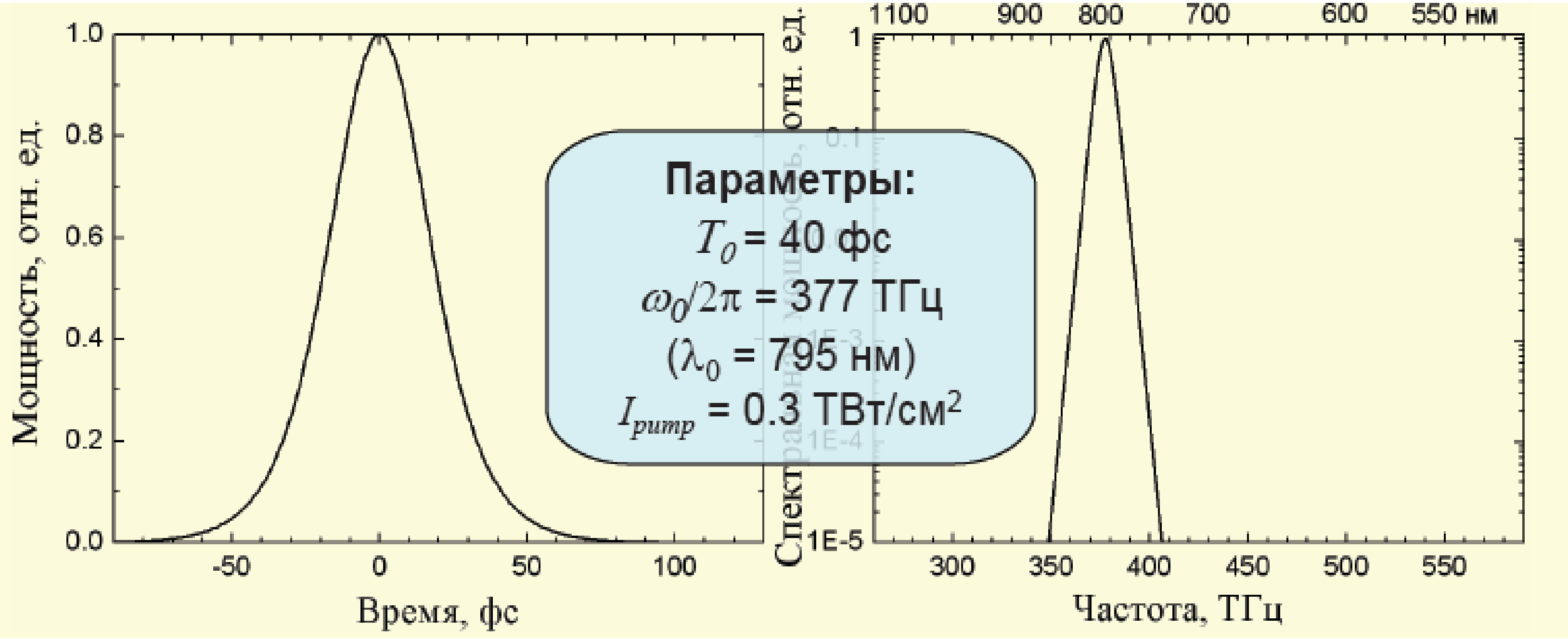
Лекция 11 МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ В ОПТОВОЛОКОННЫХ СИСТЕМАХ

Вопросы:

1. **Модели эволюции нелинейных волн.**
2. **Основные режимы распростране-ния лазерных импульсов.**
3. **Модуляционная неустойчивость.**

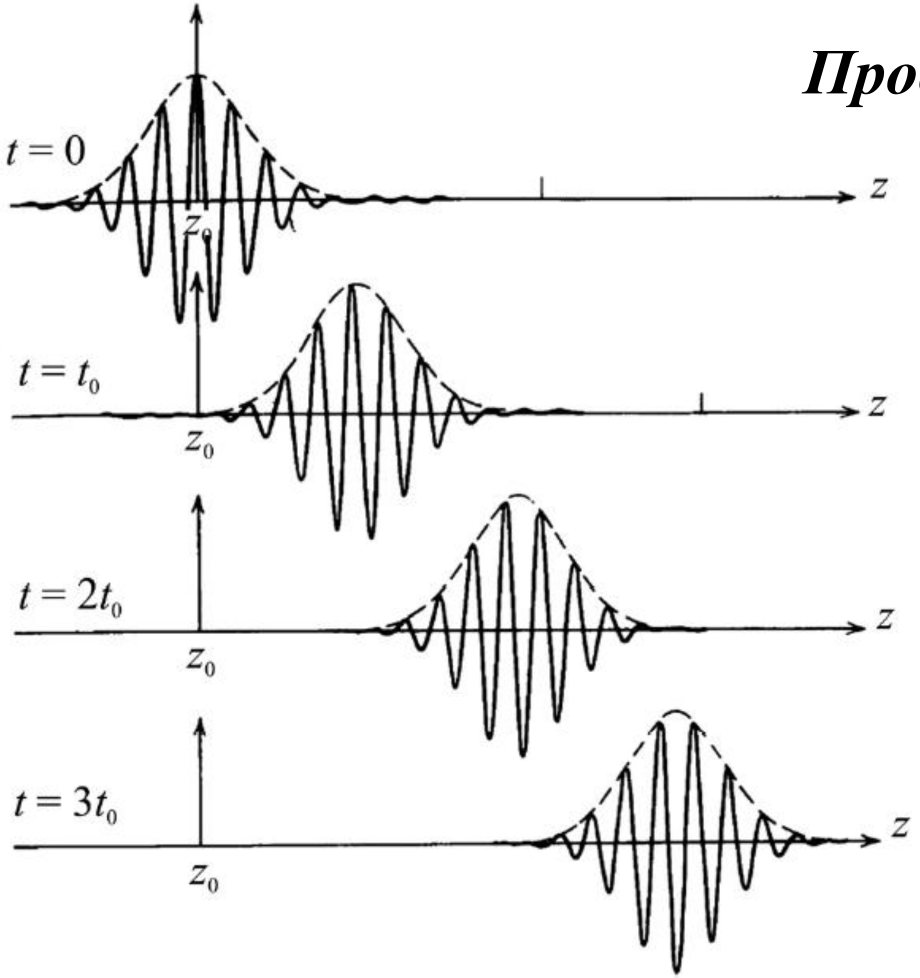
Характеристики лазерных импульсов



Применение в оптоволоконных линиях не непрерывных световых волн, а лазерных импульсов (длительность от единиц пс до единиц фс) позволяет:

- **исключить оптический пробой волокна;**
- **исключить ухудшение качества передаваемых сигналов, возникающее за счет взаимодействия основной волны с волной обратного рассеяния.**

С математической точки зрения поведение лазерных импульсов, подаваемых в волокно, описывается задачей о распространении пакета (цуга) волн, характеризующегося узким спектром частот и групповой скоростью $\upsilon_{\text{гр}} = \dfrac{d\omega}{dk}.$



Простейшая (линейная) модель:

$$u = u(z,t);\ \upsilon_{\text{гр}} = c_0 = const.$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c_0 \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0;\ u(z,0) = f(z)$$

***Решение*:**

$$u(z,t) = f(z - c_0 t)$$

Волновой пакет распространяется с постоянной скоростью с сохранением своей формы.

Факторы, влияющие на распространение лазерных импульсов

Нелинейные свойства среды

Дисперсия групповых скоростей

Диссипация энергии импульсов

Влияние указанных факторов в общем случае приводит к нестационарной картине распространения импульсов и в зависимости от соотношения между этими факторами описывается соответствующими эволюционными моделями.

Нелинейные волны в среде без дисперсии и диссипации

$$v_{\text{гр}} = v_{\text{гр}}(u)$$

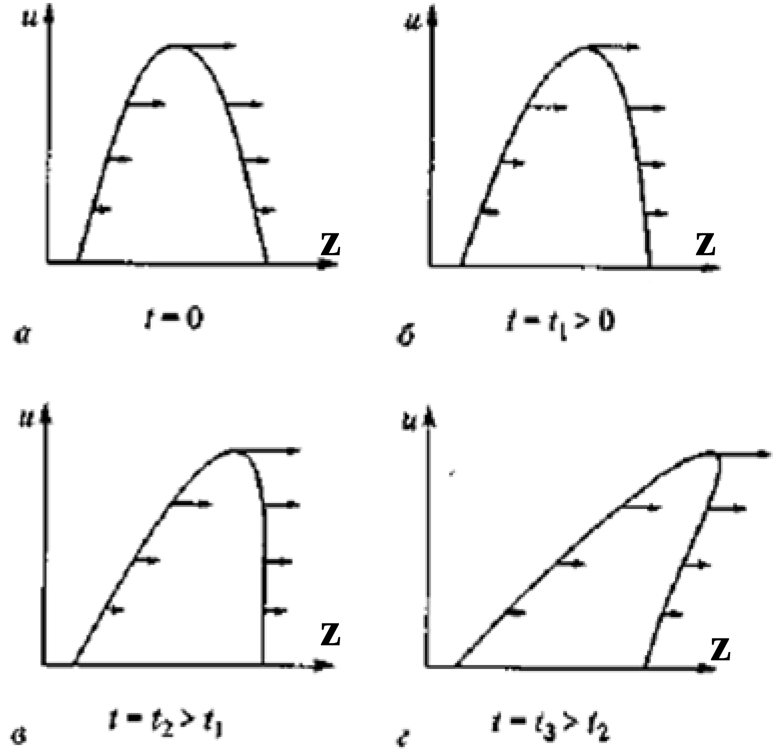
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$ – *уравнение волны в системе отсчета, движущейся вместе с волной.*

$$u(z,0) = f(z)$$

$$u(z,t) = f(z - ut)$$

– *неявное решение Римана.*

Бернхард Риман
(1826 – 1866)



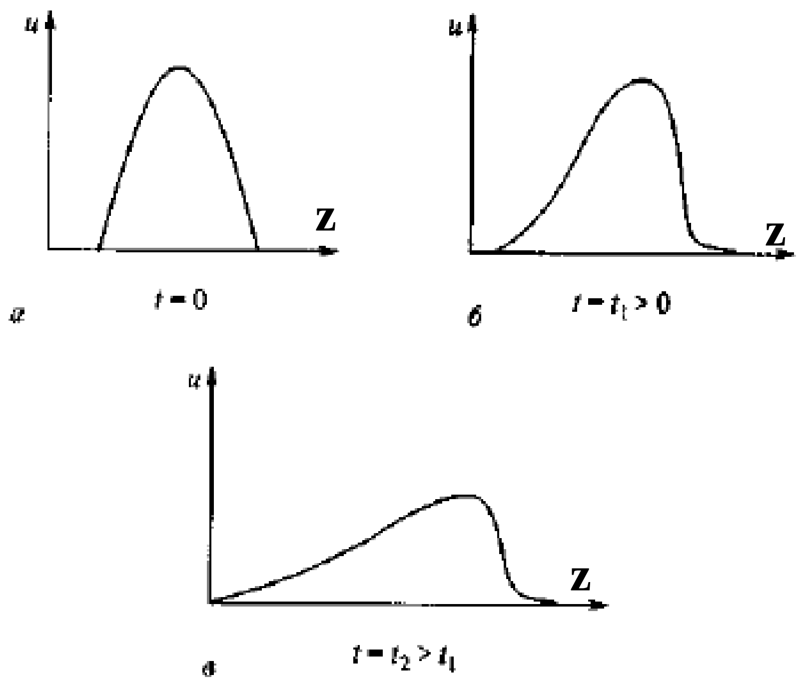
Эффект укручения волны.

Нелинейные волны в диссипативной недиспергирующей среде

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial z} = a\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$ – ***уравнение Бюргерса.***

Йоханнес Бюргерс (1895 – 1981)

$$a = \frac{k_T}{\rho c_p}\left[\frac{\text{м}^2}{\text{с}}\right]$$ – ***коэффициент температуропроводности.***



Влияние диссипации приводит к тому, что процесс укручения останавливается и формируется тонкий крутой волновой фронт – ударная волна, которая с течением времени расплывается и затухает.

$$\tau_\text{л} \ll \tau_\text{дис} = \frac{L^2}{a}$$

Волны в нелинейной среде с дисперсией

Дидерик Кортевег
(1848–1941)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sigma u \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} = 0$$

σ – *параметр.*

Густав де Фриз
(1866–1934)

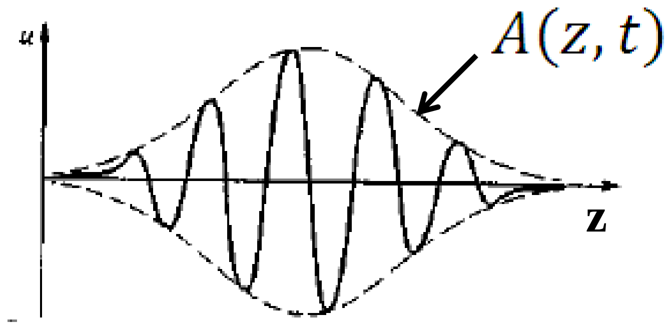
Уравнение Кортевега – де Фриза (КдФ) описывает случай слабой дисперсии и слабой нелинейности.

Эрвин Шредингер
(1887–1961)

$$i\frac{\partial u}{\partial t} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \gamma |u|^2 u = 0$$

Нелинейное уравнение Шредингера описывает случай сильной дисперсии и слабой нелинейности.

Обобщенное эволюционное уравнение



$A(z,t)$ – *огибающая импульса.*

$|A(z,t)|$ – *амплитуда огибающей импульса.*

$$\left|\frac{\partial A}{\partial t}\right| \ll \omega_0 |A|; \ \left|\frac{\partial A}{\partial z}\right| \ll k_0 |A|$$ – *условия медленного изменения амплитуды.*

$$i\frac{\partial A}{\partial z} + \underbrace{\frac{i}{2}\mu A}_{\text{Линейные потери}} - \underbrace{\frac{\beta_2}{2}\cdot\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}}_{\text{Дисперсия групповых скоростей}} + \underbrace{\gamma|A|^2 A}_{\text{Нелинейность}} - \underbrace{i\frac{\Gamma(z)}{2}A}_{\text{Усиление}} = 0$$

$$\gamma = \frac{n_2\omega_0}{cS_{\text{эфф}}}$$ – *коэффициент нелинейности.*

Приближенный метод анализа эволюционного уравнения

Пренебрегаем усилением ($\Gamma = 0$).

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$$ – ***дисперсионная длина; здесь*** T_0 ***– начальная полуширина импульса.***

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$$ – ***нелинейная длина; здесь*** P_0 ***– начальная пиковая мощность импульса.***

Дисперсионная и нелинейная длины характеризуют соответственно расстояния, на которых дисперсионные или нелинейные эффекты становятся существенными для эволюции импульса вдоль длины L оптического волокна.

В зависимости от соотношения между величинами L, L_D и L_{NL} выделяют следующие 4 режима распространения лазерных импульсов.

1-ый режим. $$L \ll L_D; \;\; L \ll L_{NL}$$

Ни дисперсионные, ни нелинейные эффекты не играют существенной роли в процессе распространения импульсов. Импульсы сохраняют свою форму (волокно играет *пассивную роль*), но их энергия уменьшается из-за оптических потерь.

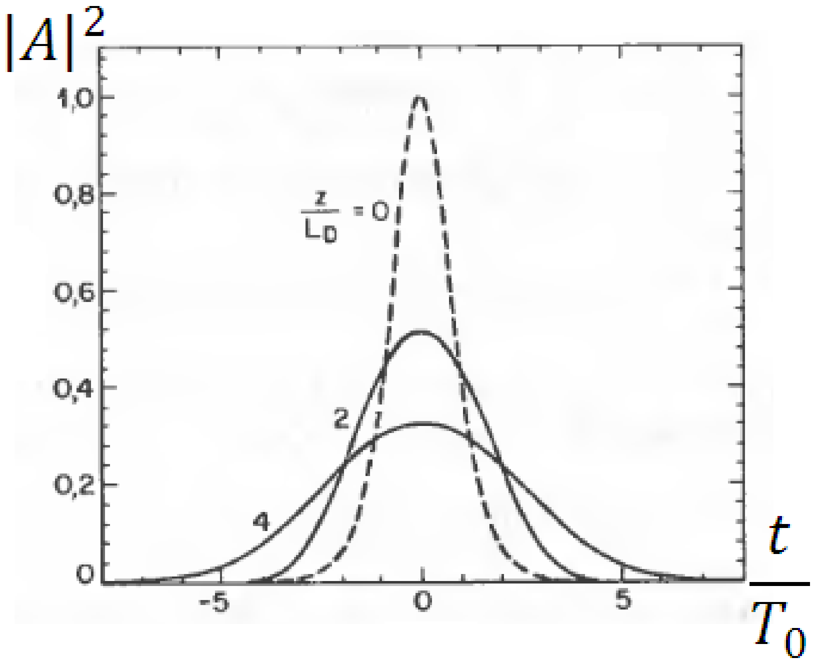
Расчетный пример.

$$T_0 = 1 \text{ пс}; \; P_0 = 1 \text{ Вт}; \; \gamma = 20 \frac{1}{\text{Вт} \cdot \text{км}}; \; |\beta_2| = 20 \frac{\text{пс}^2}{\text{км}}$$

Находим: $L_D, L_{NL} \approx 50$ м.

Поскольку L_D и L_{NL} тем меньше, чем короче и интенсивнее импульсы, то в случае пикосекундных (и более коротких) импульсов нужно учитывать и нелинейные, и дисперсионные эффекты уже на длине в несколько метров.

2-ой режим. $L \ll L_{NL}; \;\; L \geq L_D$



Эволюция импульсов определяется эффектом дисперсии групповых скоростей, а нелинейные эффекты играют относительно малую роль.

$$T(L) = T_0\sqrt{1 + \left(\frac{L}{L_D}\right)^2}$$

– *полуширина импульсов.*

Этот режим реализуется при типичных значениях параметров оптоволоконных линий γ и $|\beta_2|$ для пикосекундных (и более коротких) импульсов чрезвычайно малой начальной пиковой мощности: $P_0 \ll 1$ Вт.

3-ий режим. $L \ll L_D;\ \ L \geq L_{NL}$

Нелинейные эффекты доминируют, а дисперсионный член в эволюционном уравнении пренебрежимо мал, если выполняется условие:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma T_0^2 P_0}{|\beta_2|} \gg 1.$$

Этот режим реализуется для относительно широких импульсов (T_0 > 0,1 нс) с пиковой мощностью ~ 1 Вт.

4-ый режим. $L \geq L_D;\ \ L \geq L_{NL}$

Наиболее сложный для исследования режим, когда дисперсия и нелинейность действуют совместно, что может приводить к качественно другой картине по сравнению с тем, когда эти эффекты действуют по отдельности. Используется численное решение эволюционного уравнения.

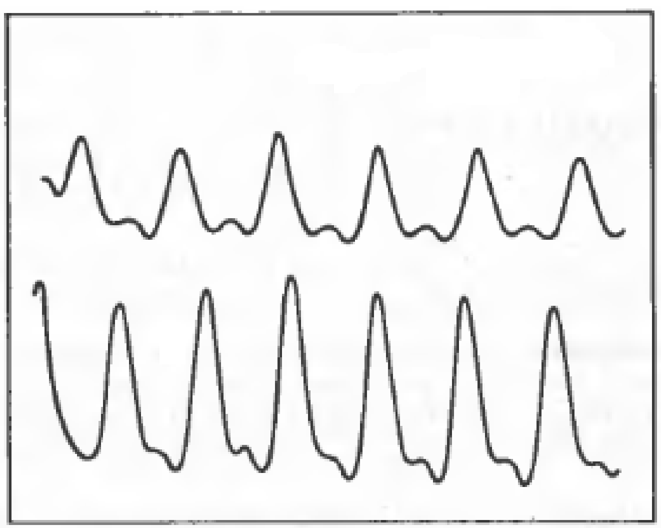
Модуляционная неустойчивость

Модуляционная неустойчивость

Вызвана совместным действием дисперсионных и нелинейных эффектов при наличии аномальной дисперсии

Связана с самопроизвольной модуляцией стационарного волнового состояния

Проявляется как распад непрерывной или квазинепрерывной периодической волны на последовательность сверхкоротких импульсов



Модуляционная неустойчивость для двух различных длин волн сигнала.

$$\beta_2 = \frac{d^2k}{d\omega^2}(\omega_0) < 0$$

Аномальная дисперсия в волоконных световодах наблюдается в области $\lambda > \lambda_D$.

Математическая трактовка явления модуляционной неустойчивости

$$i\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2}\cdot\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \gamma|A|^2 A$$ – *упрощенное эволюционное уравнение.*

$$A(z,t) = \overline{A(z,t)} + a(z,t)$$

$\overline{A(z,t)}$ – *стационарное решение.*

$a(z,t)$ – *малое возмущение.*

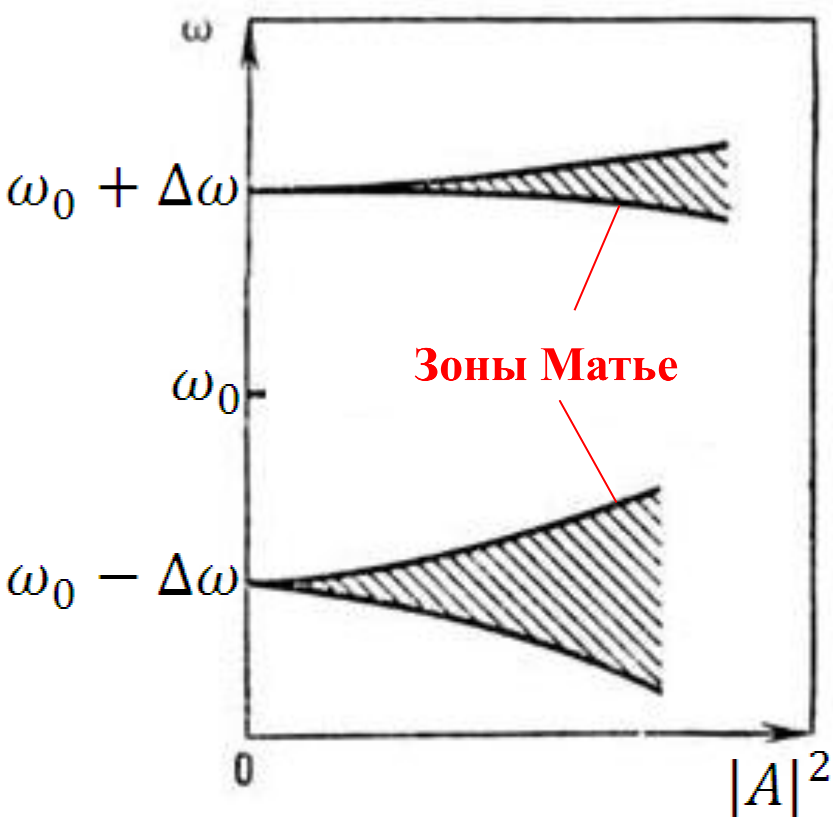
При выполнении условия

$$\gamma\beta_2 < 0$$ ***(критерий Лайтхилла)***

возмущение экспоненциально нарастает по z и стационарное состояние становится неустойчивым.

Физический механизм модуляционной неустойчивости

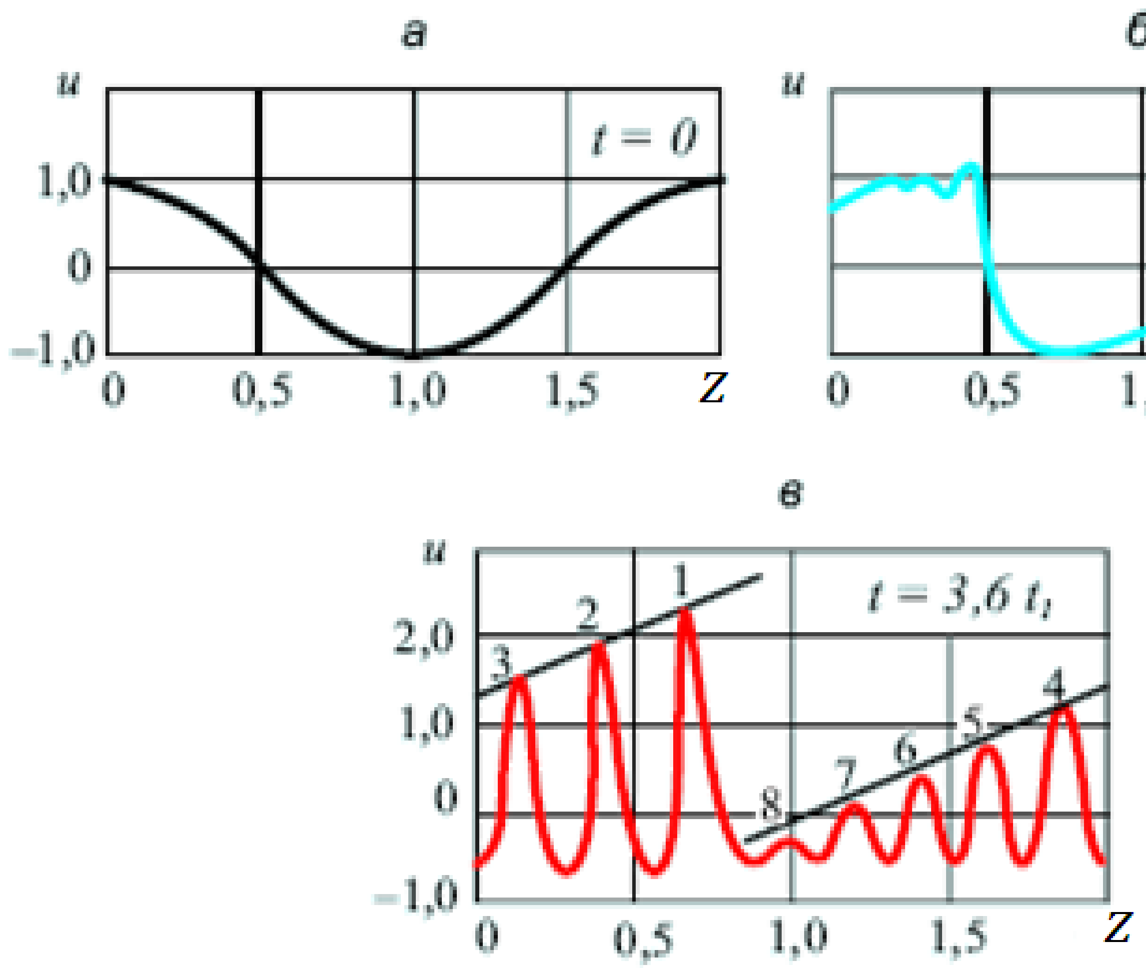
$\omega = \omega(k, |A|^2)$ – ***нелинейное дисперсионное соотношение.***

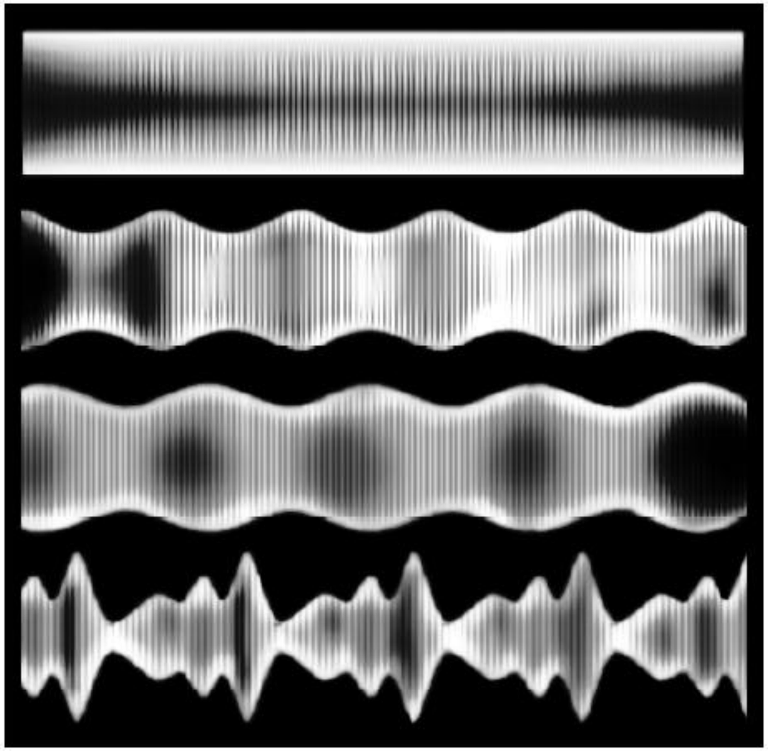


Неустойчивость вызвана взаимодействием несущей волны с частотой ω_0 и возмущений, называемых *сателлитами*, с близкими частотами $\omega_0 \pm \Delta\omega$, причем $\Delta\omega \ll \omega_0$. Если выполнен критерий Лайтхилла, сателлиты нарастают, черпая энергию из основной волны.

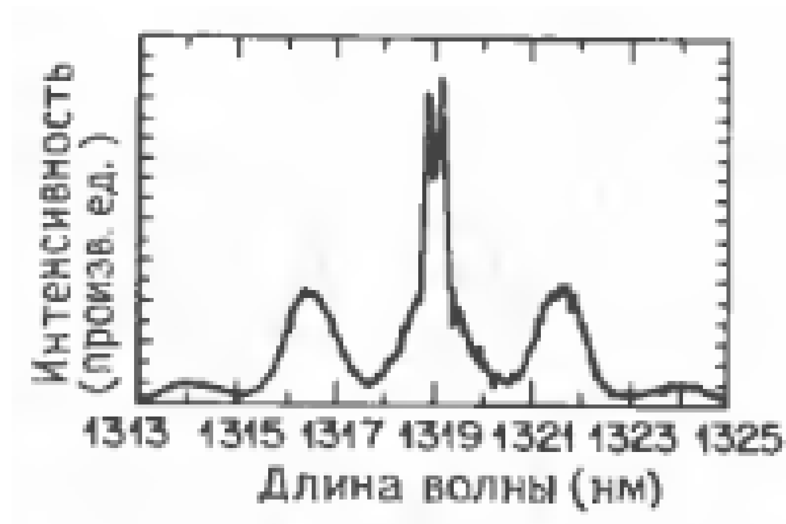
$$\Delta\omega = \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{|\beta_2|}}$$

Пример развития модуляционной неустойчивости





Моделирование развития модуляционной неустойчивости с помощью ЭВМ.



Эксперимент (боковые спектральные компоненты обусловлены модуляционной неустойчивостью).

Вывод: явление модуляционной неустойчивости фактически иллюстрирует особый режим распространения лазерных импульсов, при котором возникают устойчивые волновые образования с новыми свойствами, обусловленные совместным действием дисперсионных и нелинейных эффектов.