Конкурирующие точки

Видима та точка, у которой больше координата



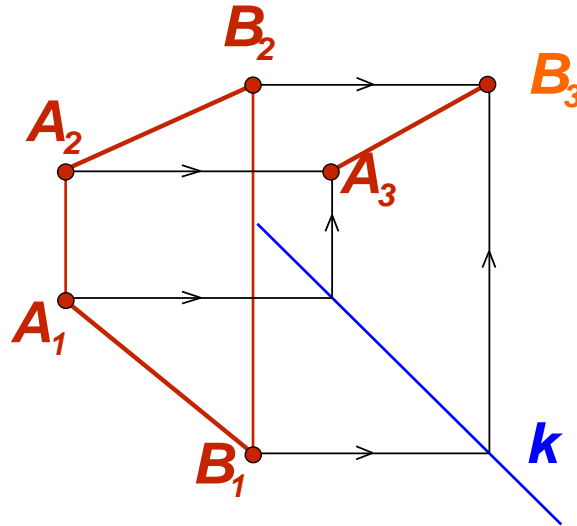
Фронтально конкурирующие точки  $A$  и  $B$  отличаются только координатой  $y$ , лежат на одном фронтально-проецирующем луче, поэтому их фронтальные проекции совпадают. Ближе к наблюдателю расположена точка  $B$ , ее фронтальная проекция  $B_2$  будет видимой

## 2. Проекции прямой.



## Прямая общего положения

Прямая общего положения наклонена ко всем плоскостям проекций



На чертеже проекции отрезка прямой общего положения имеют искаженные метрические характеристики, ни одна из ее проекций не параллельна осям координат и не перпендикулярна к ним

## Прямые частного положения

Прямая частного положения параллельна или перпендикулярна одной из плоскостей проекций

Прямая, параллельная одной из плоскостей проекций, называется **прямой уровня**:

Горизонтальная прямая уровня (горизонталь)	$h // \Pi_1$
Фронтальная прямая уровня (фронталь)	$f // \Pi_2$
Профильная прямая	$p // \Pi_3$

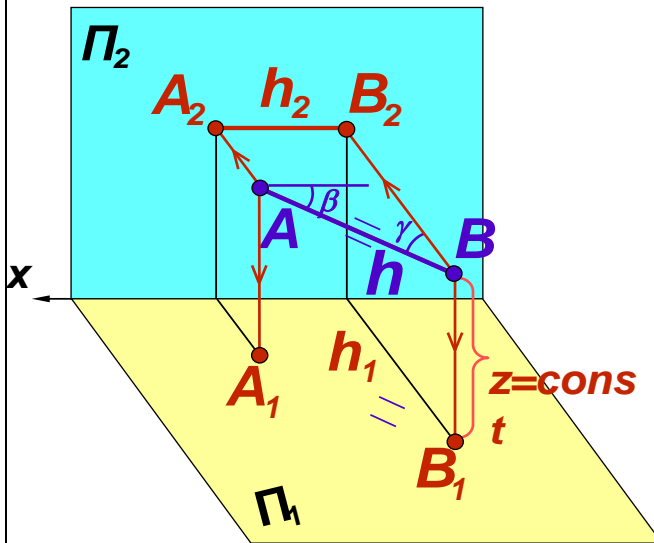
Прямая, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется **проецирующей прямой**:

Горизонтально проецирующая прямая	$\perp \Pi_1$
Фронтально проецирующая прямая	$\perp \Pi_2$
Профильно проецирующая прямая	$\perp \Pi_3$

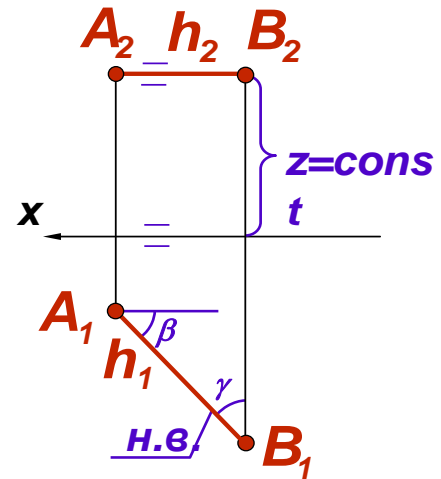
У прямой частного положения на комплексном чертеже определяются натуральные величины каких-либо ее характеристик. Прямая уровня проецируется без искажения на ту плоскость проекций, которой она параллельна. Одна из проекций проецирующей прямой вырождается в точку

## Прямые уровня: горизонталь ( $h \parallel \Pi_1$ )

Пространственная картина



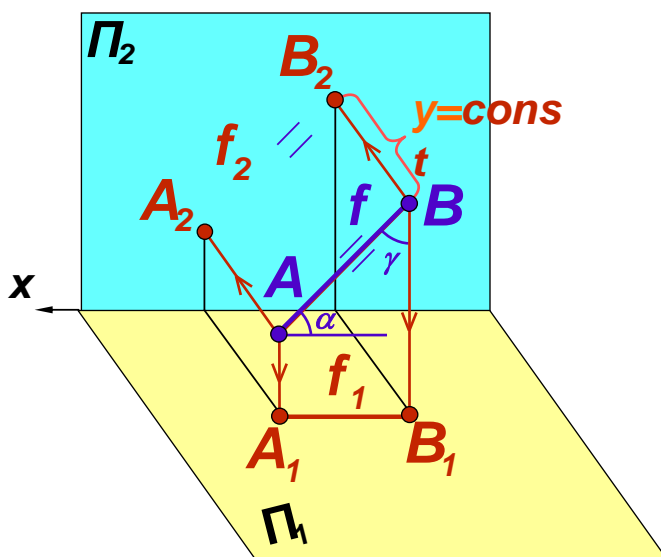
Комплексный чертёж



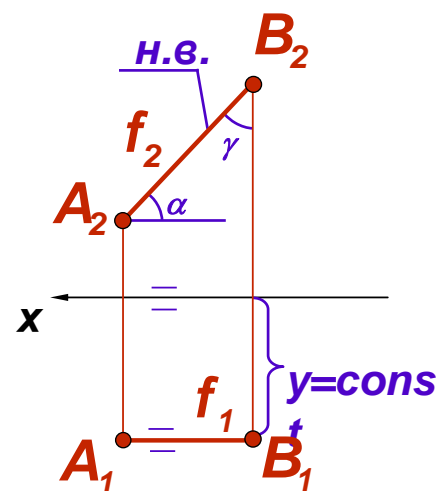
Все точки прямой  $AB$  равноудалены от горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  и имеют одинаковую аппликату  $z = const$ . Фронтальная проекция горизонтали  $A_2B_2$  параллельна оси  $x$ . Горизонтальная проекция горизонтали  $A_1B_1$ , углы  $\beta$  и  $\gamma$  изображаются в натуральную

## Прямые уровня: фронталь ( $f \parallel \Pi_2$ )

Пространственная картина



Комплексный чертёж

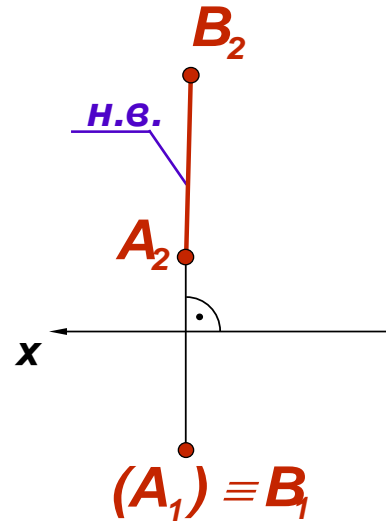
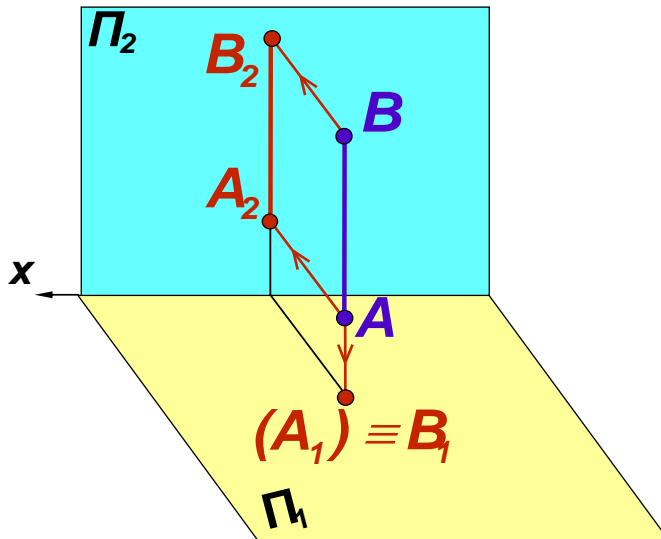


Все точки прямой  $AB$  равноудалены от фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$  и имеют одинаковую координату  $y$  ( $y = const$ ). Горизонтальная проекция фронтали  $A_1B_1$  параллельна оси  $x$ . Фронтальная проекция фронтали  $A_2B_2$ , углы  $\alpha$  и  $\gamma$  изображаются в

## Горизонтально проецирующая прямая ( $\perp \Pi_1$ )

Пространственная картина

Комплексный чертеж

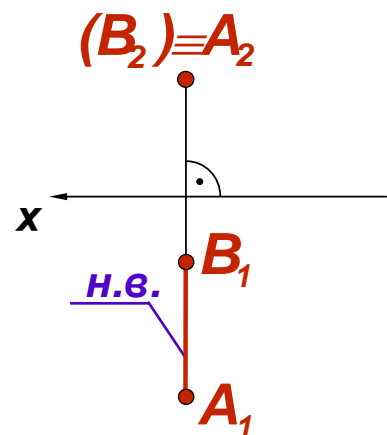
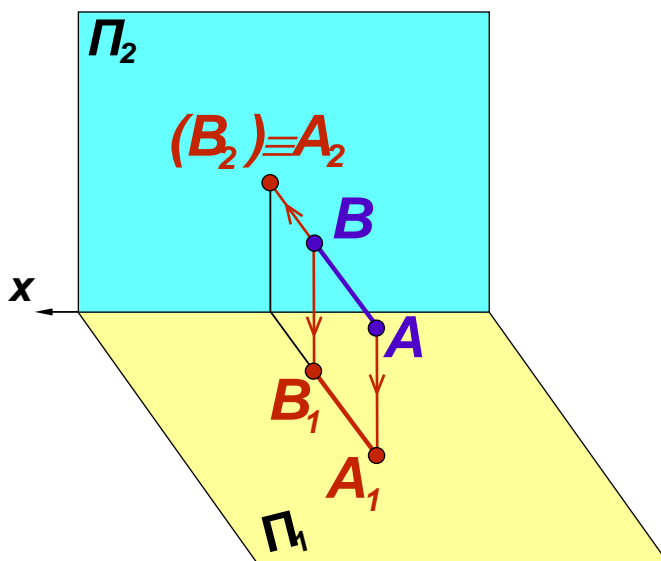


Прямая перпендикулярна  $\Pi_1$ , поэтому ее горизонтальная проекция  $A_1B_1$  вырождается в точку. Относительно  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  прямая параллельна и изображается на этих плоскостях проекций в натуральную величину. Проекция  $A_2B_2$  перпендикулярна оси координат  $x$

## Фронтально проецирующая прямая ( $\perp \Pi_2$ )

Пространственная картина

Комплексный чертеж



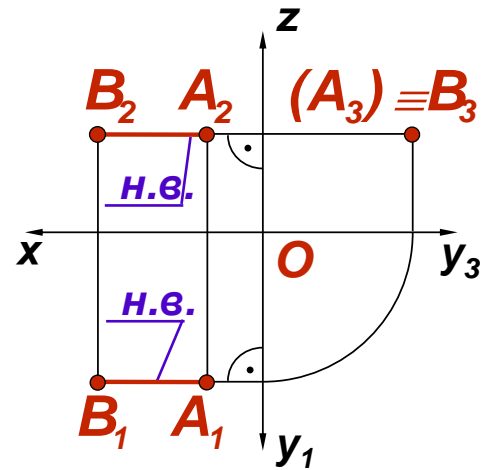
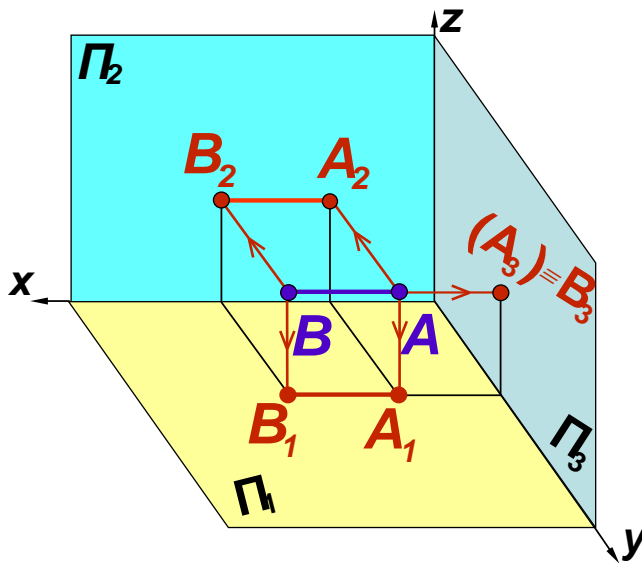
Прямая перпендикулярна фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$  и параллельна  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$ . Фронтальная проекция  $A_2B_2$  вырождается в точку. На  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  прямая проецируется в натуральную величину. Проекция  $A_1B_1$  перпендикулярна оси координат  $x$



## Профильно проецирующая прямая ( $\perp \Pi_3$ )

Пространственная картина

Комплексный чертёж



Прямая перпендикулярна  $\Pi_3$ , ее профильная проекция  $A_3B_3$  вырождается в точку. Относительно  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  прямая параллельна, на этих плоскостях ее проекции имеют натуральную величину. Горизонтальная и фронтальная проекции прямой параллельны оси  $x$ .

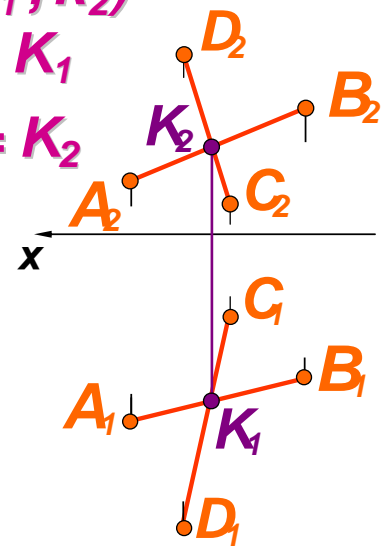
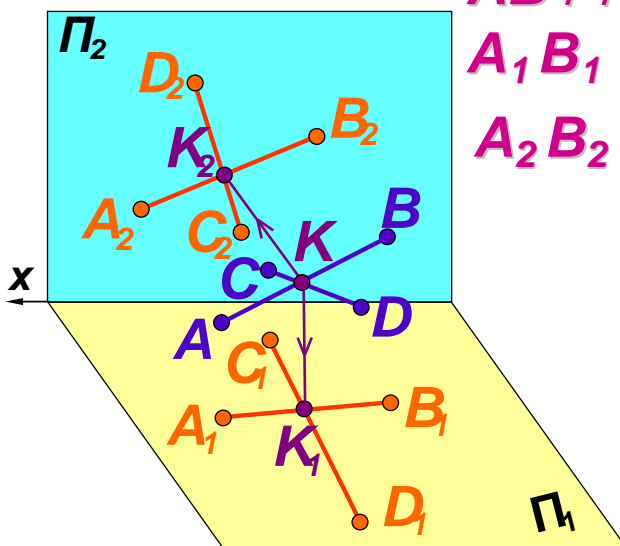
## Взаимное положение двух прямых

Пересекающиеся прямые имеют одну общую точку

$$AB \cap CD = K(K_1, K_2)$$

$$A_1B_1 \cap C_1D_1 = K_1$$

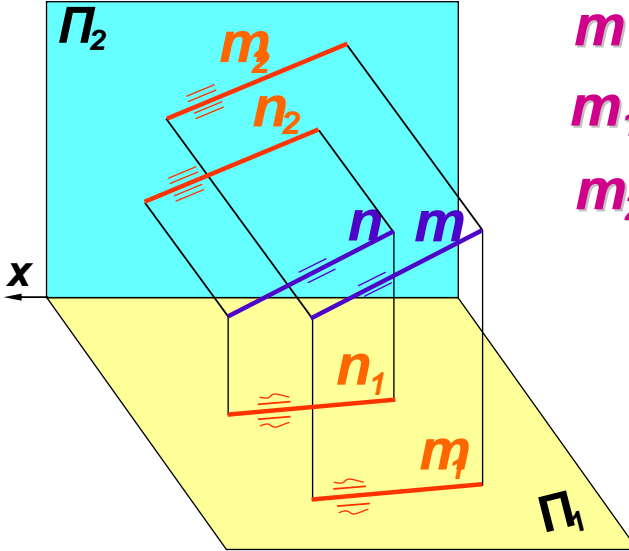
$$A_2B_2 \cap C_2D_2 = K_2$$



Точка пересечения  $K$  прямых  $AB$  и  $CD$  проецируется в точки пересечения соответствующих проекций прямых: на  $\Pi_1$  - это точка  $K_1$ ; на  $\Pi_2$  - точка  $K_2$ . Точки пересечения  $K_1$  и  $K_2$  одноименных проекций прямых лежат на одной линии связи

## Взаимное положение двух прямых

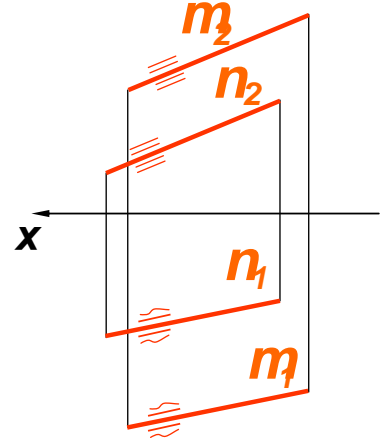
Параллельные прямые не имеют общих точек



$$m \parallel n$$

$$m_1 \parallel n_1$$

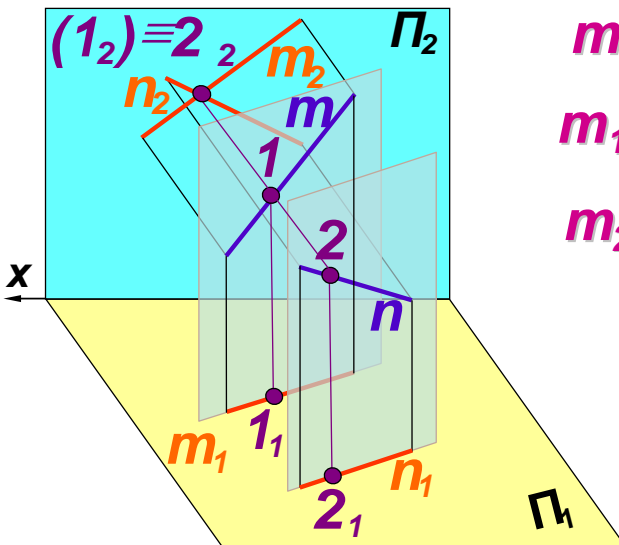
$$m_2 \parallel n_2$$



Проекции параллельных прямых не пересекаются. Одноименные проекции прямых параллельны или совпадают, если параллельные прямые лежат в проецирующей плоскости

## Взаимное положение двух прямых

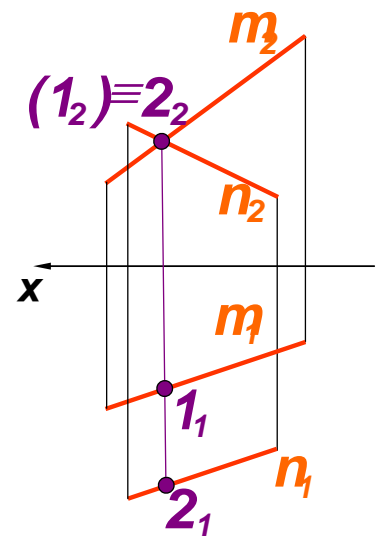
Скрещивающиеся прямые не пересекаются и не параллельны между собой



$$m \neq n$$

$$m_1 \parallel n_1$$

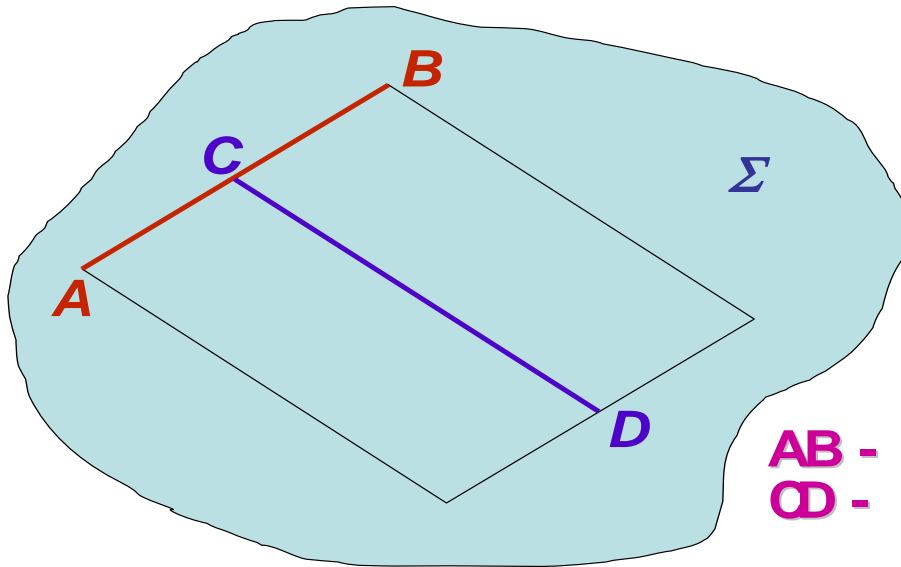
$$m_2 \cap n_2$$



Проекции скрещивающихся прямых могут быть параллельны, т.к. прямые  $m$  и  $n$  лежат в параллельных плоскостях. Проекции скрещивающихся прямых могут иметь пересечение, т.к. прямые  $m$  и  $n$  не параллельны между собой. 1 и 2 – конкурирующие точки,

### 3. Проекции плоскости.

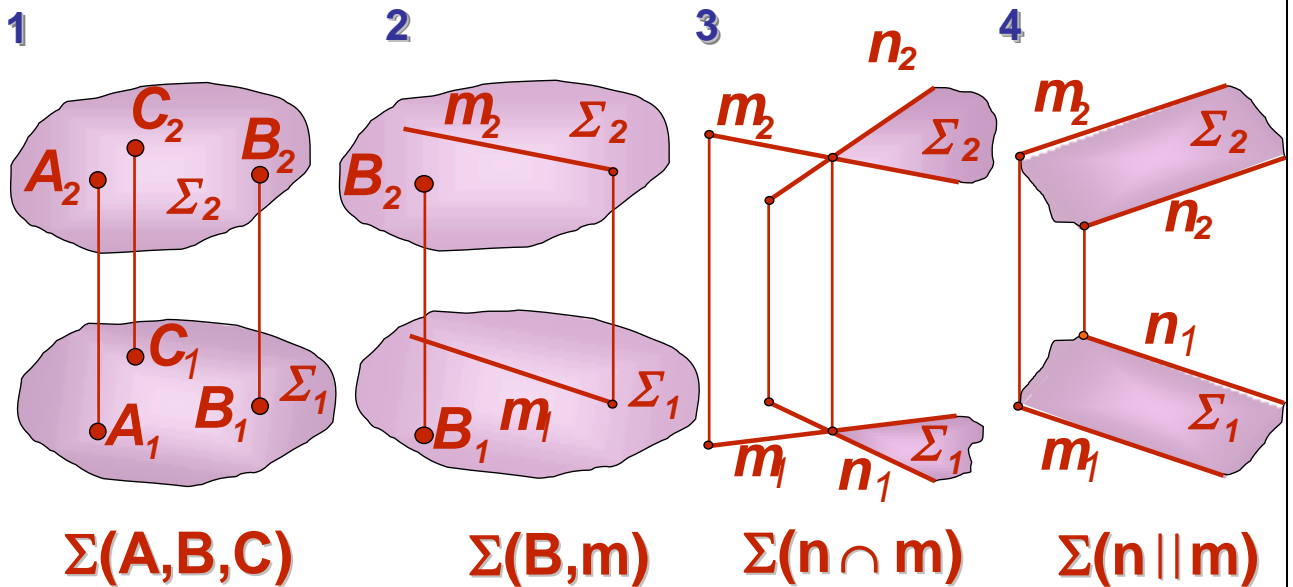
#### Кинематический способ образования плоскости



**AB - образующая**  
**CD - направляющая**

Плоскость  $\Sigma$  может быть образована параллельным перемещением прямой  $AB$  (образующей) по неподвижной прямой  $CD$  (направляющей). Плоскость безгранична и бесконечна, делит пространство на две части

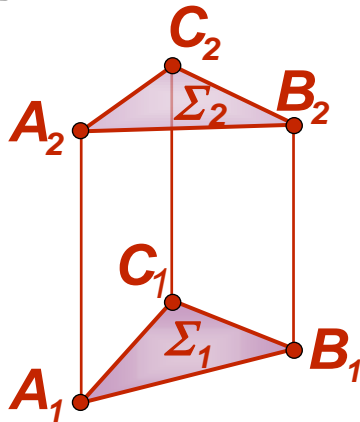
#### Способы задания плоскости



На комплексном чертеже плоскость  $\Sigma$  можно задать: 1) проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой; 2) проекциями прямой и точки, взятой вне этой прямой; 3) проекциями двух пересекающихся прямых; 4) проекциями двух параллельных прямых;

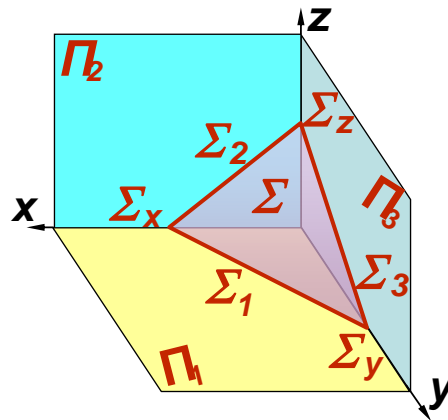
## Способы задания плоскости

5

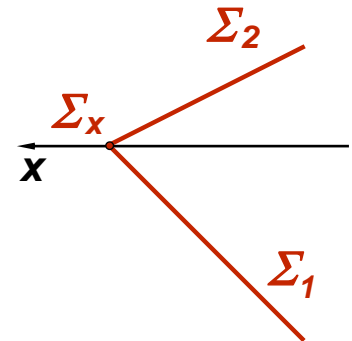

 $\Sigma(\Delta ABC)$ 

6

След плоскости – это линия ее пересечения с соответствующей плоскостью проекций



$\Sigma_1$  - горизонтальный след  
 $\Sigma_2$  - фронтальный след  
 $\Sigma_3$  - профильный след  
 $\Sigma_x, \Sigma_y, \Sigma_z$  - точки схода следов


 $\Sigma(\Sigma_1, \Sigma_2)$ 

5) проекциями плоской фигурой; 6) следами плоскости. Все способы позволяют выделить из множества точек пространства точки, принадлежащие данной плоскости. Способ задания плоскости указывают в круглых скобках

## Положение плоскости относительно плоскостей проекций

Плоскость **общего положения** наклонена ко всем плоскостям проекций

Плоскость **частного положения** перпендикулярна или параллельна одной из плоскостей проекций

Плоскость, **перпендикулярная** одной из плоскостей проекций, называется **проецирующей плоскостью**:

*Горизонтально проецирующая плоскость*  $\perp \Pi_1$

*Фронтально проецирующая плоскость*  $\perp \Pi_2$

*Профильно проецирующая плоскость*  $\perp \Pi_3$

Плоскость, **параллельная** плоскости проекций, называется **плоскостью уровня** (дважды проецирующей):

*Горизонтальная плоскость*  $// \Pi_1$

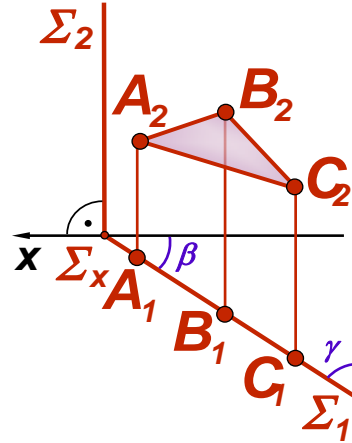
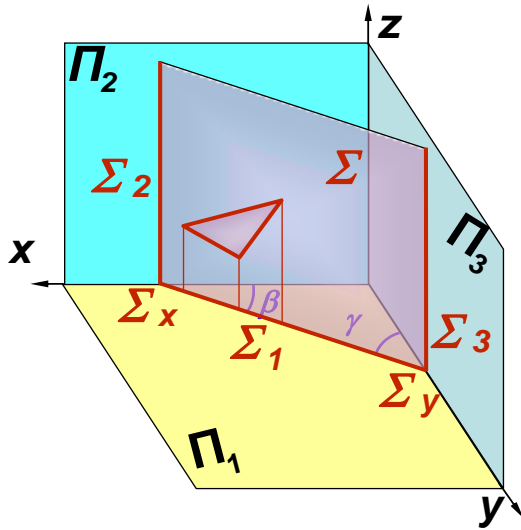
*Фронтальная плоскость*  $// \Pi_2$

*Профильная плоскость*  $// \Pi_3$

## Горизонтально проецирующая плоскость ( $\perp \Pi_1$ )

Пространственная картина

Комплексный чертеж

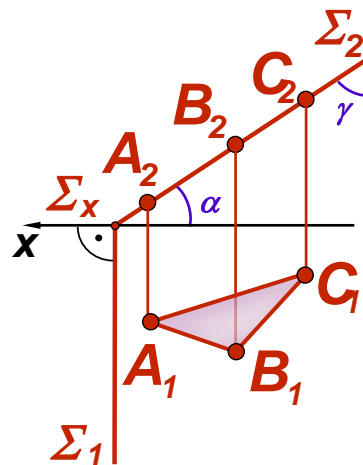
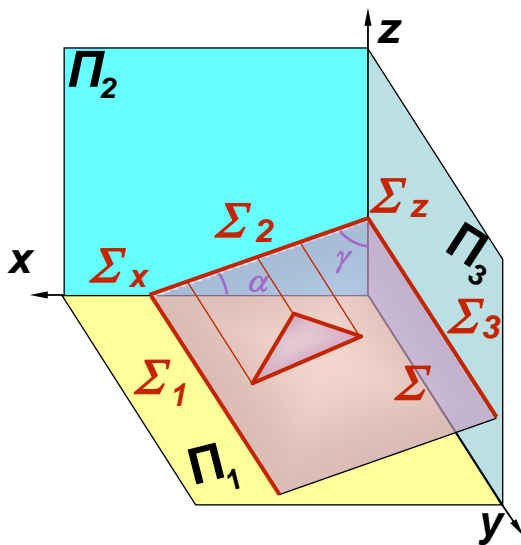


Горизонтальная проекция плоскости  $\Sigma$  вырождается в прямую (след), на  $\Pi_1$  проекции трех произвольных точек плоскости лежат на горизонтальном следе плоскости  $\Sigma_1$ . Углы наклона данной плоскости  $\Sigma$  к фронтальной ( $\beta$ ) и профильной ( $\gamma$ ) плоскостям проекций на  $\Pi_1$  не искажаются

## Фронтально проецирующая плоскость ( $\perp \Pi_2$ )

Пространственная картина

Комплексный чертеж

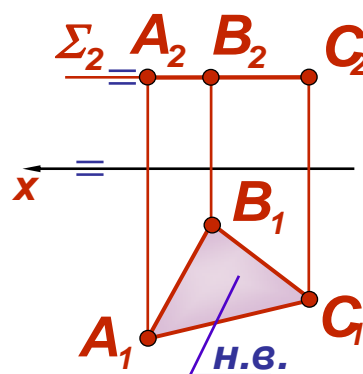
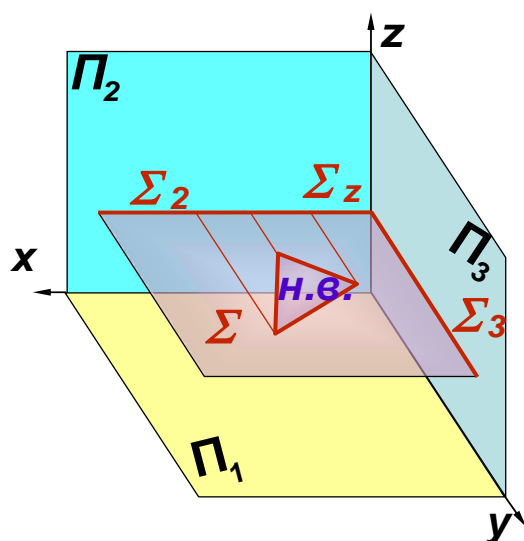


Фронтальная проекция плоскости  $\Sigma$  вырождается в прямую (след). На  $\Pi_2$  проекции трех произвольных точек плоскости лежат на фронтальном следе плоскости  $\Sigma_2$ . Углы наклона данной плоскости  $\Sigma$  к горизонтальной ( $\alpha$ ) и профильной ( $\gamma$ ) плоскостям проекций на  $\Pi_2$  не искажаются

## Горизонтальная плоскость уровня ( $\parallel \Pi_1$ )

Пространственная картина

Комплексный чертеж

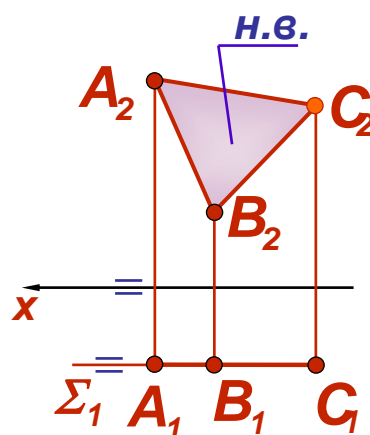
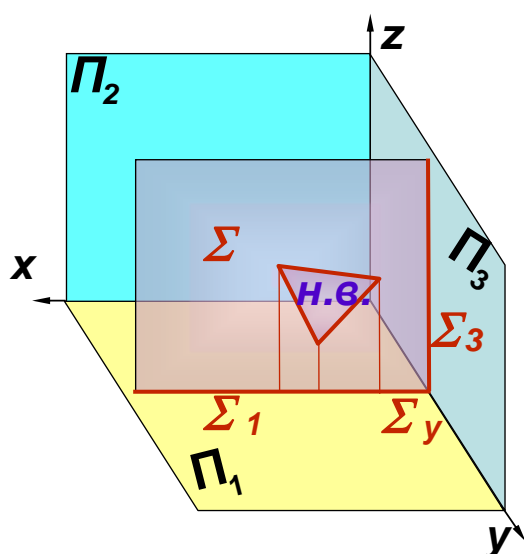


В силу параллельности следы (фронтальный  $\Sigma_2$  и профильный  $\Sigma_3$ ) плоскости  $\Sigma$  будут параллельны соответствующим осям координат. Фигура, задающая плоскость  $\Sigma$ , проецируется в натуральную величину на горизонтальную плоскость проекций

## Фронтальная плоскость уровня ( $\parallel \Pi_2$ )

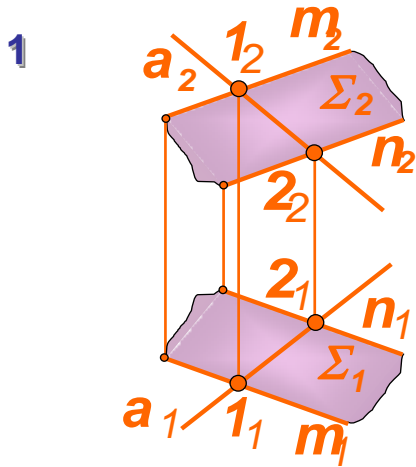
Пространственная картина

Комплексный чертеж

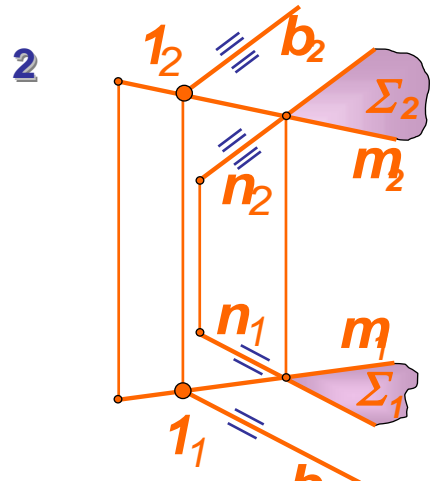


В силу параллельности следы (горизонтальный  $\Sigma_1$  и профильный  $\Sigma_3$ ) плоскости  $\Sigma$  будут параллельны соответствующим осям координат. Фигура, задающая плоскость  $\Sigma$ , изображается в натуральную величину на фронтальной плоскости проекций

# Принадлежность прямой плоскости



$\Sigma(n \parallel m)$   
 $(1 \in m) \in \Sigma; (2 \in n) \in \Sigma$   
 $a \rightarrow (1 \text{ И } 2) \Rightarrow a \in \Sigma$

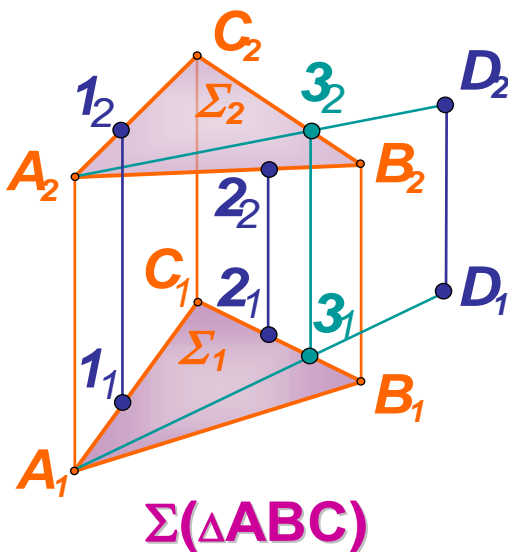


$\Sigma(n \cap m)$   
 $(1 \in m) \in \Sigma; 1 \in b$   
 $b \parallel m \Rightarrow b \in \Sigma$

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит:

- 1) через две точки этой плоскости;
- 2) через одну точку плоскости и параллельно какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости

# Принадлежность точки плоскости



1  $1, 2 \in \Sigma - ?$

$(1 \in AC) \in \Sigma$   
 $2 \notin \Sigma$

2  $D_2 - ?, \text{ если } D \in \Sigma$

$\Pi_1: (D_1 \text{ И } A_1) \cap C_1 B_1 = 3_1$

$\Pi_2: 3_2 \in C_2 B_2$

$A_2 \text{ И } 3_2$

$D_2 \in A_2 3_2$

Точка будет лежать в плоскости, если она принадлежит какой-либо прямой этой плоскости. Воспользуемся этим положением:

- 1) при чтении чертежа;
- 2) при построении точки, лежащей в данной плоскости

## 4. Взаимное положение прямой и плоскости, двух плоскостей.

### Взаимное положение прямой и плоскости, плоскостей

#### Прямая и плоскость:

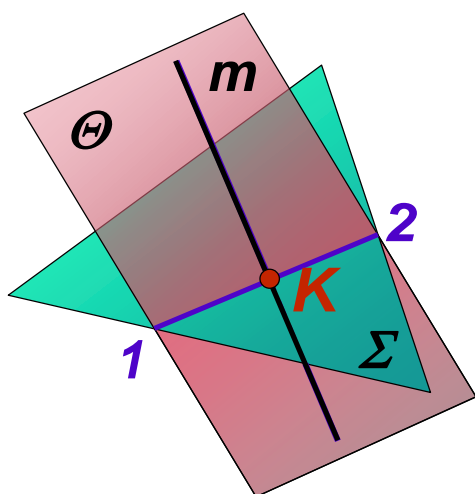
- Прямая **принадлежит** плоскости: **все точки прямой являются точками плоскости**
- Прямая **параллельна** плоскости: **общих собственных точек нет**
- Прямая **пересекает** плоскость: **одна общая точка**

#### Две плоскости:

- Плоскости **параллельны**: **общих собственных прямых нет**
- Плоскости **пересекаются**: **одна общая прямая**

Рассмотрим все возможные случаи взаимного положения прямой и плоскости и двух плоскостей

### Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения



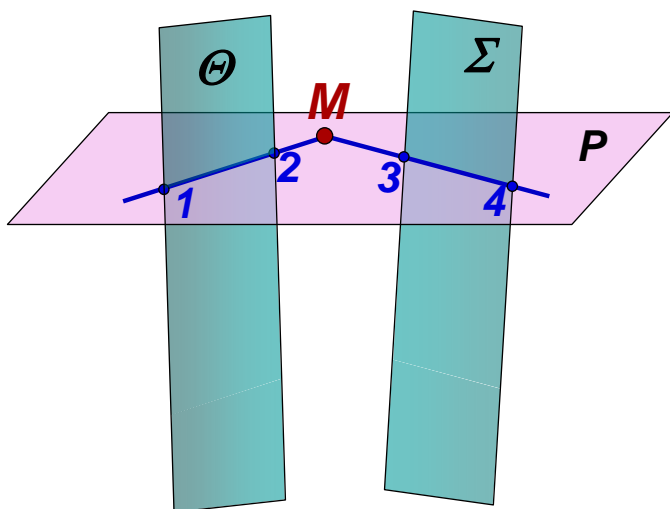
#### Алгоритм:

1.  $m \in \Theta$
2.  $\Theta \cap \Sigma = 1-2$
3.  $1-2 \cap m = K$
4. Видимость  $m$

1. Через данную прямую  $m$  проводят вспомогательную плоскость  $\Theta$ .  
 2. Находят линию пересечения 1-2 плоскостей: заданной  $\Sigma$  и вспомогательной  $\Theta$ .  
 3. На полученной линии пересечения 1-2 находят общую точку  $K$  с заданной прямой  $m$ .  
 4. Определяют видимость прямой  $m$



## Пересечение двух плоскостей общего положения



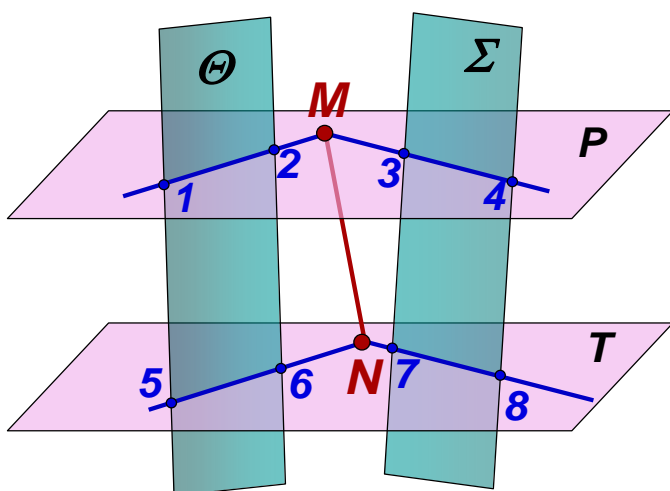
Алгоритм:

*P*- вспом. пл-ть

1.  $P \cap \Theta = 1-2$
2.  $P \cap \Sigma = 3-4$
3.  $1-2 \cap 3-4 = M$

Методом вспомогательных секущих плоскостей найдем две точки, определяющие линию  $MN$  пересечения заданных плоскостей  $\Sigma$  и  $\Theta$ . Плоскость  $P$  пересекает плоскость  $\Theta$  по прямой 1-2, а плоскость  $\Sigma$  – по прямой 3-4. При пересечении полученных прямых определяем первую точку  $M$

## Пересечение двух плоскостей общего положения



Алгоритм:

*P*- вспом. пл-ть

1.  $P \cap \Theta = 1-2$
2.  $P \cap \Sigma = 3-4$
3.  $1-2 \cap 3-4 = M$

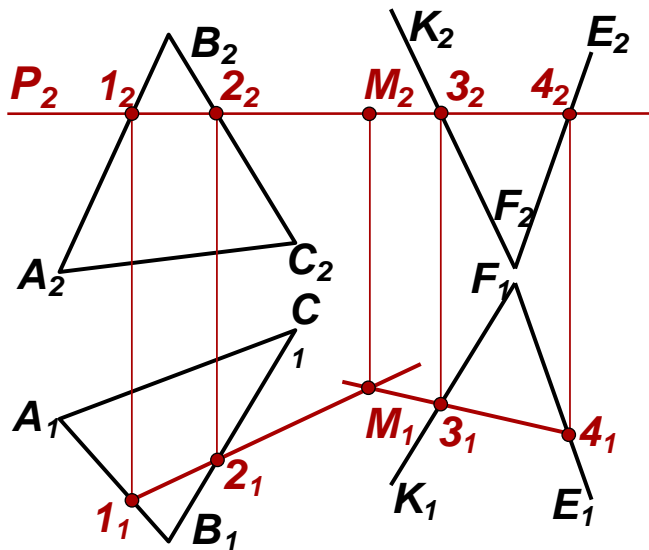
*T*- вспом. пл-ть

1.  $T \cap \Theta = 5-6$
2.  $T \cap \Sigma = 7-8$
3.  $5-6 \cap 7-8 = N$

$M \cup N$  – искомая прямая

Вторая вспомогательная плоскость  $T$  пересекает заданную плоскость  $\Theta$  по прямой 5-6, а заданную плоскость  $\Sigma$  – по прямой 7-8. На пересечении полученных прямых определяем вторую точку  $N$  искомой линии  $MN$  пересечения заданных плоскостей  $\Sigma$  и  $\Theta$

## Пересечение двух плоскостей общего положения



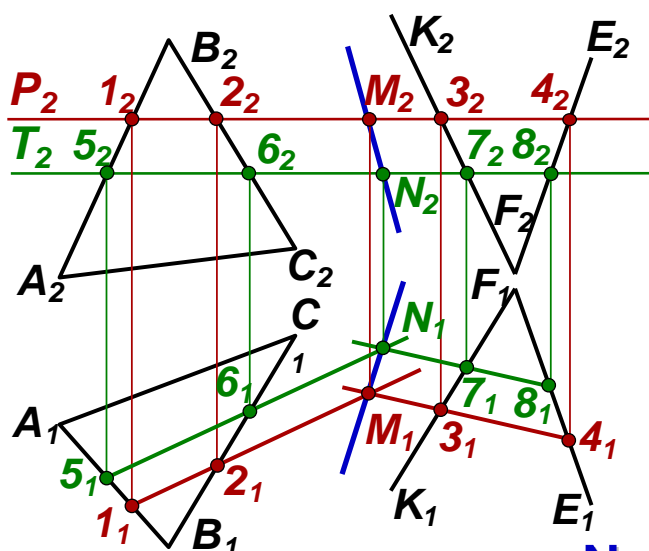
Алгоритм:

*P*- вспом. пл-ть

1.  $P \cap \Theta(\triangle ABC) = 1-2$
2.  $P \cap \Sigma(KF \cap FE) = 3-4$
3.  $1-2 \cap 3-4 = M$

Проецирующая плоскость  $P(P_2)$  пересекает плоскость  $\Theta(\triangle ABC)$  по прямой 1-2, а плоскость  $\Sigma(KF \cap FE)$  – по прямой 3-4. Определив фронтальные про-екции прямых  $1_2 2_2$  и  $3_2 4_2$ , находят общую точку  $M_1$  на пересечении их горизонтальных проекций. Точка  $M_2$  лежит на следе

## Пересечение двух плоскостей общего положения



Алгоритм:

*P*- вспом. пл-ть

1.  $P \cap \Theta(\triangle ABC) = 1-2$
2.  $P \cap \Sigma(KF \cap FE) = 3-4$
3.  $1-2 \cap 3-4 = M$

*T*- вспом. пл-ть

1.  $T \cap \Theta(\triangle ABC) = 5-6$
2.  $T \cap \Sigma(KF \cap FE) = 7-8$
3.  $5-6 \cap 7-8 = N$

$N \cup M$  – искомая прямая

Вторая вспомогательная плоскость  $T$  пересекает данные плоскости по прямым 5-6 и 7-8, на пересечении которых определяется вторая точка  $N$  искомой линии  $MN$ . Точки  $M$  и  $N$  лежат в соответствующих секущих плоскостях и принадлежат одновременно двум исходным плоскостям  $\Sigma$  и  $\Theta$

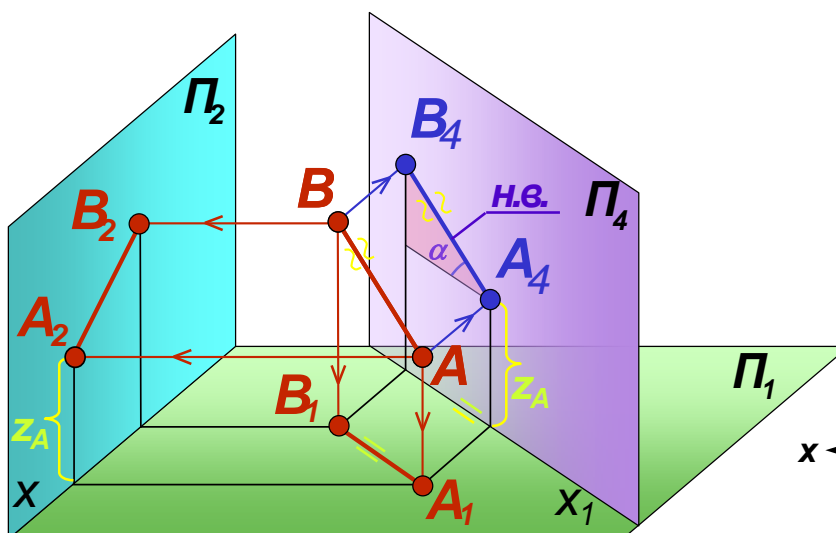
## 5. Способы преобразования чертежа.

### Способ перемены плоскостей проекций

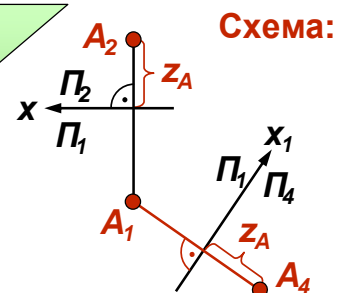
**Сущность способа:** осуществляется переход от данной системы («старая система») к новой системе плоскостей проекций, в которой геометрический образ займет частное положение

- Используется метод ортогонального проецирования
- Новая плоскость проекций  $\Pi_4$  называется дополнительной по отношению к основным  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$
- Плоскость  $\Pi_4$  располагается перпендикулярно одной из основных плоскостей проекций
- Плоскость  $\Pi_4$  выбирается так, чтобы геометрический образ по отношению к ней занял частное положение

### Способ перемены плоскостей проекций

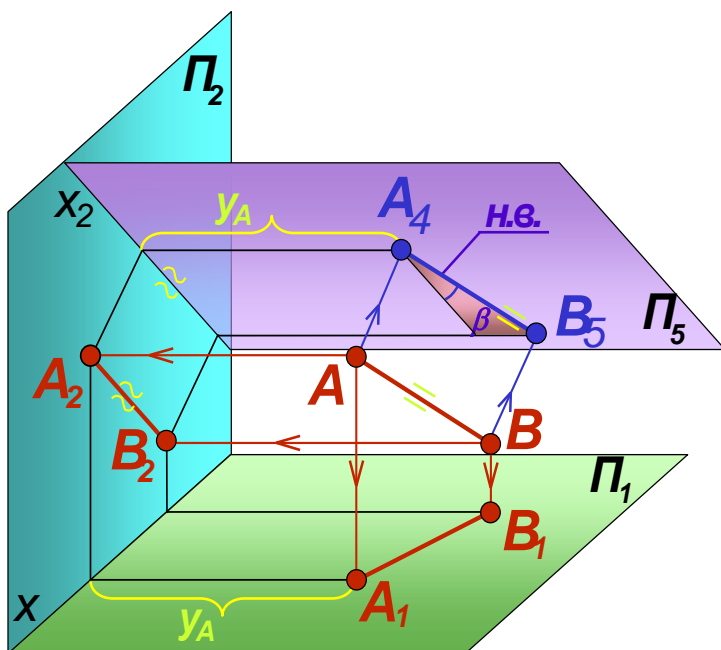


$$\begin{aligned} \Pi_2 &\rightarrow \Pi_4 \\ \Pi_4 &\perp \Pi_1 \\ \Pi_4 \cap \Pi_1 &= X_1 \\ z|_{\Pi_4} &= z|_{\Pi_2} \end{aligned}$$



Заменим исходную фронтальную плоскость проекций  $\Pi_2$  на новую плоскость проекций  $\Pi_4$ , которой прямая  $AB$  будет параллельна. При этом преобразовании расстояние точек от плоскости  $\Pi_1$  (координата  $z$ ) остается неизменным

## Способ перемены плоскостей проекций

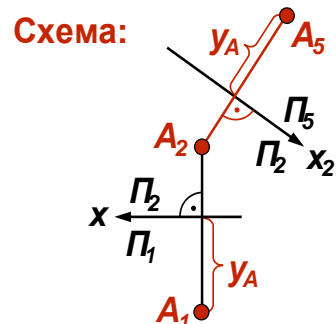


$$\Pi_1 \rightarrow \Pi_5$$

$$\Pi_5 \perp \Pi_2$$

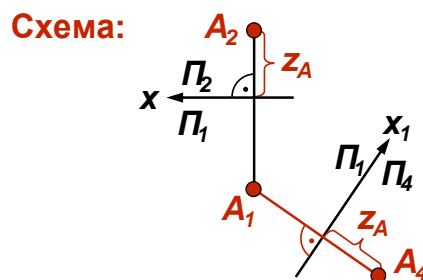
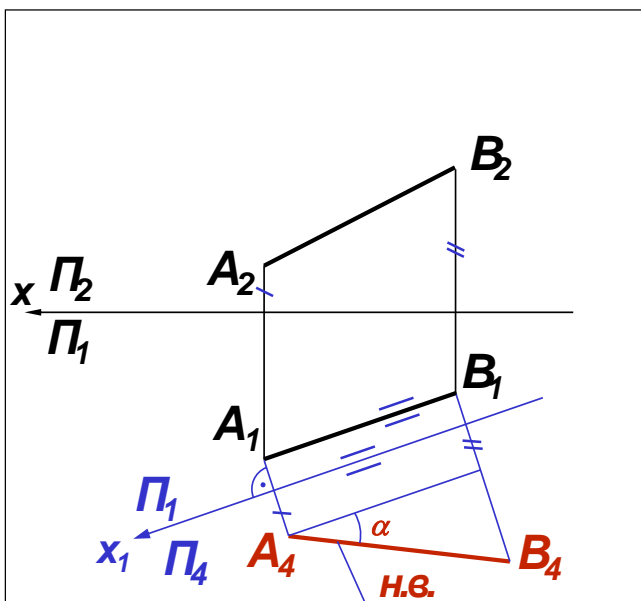
$$\Pi_5 \cap \Pi_2 = X_2$$

$$y|_{\Pi_5} = y|_{\Pi_1}$$



Заменим исходную горизонтальную плоскость проекций  $\Pi_1$  на новую плоскость проекций  $\Pi_5$ , которой прямая  $AB$  будет параллельна. При этом преобразовании расстояние точек от плоскости  $\Pi_2$  (координата  $y$ ) остается неизменным

## Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций



Ось  $x_1$  новой плоскости проекций  $\Pi_4$  проведем параллельно горизонтальной проекции отрезка  $A_1B_1$ . В этом преобразовании сохраняются  $z$ -координаты точек. На  $\Pi_4$  определяются натуральная величина отрезка и его угол наклона  $\alpha$  к плоскости проекций  $\Pi_1$

## Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

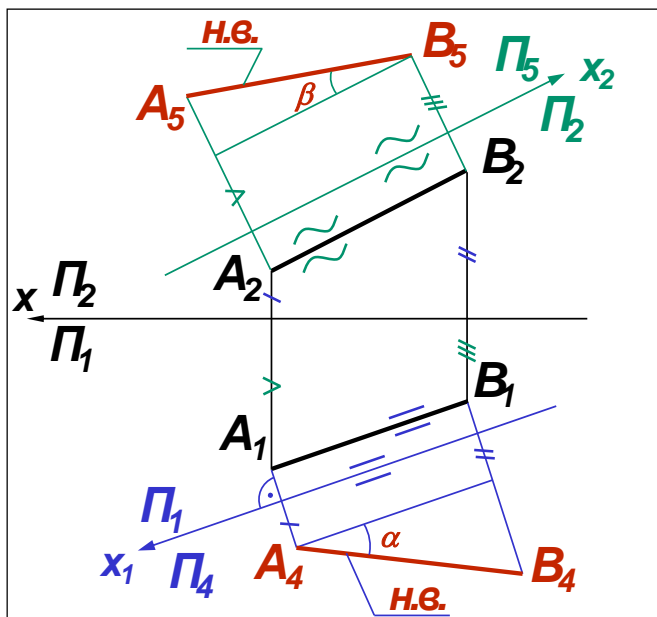
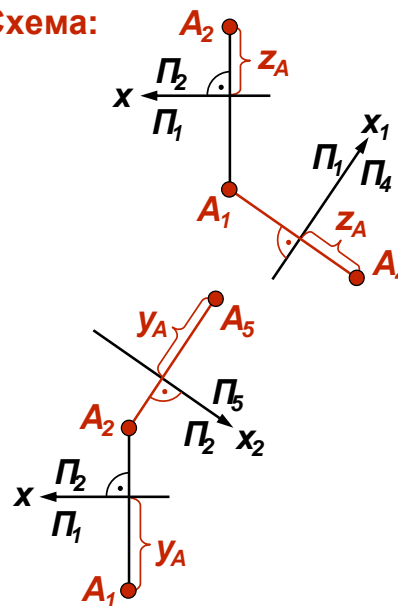


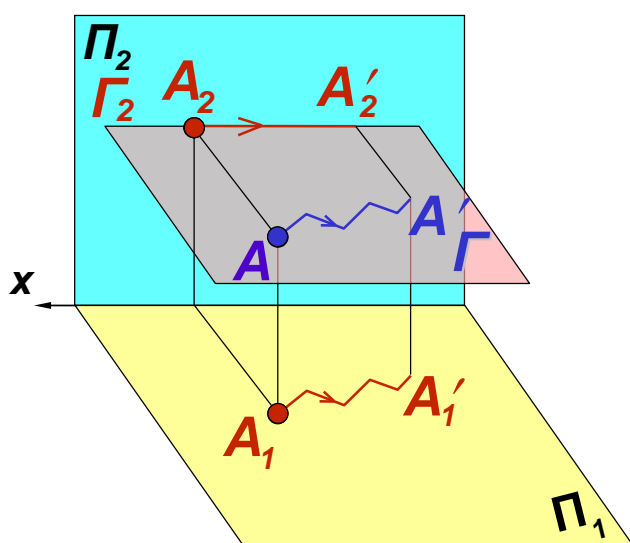
Схема:



Ось  $x_2$  новой плоскости проекций  $\Pi_5$  проведем параллельно фронтальной проекции отрезка  $A_1B_1$ . В этом преобразовании сохраняются  $y$ -координаты точек. На  $\Pi_5$  определяются натуральная величина отрезка и его угол наклона  $\beta$  к плоскости проекций  $\Pi_2$

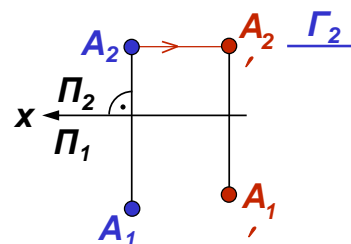
## Способ плоскопараллельного перемещения

Сущность способа: геометрический образ переводится в частное положение плоскопараллельным движением его точек по плоскостям уровня



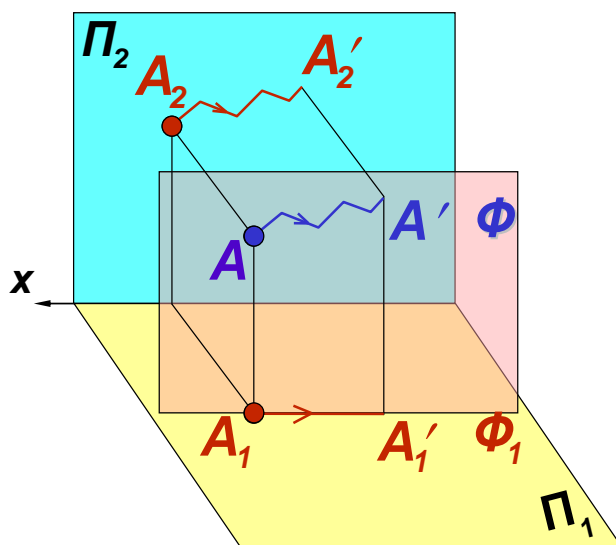
$A$  – произвольная точка;  
 $\Gamma$  – плоскость перемещения;  
 $\Gamma \parallel \Pi_1$ ;  $\Gamma \perp \Pi_2$

Схема:



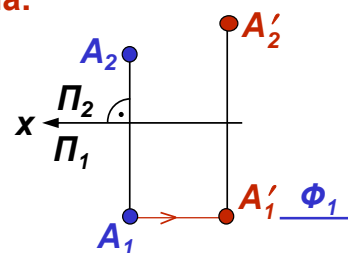
При плоскопараллельном перемещении на  $\Pi_1$  траектория движения горизонтальной проекции точки повторяет ее перемещение в плоскости  $\Gamma$ . На  $\Pi_2$  фронтальная проекция точки перемещается по следу плоскости  $\Gamma_2$ , который параллелен оси  $x$

## Способ плоскопараллельного перемещения



$A$  – произвольная точка;  
 $\Phi$  – плоскость перемещения;  
 $\Phi \parallel \Pi_2; \Phi \perp \Pi_1$

Схема:



На  $\Pi_2$  траектория движения фронтальной проекции точки повторяет ее перемещение в плоскости  $\Phi$ , поэтому ее расположение может быть произвольным. На  $\Pi_1$  горизонтальная проекция точки перемещается по следу плоскости  $\Phi_1$ , который параллелен оси  $x$

## Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

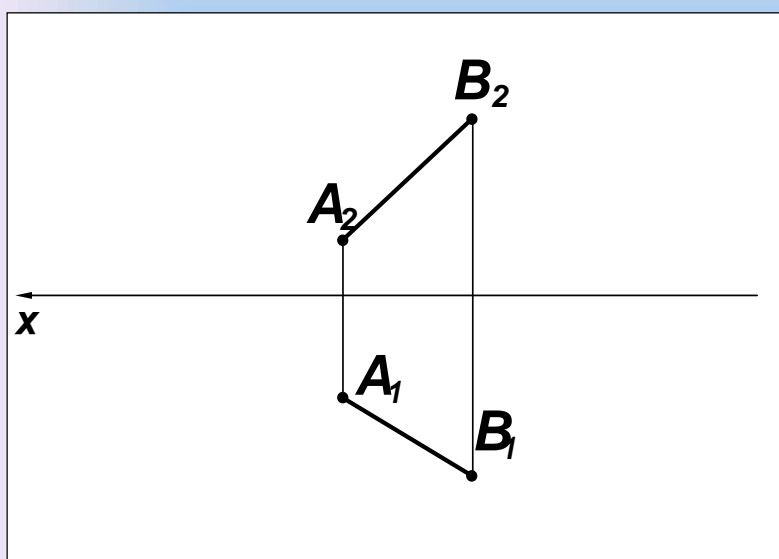
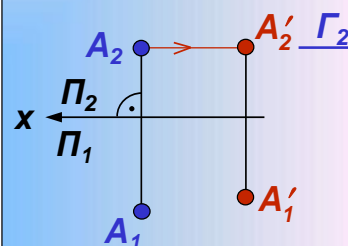


Схема:



Данный отрезок  $AB$  занимает частное положение, преобразуем его во фронтальную прямую уровня путем перемещения концов отрезка по горизонтальным плоскостям уровня согласно схемы

## Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

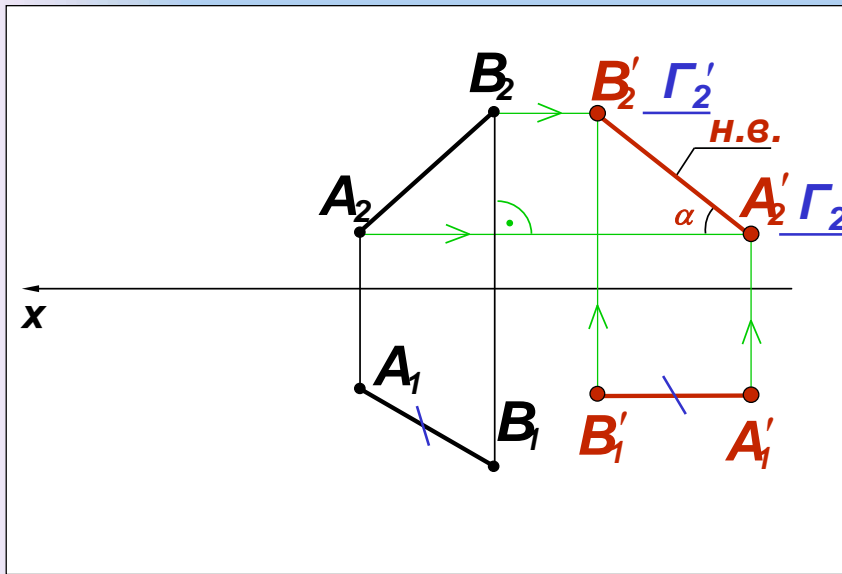
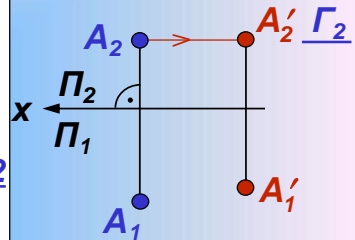


Схема:



Столбова И.Д. 2007

Горизонтальную проекцию прямой ( $A_1'B_1' \equiv A_1B_1$ ) располагают параллельно оси  $x$ . Фронтальную проекцию (определяющую н.в. отрезка и угла  $\alpha$ ) определяют новые проекции точек  $A_2$  и  $B_2$ , расположенные на соответствующих следах горизонтальных плоскостей уровня  $\Gamma(\Gamma_2)$  и  $\Gamma(\Gamma_2')$ .

## Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

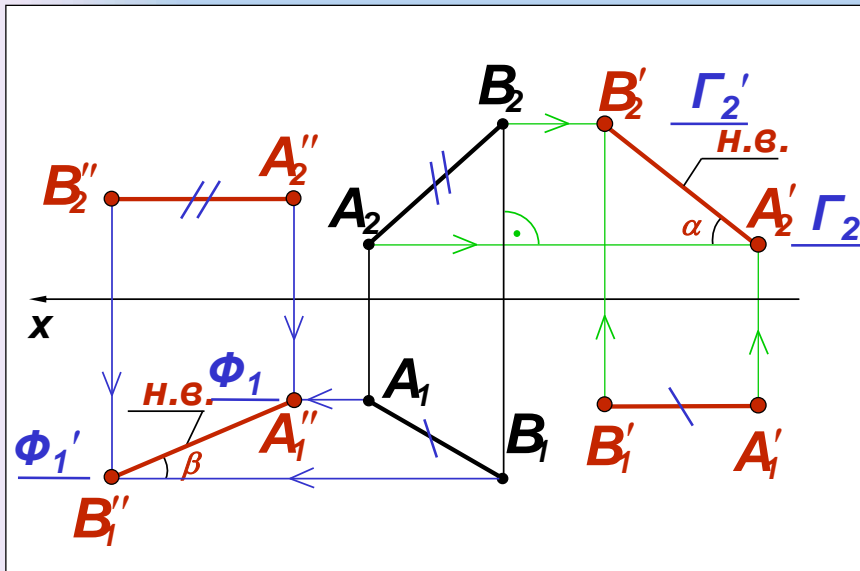
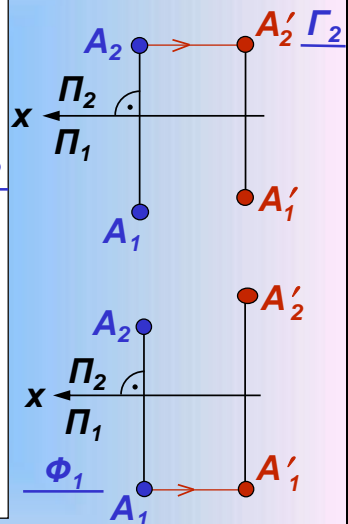


Схема:



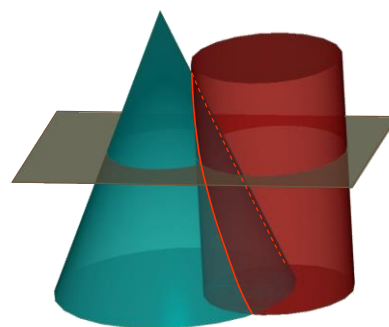
Столбова И.Д. 2007

Для перевода прямой в положение горизонта фронтальную проекцию прямой ( $A_2''B_2'' \equiv A_2B_2$ ) располагают параллельно оси  $x$ . Новые проекции точек  $A_1''$  и  $B_1''$  расположены на соответствующих следах фронтальных плоскостей уровня  $\Phi(\Phi_1)$  и  $\Phi(\Phi_1')$ . На  $\Pi_1$  имеем н.в. отрезка и угла  $\beta$ .

## 6. Поверхности, пересечение поверхностей.

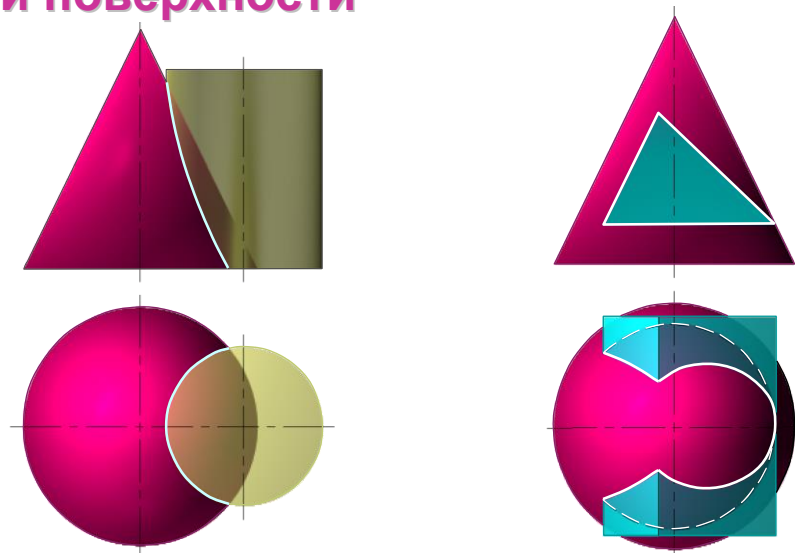
### Анализ заданных поверхностей

1. Линия пересечения 2-х поверхностей в общем случае представляет собой пространственную кривую
2. Если заданы поверхности второго порядка, то при их пересечении получается пространственная кривая четвертого порядка
3. Часть искомой линии пересечения получается видимой в пересечении видимых частей поверхностей



### Анализ заданных поверхностей

4. Если одна из заданных поверхностей является проецирующей (цилиндр, призма), то одна из проекций искомой линии пересечения совпадает со следом этой поверхности

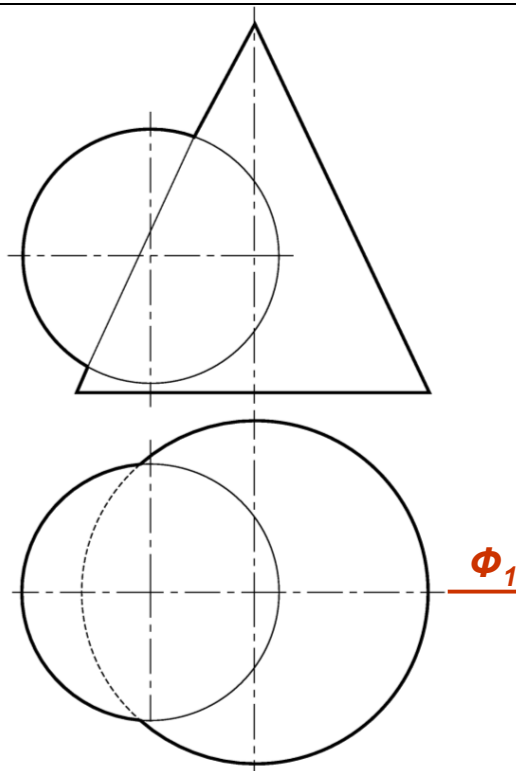




## Методические указания

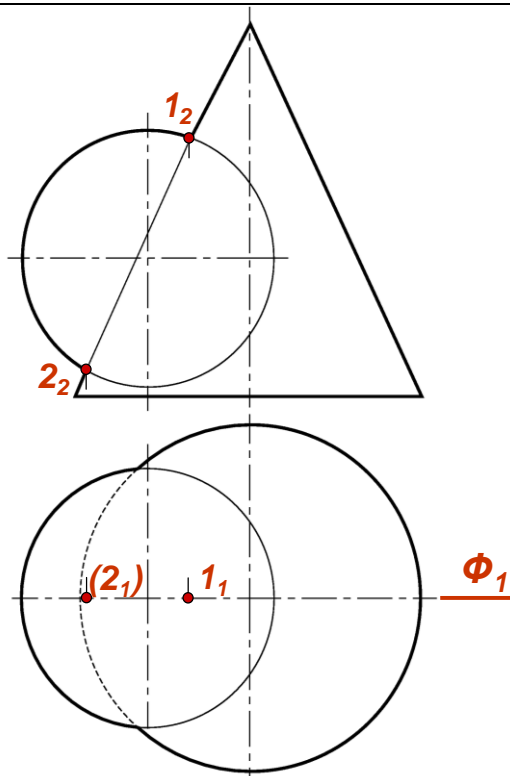
- **Вспомогательные плоскости следует выбирать так, чтобы в сечении получались простые линии**
- **Сначала определяют опорные точки:**
  - **экстремальные точки;**
  - **точки перемены видимости, лежащие на очерках поверхностей;**
  - **особые точки кривых пересечения (концы осей эллипса, вершины гиперболы или параболы, вершины ломанной)**
- **Уточняют линию пересечения с помощью промежуточных точек**

### 9.ПО



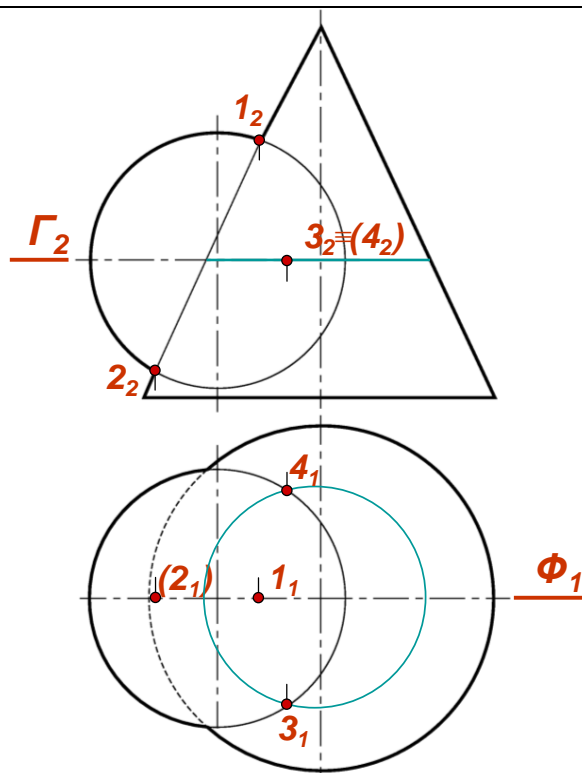
Пересекающиеся поверхности (сфера и конус) имеют общую плоскость симметрии  $\Phi(\Phi_1)$ , являющейся фронтальной плоскостью уровня. Следовательно, фронтальные очерки поверхностей, лежащие в плоскости  $\Phi$ , пересекаются.

## 9.ПО



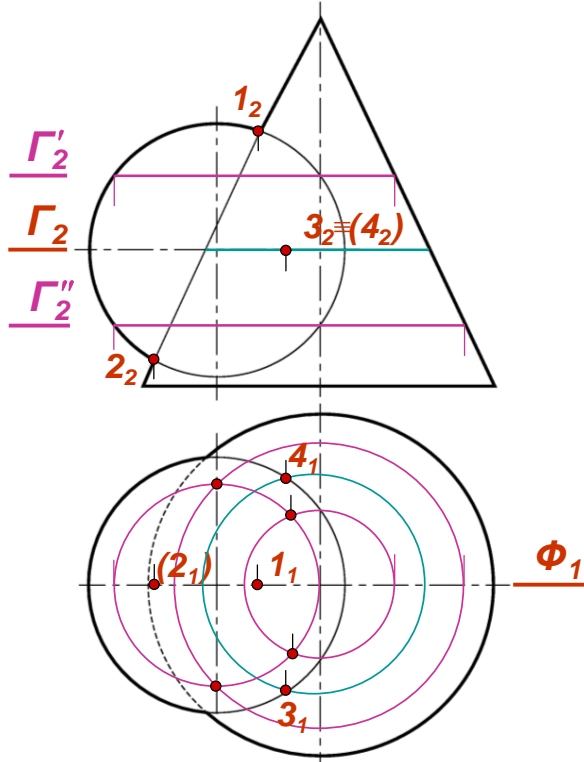
На  $\Pi_2$  находим проекции высшей ( $1_2$ ) и низшей ( $2_2$ ) точек искомой линии, как точек пересечения фронтальных очерков поверхностей. Горизонтальные проекции точек ( $1_1$  и  $2_1$ ) будут располагаться на следе плоскости  $\Phi_1$ .

## 9.ПО



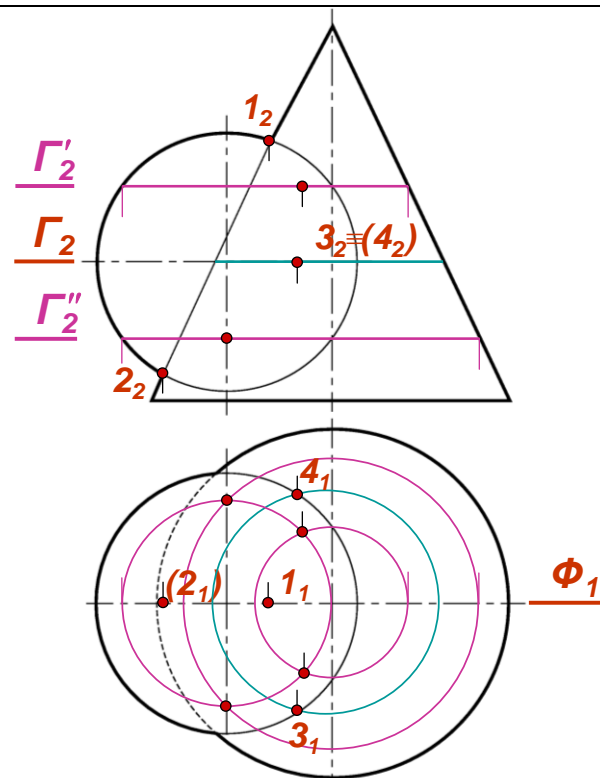
Точки изменения видимости линии на  $\Pi_1$ , лежащие на экваторе сферы, находим с помощью плоскости  $\Gamma$  ( $\Gamma_2$ ). На  $\Pi_1$  это будут точки пересечения экватора сферы с соответствующей параллелью конуса -  $3_1$  и  $4_1$ . На  $\Pi_2$  проекции точек ( $3_2$  и  $4_2$ ) располагаем на следе плоскости ( $\Gamma_2$ ).

## 9.ПО



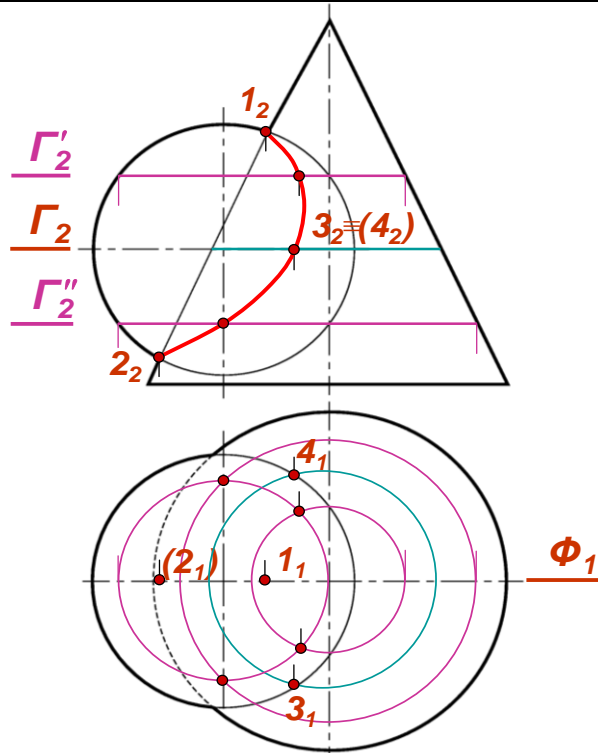
Промежуточные точки, уточняющие форму линии пересечения, находим с помощью вспомогательных горизонтальных плоскостей уровня  $\Gamma'$  и  $\Gamma''$ . На  $\Pi_1$  это будут точки пересечения соответствующих параллелей сферы и конуса. Точки можно оставить без обозначения.

## 9.ПО



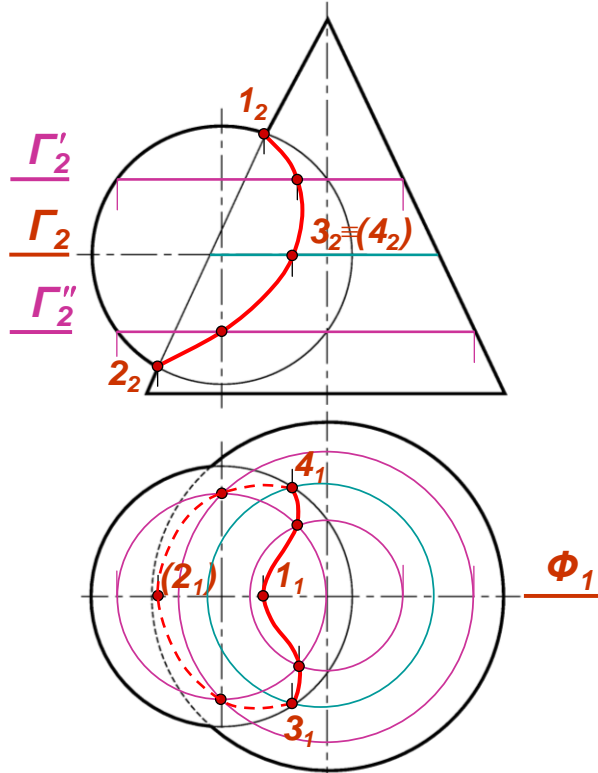
Найденные на горизонтальной плоскости проекций проекции промежуточных точек (они не обозначены на чертеже) переносим на фронтальные следы ( $\Gamma_2'$  и  $\Gamma_2''$ ) плоскостей, с помощью которых промежуточные точки построены.

## 9.ПО



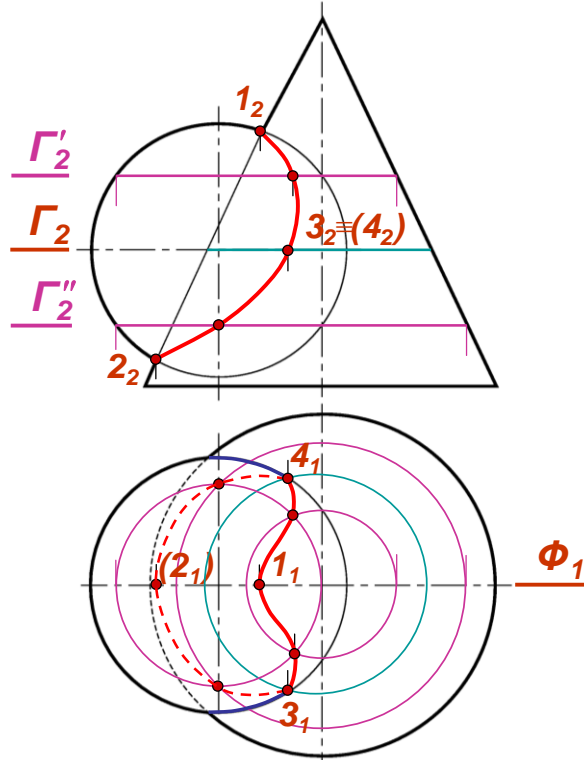
При объединении в линию всех построенных проекций точек на  $\Pi_2$  следует учитывать, что вся линия пересечения разделяется плоскостью  $\Phi$  на две симметричные ветви, которые совпадут на фронтальной плоскости проекций.

## 9.ПО



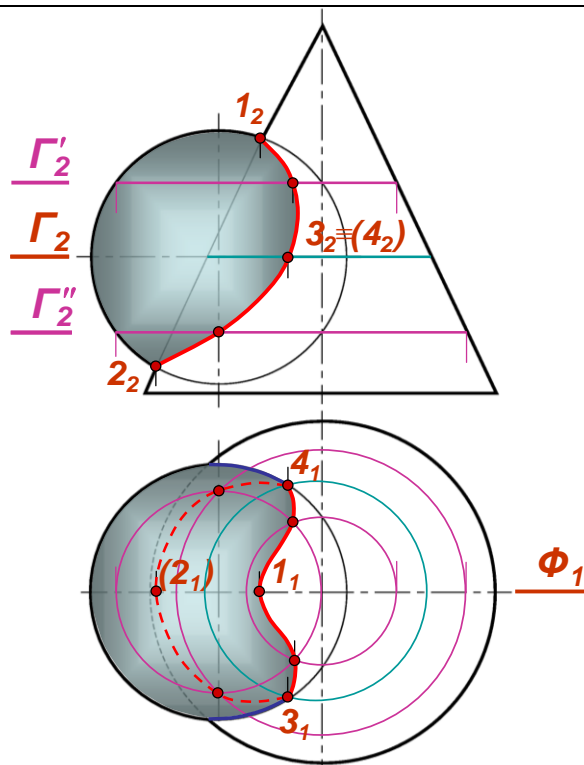
При соединении проекций точек на горизонтальной плоскости проекций выявляют видимый и невидимый участки линии пересечения. Эти участки разделяются проекциями точек перемены видимости - 3<sub>1</sub> и 4<sub>1</sub>, лежащими на экваторе сферы.

## 9.ПО



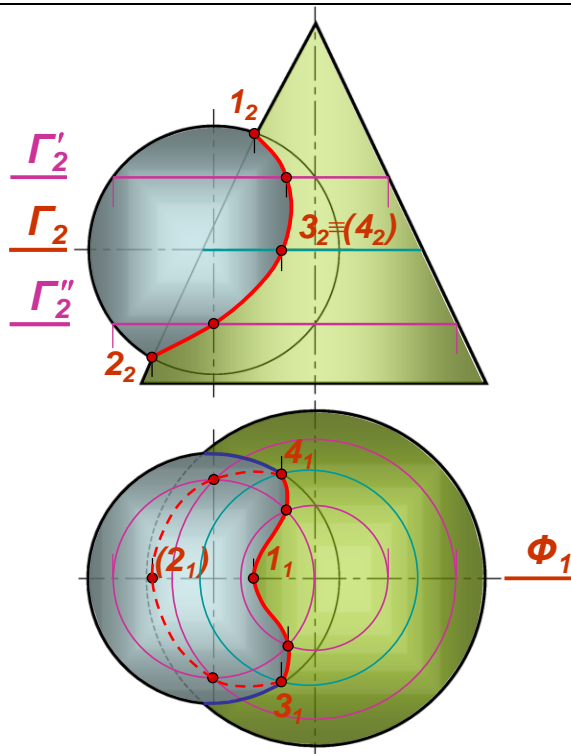
На этапе обводки очерков поверхностей следует обвести толстой сплошной линией только очерки, не участвующие в пересечении

## 9.ПО



Видимая часть поверхности сферы, ограниченная линией пересечения, затушевана, что повышает наглядность изображения.

## 9.ПО



Заканчиваем оформление изображения, затушевав видимую часть поверхности конуса.